

ВІДГУК

офіційного опонента на дисертацію
Слоньовського Ярослава Олеговича
на тему «Крайові задачі для еволюційних рівнянь
із виродженням за часовою змінною»,
поданої на здобуття наукового ступеня доктора філософії
за спеціальністю 111 «Математика»
(галузь знань 11 «Математика та статистика»)

Дослідження низки природничих процесів веде до вивчення задач з локальними та нелокальними умовами за виділеною змінною та умовами періодичності за іншими змінними для рівнянь із частинними похідними.

Систематичне вивчення задач з нелокальними та багатоточковими умовами проведено у працях Ю. М. Березанського, В. М. Борок, Ю. М. Валіцького, В. І. Горбачук, М. Л. Горбачука, В. В. Городецького, О. О. Дезіна, Ю. А. Дубінського, П. І. Каленюка, І. Я. Кміть, О. В. Мартинюк, А. М. Нахушева, М. І. Матійчука, З. М. Нитребича, І. Д. Пукальського, В. К. Романка, Е. М. Сайдаматова, Л. В. Фардіголи, М. Й. Юрчука та інших авторів, де досліджені переважно випадки коректно поставлених задач для окремих класів рівнянь із частинними похідними.

Однак багатоточкові та нелокальні задачі для загальних рівнянь із частинними похідними в обмежених областях є, взагалі, некоректними за Адамаром, а питання про їх розв'язність пов'язане з проблемою малих знаменників. Суть проблеми малих знаменників полягає у тому, що коефіцієнти рядів Фур'є, якими зображуються розв'язки задач, містять знаменники, які можуть ставати як завгодно близькими до нуля, це може спричинити розбіжність рядів у відповідних функційних просторах.

У працях Б. Й. Пташника, В. С. Ільківата їхніх учнів І. О. Бобика, П. Б. Василюшина, О. Д. Власія, І. І. Волянської, Т. П. Гоя, Н. М. Задорожної, І. С. Ключ, Л. І. Комарницької, В. М. Поліщук, С. М. Репетило, І. Я. Савки, Б. О. Салиги, Л. П. Силюги, М. М. Симолюка, Н. І. Страп, І. Р. Тимківа, В. В. Фіголя, П. І. Штабалука за допомогою метричного підходу досліджено

задачі з багатоточковими та нелокальними умовами для лінійних і слабконелінійних гіперболічних і безтипних рівнянь із частинними похідними, а також для деяких диференціально-операторних рівнянь. Було встановлено метричні оцінки знизу малих знаменників задач, які виникли при побудові розв'язків задач, з яких випливає однозначна розв'язність задач для майже всіх (стосовно міри Лебега) векторів, складених із коефіцієнтів рівнянь та параметрів умов.

Поряд із цим, недостатньо вивченими залишались локальні багатоточкові задачі з простими вузлами інтерполяції, задачі з умовами Ніколетті, нелокальні двоточкові задачі для рівнянь із частинними похідними типу Ейлера. Дисертаційна робота Слоньовського Я.О. присвячена встановленню умов коректності таких задач. Тому вважаю, що тема роботи є актуальною.

Дисертація складається зі вступу, п'яти розділів, висновків та списку літератури. У вступі обґрунтовано актуальність теми, сформульовано задачі дослідження, вказано наукову новизну, зв'язок роботи з держаними науководослідними темами, особистий внесок здобувача, апробацію і публікації основних результатів дисертації.

У розділі 1 наведено огляд праць, які є близькими до тематики даної дисертації.

У розділі 2 описано загальну методику дослідження задач, наведено деякі допоміжні твердження з аналізу і теорії чисел.

У розділі 3 встановлено умови однозначної розв'язності дво- і багатоточкових задач з простими вузлами інтерполяції для рівняння Ейлера другого і високого порядків. Встановлено умови існування єдиного розв'язку (зображуваного рядом Фур'є) двоточкових і багатоточкових задач, якщо їх вхідні дані є достатньо гладкими, а послідовності відповідних характеристичних визначників допускають певні оцінки знизу. За допомогою метричного підходу показано, що такі оцінки знизу виконуються для всіх векторів, компонентами яких є параметри задачі (коефіцієнти рівнянь, значення вузлів інтерполяції), крім, можливо, множини векторів нульової або малої міри Лебега. Розглянуто також частковий випадок багатоточкової задачі, коли її вузли є логарифмічно рівновіддаленими.

Розділ 4 дисертації присвячено дослідженню задачі Ніколетті для рівняння з частинними похідними типу Ейлера. Встановлено умови коректної

розв'язності задачі у просторах функцій зі степеневою та експоненційною поведінкою коефіцієнтів Фур'є. Уперше для рівнянь зі змінними за t коефіцієнтами доведено метричні теореми про оцінки знизу малих знаменників задачі Ніколетті. Побудовано приклади задач, які ілюструють наведені результати.

У розділі 5 розглянуто нелокальну двоточкову задачу для диференціального рівняння з частинними похідними типу Ейлера другого та високого порядків. Отримано умови існування єдиного розв'язку задачі, застосовано метричний підхід для доведення оцінок знизу малих знаменників задачі. Показано, що такі оцінки виконуються для всіх векторів, складених із параметрів задачі, крім множини векторів нульової або малої міри Лебега. Виконання цих оцінок проаналізовано для різних випадків розташування дійсних частин коренів характеристичного рівняння, а також різних випадків розташування вузлів інтерполяції.

Результати дисертації мають теоретичний характер. Їх можна використати у наступних дослідженнях задач з локальними багатоточковими умовами, задач з умовами Ніколетті та задач з нелокальними двоточковими умовами за виділеною змінною та умовами періодичності за рештою змінних для систем рівнянь із частинними похідними типу Ейлера, а також при дослідженні конкретних задач практики, які моделюються розглянутими задачами.

Основні результати дисертації достатньо повно опубліковано в 4 статтях у наукових виданнях України з математики (1 – категорії А, 3 – категорії Б) та в 1 статті в іноземному виданні, що включене до міжнародної наукометричної бази SCOPUS. Результати дисертації пройшли апробацію на міжнародних та національних наукових конференціях, двох спеціалізованих наукових семінарах, а також додатково висвітлені у 8 тезах доповідей та матеріалів наукових конференцій.

Висновки, наведені в дисертації, правильно відображають одержані результати. Анотація чітко і повністю передає зміст дисертації. Випадків порушення академічної доброчесності, зокрема, плагіату, у дисертації не виявлено.

Поряд із цим до дисертації є кілька рекомендацій і зауважень:

- 1) на с. 5 у третьому рядку зверху замість фрази «рівняння в частинних похідних» слід вжити фразу «рівняння з частинними похідними»;

- 2) останнє речення першого абзацу на с. 22 слід почати з великої букви;
- 3) фразу «більш загальними» у другому абзаці на с. 25 слід замінити на фразу «загальнішими»;
- 4) на с. 27 в останньому реченні третього абзацу фразу «визначеними в довільній області» слід замінити на фразу «визначених в довільній області»;
- 5) на с. 28 в останньому реченні першого абзацу фразу «розв'язки до задач» слід замінити на фразу «розв'язки задач»;
- 6) на с. 28 в останньому абзаці прізвище «Л. В. Фардіголи» слід ужити у родовому відмінку;
- 7) у формулюванні леми 2.1 на с. 37 строгі нерівності слід замінити на нестрогі, це добре ілюструється наведеними у дисертації графіками на Рис. 2.1, проте підписи до цих графіків не узгоджуються з їхніми легендами;
- 8) на с. 40 присутній одрук у останньому реченні, треба написати $\varepsilon \geq 1/2$ замість наведеного $\varepsilon = 1/2$;
- 9) на с. 49 у формулах (2.26) леми 2.8 нижня рівність повинна бути набрана у вигляді

$$t_j^n = -(n-1)t_j^{n-1} + t_{j-1}^{n-1};$$

- 10) у розділах 3, 4 було б доцільно згадати про те, що дослідження крайових задач Діріхле та Неймана для рівняння Лапласа з двома просторовими змінними у кругових областях на площині веде до вивчення двоточкових задач для рівнянь типу Ейлера;
- 11) числа z, t_1^*, t_2^*, τ_i множини $\mathbb{Q}_k$ означено після їх використання;
- 12) вимога про обмеженість знизу одиницею сталої L_2 на с. 58 не є суттєвою для подальших викладок, про це варто було б зазначити у тексті дисертації;
- 13) у третьому абзаці знизу на с. 68 у середній частині нерівності підсумовування повинно проводитися за такою ж множиною, що і в сумі із правої частини цієї нерівності;

- 14) визначники Γ_q , які зустрічаються на с. 74 у доведенні теореми 3.6, є головними мінорами відповідних матриць, тому для їх запровадження можна було б використати стисліші пояснення;
- 15) на с. 89 у прикладі 4.3 індекси коренів характеристичних рівнянь вжито неточно;
- 16) було б доцільно провести аналіз отриманих результатів для задачі Ніколетті, якщо її вузли прямують до лівого кінця (у цьому граничному випадку задача Ніколетті стає задачею Коші), подібно до досліджень, проведених раніше З. М. Нитребичем;
- 17) цитування джерел у дисертації доцільніше проводити у зростаючому порядку (див., наприклад, перше речення другого абзацу знизу на с. 21, де використано спадний і мішаний порядок).

В оформленні літературних джерел:

- 1) не вказаний обсяг та місто видання монографій;
- 2) відсутній символ крапки у скорочених назвах Українського математичного журналу, Сибірського математичного журналу, Узбецького математичного журналу;
- 3) у джерелі [18] відсутня літера «т» у скороченій назві збірника;
- 4) у деяких джерелах (наприклад, [31], [107], [125]) назву журналу подано у повній, а не скороченій формі;
- 5) у джерелі [132] назву публікації та назву журналу слід розділити крапкою, яка у тексті у потрібному місці відсутня.

Однак наведені зауваження не впливають на загальну позитивну оцінку роботи і не знижують цінності її результатів.

Дисертація Слоньовського Ярослава Олеговича є завершеною науковою працею, в якій отримані нові науково обґрунтовані результати, що в сукупності вирішують конкретне наукове завдання в теорії крайових задач для диференціальних рівнянь.

Таким чином, вважаю, що дисертація «Крайові задачі для еволюційних рівнянь із виродженням за часовою змінною» задовольняє усі вимоги, які

передбачені наказом Міністерства освіти і науки України від 12.01.2017 р. №40 «Про затвердження вимог до оформлення дисертацій» та постановою Кабінету Міністрів України від 12.01.2022 р. № 44 «Порядок присудження ступеня доктора філософії та скасування рішення разової спеціалізованої вченої ради закладу вищої освіти, наукової установи про присудження ступеня доктора філософії» з останніми змінами, внесеними постановою Кабінету Міністрів України № 507 від 03.05.2024 р., а її автор – Слоньовський Ярослав Олегович – заслуговує на присудження йому наукового ступеня доктора філософії за спеціальністю 111 «Математика» у галузі знань 11 «Математика та статистика».

Офіційний опонент:

доцент кафедри

фізико-математичних наук

Івано-Франківського

національного технічного університету

нафти і газу,

канд. фіз.-мат. наук, доцент



Іван ТИМКІВ

Підпис І. Р. Тимківа засвідчую

Вчений секретар

Івано-Франківського

національного технічного університету

нафти і газу,

докт. геол. наук, професор



Володимир ХОМИН