

## ВІДГУК

офіційного опонента про дисертацію  
**Слоньовського Ярослава Олеговича**  
на тему “Крайові задачі для еволюційних рівнянь із виродженням  
за часовою змінною”,  
поданої до захисту на здобуття наукового ступеня доктора філософії  
у галузі знань 11 “Математика та статистика”  
за спеціальністю 111 “Математика”

**1. Актуальність дослідження, його мета та зв'язок з державними темами.** Некласичні крайові задачі (зокрема, багатоточкові та нелокальні задачі) для рівнянь із частинними похідними виникають при дослідженні багатьох процесів. Це спричиняє увагу дослідників до методів побудови та вивчення властивостей розв'язків таких задач у різних функційних просторах. Рецензовану дисертаційну роботу присвячено дослідженню коректної розв'язності задач з локальними багатоточковими умовами з простими вузлами інтерполяції, задач Ніколетті та нелокальних двоточкових задач за виділеною змінною та умовами  $2\pi$ -періодичності за іншими змінними для рівнянь із частинними похідними типу Ейлера. Такі задачі, загалом, є умовно коректними, а їх розв'язність часто пов'язана з проблемою малих знаменників. Математично проблема малих знаменників проявляється у тому, що коефіцієнти рядів Фур'є розв'язків задач є дробами, знаменники яких можуть бути досить малими, це призводить до розбіжності цих рядів у відповідних функційних просторах.

Для подолання негативного впливу малих знаменників ефективним виявився метричний підхід. У працях Б. Й. Пташника, В. С. Ільківа та їхніх учнів за допомогою метричного підходу та результатів метричної теорії чисел проведено дослідження багатоточкових і нелокальних задач для рівнянь із частинними похідними, коефіцієнти яких не мають виродження. Встановлено умови однозначної розв'язності цих задач і доведено, що вони виконуються для майже всіх (стосовно міри Лебега) векторів, складених із коефіцієнтів рівнянь, параметрів області та крайових умов.

Однак випадок багатоточкових і нелокальних задач для рівнянь із частинними похідними типу Ейлера зі степеневим виродженням коефіцієнтів залишався недостатньо вивченим. Заповненню цієї прогалини присвячена дана дисертація. Тому її тематику вважаю актуальною.

Тема дисертації відповідає науковому напрямку досліджень Національного університету “Львівська політехніка”. Результати дисертації отримано

в рамках науково-дослідних робіт “Крайові задачі для рівнянь з частинними похідними, теорії функцій та функціонального аналізу, математичне моделювання процесів різної структури” (2016-2020 рр., номер державної реєстрації 0116U004101) та “Теоретичні та прикладні аспекти теорії диференціальних рівнянь, теорії функцій, функціонального аналізу та математичного моделювання” (2021-2026 рр., номер державної реєстрації 0121U114596).

**2. Новизна наукових результатів дисертації.** Дисертація Я. О. Слопцьовського складається зі вступу, п'яти розділів, висновків, списку використаних джерел, який містить 138 найменувань. Загальний обсяг дисертації становить 140 сторінок.

Робота є продовженням і розвитком досліджень, виконаних у школі, створеній професором Б. Й. Пташником. У дисертації отримано такі нові результати:

1) встановлено умови існування єдиного розв'язку локальних двоточкових і багатоточкових задач, нелокальних двоточкових задач та задач з умовами Ніколетті для рівнянь із частинними похідними типу Ейлера у просторах рядів Фур'є зі степеневою або експоненційною поведінкою їх коефіцієнтів;

2) побудовано формули зображення розв'язків розглянутих задач;

3) розглянуто часткові випадки багатоточкових задач, коли вузли інтерполяції є логарифмічно рівновіддаленими або порядок рівняння за виділеною змінною  $t$  дорівнює 2;

4) удосконалено методику оцінювання знизу малих знаменників, що виникли у задачах дисертації;

5) доведено, що метричні оцінки малих знаменників виконуються для всіх векторів, компонентами яких є параметри задачі (коефіцієнти рівнянь, значення вузлів інтерполяції), крім множини векторів нульової або малої міри Лебега.

Досліджені задачі раніше не розглядалися, теореми коректності для них одержано вперше.

**3. Достовірність та обґрунтованість наукових положень і висновків, сформульованих у дисертації.** Ознайомлення зі змістом дисертації та основними публікаціями дозволяє встановити, що результати дослідження є новими та достовірними. Це забезпечується чіткими формулюваннями тверджень роботи, їх доведеннями, які наведено з достатньою повнотою. Висновки, сформульовані у дисертації, підтверджують наукову новизну проведених досліджень, а також їхню цілісність.

**4. Особистий внесок здобувача в отриманні наукових результа-**

тів і відсутність порушень академічної доброчесності. Усі результати, отримані в дисертаційній роботі, є новими і належать безпосередньо автору. У спільних з В.С. Ільківим роботах науковому керівнику належать постановки задач, передбачення, перевірка та аналіз отриманих результатів, у спільних з М.М. Симотюком – ідеї встановлення метричних оцінок знизу малих знаменників задач, а Я.О. Слоньовському – огляд і аналіз необхідної літератури, побудова розв'язків, формулювання і доведення основних теорем.

Результати інших авторів використовуються з належними цитуваннями їх праць.

**5. Повнота викладу та апробація результатів.** Основні результати дисертації опубліковано в 4 статтях у фахових наукових виданнях України з математики (1 – категорії А, 3 – категорії Б) та в 1 статті в іноземному виданні, що включене до міжнародної наукометричної бази SCOPUS. Результати дисертації пройшли апробацію на міжнародних та національних наукових конференціях (8 тез доповідей та матеріалів наукових конференцій). Результати дисертації також були оприлюднені на спеціалізованих наукових семінарах.

**6. Зауваження щодо змісту й оформлення.** Наведемо такі зауваження щодо оформлення дисертації:

- у лемі 2.1 на с. 37 фразу “На відрізку  $[0, 1/2]$ ” слід замінити на фразу “на проміжку  $(0, 1/2]$ ”;
- у рекурентних співвідношеннях (2.26) на с. 49 записано числа Стірлінґа  $\begin{bmatrix} n-1 \\ j \end{bmatrix}$  і  $\begin{bmatrix} n-1 \\ j-1 \end{bmatrix}$  замість  $t_j^{n-1}$  і  $t_{j-1}^{n-1}$ ;
- варто було б записати аналоги оцінок (3.19)-(3.21) на с. 61 для інших випадків розташування вузлів інтерполяції, коли  $t_0 < 1 < t_1$  або  $t_0 \geq 1$ ;
- нумерація формул і тверджень дисертації є подвійною, тому слід уточнити посилання на “визначник (7)” (с. 76), “лема 3” (с. 77), “лема 4” (с. 80);
- у висновках до розділів 2-4 слід вказати, у яких працях автора ці результати опубліковано.

У дисертації наявні недоліки стилістичного та граматичного характеру. Вкажемо на деякі з них:

- наявні описки у словах “вузлами” (с. 23), “методу” (22<sub>11</sub>), “таким” (34<sup>2</sup>);

- слова “Гріна” і “обґрунтовано” слід писати з літерами “Г” і “г” відповідно (див., наприклад, 19<sub>1</sub>, 19<sub>2</sub>, 24<sub>9</sub>);
- на с. 22<sup>3</sup> речення слід розпочати з великої літери.

Однак перераховані недоліки не знижують наукової цінності дисертаційної роботи і не впливають на її загальну позитивну оцінку.

**7. Висновок.** Вважаю, що дисертація “Крайові задачі для еволюційних рівнянь із виродженням за часовою змінною” є завершеною науковою працею, в якій отримані нові науково обґрунтовані результати.

Дисертаційна робота має теоретичний характер, її результати можна використати у теорії крайових задач для рівнянь із частинними похідними та при моделюванні різноманітних природних процесів.

Дисертація відповідає усім вимогам, які висуваються до кваліфікаційних наукових праць, встановлених наказом Міністерства освіти і науки України від 12.01.2017 р. № 40 “Про затвердження вимог до оформлення дисертацій” та постановою Кабінету Міністрів України від 12.01.2022 р. № 44 “Порядок присудження ступеня доктора філософії та скасування рішення разової спеціалізованої вченої ради закладу вищої освіти, наукової установи про присудження ступеня доктора філософії” з останніми змінами, внесеними постановою Кабінету Міністрів України № 507 від 03.05.2024 р., а її автор – Слоновьський Ярослав Олегович – заслуговує на присудження йому наукового ступеня доктора філософії у галузі знань 11 “Математика та статистика” за спеціальністю 111 “Математика”.

Офіційний опонент:

Завідувач кафедри математичної статистики

і диференціальних рівнянь

Львівського національного університету

імені Івана Франка,

доктор фіз.-мат. наук, професор

Олег БУГРІЙ

*Підпис професора О.М. Бугрія засвідчую.*

Вчений секретар

Львівського національного університету

імені Івана Франка,

кандидат філол. наук, доцент



Ольга ГРАБОВЕЦЬКА