

Міністерство освіти і науки України
Національний університет водного господарства та природокористування

Міністерство освіти і науки України
Національний університет «Львівська політехніка»

Кваліфікаційна наукова
праця на правах рукопису

МАЩЕНКО ВОЛОДИМИР АНДРІЙОВИЧ

УДК 620.17 (043.3)

ДИСЕРТАЦІЯ

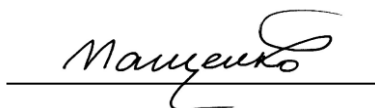
**ПРИЛАДОВІ СИСТЕМИ ДЛЯ ВИМІРЮВАННЯ МОДУЛІВ
ПРУЖНОСТІ ТА КОЕФІЦІЄНТА ПУАССОНА КОНСТРУКЦІЙНИХ
ПОЛІМЕРНИХ ТА ГЕТЕРОГЕННИХ МАТЕРІАЛІВ**

05.11.01 «Прилади та методи вимірювання механічних величин»

Технічні науки

Подається на здобуття наукового ступеня доктора технічних наук

Дисертація містить результати власних досліджень. Використання ідей, результатів і текстів інших авторів мають посилання на відповідне джерело



В.А. Мащенко

Ідентичність усіх примірників дисертації
ЗАСВІДЧУЮ:

Вчений секретар спеціалізованої вченої ради



Химко О.М.

Львів – 2025

АНОТАЦІЯ

Мащенко В. А. Приладові системи для вимірювання модулів пружності та коефіцієнта Пуассона конструкційних полімерних та гетерогенних матеріалів. – Кваліфікаційна наукова праця на правах рукопису.

Дисертація на здобуття наукового ступеня доктора технічних наук за спеціальністю 05.11.01 „Прилади та методи вимірювання механічних величин”. – Національний університет „Львівська політехніка”. – 2025.

У дисертаційній роботі отримано такі нові наукові результати.

1. Уперше розроблено методологію вимірювання амплітуди резонансних коливань консольно-закріпленого полімерного стрижня на звукових частотах, що базується на обробці цифрового зображення, яка дала можливість підвищити точність визначення головної резонансної частоти коливань зразка і, відповідно, підвищити точність визначення його динамічного модуля пружності.

2. Уперше отримані регресійні аналітичні залежності амплітуди резонансних максимумів зразків конструкційного полівінілхлориду від частоти за різних температур та регресійна залежність частоти головного максимуму від температури, що дає можливість прогнозувати значення динамічних модулів пружності за різних температур.

3. Подальшого розвитку отримали теоретичні моделі процесів відбивання, заломлення та трансформації акустичних хвиль на межі рідини та твердого тіла з від’ємними значеннями коефіцієнта Пуассона і на межі твердих тіл із додатніми та від’ємними значеннями коефіцієнта Пуассона, що дало можливість розробити алгоритми визначення критичних кутів під час вимірювання швидкості поширення поперечної хвилі в матеріалах із від’ємним коефіцієнтом Пуассона.

4. Уперше розроблено концепцію приладової системи на основі іммерсійного методу вимірювання швидкостей поширення поздовжньої та

поперечної ультразвукових хвиль і коефіцієнтів їх поглинання в конструкційних полімерних матеріалах та гетерогенних геоматеріалах, яка відрізняється тим, що вимірювання амплітуди та часу проходження імпульсу ультразвукового сигналу покладено на апаратну та програмну складові приладової системи, і таким чином зменшено похибку визначення динамічних модулів пружності та коефіцієнта Пуассона.

5. Уперше запропоновано визначати дійсну й уявну частини динамічного коефіцієнта Пуассона через швидкості поширення поздовжніх та поперечних хвиль та коефіцієнтів їх затухання, що дало можливість їх вимірювання імерсійним методом із похибкою, що не перевищує 6 %.

6. Уперше отримано розв'язок рівняння Релея для матеріалів із від'ємним значенням коефіцієнта Пуассона, що дало змогу вдосконалити метод збудження та прийому хвиль Релея гребінчастою структурою та побудувати приладову систему для вимірювання швидкості поверхневої акустичної хвилі Релея та значень дійсної та уявної частин комплексного динамічного коефіцієнта Пуассона за його мінімальної величини.

7. Уперше запропоновано концепцію приладової системи для вимірювання швидкостей поширення поздовжньої та поперечної ультразвукових хвиль у зразках гетерогенних геоматеріалів за одновісного напруження, прикладеного в різних напрямках поширення ультразвукових хвиль, що базується на теоретичних моделях процесів відбивання, заломлення та трансформації УЗ-хвилі залежно від фізичних параметрів контактуючих середовищ, що дало змогу визначити модулі пружності третього порядку.

Практичне значення результатів дисертаційної роботи полягає в тому, що:

– використання розробленого алгоритму обробки цифрових зображень дає можливість зменшити похибку визначення амплітуди коливань стрижня до 0,9 % при основній резонансній частоті коливань;

– на основі запропонованої методології вимірювання амплітуди коливань розроблено приладову систему для визначення динамічного модуля пружності конструкційних полімерних матеріалів з точністю, що не перевищує 1,9 %;

– розроблена приладова система для вимірювання модуля пружності при резонансних коливаннях консольно-закріпленого полімерного стрижня дає можливість доповнити частотний діапазон динамічних методів вимірювань в межах від 10 Гц до 150 Гц;

– на основі теоретичних моделей процесів відбивання заломлення та трансформації акустичних хвиль на межі рідини та твердого тіла з від’ємним значенням коефіцієнта Пуассона розроблена приладова система для імерсійних вимірювань дала можливість вимірювати значення динамічного коефіцієнта Пуассона та модулів пружності полімерних ауксетиків;

– застосування розробленої концепції приладової системи для імерсійних вимірювань дало можливість повністю виключити суб’єктивний фактор при визначенні критичного кута, при вимірюваннях швидкості поширення поперечної хвилі, за рахунок реалізації автоматизації процесу вимірювань, які покладені на апаратну і програмну складові;

– застосування розробленої приладової системи для імерсійних вимірювань дало можливість виміряти модулі пружності гетерогенних геоматеріалів та оцінити, на основі моделі поверхневих дефектів, поверхневу енергію руйнування;

– на основі удосконаленого методу збудження та прийому хвиль Релея гребінчастою структурою розроблена та реалізована приладова система для вимірювання швидкості поширення поверхневої хвилі в полімерному ауксетику з коефіцієнтом Пуассона рівним – 1;

– розроблено приладову систему для вимірювання швидкостей поздовжніх та поперечних хвиль у гетерогенних геоматеріалах при одновісному напруженні, прикладеному у різних напрямках поширення ультразвукових хвиль. Результати визначення модулів пружності третього

порядку дають можливість враховувати нелінійні ефекти при динамічних деформаціях гетерогенних геоматеріалів в напрямку поширення хвилі.

Теоретичні й практичні здобутки роботи впроваджено на науково-виробничій фірмі „Продекологія” (м. Рівне) та в навчальний процес Національного університету водного господарства та природокористування.

Наукову новизну та практичне значення результатів роботи підтверджено двома патентами України на корисну модель: № 136643 (2019 р.), № 144077 (2020 р.).

У **вступі** обґрунтовано актуальність теми дисертаційної роботи, сформульовано мету, завдання дослідження та наукову проблему. Викладено основні положення, що виносяться на захист, наукову новизну та практичне значення отриманих результатів, відомості про апробацію та публікацію основних результатів дисертаційної роботи, її обсяг і структуру, визначено особистий внесок здобувача та представлено інформацію щодо впровадження результатів роботи.

У **першому розділі** дисертаційної роботи розглянуто теоретичні підходи до вимірювання модулів пружності другого й третього порядків та коефіцієнта Пуассона твердого тіла як механічних величин, вимірювання яких пов'язані зі зміною рівноважного стану та дисипаціями енергії в матеріалі.

Показано, що в приладових системах для вимірювання комплексних модулів пружності та коефіцієнта Пуассона в переважній більшості випадків використовуються методи, де вимірюються первинні параметри, на основі яких проводяться розрахунки відповідних величин. Під час вимірювання первинних параметрів для визначення модулів пружності другого порядку прийнято застосовувати стандартні резонансні методи, метод динамічної жорсткості та ультразвукові методи.

У **другому розділі** дисертаційної роботи представлено результати теоретичних досліджень, спрямованих на розширення можливостей резонансних методів вимірювання, зокрема удосконалення методу

вимірювання амплітуди резонансних коливань консольно-закріпленого полімерного стрижня та розробки інформаційно-вимірювальної приладової системи (ІВПС) для реалізації автоматизованого процесу вимірювань.

Визначення амплітуди резонансних коливань вільного кінця закріпленого полімерного стрижня в реальному часі в ІВПС реалізовано за допомогою аналізу зображення, отриманого з вебкамери.

Аналіз зображення передбачає використання алгоритму цифрової обробки та побудови бінарного зображення картини коливань.

Процес вимірювання реалізується в заданому частотному діапазоні й завершується побудовою резонансної кривої, на основі якої визначаються основні резонансні частоти коливань зразка та проводиться розрахунок складових комплексного модуля пружності полімерного матеріалу.

Також у розділі представлено порівняльний аналіз резонансних методів визначення динамічного модуля пружності, проаналізовані похибки вимірювань та вказано, що вибір методу значною мірою залежить від жорсткості матеріалу, потрібної точності вимірювання та проведення додаткових вимірювань іншими методами для визначення необхідних величин.

У **третьому розділі** дисертаційної роботи розглянуті математичні моделі процесів відбивання, заломлення та трансформації акустичних хвиль на межі рідини та твердого тіла з від'ємними значеннями коефіцієнта Пуассона (ауксетик-середовище) і на межі твердих тіл із додатнім та від'ємним значеннями коефіцієнта Пуассона.

Основні параметри, що досліджуються в розглянутих моделях, є коефіцієнти відбивання, трансформації та збудження різних типів хвиль (поздовжньої, поперечної) на межі середовищ із різним акустичним імпедансом.

Показано, що характер залежностей коефіцієнтів відбивання, трансформації та від кута падіння поздовжньої (поперечної) акустичної хвилі

на межу поділу залежить від величини коефіцієнта Пуассона та акустичних жорсткостей контактуючих середовищ.

Для моделі відбивання, збудження та трансформації поздовжніх і поперечних акустичних хвиль на межі однорідних пружних середовищ, одне з яких володіє від'ємним коефіцієнтом Пуассона, показана можливість керування кутами перетворення типів хвиль під час відбивання й кутами заломлення, а також коефіцієнтами відбивання, трансформації та збудження хвиль залежно від фізичних параметрів контактуючих середовищ. Характер кутових залежностей коефіцієнтів відбивання, трансформації та збудження під час падіння акустичної хвилі на межу поділу залежить від величини коефіцієнта Пуассона та акустичних жорсткостей контактуючих середовищ, водночас існують суттєві відмінності під час падіння хвилі на поверхню середовища з від'ємним коефіцієнтом Пуассона порівняно з середовищем, де від'ємне значення коефіцієнта Пуассона. Критичні кути, за яких відбиті та заломлені хвилі стають неоднорідним, залежать від співвідношень швидкостей поширення поздовжніх і поперечних хвиль у контактуючих середовищах.

Для моделі проходження ультразвукових (УЗ) хвиль через занурену в рідину пластину з полімерних матеріалів із різними значеннями коефіцієнта Пуассона отримані теоретичні розрахунки коефіцієнтів відбивання та прозорості від кута падіння поздовжньої хвилі та товщини пластини. Установлено критичні кути та розміри пластини, за яких спостерігається повне відбивання та прозорість пластини під час падіння акустичної хвилі.

У **четвертому розділі** дисертаційної роботи проведено обґрунтування конструкційних параметрів та метрологічних характеристик приладової системи для імерсійного методу вимірювань швидкостей поширення УЗ-хвиль та представлено інформаційно-вимірювальну приладову систему для визначення динамічних модулів пружності та коефіцієнта Пуассона конструкційних полімерних та гетерогенних матеріалів.

Для ІВПС розроблено паралельну структуру вимірювального каналу аналогово-цифрового інтерфейсу для визначення часу проходження УЗ-імпульсу та його амплітуди на основі операційних підсилювачів та швидкодіючих компараторів. Роботою швидкодіючих компараторів керує однокристальний мікроконтролер. Крім цього, на однокристальний мікроконтролер покладено формування зондувального ультразвукового імпульсу, виявлення прийнятого сигналу, вимірювання амплітуди першого й головного максимумів відгуку на зондувальний імпульс, визначення часу їх проходження та передачу даних на персональний комп'ютер для подальшої обробки.

У пристрої реалізовано виявлення сигналу, а обробку корисного сигналу проводять у часовому вікні з затримкою від початку зондування до заданої межі, величина якої вибирається залежно від частоти збудження ультразвукових коливань та довжини акустичного тракту проходження сигналу від випромінювача до приймача. Для вимірювання амплітуди, за алгоритмом порозрядного наближення, використовується швидкодіючий компаратор та внутрішній восьмирозрядний генератор широтно-імпульсної модуляції (ШІМ) однокристального мікроконтролера.

Також у розділі представлено результати визначення динамічних модулів пружності й коефіцієнта Пуассона ряду конструкційних полімерних та гетерогенних матеріалів та їх практичне використання для прикладних задач фізики полімерів, матеріалознавства та геотехнічної механіки.

У **п'ятому розділі** роботи запропонована методика визначення комплексного динамічного коефіцієнта Пуассона полімерного ауксетика під час поширення в ньому поздовжньої та поперечної акустичних хвиль та поверхневої акустичної хвилі (ПАХ) Релея.

На основі рівнянь теорії пружності запропоновані співвідношення для визначення дійсної та уявної частини комплексного динамічного коефіцієнта Пуассона полімерного ауксетика та отримано розв'язок рівняння Релея у

випадку поширення в ауксетику поперечної та поверхневої акустичних хвиль.

Для вимірювання швидкості поширення ПАХ Релея та коефіцієнта її поглинання в полімерному ауксетику розроблена методика експерименту та вимірювальний стенд, де збудження та прийом ПАХ проводили за допомогою гребінчастої структури, що створює на поверхні твердого тіла періодичну сукупність нормальних збурень.

У розділі представлені результати тестування та результати вимірювань для термопластичного поліуретану з коефіцієнтом Пуассона, близьким до мінус одиниці.

У **шостому** розділі дисертаційної роботи запропоновано методику визначення модулів пружності третього порядку (МПТП) гетерогенних геоматеріалів. Водночас установлено, що для визначення МПТП ізотропного твердого тіла необхідно провести принаймні три незалежні експерименти.

Для визначення МПТП проводили вимірювання часу проходження ультразвукового УЗ-імпульсу через зразок матеріалу за трьома схемами за тиску 50–100 МПа за різних режимів навантаження.

Аналіз отриманих результатів показав, що МПТП на два порядки вищі за модулі пружності другого порядку зразків ізотропних гетерогенних геоматеріалів.

У **загальних висновках** підбиті підсумки основних результатів досліджень, проведених у дисертаційній роботі, як теоретичних, так і експериментальних, отриманих під час тестування інформаційно-вимірювальних приладових систем для вимірювання модулів пружності та коефіцієнта Пуассона.

Ключові слова: модуль Юнга, модуль зсуву, модуль об'ємної деформації, коефіцієнт Пуассона, модулі пружності третього порядку, інформаційно-вимірювальна приладова система, поздовжня хвиля, поперечна хвиля, поверхнева хвиля Релея, імерсійний метод, швидкість поширення хвилі, метод резонансних коливань, резонансна частота, амплітуда коливань.

Список публікацій здобувача:

Монографії:

1. Мащенко В. А. Методи вимірювань та приладові системи для визначення модулів пружності конструкційних та гетерогенних матеріалів. Монографія / В. А. Мащенко, В. П. Квасніков. – Рівне: „Волинські обереги”, 2020. – 180 с.

2. Мащенко В. А. Методи вимірювань та автоматизовані приладові системи для визначення модулів пружності. Монографія / В. А. Мащенко, В. П. Квасніков. – Рівне: „Волинські обереги”, 2023. – 196 с.

Статті, що внесені до міжнародних наукометричних баз даних Scopus та WOS:

3. Interrelationship between thermophysical and electrophysical properties of polymer-tungsten systems / B. S. Kolupaev, N. A. Bordyuk, V. A. Sidletskij, V. A. Mashchenko // Inzhenerno-Fizicheskii Zhurnal. – 1998. – V. 71. – N. 5. – P. 819–822.

4. Contribution of surface Rayleigh waves to the heat capacity of poly(vinyl chloride) / V. V. Klepko, B. B. Kolupaev, E. V. Lebedev, V. A. Mashchenko // Polymer Science. – Ser. A. – 2009. – V. 51. – N. 9. – P. 986–990.

5. Мащенко В. А. Дослідження особливостей деформації неідеально-пружних гірських порід / В. А. Мащенко, І. О. Садовенко // Науковий вісник Національного гірничого університету, 2014. – № 6. – С. 80–86.

6. Determination of Young's dynamic modulus of polymer material by resonance vibrating-reed method / V. Mashchenko, V. Krivtsov, V. Kvasnikov, V. Drevetskiy // Informatyka, Automatyka, Pomiarы w Gospodarce i Ochronie Środowiska. – 2019. – № 4. – P. 34–37.

7. Mashchenko V. A. Thermodynamic aspect of destruction rock / V. A. Mashchenko, O. Y. Khomenko, V. P. Kvasnikov // Науковий вісник Національного гірничого університету. – 2020. – № 1. – С. 25–30.

8. Fractal percolation approach in determining structured and mechanical properties of metal filled polyurethane auxetics / T. M. Shevchuk, M. A. Bordyuk,

V. V. Krivtsov, V. A. Mashchenko // *Металофізика і новітні технології*. – 2020. – Т. 42. – № 9. – Р. 1293–1302.

9. Viscoelastic Properties of Filled Polyurethane Auxetics / T. M. Shevchuk, M. A. Bordyuk, V. V. Krivtsov, V. V. Kukla, V. A. Mashchenko // *Physics and chemistry of solid state*. – 2021. – V. 22. – N. 2. – P. 328–335.

10. Percolation characteristics of filled polyurethane auxetics / T. M. Shevchuk, M. A. Bordyuk, V. A. Mashchenko, V. P. Kvasnikov, V. V. Krivtsov // *Physics and chemistry of solid state*. – 2022. – V. 23. – N. 3. – P. 590–596.

11. Debye temperatures and nanostructuring of polyurethane auxetics / T. M. Shevchuk, M. A. Bordyuk, V. A. Mashchenko, V. V. Krivtsov, L. V. Mashchenko // *Physics and chemistry of solid state*. – 2024. – V. 25. – N. 2. – P. 316–323.

Статті в наукових фахових виданнях:

12. Мащенко В. А. Прогнозування стійкості вертикальної свердловини великого діаметру при розробці алмазозносних родовищ корисних копалин / В. А. Мащенко, В. О. Рачковський, В. П. Крайчук // *Вісник Криворізького національного університету: збірник наукових праць*. – Кривий Ріг: КНУ, 2012. – Т. 33. – С. 24–28.

13. Садовенко І. О. Метод оцінки величини поверхневої енергії гірських / І. О. Садовенко, В. А. Мащенко // *Геотехнічна механіка: міжвід. зб. наук. праць. Ін-т геотехнічної механіки ім. М. С. Полякова НАН України*. – Дніпропетровськ, 2012. – Вип. 107. – С. 58–63.

14. Експериментальна установка для вимірювання пружних параметрів гірських порід / В. А. Мащенко, О. О. Панчук, І. О. Садовенко, М. А. Бордюк // *Вісник Інженерної академії України*. – 2012. – Вип. 3–4. – С. 60–64.

15. Мащенко В. А. Відбивання та заломлення акустичних хвиль на межі пружних середовищ з від'ємним коефіцієнтом Пуассона / В. А. Мащенко // *Вісник Національного університету водного господарства*

та природокористування. Збірник наукових праць. Технічні науки. – Вип. 3(71). – Частина 2. – Рівне: НУВГП, 2015. – С. 382–387.

16. Мащенко В. А. Відбивання та збудження акустичних хвиль на межі рідини і пружного середовища з від'ємним коефіцієнтом Пуассона / В. А. Мащенко // Міжвузівський збірник наукових праць „Наукові нотатки”. – 2016. – Вип. 54. – С. 209–213.

17. Мащенко В. А. Конструктивно-технічні параметри приладової системи для імерсійного методу вимірювання швидкостей ультразвукових хвиль // В. А. Мащенко, В. П. Квасніков // Вісник Інженерної академії України. – 2018. – Вип. 3. – С. 158–162.

18. Мащенко В. А. Відбивання акустичних хвиль від межі рідини та ауксетик-середовища / В. А. Мащенко // Міжвузівський збірник наукових праць „Наукові нотатки”. – 2018. – Вип. 64. – С. 113–118.

19. Мащенко В. А. Аналіз параметрів моделі проходження ультразвукових хвиль через пластину занурену у рідину / В. А. Мащенко, В. П. Квасніков // Збірник наукових праць ОДАТРА. – 2018. – № 2(13). – С. 27–32.

20. Мащенко В. А. Визначення модулів пружності конструкційних та гетерогенних матеріалів ультразвуковим методом / В. А. Мащенко // Міжвузівський збірник наукових праць „Наукові нотатки”. – 2019. – Вип. 65. – С. 165–169.

21. Мащенко В. А. Визначення модулів пружності третього порядку гетерогенних геоматеріалів за допомогою імпульсних ультразвукових вимірювань / В. А. Мащенко, В. П. Квасніков // Вісник Інженерної академії України. – 2019. – Вип. 2. – С. 12–18.

22. Визначення динамічних модулів пружності полімерних ауксетиків за допомогою імпульсних імерсійних вимірювань швидкостей поширення ультразвукових хвиль / В. А. Мащенко, В. П. Квасніков, М. А. Бордюк, Т. М. Шевчук // Збірник наукових праць Одеської державної академії технічного регулювання та якості. – 2019. – № 1(14). – С. 5–11.

23. Мащенко В. А. Аналіз резонансних методів визначення динамічного модуля пружності конструкційних полімерних матеріалів / В. А. Мащенко, В. П. Квасніков, В. В. Кривцов // Вісник Інженерної академії України. – 2019. – Вип. 3. – С. 106–113.

24. Мащенко В. А. Інформаційно-вимірювальна система для визначення амплітуди коливань закріпленого полімерного стрижня на основі цифрової обробки сигналів / В. А. Мащенко, П. В. Кіндрат // Збірник наукових праць Одеської державної академії технічного регулювання та якості. – 2019. – № 2(15). – С. 49–57.

25. Мащенко В. А. Аналогово-цифровий інтерфейс для вимірювання амплітуди та часу проходження ультразвукового сигналу / В. А. Мащенко // Міжнародний науково-технічний журнал „Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах”. – 2019. – № 2 (64). – С. 35–40.

26. Мащенко В. А. Частотно-температурні вимірювання динамічного модуля пружності конструкційного полівінілхлориду / В. А. Мащенко, В. В. Кривцов, В. П. Квасніков // Міжвузівський збірник наукових праць „Наукові нотатки”. – 2019. – Вип. 68. – С. 68–73.

27. Мащенко В. А. Аналіз методів вимірювання комплексних динамічних модулів пружності в'язкопружних полімерних матеріалів / В. А. Мащенко, В. П. Квасніков // Вісник Інженерної академії України. – 2019. – Вип. 4. – С. 144–153.

28. Мащенко В. А. Резонансні методи вимірювання та приладові системи для визначення динамічних модулів пружності полімерних матеріалів / В. А. Мащенко, В. П. Квасніков // Вісник Інженерної академії України. – 2020. – Вип. 1. – С. 144–153.

29. Мащенко В. А. Фізичні принципи та методи вимірювання коефіцієнта Пуассона в'язкопружних полімерних матеріалів / В. А. Мащенко, В. П. Квасніков // Збірник наукових праць „Перспективні технології та прилади”. – 2020. – Вип. 16. – С. 73–81.

30. Мащенко В. А. Метод визначення динамічного коефіцієнта Пуассона полімерного ауксетика за допомогою трьох типів акустичних хвиль / В. А. Мащенко // Міжнародний науково-технічний журнал „Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах”. – 2020. – № 1 (65). – С. 16–22.

Статті за темою дисертаційної роботи:

31. Мащенко В. А. Енергетичні закономірності геомеханічних процесів в масиві гірських порід при динамічних явищах техногенного характеру / В. А. Мащенко // Вісник Національного університету водного господарства та природокористування. Збірник наукових праць. Технічні науки. – Рівне: НУВГП, 2013. – Вип. 1 (61). – С. 12–19.

32. Мащенко В. А. Дослідження властивостей хвиль Релея на вільній поверхні ізотропного твердого тіла з від’ємним коефіцієнтом Пуассона / В. А. Мащенко, Б. Б. Колупаєв // Фізика конденсованих високомолекулярних систем. Наукові записки Рівненського державного гуманітарного університету. – Вип. 8. – Рівне: РДГУ, 2000. – С. 62–64.

33. Плоскі хвилі на вільній поверхні полімерного пружного тіла з від’ємним коефіцієнтом Пуассона / В. А. Мащенко, О. М. Волошин, Б. Б. Колупаєв, С. М. Іваніщук // Фізика конденсованих високомолекулярних систем. Наукові записки Рівненського державного гуманітарного університету. – Вип. 9. – Рівне: РДГУ, 2002. – С. 36–38.

34. Фрактально-перколяційне моделювання структурної організації наповненого полівінілхлориду / Т. М. Шевчук, М. А. Бордюк, В. В. Кривцов, В. А. Мащенко // Полімерний журнал. – 2019. – № 2. – С. 109–115.

35. Вплив критичного вмісту наповнювача на структурні та характеристики наповнених полімерів вінілового ряду / Т. М. Шевчук, М. А. Бордюк, В. В. Кривцов, В. А. Мащенко // Полімерний журнал. – 2019. – № 4. – С. 264–270.

Патенти України на корисну модель:

36. Патент № 136643 (Україна) МПК (2006) G01H 5/00. Спосіб визначення швидкостей поширення поздовжньої та поперечної ультразвукових хвиль у зразках твердих тіл [Текст] / В. А. Мащенко, В. П. Квасніков, В. П. Древецький, В. В. Кривцов, Т. М. Шевчук. – Реєстрац. номер заявки u 2019 02701. Оpubліковано в бюлетені № 16 від 27.08.2019.

37. Патент № 144077 (Україна) МПК G01B 3/1061 5/04 G06T 5/00 7/13 7/136. Спосіб визначення резонансної частоти коливань вільного кінця закріпленого зразка у вигляді стрижня [Текст] / В. А. Мащенко, В. П. Квасніков, В. В. Кривцов, В. П. Древецький, М. А. Бордюк, В. В. Кривцов. – Реєстрац. номер заявки u 2020 02719. Оpubліковано в бюлетені № 16 від 26.08.2020.

Публікації, що засвідчують апробацію результатів дисертації:

38. Мащенко В. А. Акустичні хвилі на вільній поверхні ізотропного твердого тіла з від'ємним коефіцієнтом Пуассона / В. А. Мащенко, Б. Б. Колупаєв // Тези доповідей V Української конференції молодих вчених з високомолекулярних сполук. – Київ, 2003. – С. 133.

39. Нікітчук В. І. Моделі композиційного матеріалу з від'ємним коефіцієнтом Пуассона / В. І. Нікітчук, В. А. Мащенко, В. О. Сідлецький // Композиційні матеріали: Тези доповідей III Міжнародної науково-технічної конференції. – Київ: ІВЦ „Видавництво «Політехніка»”, 2004. – С. 113.

40. Мащенко В. А. Дослідження внеску хвиль Релея в теплоємність аморфних полімерів / В. А. Мащенко, Б. С. Колупаєв, Б. Б. Колупаєв // Тези доповідей XI Української конференції з високомолекулярних сполук. – Дніпропетровськ: ДХТУ, 2007. – С. 50.

41. Мащенко В. Відбивання акустичних хвиль від межі пружних півпросторів з від'ємним коефіцієнтом Пуассона / В. Мащенко, М. Петрина, І. Панченко // Матеріали міжнародної науково-технічної конференції „Фундаментальні та прикладні проблеми сучасних технологій” присвяченій

50-річчю заснування ТНТУ та 165-річчю з дня народження Івана Пулюя. – Тернопіль: ТНТУ, 2010. – С. 73.

42. Мащенко В. А. Поверхневі акустичні хвилі в насичених рідиною пористо-пружних середовищах з від’ємним коефіцієнтом Пуассона / В. А. Мащенко // Релаксаційні, нелінійні й акустооптичні процеси та матеріали: матеріали VII Міжнародної наукової конференції. – Луцьк: Вежа-Друк, 2014. – С. 194–196.

43. Мащенко В. А. Модуляція показника заломлення поверхневою акустичною хвилею в матеріалах з від’ємним коефіцієнтом Пуассона / В. А. Мащенко, В. О. Сідлецький, О. М. Волошин // Релаксаційні, нелінійні й акустооптичні процеси та матеріали: матеріали VIII Міжнародної наукової конференції. – Луцьк: Вежа-Друк, 2016. – С. 36–38.

44. Кривцов В. В. Матеріали на основі полімерних матриць з масивом прецизійних включень / В. В. Кривцов, В. А. Мащенко // IX Міжнародна наукова конференція „Фундаментальна база наноелектроніки”. Збірник наукових праць. – Харків: ХНУРЕ, 2017. – С. 71–74.

45. Мащенко В. А. Дослідження звукопоглинаючих властивостей металонаповнених композитів на сонові полімерного ауксетик-середовища / В. А. Мащенко, В. В. Кривцов // Структурна релаксація у твердих тілах: матеріали VI Міжнародної науково-практичної конференції. – Вінниця: ТОВ «Нілан-ЛТД», 2018. – С. 255–258.

46. Мащенко В. А. Методика вимірювання швидкостей поширення поздовжньої та поперечної УЗ-хвиль іммерсійним методом у твердих тілах / В. А. Мащенко, В. С. Купко // Тези доповідей XI Міжнародної науково-технічної конференції „МЕТРОЛОГІЯ ТА ВИМІРЮВАЛЬНА ТЕХНІКА” (МЕТРОЛОГІЯ – 2018). – Харків: ННЦ „Інститут метрології”, 2018. – С. 40.

47. Mashchenko V. A. Information-measuring system for determination of elastic parameters of composite polymeric and heterogeneous materials / V. A. Mashchenko, V. P. Kvasnikov // The Eighth World Congress “AVIATION IN THE XXI-st CENTURY” [Електронний ресурс]. – National Aviation

University, Kyiv, Ukraine, 2018. – Режим доступу: <http://conference.nau.edu.ua/index.php/Congress/Congress2018/paper/viewFile/5180/4067>.

48. Мащенко В. А. Проектування інформаційно-вимірювальної системи для визначення пружних параметрів гетерогенних матеріалів / Тези VII Міжнародної науково-технічної конференції „ДАТЧИКИ, ПРИЛАДИ ТА СИСТЕМИ”. – Черкаси: видавець ФОП Гордієнко Є. І., 2018. – С. 16–18.

49. Використання ультразвукових хвиль для визначення динамічних модулів пружності полімерних ауксетиків / В.А. Мащенко, М. А. Бордюк, Т. М. Шевчук, В. В. Кривцов / Матеріали VIII Міжнародної науково-практичної конференції „Технічне регулювання, метрологія та інформаційні технології: європейський вибір”. – Одеса: Бондаренко М. О., 2018. – С. 69–72.

50. Мащенко В. А. Поширення поздовжніх ультразвукових хвиль у шарі дисипативного ауксетик-середовища / В. А. Мащенко // Збірник тез XVIII Міжнародної науково-технічної конференції „ПРИЛАДОБУДУВАННЯ: стан і перспективи”. – Київ: ПБФ, КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2019. – С. 159.

51. Mashchenko V. A. Positioning device in the immersion measurement of the propagation velocities of longitudinal and transverse waves in a solid state sample / V. A. Mashchenko, V. P. Kvasnikov // XIV Міжнародна науково-технічна конференція „АВІА-2019” [Електронний ресурс]. – Національний авіаційний університет, Київ, Україна, 2019. – Режим доступу: <http://conference.nau.edu.ua/index.php/AVIA/AVIA2019/paper/view/5989/4473>.

52. Мащенко В. А. Інформаційна система для визначення амплітуди резонансних коливань консольно-закріпленого полімерного стрижня / В. А. Мащенко, В. В. Кривцов // Технічне регулювання, метрологія, інформаційні та транспортні технології: матеріали IX Міжнародної науково-практичної конференції. – Одеса, Бондаренко М. О., 2019. – С. 97–99.

53. Mashchenko V. Simulation of resonance oscillations of a cantilever-fixed polymer rod / V. Mashchenko, V. Krivtsov V. Kvasnikov // Proceedings of III International scientific and practical conference “2019: Modeling, control and information technologies” [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <http://itconfdoc.nuwm.edu.ua/index.php/ITConf/article/view/60/29>.

54. Мащенко В. А. Метод та приладова система для визначення модулів пружності третього порядку твердих тіл / В. А. Мащенко // Інтегровані інтелектуальні робототехнічні комплекси (ІПТК-2020). XIII Міжнародна науково-практична конференція. – Київ: НАУ, 2020. – С. 116–118.

55. Мащенко В. А. Вимірювальний канал приладової системи для вимірювання часу проходження УЗ-імпульс та його амплітуди / В. А. Мащенко, В. П. Квасніков // Інтегровані інтелектуальні робототехнічні комплекси (ІПТК-2022). XV міжнародна науково-практична конференція. – Київ: НАУ, 2022. – С. 105–107.

56. Мащенко В.А. Вимірювання швидкості поширення поверхневої хвилі Релея в полімерному ауксетику / В. А. Мащенко, В.П. Квасніков // Інтегровані інтелектуальні робототехнічні комплекси (ІПТК-2023). XVI Міжнародна науково-практична конференція. – Київ: НАУ, 2023. – С. 147–149.

SUMMARY

Mashchenko V.A. Instrument system for measuring modules elasticity and Poisson's ratio construction polymers and heterogeneous materials. – Qualifying scientific work on the rights of the manuscript.

Dissertation on competition of a scientific degree of the doctor of technical sciences on a specialty 05.11.01 “Devices and methods of measurement of mechanical sizes”. – Lviv Polytechnic National University. – 2025.

The following new scientific results were obtained in the dissertation work:

1. For the first time, a methodology for measuring the amplitude of resonant oscillations of a cantilever-mounted polymer rod at sound frequencies was developed, based on digital image processing, which made it possible to increase the accuracy of determining the main resonant frequency of oscillations of the sample and, accordingly, to increase the accuracy of determining its dynamic modulus of elasticity.

2. For the first time, regression analytical dependences of the amplitude of resonant maxima of structural polyvinyl chloride samples on frequency at different temperatures and the regression dependence of the frequency of the main maximum on temperature were obtained, which makes it possible to predict the values of dynamic modulus of elasticity at different temperatures.

3. Further development was made of theoretical models of the processes of reflection, refraction and transformation of acoustic waves at the interface of a liquid and a solid with negative values of Poisson's ratio and at the interface of solids with positive and negative values of Poisson's ratio, which made it possible to develop algorithms for determining critical angles when measuring the velocity of propagation of a transverse wave in materials with a negative Poisson's ratio.

4. For the first time, a concept of an instrument system based on the immersion method of measuring the velocities of propagation of longitudinal and transverse ultrasonic waves and their absorption coefficients in structural polymer materials and heterogeneous geomaterials was developed, which differs in that the measurement of the amplitude and transit time of the ultrasonic signal pulse is assigned to the hardware and software components of the instrument system, and thus the error in determining the dynamic elastic moduli and Poisson's ratio was reduced.

5. For the first time, it was proposed to determine the real and imaginary parts of the dynamic Poisson's ratio through the propagation velocities of longitudinal and transverse waves and their attenuation coefficients, which made it

possible to measure them by the immersion method with an error not exceeding 6 %.

6. For the first time, a solution to the Rayleigh equation was obtained for materials with a negative value of the Poisson's ratio, which made it possible to improve the method of excitation and reception of Rayleigh waves by a comb-shaped structure and to build an instrument system for measuring the velocity of the surface acoustic Rayleigh wave and the values of the real and imaginary parts of the complex dynamic Poisson's ratio at its minimum value.

7. For the first time, the concept of an instrument system for measuring the propagation velocities of longitudinal and transverse ultrasonic waves in samples of heterogeneous geomaterials under uniaxial stress applied in different directions of ultrasonic wave propagation is proposed, which is based on theoretical models of the processes of reflection, refraction and transformation of an ultrasonic wave depending on the physical parameters of the contacting media, which made it possible to determine the third-order elastic moduli.

The practical significance of the results of the dissertation is that:

- the use of the developed algorithm for digital image processing makes it possible to reduce the error in determining the amplitude of rod oscillations to 0.9% at the main resonant frequency of oscillations;
- based on the proposed methodology for measuring the amplitude of oscillations, an instrument system was developed to determine the dynamic modulus of elasticity of structural polymer materials with an accuracy not exceeding 1.9%;
- the developed instrument system for measuring the modulus of elasticity during resonant oscillations of a cantilever-mounted polymer rod makes it possible to supplement the frequency range of dynamic measurement methods in the range from 10 Hz to 150 Hz;
- based on theoretical models of the processes of reflection, refraction and transformation of acoustic waves at the interface of a liquid and a solid with a negative value of the Poisson's ratio, an instrument system for immersion

measurements was developed, which made it possible to measure the values of the dynamic Poisson's ratio and the elastic moduli of polymer auxetics;

- the application of the developed concept of the instrument system for immersion measurements made it possible to completely eliminate the subjective factor in determining the critical angle, when measuring the velocity of transverse wave propagation, due to the implementation of automation of the measurement process, which is assigned to the hardware and software components;

- the application of the developed instrument system for immersion measurements made it possible to measure the elastic moduli of heterogeneous geomaterials and estimate, based on the model of surface defects, the surface energy of fracture;

- based on the improved method of excitation and reception of Rayleigh waves by a comb-shaped structure, an instrument system was developed and implemented for measuring the velocity of surface wave propagation in a polymer auxetic with a Poisson's ratio equal to -1 ;

- an instrument system was developed for measuring the velocities of longitudinal and transverse waves in heterogeneous geomaterials under uniaxial stress applied in different directions of ultrasonic wave propagation. The results of determining the third-order elastic moduli make it possible to take into account nonlinear effects during dynamic deformations of heterogeneous geomaterials in the direction of wave propagation.

Theoretical and practical achievements of the work were introduced at the research and production company “Prodekologiya” (Rivne) and in the educational process of the National University of Waters and Environmental Engineering.

The scientific novelty and practical significance of the results of the work was confirmed by two patents of Ukraine for a utility model: № 136643 (2019), № 144077 (2020).

The **introduction** substantiates the relevance of the topic of the dissertation, formulates the purpose, objectives of the study and the research problem. The main provisions for defense, scientific novelty and practical significance of the results

are presented, information on approbation and publication of the main results of the dissertation, its scope and structure, the personal contribution of the applicant is determined and information on the implementation of the results is presented.

The **first** section of the dissertation discusses theoretical approaches to determining the modulus of elasticity of the second and third orders and the Poisson's ratio of a solid as mechanical quantities, the measurements of which are associated with changes in equilibrium and energy dissipation in the material.

It is shown that in instrumental systems for determination of complex modulus of elasticity and Poisson's ratio in the vast majority of cases methods are used where mechanical primary parameters are measured on the basis of which calculations of corresponding sizes are carried out. When measuring the primary parameters to determine the modulus of elasticity of the second order, it is accepted to use standard resonance methods, the method of dynamic stiffness and ultrasonic methods.

The **second** section of the dissertation presents the results of theoretical research aimed at expanding the capabilities of resonant measurement methods, in particular, improving the method for measuring the amplitude of resonant vibrations of a cantilever-mounted polymer rod and developing an information and measuring instrument system (IMIS) for implementing an automated measurement process.

Determination of the amplitude of resonant oscillations of the free end of the fixed polymer rod in real time in the IMIS is realized by analyzing the image obtained from the webcam.

Image analysis involves the use of digital processing algorithm and construction of a binary image of the oscillation pattern.

The measurement process is implemented in a given frequency range and ends with the construction of a resonance curve on the basis of which the main resonant oscillation frequencies of the sample are determined and the components of the complex modulus of elasticity of the polymeric material are calculated.

The section also presents a comparative analysis of resonant methods for determining the dynamic modulus of elasticity, analyzed measurement errors and indicated that the choice of method largely depends on the rigidity of the material, the required measurement accuracy and additional measurements by other methods to determine the required values.

The **third** section of the dissertation considers mathematical models of the processes of reflection, refraction and transformation of acoustic waves at the boundary between liquid and solid with negative values of Poisson's ratio (auxetic medium) and at the boundary of solids with positive and negative values of Poisson's ratio.

The main parameters investigated in the considered models are the coefficients of reflection, transformation and excitation of different types of waves (longitudinal, transverse) at the boundary of media with different acoustic impedance.

It is shown that the nature of the dependences of the reflection, transformation and angle of incidence of the longitudinal (transverse) acoustic wave on the interface depends on the value of the Poisson's ratio and the acoustic stiffness of the contact media.

For the model of reflection, excitation and transformation of longitudinal and transverse acoustic waves on the boundary of homogeneous elastic media, one of which has a negative Poisson's ratio, from the physical parameters of the contact media. The nature of the angular dependences of the reflection, transformation and excitation coefficients when the acoustic wave falls on the interface depends on the value of the Poisson's ratio and the acoustic stiffness of the contact media, and there are significant differences when the wave falls on the surface positive value of the Poisson's ratio. The critical angles at which the reflected and refracted waves become inhomogeneous depend on the ratios of the velocities of propagation of longitudinal transverse waves in the contact media.

For the model of ultrasonic waves passing through a liquid-immersed plate made of polymeric materials with different values of theoretical calculations of the

reflection and transparency coefficients from the angle of incidence of the longitudinal wave and the thickness of the plate are obtained. The critical angles and dimensions of the plate at which the complete reflection and transparency of the plate when the acoustic wave falls are observed.

In the **fourth** section of the dissertation the substantiation of structural parameters and metrological characteristics of the instrument system for the immersion method of measuring the propagation velocities of ultrasonic waves is presented and the information-measuring system for determining the dynamic modulus of elasticity and Poisson's ratio of structural polymeric and heterogeneous materials is presented.

A parallel structure of the measuring channel of the analog-digital interface for determining the time of the ultrasonic pulse and its amplitude on the basis of operational amplifiers and high-speed comparators has been developed for IMIS. The operation of high-speed comparators is controlled by a single-chip microcontroller. In addition, the single-chip microcontroller is responsible for generating the probing ultrasonic pulse, detecting the received signal, measuring the amplitude of the first and main maxima of the response to the probing pulse, determining the time of their passage and data transfer to a personal computer for further processing.

Signal detection and processing of the useful signal is performed in a time window with a delay from the beginning of probing to a given limit, the value of which is selected based on the excitation frequency of ultrasonic vibrations and the length of the acoustic path of the signal from the emitter to the receiver. To measure the amplitude, according to the bit-by-bit approximation algorithm, a high-speed comparator and an internal eight-bit generator of pulse-width modulation of a single-chip microcontroller are used.

The section also presents the results of determining the dynamic modulus of elasticity and Poisson's ratio of a number of structural polymeric and heterogeneous materials and their practical use for applied problems of polymer physics, materials science and geotechnical mechanics.

The **fifth** section proposes three methods for determining the complex dynamic Poisson's ratio of polymer auxetics with the propagation of longitudinal and transverse acoustic waves and surface acoustic wave (SAW) Rayleigh.

Based on the equations of the theory of elasticity, the relations for determining the real and imaginary part of the complex dynamic Poisson's ratio of polymer auxetics are proposed and the solution of the Rayleigh equation in the case of transverse and surface acoustic waves propagation in auxetics is obtained.

To measure the rate of Rayleigh SAW propagation and its absorption coefficient in polymer auxetics, an experimental technique and IMIS were developed, in which SAW excitation and reception were performed using a comb structure, which creates a periodic set of normal perturbations on the solid surface.

The section presents the results of test work and measurements for thermoplastic polyurethane with a Poisson's ratio close to minus one.

In the **sixth** section of the dissertation the method of determination of modules of elasticity of the third order (METO) of heterogeneous geomaterials is offered. It was found that to determine the METO of an isotropic solid, it is necessary to conduct at least three independent experiments.

To determine the METO was measured by the time of passage of the ultrasonic ultrasound pulse through the material sample in three schemes at pressure 50–100 MPa at different load modes.

The analysis of the obtained results showed that METO is two orders of magnitude higher than the modulus of elasticity of the second order of samples of isotropic heterogeneous geomaterials.

The **general conclusions** summarize the main results of research conducted in the dissertation, both theoretical and experimental, obtained by testing information and measuring instrument systems for measuring modulus of elasticity and Poisson's ratio.

Keywords: Young's modulus, shear modulus, volume deformation modulus, Poisson's ratio, information-measuring instrument system, longitudinal wave, transverse wave, Rayleigh surface wave, immersion method, resonant oscillation method, resonant frequency, oscillation amplitude.

ЗМІСТ

АНОТАЦІЯ	2
SUMMARY	18
ЗМІСТ	26
СПИСОК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ І СКОРОЧЕНЬ	30
ВСТУП	32
РОЗДІЛ 1 МЕТОДИ ТА ПРИЛАДОВІ СИСТЕМИ ДЛЯ ВИМІРЮВАННЯ МОДУЛІВ ПРУЖНОСТІ ТА КОЕФІЦІЄНТА ПУАССОНА	44
1.1. Модулі пружності ізотропного твердого тіла	44
1.1.1. Лінійні модулі пружності	44
1.1.2. Коефіцієнт Пуассона твердого тіла	49
1.1.3. Модулі пружності третього порядку твердих тіл	53
1.2. Методи вимірювань модулів пружності	56
1.2.1. Резонансні методи вимірювань	57
1.2.2. Метод динамічної жорсткості	87
1.2.3. Ультразвукові методи вимірювань модулів пружності	101
1.3. Приладові системи для вимірювання швидкостей поширення УЗ- хвиль	107
1.4. Методи вимірювання коефіцієнта Пуассона	114
1.4.1. Прямий метод	116
1.4.2. Вторинний метод	117
1.4.3. Непрямі методи	118
1.4.4. Визначення коефіцієнта Пуассона з використанням методу скінченних елементів	119
Висновки до розділу 1	131

РОЗДІЛ 2 УДОСКОНАЛЕННЯ РЕЗОНАНСНОГО МЕТОДУ КОНСОЛЬНО ЗАКРІПЛЕНОГО СТРИЖНЯ ТА ПРИЛАДОВА СИСТЕМА ДЛЯ ВИМІРЮВАННЯ МОДУЛЯ ПРУЖНОСТІ КОНСТРУКЦІЙНИХ ПОЛІМЕРНИХ МАТЕРІАЛІВ.....	133
2.1. Математична модель методу резонансних коливань консольно закріпленого стрижня	133
2.2. Приладова система для реалізації методу резонансних коливань консольно закріпленого зразка	137
2.3. Частотні вимірювання та визначення модуля пружності конструкційних полімерних матеріалів.....	150
2.4. Частотно-температурні вимірювання та визначення модуля пружності конструкційного полівінілхлориду.....	153
2.5. Порівняльний аналіз резонансних методів визначення динамічного модуля пружності конструкційних полімерних матеріалів.....	158
Висновки до розділу 2	165
РОЗДІЛ 3 МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ ПРОЦЕСІВ ВІДБИВАННЯ, ЗАЛОМЛЕННЯ ТА ТРАНСФОРМАЦІЇ АКУСТИЧНИХ ХВИЛЬ НА МЕЖІ РІЗНИХ СЕРЕДОВИЩ.....	167
3.1. Акустичні хвилі в пружному напівпросторі з вільною межею ...	167
3.2. Відбивання, заломлення та трансформація акустичних хвиль на межі пружних середовищ із різним значення коефіцієнта Пуассона..	175
3.3. Відбивання, заломлення та трансформація акустичних хвиль на межі рідини та ауксетик-середовища	186
3.3.1. Модель падіння хвилі з рідини на межу ауксетик-середовища	186
3.3.2. Модель падіння хвилі з ауксетик-середовища на межу з рідиною.....	195
3.3.4. Модель проходження акустичних хвиль через занурену в рідину пластину	203
Висновки до розділу 3	209

РОЗДІЛ 4 ІНФОРМАЦІЙНО-ВИМІРЮВАЛЬНА ПРИЛАДОВА СИСТЕМА ДЛЯ ІМЕРСІЙНИХ ВИМІРЮВАНЬ	211
4.1. Структурна схема ІВПС для імерсійних вимірювань та алгоритм процесу вимірювань.....	212
4.2. Конструктивно-технічні параметри приладової системи	215
4.3. Електронний блок ІВПС	223
4.3.1. Вимірювальний канал ІВПС	227
4.3.2. Методика експерименту визначення акустичних параметрів.....	232
4.4. Результати вимірювань модулів пружності	239
4.4.1. Модулі пружності конструкційних полімерних та гетерогенних матеріалів.....	239
4.4.2. Визначення звукопоглинаючих параметрів металонаповнених полімерних ауксетиків.....	247
4.5. Похибки під час вимірювань імерсійним методом та визначення модулів пружності та коефіцієнта Пуассона.....	250
4.5.1. Визначення похибок за імерсійного методу вимірювань	250
4.5.2. Аналіз похибок визначення коефіцієнта Пуассона імерсійним методом	257
4.5.3. Порівняльний аналіз похибок визначення модулів пружності	259
Висновки до розділу 4	261
РОЗДІЛ 5 ВИЗНАЧЕННЯ КОЕФІЦІЄНТА ПУАССОНА ЗА ДОПОМОГОЮ ТРЬОХ ТИПІВ АКУСТИЧНИХ ХВИЛЬ	263
5.1. Поздовжня і поперечна акустичні хвилі.....	263
5.2. Поперечна та поверхнева акустичні хвилі.....	264
5.3. Поздовжня та поверхнева акустичні хвилі.....	269
5.4. Експериментальний стенд для збудження та прийому поверхневих акустичних хвиль.....	270
5.5. Оцінка поверхневої енергії за результатами швидкості поширення ПАХ	274

Висновки до розділу 5	278
РОЗДІЛ 6 МЕТОДИКА ВИМІРЮВАННЯ ШВИДКОСТЕЙ	
ПОШИРЕННЯ УЗ-ХВИЛЬ ЗА ОДНОВІСНОЇ НАПРУГИ	279
6.1. Принцип вимірювань для визначення модулів пружності третього порядку	280
6.2. Методика проведення вимірювань швидкостей поширення УЗ-хвиль за одновісної напруги	284
6.3. Модулі пружності третього порядку гетерогенних матеріалів.....	288
6.4. Особливості деформації та визначення модулів пружності неідеально пружних геоматеріалів	292
Висновки до розділу 6	301
ВИСНОВКИ.....	302
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ	305
ДОДАТОК А.....	325
ДОДАТОК Б.....	327

СПИСОК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ І СКОРОЧЕНЬ

- АЦІ – аналогово-цифровий інтерфейс;
ІВПС – інформаційно-вимірювальна приладова система;
К – компаратор;
ММ – молекулярна маса;
МПТП – модулі пружності третього порядку;
ОМК – однокристальний мікроконтролер;
ОУ – операційний підсилювач;
ПК – персональний комп'ютер;
ПАХ – поверхнева акустична хвиля;
ПММА – поліметилметакрилат;
ПВХ – полівінілхлорид;
ПК – полікарбонат;
ПЕ – поліетилен;
ППч – попередній підсилювач;
ПП – поліпропілен;
ПС – полістирол;
ПСм – приладова система;
УЗ – ультразвук;
УЗД – ультразвуковий датчик;
ТПУ – термопластичний поліуретан.
ШІМ – широтно-імпульсна модуляція;
ШПФ – швидке перетворення Фур'є;
GUI – графічний інтерфейс користувача;
IMIS – Information-measuring instrument system;
LCD – Liquid Crystal Display;
METO – Modules of elasticity of the third order;
MSE – середня квадратична помилка;
NI MAX – National Instruments Measurement & Automation Explorer;

SAW – Surface acoustic wave;

SDG – Siglent Digital Generator;

SCPI – Standard Commands for Programmable Instruments;

RGB – скорочено від англійської Red, Green, Blue – червоний, зелений, синій;

VISA – Virtual Instrument Software Architecture.

ВСТУП

Актуальність теми. Одними із головних завдань сучасної метрологічної науки з погляду матеріалознавства є підвищення точності вимірювань модулів пружності та коефіцієнта Пуассона конструкційних полімерних матеріалів.

Сучасний розвиток техніки пов'язаний із усе ширшим застосуванням конструкційних полімерних матеріалів. Полімерні матеріали використовуються в різних технічних системах, зокрема для зниження вібрації в конструкціях або ізоляції елементів конструкції, пов'язаних із перетворенням, передачею й поглинанням механічної енергії. Для оптимального функціонування таких систем важливо, щоб їх елементи мали необхідні в'язкопружні властивості.

До числа найбільш цікавих і перспективних належать полімерні матеріали з від'ємним коефіцієнтом Пуассона – полімерні „ауксетики”. Такі матеріали мають гетерогенну структуру й можуть навіть мати деяку пористість уже під час їх формування. У процесі експлуатації виробів із полімерних ауксетиків може відбуватися зміна пористості, що суттєво впливає на пружні властивості й міцність таких матеріалів.

Забезпечення високоточних вимірювань коефіцієнта Пуассона та динамічних модулів пружності полімерних матеріалів може бути реалізовано за допомогою нових методик та різних типів і мод акустичних коливань, зокрема і поздовжніх, поперечних ультразвукових хвиль та поверхневих хвиль Релея. З іншого боку, розвиток електроніки та інформаційних технологій дозволяє суттєво розширити можливості використання акустичних методів завдяки новим методам обробки сигналів та автоматизації вимірювань.

З усієї різноманітності гетерогенних геоматеріалів (гірських порід) із неідеальними акустичними властивостями можна виділити декілька класів, що становлять інтерес із практичного погляду. По-перше, це породи, для

яких ефекти, що пов'язані з внутрішнім тертям, можуть виявлятися під час експериментальних досліджень у реальних умовах.

Ще один клас неідеально пружних середовищ – породи, зокрема неконсолідовані ґрунти, що перебувають під дією руйнівних навантажень. Перебіг стадії попереднього руйнування в таких породах призводить до переходу середовища, що деформується, у метастабільний стан.

Інтерес до такого роду геоматеріалів обумовлений насамперед перспективною можливістю розробки ефективних методів моніторингу потенційно небезпечних геотехнічних об'єктів та визначенням граничних параметрів, за яких можуть відбутися рухи техногенного характеру частин породного масиву. Граничні параметри в основному залежать від фізико-механічних характеристик порід та їх гетерогенної структури.

Розробка ефективних методів моніторингу потенційно небезпечних технічних об'єктів неможлива без визначення механічних характеристик гетерогенних матеріалів, що перебувають під дією руйнівних навантажень. У цьому разі ключовим питанням метрології є розроблення методів і засобів вимірювання динамічних модулів пружності таких матеріалів, що дозволить прогнозувати їх працездатність за критичних режимів.

У таких випадках ключовим питанням постає вибір методів і засобів вимірювання модулів пружності та коефіцієнта Пуассона як конструкційних полімерних матеріалів та гетерогенних геоматеріалів, що дозволить прогнозувати їх працездатність за критичних режимів або слугуватиме для прийняття рішень про необхідність проведення попереджувальних заходів під час експлуатації геотехнічних об'єктів.

Найбільш інформативними параметрами, що дозволяють оцінити механічні характеристики конструкційного або гетерогенного матеріалу як твердого тіла за співвідношеннями теорії пружності, є швидкості поширення ультразвукових хвиль різного типу, зокрема поздовжніх, поперечних та поверхневих хвиль Релея.

Отже, удосконалення методів вимірювання коефіцієнта Пуассона та динамічних модулів пружності полімерних матеріалів, а також розроблення систем вимірювання на основі сучасних цифрових засобів та алгоритмів опрацювання сигналів є актуальними науково-прикладними завданнями, розв'язання яких дає можливість вирішити комплексну **проблему** підвищення точності вимірювання параметрів конструкційних полімерних матеріалів для забезпечення функціональності та надійності вузлів і елементів конструкцій промислових апаратів та розроблення приладових систем для вимірювання модулів пружності гетерогенних матеріалів для моніторингу стану технічних об'єктів.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами. Дисертаційна робота виконана на кафедрі автоматизації, електротехнічних та комп'ютерно-інтегрованих технологій Національного університету водного господарства та природокористування, а також пов'язана з держбюджетною тематикою Міністерства освіти і науки України в науково-дослідній роботі „Біомеханіка зубощелепної системи, верхніх та нижніх кінцівок: математичне моделювання та практичні рекомендації” (номер держреєстрації 0119U002007, 2018–2020 р.), „Розробка, дослідження електротехнічних і автоматизованих систем та їх елементів” (номер держреєстрації 0123U105012, 2023–2028 р.). Приладова система для визначення динамічних модулів пружності гетерогенних матеріалів та окремі положення дисертаційної роботи розроблені та виконані в межах науково-дослідної роботи „Фізичні закономірності геодинамічних процесів техногенного характеру у геотехнічних системах” (номер держреєстрації 0113U002682, 2012–2013р.).

Мета та завдання дослідження. Метою дисертаційної роботи є розроблення та вдосконалення методів і засобів вимірювання модулів пружності конструкційних полімерних матеріалів та гетерогенних геоматеріалів, що забезпечать підвищення точності та швидкодії, розширення функціональних можливостей шляхом розробки та застосування теоретичних

основ і принципів побудови приладових систем на основі аналогово-цифрових інтерфейсів передавання даних та програмного забезпечення для їх обробки.

Для досягнення поставленої мети сформульовані наступні завдання досліджень:

- проаналізувати сучасний стан розвитку методів і засобів вимірювання модулів пружності та коефіцієнта Пуассона та провести класифікацію наявних методів вимірювання;

- розробити автоматизовану приладову систему для вимірювання амплітуди резонансних коливань та визначення динамічного модуля пружності в'язкопружних полімерних матеріалів;

- розробити приладові системи на основі іммерсійного методу вимірювань швидкостей поширення поздовжньої та поперечної ультразвукових хвиль у конструкційних полімерних та гетерогенних матеріалах для вимірювання швидкостей поширення поздовжньої та поперечної ультразвукових хвиль у геоматеріалах у напруженому стані;

- провести математичне моделювання процесів відбивання, заломлення та трансформації акустичних хвиль на межі поділу різних середовищ у всьому діапазоні можливих значень коефіцієнта Пуассона;

- удосконалити методологію визначення критичного кута за іммерсійного методу вимірювання швидкості поширення поперечної хвилі в матеріалі за рахунок точності вимірювання та фізичних принципів поведінки акустичних хвиль на межі поділу середовищ із різним акустичним імпедансом у всьому діапазоні можливих значень коефіцієнта Пуассона;

- розвинути теоретичні засади методики визначення динамічного коефіцієнта Пуассона за допомогою поздовжніх, поперечних хвиль та поверхневих хвиль Релея;

- розробити приладову систему для збудження та прийому поверхневих хвиль Релея для конструкційних матеріалів із від'ємними значенням коефіцієнта Пуассона;

– проаналізувати похибки вимірювань механічних величин для відомих та розроблених методів, зокрема модулів пружності та коефіцієнта Пуассона конструкційних та гетерогенних матеріалів.

Об’єктом дослідження є процес вимірювання механічних величин для визначення коефіцієнта Пуассона та комплексних динамічних модулів пружності: модуля Юнга, модуля зсуву, модуля об’ємної деформації й модулів пружності третього порядку.

Предметом дослідження є методи й приладові системи для вимірювання модулів пружності другого та третього порядку й коефіцієнта Пуассона різного типу матеріалів та обробки даних, отриманих у результаті процесу вимірювань.

Методи досліджень. Для досягнення поставленої мети в роботі використовуються такі методи досліджень:

– методи системного аналізу для дослідження поведінки складних об’єктів вимірювань, розроблення конструкції елементів приладових систем та прийняття рішень у приладових системах у процесі вимірювання;

– методи математичної фізики для моделювання процесів коливання в’язкопружного стрижня як об’єкта вимірювань під час збурювальної дії;

– методи математичного моделювання для отримання функціональних залежностей параметрів моделі відбивання, заломлення та трансформації акустичних хвиль різних типів на межі поділу середовищ із комплексним використання програми MATLAB для інженерно-фізичних розрахунків та програми символьної математики Maple;

– статистичні методи обробки даних результатів багатократних вимірювань;

– методи теорії похибок, методи обробки зображень та методи розробки програмних додатків та для алгоритмізації програмних кодів для мікроконтролера приладових систем.

Наукова новизна отриманих результатів. Найбільш суттєві результати отримані автором особисто й визначаються такими положеннями:

– уперше розроблено методологію вимірювання амплітуди резонансних коливань консольно закріпленого полімерного стрижня на звукових частотах, що базується на обробці цифрового зображення, яка дала можливість підвищити точність визначення головної резонансної частоти коливань зразка і, відповідно, підвищити точність визначення його динамічного модуля пружності.

– уперше отримані регресійні аналітичні залежності амплітуди резонансних максимумів зразків конструкційного полівінілхлориду від частоти за різних температур та регресійна залежність частоти головного максимуму від температури, що дає можливість прогнозувати значення динамічних модулів пружності за різних температур.

– подальшого розвитку отримали теоретичні моделі процесів відбивання, заломлення та трансформації акустичних хвиль на межі рідини та твердого тіла з від’ємними значеннями коефіцієнта Пуассона і на межі твердих тіл із додатніми та від’ємними значеннями коефіцієнта Пуассона, що дало можливість розробити алгоритми визначення критичних кутів під час вимірювання швидкості поширення поперечної хвилі в матеріалах із від’ємним коефіцієнтом Пуассона.

– уперше розроблено концепцію приладової системи на основі імерсійного методу вимірювання швидкостей поширення поздовжньої та поперечної ультразвукових хвиль і коефіцієнтів їх поглинання в конструкційних полімерних матеріалах та гетерогенних геоматеріалах, яка відрізняється тим, що вимірювання амплітуди та часу проходження імпульсу ультразвукового сигналу покладено на апаратну та програмну складові приладової системи, і таким чином зменшено похибку визначення динамічних модулів пружності та коефіцієнта Пуассона.

– уперше запропоновано визначати дійсну й уявну частини динамічного коефіцієнта Пуассона через швидкості поширення поздовжніх та поперечних хвиль та коефіцієнтів їх затухання, що дало можливість їх вимірювання імерсійним методом із похибкою, що не перевищує 6 %;

– перше отримано розв’язок рівняння Релея для матеріалів із від’ємним значенням коефіцієнта Пуассона, що дало змогу вдосконалити метод збудження та прийому хвиль Релея гребінчастою структурою та побудувати приладову систему для вимірювання швидкості поверхневої акустичної хвилі Релея та значень дійсної та уявної частин комплексного динамічного коефіцієнта Пуассона за його мінімальної величини;

– уперше запропоновано концепцію приладової системи для вимірювання швидкостей поширення поздовжньої та поперечної ультразвукових хвиль у зразках гетерогенних геоматеріалів за одновісного напруження, прикладеного в різних напрямках поширення ультразвукових хвиль, що базується на теоретичних моделях процесів відбивання, заломлення та трансформації УЗ-хвилі залежно від фізичних параметрів контактуючих середовищ, що дало змогу визначити модулі пружності третього порядку.

Практичне значення отриманих результатів:

– використання розробленого алгоритму обробки цифрових зображень дає можливість зменшити похибку визначення амплітуди коливань стрижня до 0,9 % при основній резонансній частоті коливань;

– на основі запропонованої методології вимірювання амплітуди коливань розроблено приладову систему для визначення динамічного модуля пружності конструкційних полімерних матеріалів з точністю, що не перевищує 1,9 %;

– розроблена приладова система для вимірювання модуля пружності при резонансних коливаннях консольно закріпленого полімерного стрижня дає можливість доповнити частотний діапазон динамічних методів вимірювань в межах від 10 Гц до 150 Гц;

– на основі теоретичних моделей процесів відбивання заломлення та трансформації акустичних хвиль на межі рідини та твердого тіла з від’ємним значенням коефіцієнта Пуассона розроблена приладова система для

імерсійних вимірювань дала можливість вимірювати значення динамічного коефіцієнта Пуассона та модулів пружності полімерних ауксетиків;

– застосування розробленої концепції приладової системи для імерсійних вимірювань дало можливість повністю виключити суб'єктивний фактор при визначенні критичного кута, при вимірюваннях швидкості поширення поперечної хвилі, за рахунок реалізації автоматизації процесу вимірювань, які покладені на апаратну і програмну складові;

– застосування розробленої приладової системи для імерсійних вимірювань дало можливість виміряти модулі пружності гетерогенних геоматеріалів та оцінити, на основі моделі поверхневих дефектів, поверхневу енергію руйнування;

– на основі удосконаленого методу збудження та прийому хвиль Релея гребінчастою структурою розроблена та реалізована приладова система для вимірювання швидкості поширення поверхневої хвилі в полімерному ауксетику з коефіцієнтом Пуассона рівним – 1;

– розроблено приладову систему для вимірювання швидкостей поздовжніх та поперечних хвиль у гетерогенних геоматеріалах при одночасному напруженні, прикладеному у різних напрямках поширення ультразвукових хвиль. Результати визначення модулів пружності третього порядку дають можливість враховувати нелінійні ефекти при динамічних деформаціях гетерогенних геоматеріалів в напрямку поширення хвилі.

Упровадження результатів роботи. Теоретичні й практичні здобутки роботи впроваджено на науково-виробничій фірмі „Продекологія” (м. Рівне) та в навчальний процес Національного університету водного господарства та природокористування.

Наукову новизну та практичне значення результатів роботи підтверджено двома патентами України на корисну модель: № 136643 (2019 р.), № 144077 (2020 р.).

Особистий внесок здобувача. Усі наукові положення та результати, що виносяться на захист, отримані автором особисто. Із наукових праць,

опублікованих у співавторстві, у роботі використані ті результати, що є результатом особистої праці здобувача.

Особистий внесок здобувача в наукових працях, що опубліковані в співавторстві зі списку публікацій за темою дисертації: [1] – підготовлено Розділи 2–4; [2] – підготовлено Розділи 1, 3, 4, [3] – запропонована кореляційна залежність між логарифмами відносних значень фізичних параметрів полімерних матеріалів; [4] – запропонована методика вимірювань та проведені розрахунки параметрів поверхневої хвилі Релея; [5] – проведені вимірювання швидкостей поширення поздовжніх і поперечних акустичних хвиль для гетерогенних геоматеріалів із різним ефективним значенням коефіцієнта Пуассона та модулів пружності; [6] – запропоновано приладову систему та методику вимірювань амплітуди резонансних коливань та вимірянні модулі пружності конструкційних полімерних матеріалів; [7] – запропоновано методику дослідження термодинамічного стану неідеально пружних гірських порід та проведені комплексні вимірювання модулів пружності; [8] – розроблена методика та проведені вимірювання модулів пружності полімерних ауксетиків; [9] – запропонована методика вимірювання швидкостей поширення акустичних хвиль та коефіцієнта Пуассона в полімерних ауксетиках; [10] – проведені вимірювання швидкостей поширення поздовжніх та поперечних хвиль та коефіцієнта Пуассона в полімерних акустиках; [11] – отримано розв’язок рівняння Релея для матеріалів із від’ємним коефіцієнтом Пуассона; [12] – проведені вимірювання модулів пружності та коефіцієнта Пуассона гетерогенних геоматеріалів; [13] – запропоновано метод оцінки поверхневої енергії; [14] – запропоновані принципи побудови приладової системи для експериментальних вимірювань швидкостей поширення поздовжньої та поперечної хвиль у твердих тілах; [15] – запропонована модель заломлення акустичних хвиль на межі ауксетик-середовища; [16] – запропонована модель відбивання та збудження акустичних хвиль на межі ауксетик-середовища; [17] – запропоновані принципи побудови приладової системи, обґрунтовані її

конструктивні параметри та метрологічні характеристики; [18] – запропонована модель відбивання акустичних хвиль від межі ауксетик-середовища; [19] – проведено аналіз параметрів задачі падіння ультразвукової хвилі на поверхню пластини, зануреної в рідину; [20] – проаналізовано можливості ультразвукового методу для вимірювання модулів пружності; [21] – запропонований алгоритм розрахунку модулів пружності третього порядку; [22] – запропонована методика вимірювань швидкостей поширення поздовжніх і поперечних ультразвукових хвиль та коефіцієнтів їх поглинання в ауксетиках; [23] – проведено аналіз стандартних резонансних методів вимірювань модуля пружності; [24] – запропоновано автоматизовану приладову систему для вимірювання амплітуди резонансних коливань; [25] – запропоновано принцип автоматизації вимірювань; [26] – проведені частотно-температурні вимірювання модуля пружності; [27] – запропоновано методику та проведені вимірювання динамічного модуля пружності методом резонансних коливань консольно закріпленого стрижня на звукових частотах у широкому діапазоні температур; [28] – проведено огляд та аналіз методів для визначення дійсної й уявної частин комплексних динамічних модулів Юнга, зсуву та модуля об'ємної деформації в'язкопружних полімерних матеріалів; [29] – проведено огляд та аналіз основних методів вимірювання комплексного коефіцієнта Пуассона в'язкопружних полімерних матеріалів; [30] – розроблено метод визначення динамічного коефіцієнта Пуассона полімерного ауксетика за допомогою трьох типів акустичних хвиль; [31] – досліджено енергетичні закономірності стану геометеріалів за модулями пружності; [32] – отримано розв'язок рівняння Релея для ауксетиків та проаналізована поведінка поверхневої хвилі на їх поверхні; [33] – досліджено параметри моделі відбивання плоских хвиль від вільної поверхні полімерного пружного тіла з від'ємним коефіцієнтом Пуассона; [34–35] – проведені вимірювання коефіцієнта Пуассона конструкційних полімерних матеріалів.

Апробація результатів дисертації. Викладені в дисертаційній роботі результати досліджень доповідалися, обговорювалися та одержали схвалення на таких міжнародних наукових конференціях і семінарах: V Українська конференція молодих вчених з високомолекулярних сполук (Київ, 2003 р.), III Міжнародна науково-технічна конференція „Композиційні матеріали” (Київ, 2004 р.), XI Українська конференція з високомолекулярних сполук (Дніпропетровськ, 2007 р.), Міжнародна науково-технічна конференція „Фундаментальні та прикладні проблеми сучасних технологій”, присвячена 50-річчю заснування ТНТУ та 165-річчю з дня народження Івана Пулюя (Тернопіль, 2010 р.), VII Міжнародна наукова конференція „Релаксаційні, нелінійні й акустооптичні процеси та матеріали” VII Міжнародної наукової конференції (Луцьк, 2014 р.); VIII Міжнародна наукова конференція „Релаксаційні, нелінійні й акустооптичні процеси та матеріали” VII Міжнародної наукової конференції (Луцьк, 2016 р.); IX Міжнародна наукова конференція „Фундаментальна база наноелектроніки” (Харків – Одеса, 2017 р.); VI Міжнародна науково-практична конференція „Структурна релаксація у твердих тілах” (Вінниця, 2018 р.); XI Міжнародна науково-технічна конференція „Метрологія та вимірювальна техніка” (МЕТРОЛОГІЯ – 2018) (Харків, 2018 р.); The Eighth World Congress “AVIATION IN THE XXI-st CENTURY” (Kyiv, Ukraine, 2018); VII Міжнародна науково-технічна конференція „Датчики, прилади та системи”. (Черкаси, 2018 р.); VIII Міжнародна науково-практична конференція „Технічне регулювання, метрологія та інформаційні технології: європейський вибір” (Одеса, 2018 р.); XVIII Міжнародна науково-технічна конференція „ПРИЛАДОБУДУВАННЯ: стан і перспективи” (Київ, 2019 р.); XIV Міжнародна науково-технічна конференція „ABIA-2019” (Київ, 2019 р.); VII Міжнародна науково-практична конференція „Теоретичні і експериментальні дослідження в технологіях сучасного матеріалознавства та машинобудування” (Луцьк, 2019 р.); IX Міжнародна науково-практична конференція (Одеса, 2019 р.); III International scientific and practical conference

“2019: Modeling, control and information technologies” (Rivne, Ukraine, 2019); XIII Міжнародна науково-практична конференція „Інтегровані інтелектуальні робототехнічні комплекси” (Київ, 2020 р.); XV міжнародна науково-практична конференція „Інтегровані інтелектуальні робототехнічні комплекси” (Київ, 2022 р.); XVI Міжнародна науково-практична конференція „Інтегровані інтелектуальні робототехнічні комплекси” Київ, 2023 р.).

Публікації. За результатами досліджень опубліковано 56 наукових праць, зокрема 2 монографії, 9 статей у наукових виданнях, що внесені до міжнародних наукометричних баз Scopus та WOS (із них 3 статті у виданнях іноземних держав), 19 – наукових фахових виданнях України, 5 статей в інших виданнях України за темою дисертаційної роботи, 2 патенти України на корисну модель, 19 – тез доповідей у збірниках матеріалів конференцій.

Структура та обсяг дисертації. Дисертаційна робота складається зі вступу, шести розділів, загальних висновків, списку використаних джерел до кожного розділу та двох додатків. Загальний обсяг дисертації складає 330 сторінок. Основний зміст викладено на 281 сторінці. Список використаних джерел становить 189 найменувань.

РОЗДІЛ 1

МЕТОДИ ТА ПРИЛАДОВІ СИСТЕМИ ДЛЯ ВИМІРЮВАННЯ МОДУЛІВ ПРУЖНОСТІ ТА КОЕФІЦІЄНТА ПУАССОНА

1.1. Модулі пружності ізотропного твердого тіла

1.1.1. Лінійні модулі пружності

Класична теорія пружності базується на фізичній лінійності у формі узагальненого закону Гука, де компоненти тензора напружень (σ_{ij}) у кожній точці тіла є лінійними функціями компонент тензора деформацій (ε_{kl}), а отже і компонент деформацій [1]:

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl} \varepsilon_{kl} . \quad (1.1.1)$$

де C_{ijkl} – компоненти тензора модулів пружності, $i, j, k, l = 1, 2, 3$.

Характерною властивістю ідеального пружного тіла є здатність до накопичення в об'ємі потенціальної енергії деформації (W) у зворотній формі. Якщо при деформації ідеально пружного тіла існує функція компонент тензора деформацій в такому вигляді:

$$dW = \frac{1}{2} \sigma_{ij} d\varepsilon_{ij} , \quad (1.1.2)$$

то W називають пружним потенціалом [1, 2].

Пружний потенціал W лінійно-пружного тіла є однорідною квадратичною функцією компонент тензора деформацій [3]:

$$W = \frac{1}{2} C_{ijkl} \varepsilon_{ij} \varepsilon_{kl} . \quad (1.1.3)$$

Беручи до уваги закон Гука, співвідношення (1.1.3) можна записати таким чином [4]:

$$W = \frac{1}{2} \sigma_{ij} \varepsilon_{ij} . \quad (1.1.4)$$

У загальному випадку для однорідного лінійно-пружного тіла у законі Гука (1.1.1) існує 21 незалежна стала C_{ijkl} . Однак у реальних матеріалах можлива симетрія їх будови, яка дає змогу скорочувати кількість сталих, що характеризують пружні властивості.

Вираз для пружного потенціалу лінійно-пружного тіла, який враховує умову

$$C_{ijkl} = C_{jikl} = C_{ijlk} = C_{jilk} = C_{klij} \quad (1.1.5)$$

та симетричність $\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ji}$ перепишемо таким чином [1]:

$$\begin{aligned} W = & \frac{1}{2} C_{1111} \varepsilon_{11}^2 + C_{1122} \varepsilon_{11} \varepsilon_{22} + C_{1133} \varepsilon_{11} \varepsilon_{33} + 2C_{1123} \varepsilon_{11} \varepsilon_{23} + 2C_{1131} \varepsilon_{11} \varepsilon_{31} + 2C_{1112} \varepsilon_{11} \varepsilon_{12} + \\ & + \frac{1}{2} C_{2222} \varepsilon_{22}^2 + C_{2233} \varepsilon_{22} \varepsilon_{33} + 2C_{2223} \varepsilon_{22} \varepsilon_{23} + 2C_{2231} \varepsilon_{22} \varepsilon_{31} + 2C_{2212} \varepsilon_{22} \varepsilon_{12} + \\ & + \frac{1}{2} C_{3333} \varepsilon_{33}^2 + 2C_{3323} \varepsilon_{33} \varepsilon_{23} + 2C_{3331} \varepsilon_{33} \varepsilon_{31} + 2C_{3312} \varepsilon_{33} \varepsilon_{12} + 2C_{2323} \varepsilon_{23}^2 + \\ & + 4C_{2331} \varepsilon_{23} \varepsilon_{31} + 4C_{2312} \varepsilon_{23} \varepsilon_{12} + 2C_{3131} \varepsilon_{31}^2 + 4C_{3112} \varepsilon_{31} \varepsilon_{12} + 2C_{1212} \varepsilon_{12}^2. \end{aligned} \quad (1.1.6)$$

1. Якщо середовище відносно пружних властивостей володіє площиною симетрії, то кількість пружних сталих можна звести до 13, при цьому виконується умова

$$C_{1113} = C_{1123} = C_{2213} = C_{2223} = C_{3331} = C_{3323} = C_{1213} = C_{1223} = 0. \quad (1.1.7)$$

2. Якщо у однорідному тілі існують дві взаємно перпендикулярні площини пружної симетрії, то кількість пружних сталих у виразі для пружного потенціалу рівне 9. При цьому виконується умова

$$C_{1112} = C_{2221} = C_{3312} = C_{2323} = C_{1323} = 0, \quad (1.1.8)$$

а вираз для W буде мати такий вигляд

$$\begin{aligned} W = & \frac{1}{2} (C_{1111} \varepsilon_{11}^2 + C_{2222} \varepsilon_{22}^2 + C_{3333} \varepsilon_{33}^2) + 2(C_{2323} \varepsilon_{23}^2 + C_{3131} \varepsilon_{31}^2 + C_{1212} \varepsilon_{12}^2) + \\ & + C_{1122} \varepsilon_{11} \varepsilon_{22} + C_{2233} \varepsilon_{22} \varepsilon_{33} + C_{3311} \varepsilon_{33} \varepsilon_{11}. \end{aligned} \quad (1.1.9)$$

3. Нехай у середовищі існує площина (площина ізотропії), в якій всі напрямки еквівалентні у розумінні пружних властивостей. Існування такої площини наділяє такою ж властивістю будь яку паралельну до неї площину.

У такому випадку однорідне тіло з площиною ізоτροпії має три взаємно перпендикулярні площини пружної симетрії. Якщо властивості матеріалу однакові відносно кожної із трьох площин пружної симетрії, то виконуються такі умови:

$$C_{1111} = C_{2222} = C_{3333}, C_{2323} = C_{3131} = C_{1212}, C_{2331} = C_{3112} = C_{1223}. \quad (1.1.10)$$

Співвідношення для пружного потенціалу можна записати у вигляді:

$$W = \frac{1}{2}C_{1111}(\varepsilon_{11}^2 + \varepsilon_{22}^2 + \varepsilon_{33}^2) + C_{1122}(\varepsilon_{11}\varepsilon_{22} + \varepsilon_{22}\varepsilon_{33} + \varepsilon_{33}\varepsilon_{11}) + \\ + 2C_{1212}(\varepsilon_{23}^2 + \varepsilon_{31}^2 + \varepsilon_{12}^2), \quad (1.1.11)$$

а пружні властивості такого матеріалу описуються трьома сталими.

4. У випадку ізоτροпії матеріалу пружний потенціал повинен задовольняти співвідношення (1.1.11), крім того, W не повинен змінюватися при повороті осей координат [1], що можливе при виконанні такої умови

$$C_{1111} = C_{1122} + 2C_{1212}. \quad (1.1.12)$$

У такому випадку пружний потенціал можна представити таким чином [5]:

$$2W = C_{1122}(\varepsilon_{11} + \varepsilon_{22} + \varepsilon_{33})^2 + 2C_{1212}(\varepsilon_{11}^2 + \varepsilon_{22}^2 + \varepsilon_{33}^2) + \\ + 4C_{1212}(\varepsilon_{23}^2 + \varepsilon_{31}^2 + \varepsilon_{12}^2). \quad (1.1.13)$$

Для позначення пружних сталих ізоτροпного матеріалу використовують позначення Ляме $C_{1111} = \lambda$, $C_{1212} = \mu$ (μ – модуль зсуву). У такому випадку співвідношення (1.1.13) запишеться таким чином [1, 5]:

$$2W = \lambda\theta^2 + 2\mu(\varepsilon_{11}^2 + \varepsilon_{22}^2 + \varepsilon_{33}^2) + 4\mu(\varepsilon_{23}^2 + \varepsilon_{31}^2 + \varepsilon_{12}^2); \quad (1.1.14)$$

$$2W = \lambda\theta^2 + 2\mu\varepsilon_{ij}\varepsilon_{ij}, \quad (1.1.15)$$

де $\theta = \varepsilon_{11} + \varepsilon_{22} + \varepsilon_{33}$ – об'ємне розширення твердого тіла.

Пружний потенціал або потенціальну енергію одиниці об'єму W представляють у вигляді двох складових – енергії зміни об'єму (W_{oo}) і енергії зміни форми (W_{ϕ}) [6]:

$$W = W_{oo} + W_{\phi}. \quad (1.1.16)$$

Відповідно доданки співвідношення (1.1.16) для ізотропного твердого тіла, визначаються таким чином [7]:

$$W_{\sigma\sigma} = \frac{1-2\nu}{6E} (\sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33})^2, \quad (1.1.17)$$

$$W_{\phi} = \frac{1+\nu}{6E} ((\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + (\sigma_{11} - \sigma_{33})^2 + (\sigma_{22} - \sigma_{33})^2), \quad (1.1.18)$$

Якщо напружений стан тіла під дією зовнішнього тиску (p) в обраній системі координат визначається такими співвідношеннями:

$$\sigma_{11} = p, \quad \sigma_{22} = \sigma_{33} = \sigma_{32} = \sigma_{13} = \sigma_{21} = 0, \quad (1.1.19)$$

то для ізотропного твердого з врахуванням закону Гука отримаємо:

$$\lambda\theta + 2\mu\varepsilon_{11} = \sigma_{11}, \quad (1.1.20)$$

$$\lambda\theta + 2\mu\varepsilon_{22} = 0, \quad (1.1.21)$$

$$\lambda\theta + 2\mu\varepsilon_{33} = 0. \quad (1.1.22)$$

Для σ_{11} із співвідношень (1.1.20)–(1.1.22) із врахуванням виразу для θ отримаємо [1, 8]:

$$\sigma_{11} = \frac{\mu(3\lambda + 2\mu)}{\lambda + \mu} \varepsilon_{11}, \quad (1.1.23)$$

або

$$\sigma_{11} = E\varepsilon_{11}, \quad (1.1.24)$$

де E – модуль пружності (модуль Юнга). Тому

$$E = \frac{\mu(3\lambda + 2\mu)}{\lambda + \mu}. \quad (1.1.25)$$

Із співвідношень (1.1.21)–(1.1.22) також отримуємо [8]:

$$\varepsilon_{22} = \varepsilon_{33} = -\frac{\lambda}{2(\lambda + \mu)} \varepsilon_{11}, \quad (1.1.26)$$

або

$$\varepsilon_{22} = \varepsilon_{33} = -\nu\varepsilon_{11}, \quad (1.1.27)$$

де ν – коефіцієнт Пуассона.

Таким чином, для коефіцієнта Пуассона ν маємо:

$$\nu = \frac{\lambda}{2(\lambda + \mu)}. \quad (1.1.28)$$

Постійні Ляме можна виражаються через коефіцієнт Пуассона таким чином [1, 8]:

$$\lambda = \frac{\nu E}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)}; \quad (1.1.29)$$

$$\mu = \frac{E}{2(1 + \nu)}. \quad (1.1.30)$$

Якщо тіло перебуває під дією всебічного тиску p , тобто

$$\sigma_{11} = \sigma_{22} = \sigma_{33} = -p, \quad \sigma_{23} = \sigma_{31} = \sigma_{21} = 0. \quad (1.1.31)$$

Тоді для ізотропного твердого тіла отримаємо:

$$\lambda\theta + 2\mu\varepsilon_{11} = -p, \quad (1.1.32)$$

$$\lambda\theta + 2\mu\varepsilon_{22} = -p, \quad (1.1.33)$$

$$\lambda\theta + 2\mu\varepsilon_{33} = -p. \quad (1.1.34)$$

Для величини p із співвідношень (1.1.32)–(1.1.34) можна отримати:

$$p = \left(\lambda + \frac{2}{3}\mu \right) (-\theta). \quad (1.1.35)$$

Враховуючи, що [9]

$$p = k(-\theta), \quad (1.1.36)$$

встановлюють залежність між величиною k (k – модуль об'ємної деформації) постійними Ляме та модулем E [10]:

$$k = \lambda + \frac{2}{3}\mu, \quad (1.1.37)$$

$$k = E - \frac{4}{3}\mu. \quad (1.1.38)$$

Відзначимо, що в процесі деформування пружне тіло завжди накопичує енергію, за рахунок якої воно саме повертається у початковий стан після того, як знімуть сили, що викликали дану деформацію. Таким чином, загальний фізичний принцип визначає пружний потенціал W як додатню квадратичну форму $W > 0$. Остання нерівність для пружного потенціалу

ізотропного лінійно-пружного тіла можлива при $\lambda \geq 0$, $\mu \geq 0$, а це на основі (1.1.25), (1.1.28) та (1.1.37) дає змогу стверджувати, що $E \geq 0$, $\nu \geq -1$, $k \geq 0$. Співвідношення (1.1.29) накладає ще одну умову на коефіцієнт Пуассона, і $\nu < \frac{1}{2}$ і остаточно [1, 11]:

$$\lambda \geq 0; \mu \geq 0; E \geq 0; k \geq 0; -1 \leq \nu < \frac{1}{2}. \quad (1.1.39)$$

1.1.2. Коефіцієнт Пуассона твердого тіла

Коефіцієнт Пуассона є мірою зміни поперечних розмірів ізотропного тіла при деформації розтягу (стиснення) та структурно-пружною характеристикою матеріалу [12]. Коефіцієнт Пуассона може бути визначений таким чином [13]:

$$\nu = -\frac{\varepsilon_{\perp}}{\varepsilon_{\parallel}}, \quad (1.1.40)$$

де $\varepsilon_{\perp}$ – відносне видовження (стиснення) у поперечному напрямку, $\varepsilon_{\parallel}$ – відносне видовження (стиснення) у поздовжньому напрямку.

Якщо узагальнений закон Гука в довільній декартовій системі координат представити таким чином [14]:

$$\varepsilon_i = a_{ij} \sigma_j, \quad (1.1.41)$$

де $i, j = 1, 2, \dots, 6$, то у такому випадку вираз для пружного потенціалу буде мати вигляд [15]:

$$W = \frac{1}{2} a_{ij} \sigma_i \sigma_j. \quad (1.1.42)$$

Матрицю коефіцієнтів a_{ij} у (1.1.42) визначають у такому вигляді [16]:

$$\|a_{ij}\| = \left\| \begin{array}{cccccc} \frac{1}{E_1} & -\frac{v_{12}}{E_2} & -\frac{v_{13}}{E_3} & \frac{\eta_{14}}{E_4} & \frac{\eta_{15}}{E_5} & \frac{\eta_{16}}{E_6} \\ -\frac{v_{21}}{E_1} & \frac{1}{E_2} & -\frac{v_{23}}{E_3} & \frac{\eta_{24}}{E_4} & \frac{\eta_{25}}{E_5} & \frac{\eta_{26}}{E_6} \\ -\frac{v_{31}}{E_1} & -\frac{v_{32}}{E_2} & \frac{1}{E_3} & \frac{\eta_{34}}{E_4} & \frac{\eta_{35}}{E_5} & \frac{\eta_{36}}{E_6} \\ \frac{\eta_{41}}{E_1} & \frac{\eta_{42}}{E_2} & \frac{\eta_{43}}{E_3} & \frac{1}{E_4} & \frac{\eta_{45}}{E_5} & \frac{\eta_{46}}{E_6} \\ \frac{\eta_{51}}{E_1} & \frac{\eta_{52}}{E_2} & \frac{\eta_{53}}{E_3} & \frac{\eta_{54}}{E_4} & \frac{1}{E_5} & \frac{\eta_{56}}{E_6} \\ \frac{\eta_{61}}{E_1} & \frac{\eta_{62}}{E_2} & \frac{\eta_{63}}{E_3} & \frac{\eta_{64}}{E_4} & \frac{\eta_{65}}{E_5} & \frac{1}{E_6} \end{array} \right\|, \quad (1.1.43)$$

де E_i ($i = 1, 2, 3$) – модулі Юнга; E_i ($i = 4, 5, 6$) – модулі зсуву; η_{ij} ($i, j = 4, 5, 6$) – коефіцієнти Ченцова; η_{ij} ($i = 1, 2, 3; j = 4, 5, 6$ або $j = 1, 2, 3; i = 4, 5, 6$) – коефіцієнти взаємного впливу [17].

Узагальнені коефіцієнти Пуассона в нашому випадку визначимо таким чином:

$$v_{14} = -\eta_{14}; v_{15} = -\eta_{15}; \dots; \frac{v_{ij}}{E_j} = \frac{v_{ji}}{E_i}; i, j = 1, 2, \dots, 6. \quad (1.1.44)$$

Умови виконання додатної визначеності квадратичної форми будуть визначатися такими нерівностями [15]:

$$E_1 > 0, \dots, E_6 > 0 \quad (C_1^6 = 6 \text{ нерівностей}); \quad (1.1.45)$$

$$\begin{vmatrix} 1 & -v_{12} \\ -v_{21} & 1 \end{vmatrix} > 0, \dots \quad (C_2^6 = 15 \text{ нерівностей}); \quad (1.1.46)$$

$$\begin{vmatrix} 1 & -v_{12} & -v_{13} \\ -v_{21} & 1 & -v_{23} \\ -v_{31} & -v_{32} & 1 \end{vmatrix} > 0, \dots \quad (C_3^6 = 20 \text{ нерівностей}); \quad (1.1.47)$$

$$\begin{vmatrix} 1 & -v_{12} & -v_{13} & -v_{14} \\ -v_{21} & 1 & -v_{23} & -v_{24} \\ -v_{31} & -v_{32} & 1 & -v_{34} \\ -v_{41} & -v_{42} & -v_{43} & 1 \end{vmatrix} > 0, \dots \quad (C_4^6 = 15 \text{ нерівностей}); \quad (1.1.48)$$

$$\begin{vmatrix} 1 & -v_{12} & -v_{13} & -v_{14} & -v_{15} \\ -v_{21} & 1 & -v_{23} & -v_{24} & -v_{25} \\ -v_{31} & -v_{32} & 1 & -v_{34} & -v_{35} \\ -v_{41} & -v_{42} & -v_{43} & 1 & -v_{45} \\ -v_{51} & -v_{52} & -v_{53} & -v_{54} & 1 \end{vmatrix} > 0, \dots (C_5^6 = 6 \text{ нерівностей}); \quad (1.1.49)$$

$$\begin{vmatrix} 1 & -v_{12} & -v_{13} & -v_{14} & -v_{15} & -v_{16} \\ -v_{21} & 1 & -v_{23} & -v_{24} & -v_{25} & -v_{26} \\ -v_{31} & -v_{32} & 1 & -v_{34} & -v_{35} & -v_{36} \\ -v_{41} & -v_{42} & -v_{43} & 1 & -v_{45} & -v_{46} \\ -v_{51} & -v_{52} & -v_{53} & -v_{54} & 1 & -v_{56} \\ -v_{61} & -v_{62} & -v_{63} & -v_{64} & -v_{65} & 1 \end{vmatrix} > 0, \dots (C_6^6 = 1 \text{ нерівність}). \quad (1.1.50)$$

Якщо ввести 15-вимірну декартову систему координат, де по осям системи відкласти значення величин $v_{12}, v_{23}, v_{31}, \dots$, то нерівності (1.1.46)–(1.1.50) показують, що допустимі значення узагальнених коефіцієнтів Пуассона лежать всередині 15-вимірного паралелепіпеда з центром у початку координат із довжинами сторін $2\sqrt{E_2/E_1}; 2\sqrt{E_3/E_2}; 2\sqrt{E_1/E_3}; \dots$. Перетин даного паралелепіпеда з областю, яка задається нерівністю (1.1.50), визначає область Π_6 всіх допустимих значень $v_{12}, v_{23}, v_{31}, \dots$ за умови, що пружний потенціал є додатньою квадратичною формою.

Нерівності (1.1.47)–(1.1.49) задають області $\Pi_3^{(m)}, \Pi_4^{(n)}, \Pi_5^{(l)}$ ($m = 1, 2, \dots, 20; n = 1, 2, \dots, 15; l = 1, 2, \dots, 6$), у 3-, 6-, і 10-вимірних просторах, що є перетином області Π_6 відповідними координатними гіперплощинами.

Розглянемо область $\Pi_3^{(1)}$ допустимих значень коефіцієнтів Пуассона v_{12}, v_{23}, v_{31} довільного анізотропного матеріалу. Із умов (1.1.46), (1.1.47) отримаємо:

$$v_{ij}^2 < \frac{E_j}{E_i}; i, j = 1, 2, 3; \quad (1.1.51)$$

$$1 - 2v_{12}v_{23}v_{31} - v_{12}^2 \frac{E_1}{E_2} - v_{23}^2 \frac{E_2}{E_3} - v_{31}^2 \frac{E_3}{E_1} > 0. \quad (1.1.52)$$

Якщо ввести декартову систему координат $x_1, x_2, x_3, \dots, x_{15}$ по осям якої відкласти приведенні значення коефіцієнтів Пуассона $x_1 = v_{12} \sqrt{E_2/E_1}$; $x_2 = v_{23} \sqrt{E_2/E_3}$; $x_3 = v_{31} \sqrt{E_3/E_1}$; $\dots$; $x_{15} = v_{56} \sqrt{E_5/E_6}$, то умови (1.1.51), (1.1.52) будуть мати такий вигляд:

$$|x_1| < 1, |x_2| < 1, |x_3| < 1; \quad (1.1.53)$$

$$1 - 2x_1x_2x_3 - x_1^2 - x_2^2 - x_3^2 < 0. \quad (1.1.54)$$

Поверхня, що обмежує область (1.1.54) буде визначатися рівнянням [14]:

$$2x_1x_2x_3 + x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 1. \quad (1.1.55)$$

Переріз цієї поверхні з площиною $x_3 = x_3^{(0)}$ буде лінія другого порядку:

$$x_1^2 + x_2^2 + 2x_1x_2x_3^{(0)} = 1 - (x_3^{(0)})^2. \quad (1.1.56)$$

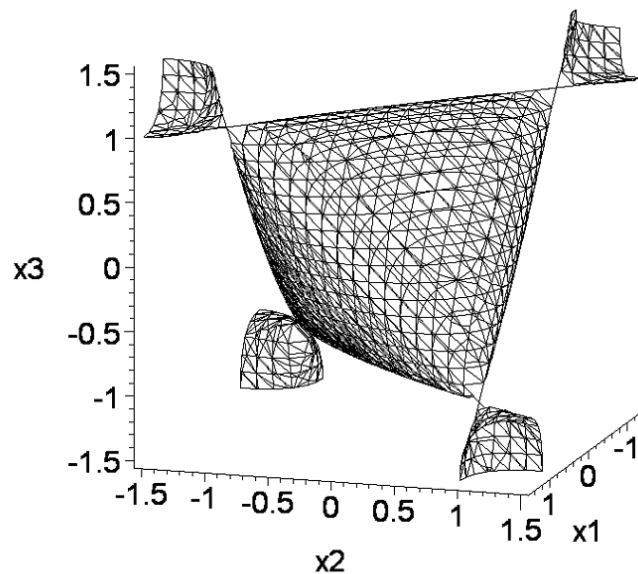


Рис. 1.1.1. Поверхня, що задається рівнянням (1.1.55).

В такому випадку допустимі значення коефіцієнтів Пуассона лежать в області, що обмежена внутрішньою частиною поверхні (1.1.55), яку автори роботи [14] називають тетроїдом. Тетроїд є всюди опуклою гладкою поверхнею за виключенням чотирьох кутових точок.

1.1.3. Модулі пружності третього порядку твердих тіл

Макроскопічні дослідження твердих тіл показують, що їх пружні властивості в загальному випадку не підкоряються закону Гука. При деяких механічних напругах спостерігаються відхилення від лінійної пропорційності між деформацією і напругою.

Для опису нелінійних властивостей пружних тіл розглянемо тензор деформації ε_{ik} у такому вигляді [1, 18]:

$$\varepsilon_{ik} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_k} + \frac{\partial u_k}{\partial x_i} + \frac{\partial u_l}{\partial x_i} \frac{\partial u_l}{\partial x_k} \right), \quad (1.1.57)$$

де u – зміщення; x – координата, та його інваріанти відносно перетворення координат [19]:

$$\begin{cases} I_1 = \varepsilon_{ll}; \\ I_2 = \frac{1}{2} (\varepsilon_{ll}^2 - \varepsilon_{ik}^2); \\ I_3 = |\varepsilon_{ik}| = \frac{1}{3} \left(\varepsilon_{ik} \varepsilon_{il} \varepsilon_{kl} - \frac{2}{3} \varepsilon_{ik}^2 \varepsilon_{ll} + \frac{1}{2} \varepsilon_{ll}^3 \right). \end{cases} \quad (1.1.58)$$

Потенціальна енергія деформації пружного тіла (U) при адіабатичних процесах є функцією компонент тензора деформацій, при умові що останні повністю визначають стан його при деформуванні, та залежить від його інваріантів I_i ($i = 1, 2, 3$) [19, 20]:

$$U = (I_1, I_2, I_3). \quad (1.1.59)$$

Тензор напруг при адіабатичних деформаціях, в такому випадку, можна визначити у такому вигляді [21]:

$$\sigma_{ik} = \frac{\partial U}{\partial \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_k} \right)}. \quad (1.1.60)$$

Розкладемо U в ряд з точністю до величин третього порядку малості [19]:

$$\begin{aligned}
U = U(0,0,0) + \frac{\partial U}{\partial I_1} \Big|_0 I_1 + \left(\frac{\partial U}{\partial I_2} \Big|_0 I_2 + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 U}{\partial I_1^2} \Big|_0 I_1^2 \right) + \\
+ \left(\frac{\partial U}{\partial I_3} \Big|_0 I_3 + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 U}{\partial I_1 \partial I_2} \Big|_0 I_1 I_2 + \frac{1}{6} \frac{\partial^3 U}{\partial I_1^3} \Big|_0 I_1^3 \right).
\end{aligned}
\tag{1.1.61}$$

Якщо розглянути надлишок внутрішньої енергії, то $U(0,0,0) = 0$. Для більшості практичних задач початковий рівноважний стан твердого тіла визначається такою умовою [19]:

$$\frac{\partial U}{\partial I_1} \Big|_0 = 0. \tag{1.1.62}$$

Ведемо позначення для похідних внутрішньої енергії за інваріантами тензора деформацій:

$$\frac{\partial U}{\partial I_2} \Big|_0 = -2\mu; \tag{1.1.63}$$

$$\frac{\partial U}{\partial I_3} \Big|_0 = A; \tag{1.1.64}$$

$$\frac{\partial^2 U}{\partial I_1^2} \Big|_0 = k + \frac{4}{3}\mu; \tag{1.1.65}$$

$$\frac{\partial^2 U}{\partial I_1 \partial I_2} \Big|_0 = -2A - 4B; \tag{1.1.66}$$

$$\frac{\partial^3 U}{\partial I_1^3} \Big|_0 = 2A + 6B + 2C; \tag{1.1.67}$$

Як бачимо із співвідношень (1.1.61) і (1.1.63)–(1.1.67), для опису нелінійних властивостей ізотропного твердого тіла у другому наближенні крім двох лінійних постійних – модулів другого порядку: модуля об'ємної деформації і модуля зсуву, необхідно ввести ще три нелінійні постійні: A , B , C – модулі пружності третього порядку (МПП) [22–27]. Відмітимо, що замість модулів k і μ можна використовувати постійні Ламе, або модуль Юнга і коефіцієнт Пуассона, зв'язок між якими виражається співвідношенням (1.1.35) та наступними [22]:

$$E = \frac{9k\mu}{3k + \nu}; \quad (1.1.68)$$

$$\nu = \frac{3k - 2\mu}{6k + 2\mu}. \quad (1.1.69)$$

Використовуючи співвідношення (1.1.63)–(1.1.67) і (1.1.58) внутрішню енергію можна представити у такому вигляді [23]:

$$U = \mu \varepsilon_{ik}^2 + \left(\frac{k}{2} - \frac{\mu}{3} \right) \varepsilon_{ll}^2 + \frac{A}{3} \varepsilon_{ik} \varepsilon_{il} \varepsilon_{kl} + B \varepsilon_{ik}^2 \varepsilon_{ll} + \frac{C}{3} \varepsilon_{ll}^3. \quad (1.1.70)$$

Підставляючи у (1.1.70) компоненти тензора деформацій (1.1.57), можна отримати співвідношення для U з точністю до величини третього порядку малості [19, 24]:

$$\begin{aligned} U = & \frac{\mu}{4} \left(\frac{\partial \varepsilon_i}{\partial x_k} + \frac{\partial \varepsilon_k}{\partial x_i} + \frac{\partial \varepsilon_l}{\partial x_i} \frac{\partial \varepsilon_l}{\partial x_k} \right)^2 + \left(\frac{k}{2} - \frac{\mu}{3} \right) \left(\frac{\partial \varepsilon_l}{\partial x_l} \right)^2 + \left(\mu + \frac{A}{4} \right) \frac{\partial \varepsilon_i}{\partial x_k} \frac{\partial \varepsilon_l}{\partial x_i} \frac{\partial \varepsilon_l}{\partial x_l} + \\ & + \left(\frac{B+k}{2} - \frac{\mu}{4} \right) \frac{\partial \varepsilon_l}{\partial x_l} \left(\frac{\partial \varepsilon_i}{\partial x_k} \right)^2 + \frac{A}{12} \frac{\partial \varepsilon_i}{\partial x_k} \frac{\partial \varepsilon_k}{\partial x_l} \frac{\partial \varepsilon_l}{\partial x_i} + \frac{B}{12} \frac{\partial \varepsilon_i}{\partial x_k} \frac{\partial \varepsilon_k}{\partial x_l} \frac{\partial \varepsilon_l}{\partial x_i} + \frac{C}{3} \left(\frac{\partial \varepsilon_l}{\partial x_l} \right)^3. \end{aligned} \quad (1.1.71)$$

З врахуванням (1.1.71) компоненти тензора напруг з (1.1.60) визначаються таким чином [21]:

$$\begin{aligned} \sigma_{ik} = & \mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_k} + \frac{\partial \varepsilon_k}{\partial x_i} \right) + \left(k - \frac{2\mu}{3} \right) \frac{\partial u_l}{\partial x_l} \delta_{ik} + \left(\mu + \frac{A}{4} \right) \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_l} \frac{\partial u_l}{\partial x_k} + \frac{\partial u_k}{\partial x_l} \frac{\partial u_l}{\partial x_i} + \frac{\partial u_l}{\partial x_k} \frac{\partial u_l}{\partial x_i} \right) + \\ & + \frac{k - \frac{2}{3}\mu + B}{2} \left(\left(\frac{\partial u_l}{\partial x_m} \right)^2 \delta_{ik} + 2 \frac{\partial u_i}{\partial x_k} \frac{\partial u_l}{\partial x_l} \right) + \frac{A}{4} \frac{\partial u_k}{\partial x_l} \frac{\partial u_l}{\partial x_i} + \\ & + \frac{B}{2} \left(\frac{\partial u_l}{\partial x_m} \frac{\partial u_m}{\partial x_l} \delta_{ik} + 2 \frac{\partial u_k}{\partial x_l} \frac{\partial u_l}{\partial x_i} \right) + C \left(\frac{\partial u_l}{\partial x_l} \right)^2 \delta_{ik}. \end{aligned} \quad (1.1.72)$$

Співвідношення (1.1.72) є узагальненим законом Гука в п'ятиконстантній теорії пружності твердих тіл. П'ятиконстантна теорія пружності по суті є нелінійною теорією із врахуванням величин другого порядку малості.

1.2. Методи вимірювань модулів пружності

Вибір експериментальних методів та приладових систем для визначення модулів пружності та коефіцієнта Пуассона матеріалу залежить від умов вимірювання, необхідної точності та геометрії зразків [28–29].

На сьогоднішній день розроблено цілий ряд методів вимірювання для визначення модулів пружності, що базуються на різних фізичних принципах [28–31]. Класифікація методів вимірювання представлена на рис. 1.2.1.



Рис. 1.2.1. Класифікація методів вимірювань для визначення модулів пружності.

1.2.1. Резонансні методи вимірювань

Класична теорія пружності базується на механічних властивостях ідеально пружних твердих тіл, для яких виконується закон Гука. Існують два випадки відхилення поведінки реальних тіл від ідеально пружних. По перше, деформації ε можуть не бути прямо пропорційні прикладеній механічній напрузі σ , а залежати від неї більш складним чином. По друге, σ може залежати одночасно від похідних ε другого і вище порядків по часу. Такі аномалії визначають в'язкопружні властивості твердих тіл, які притаманні більшості полімерним матеріалам. В'язкопружність передбачає наявність комплексного динамічного модуля пружності (E^*) [31]:

$$E^* = E' + iE'', \quad (1.2.1)$$

де E' – дійсна частина модуля пружності, E'' – уявна частина модуля пружності.

Для більшості полімерних матеріалів складові E^* залежать від частоти та амплітуди напруги зовнішнього збурення, температури та попередньої деформації [28].

У вимірюваннях для визначення E' та коефіцієнта механічних втрат ($\tan \delta$)

$$\tan \delta = \frac{E''}{E'} \quad (1.2.2)$$

полімерних матеріалів чинне місце займають резонансні методи [28].

Дані методи передбачають лінійність поведінки матеріалу, як об'єкта, і системи вимірювань при малих амплітудах напруг зовнішніх збурень.

Під лінійністю розуміють деяку властивість динамічної поведінки матеріалів для якої виконується принцип суперпозиції. Якщо відгуком системи на вхідний процес $x_1(t)$ є вихідний процес $y_1(t)$, а відгуком на вхідний процес $x_2(t)$ – вихідний процес $y_2(t)$, то принцип суперпозиції для даної системи має місце в тому випадку, коли на вхідний процес

$\alpha x_1(t) + \beta x_2(t)$ відгуком буде вихідний процес $\alpha y_1(t) + \beta y_2(t)$, де α і β – деякі константи, причому вказана умова буде виконуватися при всіх можливих значеннях $\alpha, \beta, x_1(t)$ та $x_2(t)$ [30].

Стандартний резонансний метод

У стандартному резонансному методі [28, 29–31] проводять вимірювання коефіцієнта передачі за переміщенням (швидкістю або прискоренням) зразка при навантаженні його закріпленого кінця джерелом вібраційних коливань, а вільного кінця деякою масою. Схема експерименту представлена на рис 1.2.2.

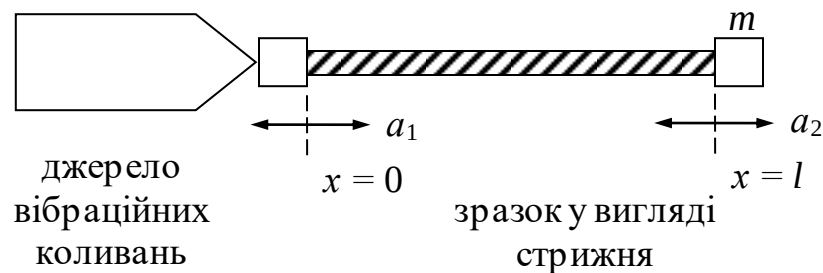


Рис. 1.2.2. Схема експерименту для стандартного резонансного методу.

Для розрахунку величини E' зразка полімерного матеріалу потрібно визначити модуль частотної характеристики (M) при резонансі і резонансну частоту (f_r).

Поведінка зразка, у вигляді стрижня, при коливаннях описується наступним диференціальним рівнянням [32–33]:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \frac{\rho}{E} \frac{\partial^2}{\partial t^2} (u + u_0) = 0, \quad (1.2.3)$$

де $u(x, t)$ – функція залежності поздовжніх зміщень точок осі стрижня від координати x та часу t ; ρ – густина матеріалу.

При граничній умові $u(0, t) = 0$ рівняння (1.2.3) перепишемо таким чином [34]:

$$-sE \frac{\partial u(l,t)}{\partial x} = m \frac{\partial^2}{\partial t^2} (u(l,t) + u_0(t)), \quad (1.2.4)$$

де s – площа поперечного перерізу стрижня, m – маса, що навантажує вільний кінець зразка, де l – довжина зразка.

Дана крайова задача має такий розв'язок:

$$u(x,t) = \hat{u}_1(x) e^{i\omega t}, \quad (1.2.5)$$

де функція $\hat{u}_1(x)$ визначається таким чином:

$$\hat{u}_1(x) = \left(\cos \zeta x + \frac{\gamma + \tan \zeta l}{1 - \gamma \tan \zeta l} \sin \zeta x - 1 \right); \quad (1.2.6)$$

$$\zeta^2 = \frac{\rho \omega^2}{E}; \quad \gamma = \frac{m \omega^2}{\zeta s E}; \quad \omega - \text{циклічна частота.}$$

Якщо вимірювати відношення прискорень a_1 та a_2 на обох кінцях стрижня (рис. 1.2.1), то частотну характеристику (M) можна визначити таким чином:

$$Me^{i\phi} = \frac{\frac{\partial^2}{\partial t^2} (u + u_0)}{\frac{\partial^2 u_0}{\partial t^2}} \bigg|_{x=l} = \frac{\hat{u}_1(l) + \hat{u}_0}{\hat{u}_0}. \quad (1.2.7)$$

де ϕ – фаза частотної характеристики M .

Враховуючи (1.2.4) та (1.2.5) отримаємо:

$$Me^{i\phi} = \frac{\sec \zeta l}{1 - \gamma \tan \zeta l}. \quad (1.2.8)$$

Розглянемо комплексну змінну $\zeta = \xi - i\beta = \zeta l$. Враховуючи ζ співвідношення (6) перепишемо у вигляді характеристичного рівняння:

$$f(\zeta) = \cos \zeta - R \zeta \sin \zeta - \frac{e^{i\phi}}{M} = 0, \quad (1.2.9)$$

де R – відношення маси, що навантажує вільний кінець зразка до маси зразка,

$$R = \frac{m}{\rho s l}.$$

Для дійсної та уявної частини характеристичного рівняння (1.2.9) отримаємо наступну систему рівнянь:

$$\begin{cases} ch\beta(\cos \xi - R\xi \sin \xi) + R\beta \cos \xi sh\beta - \frac{\cos \phi}{M} = 0, \\ sh\beta(\sin \xi + R\xi \cos \xi) + R\beta \sin \xi ch\beta + \frac{\sin \phi}{M} = 0. \end{cases} \quad (1.2.10)$$

Дійсну частину модуля пружності E' розраховують за співвідношенням [32–33]:

$$E' = 4\pi^2 \rho f_r^2 l^2 \frac{\xi^2 - \beta^2}{(\xi^2 + \beta^2)^2}. \quad (1.2.11)$$

Тангенс кута механічних втрат $tg\delta$ визначається із наступного співвідношенням [32–33]:

$$tg\delta = \frac{2\xi\beta}{(\xi^2 + \beta^2)}. \quad (1.2.12)$$

Систему рівнянь (1.2.10) відносно параметрів β і ξ , для кожної резонансної частоти, розв'язують методом Ньютона-Рафсона. В якості початкових наближень беруть розв'язки для випадку з нульовою масою акселерометра і тримача зразка, тобто при $R = 0$. В результаті отримуємо [31]:

$$\xi = (2n - 1) \frac{\pi}{2}; \quad (1.2.13)$$

$$\beta = \frac{1}{sh\left(\frac{1}{M}\right)}. \quad (1.2.14)$$

Алгоритм послідовних уточнень для визначення β і ξ виконують з точністю до 10^{-5} [31].

При відомих E' та $tg\delta$ уявну частину E'' комплексного модуля пружності визначиться таким чином:

$$E'' = E' tg\delta. \quad (1.2.15)$$

Схема експериментальної установки для проведення вимірювань резонансним методом представлена на рис. 1.2.3.

Експериментальна установка складається з випробувального стенда 5 на якому встановлений вібростенд 1 з джерелом вібраційних коливань та зразок для експериментальних досліджень 4 у вертикальному положенні. Для керування вібростендом 1 та аналізу сигналів від акселерометрів 3 використовують підсилювачі зарядів 9 та двоканальний аналізатор спектру 7. Для автоматизації процесів калібрування установки, збору та накопичення даних, а також їх обробки необхідний персональний комп'ютер (ПК) 8.

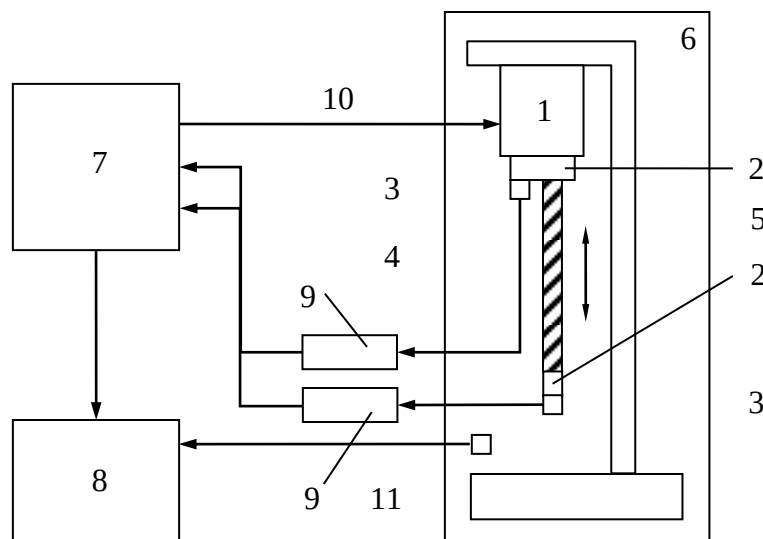


Рис. 1.2.3. Схема експериментальної установки для вимірювання динамічного модуля пружності резонансним методом: 1 – вібростенд; 2 – тримачі зразка; 3 – акселерометри; 4 – зразок; 5 – випробувальний стенд; 6 – кліматична камера; 7 – двоканальний аналізатор спектру; 8 – персональний комп'ютер; 9 – підсилювач заряду; 10 – сигнал для джерела вібраційних коливань; 11 – датчик температури.

Вібростенд повинен задовольняти наступним характеристикам:

- діапазон частот від 25 Гц до 10 кГц;
- номінальна сила більше 5 Н;
- максимальне переміщення менше 0,1 мм.

Зазвичай в експериментальній установці використовуються п'єзоелектричні акселерометри з наступними характеристиками:

- діапазон частот від 25 Гц до 10 кГц;
- коефіцієнт перетворення по заряду більше 1 пК/г (g – прискорення вільного падіння).

Маса акселерометра разом із тримачем зразу повинна бути мінімальною, щоб не вносити спотворення у результати вимірювань.

Для підсилення вихідного сигналу акселерометрів потрібно використовувати підсилювачі заряду з коефіцієнтом перетворення не менше 1 мВ/пК.

Випробувальний стенд розміщують у кліматичній камері 6, що дає можливість проводити вимірювання при заданих температурах. Контроль температури у кліматичній камері реалізують за допомогою датчика температури 11. Камера повинна забезпечувати температурний діапазон від -60°C до 70°C в межах $0,5^{\circ}\text{C}$.

В процесі вимірювань виконують наступні кроки:

- на вібростенді відтворюють випадкову вібрацію за допомогою сигналу керування з аналізатора спектра;
- за допомогою двоканального аналізатора спектра виконують швидке перетворення Фур'є (ШПФ) отриманих сигналів з двох акселерометрів $a_1(t)$ і $a_2(t)$;
- за результатами ШПФ розраховують частотну характеристику M зразка та функцію когерентності $\gamma_{a_1 a_2}(\omega)$;
- по завершенні вимірювань аналізатор спектра відображає M і ϕ зразка у відповідному частотному діапазоні.

Функцію когерентності $\gamma_{a_1 a_2}(\omega)$ визначають за таким співвідношенням [35]:

$$\gamma_{a_1 a_2}(\omega) = \frac{|f_{a_1 a_2}(\omega)|}{(f_{a_1}(\omega) f_{a_2}(\omega))^{\frac{1}{2}}}, \quad (1.2.16)$$

де $f_{a_1 a_2}(\omega)$ – взаємна спектральна густина стаціонарно зв'язаних сигналів;
 $f_{a_1}(\omega)$, $f_{a_2}(\omega)$ – відповідно, їх спектральні густини потужностей.

Оскільки [36]:

$$|f_{a_1 a_2}(\omega)|^2 \geq f_{a_1}(\omega) f_{a_2}(\omega), \quad (1.2.17)$$

то для $\gamma_{a_1 a_2}(\omega)$ завжди виконується умова $0 \leq \gamma_{a_1 a_2}(\omega) \leq 1$.

Для незалежних сигналів $\gamma_{a_1 a_2}(\omega) = 0$ при всіх $\omega \in \mathfrak{R}$. Якщо сигнали $a_1(t)$ і $a_2(t)$ є результатом лінійних перетворень одного і того ж процесу, то $\gamma_{a_1 a_2}(\omega) = 1$. Якщо функція когерентності менше одиниці, то можливі наступні ситуації:

- а) на один із сигналів впливає зовнішній шум;
- б) один із сигналів перетерпів нелінійні перетворення;
- в) на один із сигналів, крім досліджуваного, впливають інші сигнали.

Для підвищення точності розрахунків при вимірюваннях доцільно проводити усереднення за 32-ма спектрам сигналів, при цьому функція когерентності повинна приймати значення не менше 0,95 у всьому діапазоні частот.

Графік частотної залежності величини M і ϕ для поліуретану (ПУ) (Witco Chemical Company) представлені на рис. 1.2.3 [35].

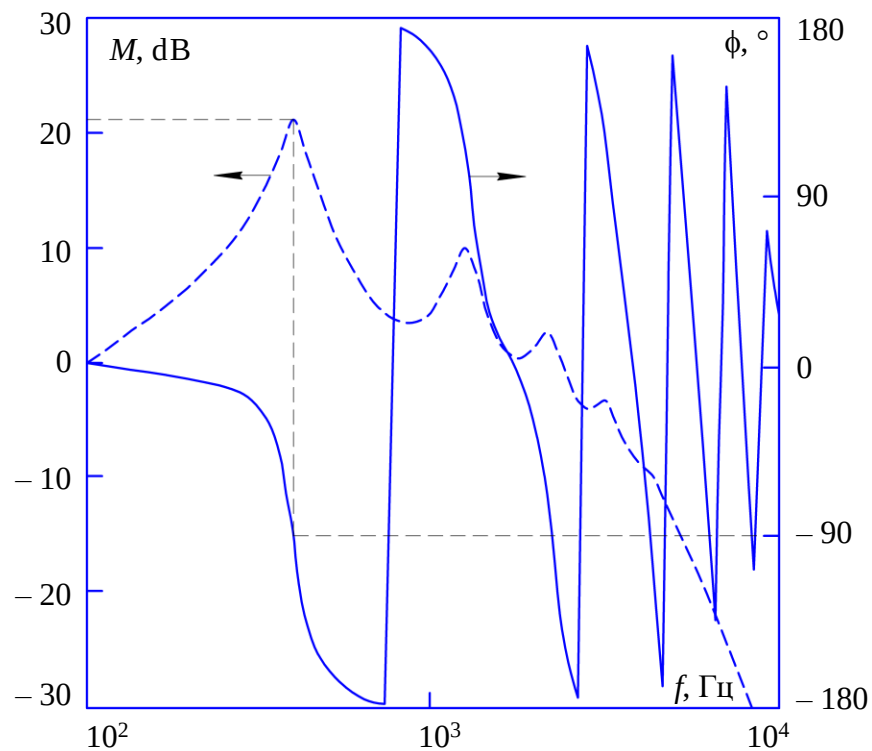


Рис. 1.2.4. Графік частотної залежності величини M і ϕ для ПУ.

Величини M і ϕ визначають наступним чином:

- за графіком частотної залежності в діапазоні частот 25 Гц до 10 кГц, оцінюють значення резонансних частот. Вимірювання фазового кута проводять з точністю до 5° ;
- на кожному резонансі уточнюють значення резонансної частоти, переводячи аналізатор спектру в режим роботи із збільшенням масштабу з роздільною здатністю приблизно 1 Гц;
- виконують кінцеву оцінку фазового кута з точністю до $0,5^\circ$, резонансної частоти з точністю до 0,1 Гц і модуля частотної характеристики з точністю до 0,1 дБ.

Модуль частотної характеристики при резонансі визначають в точках стрибка фази на кут:

$$\phi = -90(2n - 1), \quad (1.2.18)$$

де n – номер резонансу.

При цьому важливо розуміти, що частота резонансу визначається не за максимумом M , а там де проходить стрибок фази на кут ϕ , розрахований за

співвідношенням (1.2.18). Максимум частотної характеристики завжди спостерігається на більш низькій частоті, ніж частота резонансу, і залежить від величини $tg\delta$.

Крім цього, слід зазначити, що на частотній характеристиці можуть спостерігатися паразитні резонанси, що пов'язані з неправильним встановленням зразка або відхиленням вертикальної вісі зразка від напрямку вібраційних коливань. Такі резонанси пов'язані із коливаннями у напрямках, перпендикулярних до вісі зразка. Паразитні резонанси легко виявити, оскільки вони потрапляють у інтервали між досліджуваними резонансами і дають при розрахунках несумісні значення модуля пружності.

Для матеріалів із механічними втратами менше 0,1 $tg\delta$ визначають по напів ширині частотного максим.уму на резонансній частоті або за добротністю (Q), яку визначають таким чином

$$Q = \frac{1}{tg\delta}. \quad (1.2.19)$$

Стандартний резонансний метод дозволяє проводити вимірювання для значень модуля Юнга в діапазоні від 10^4 Н/м² до 10^{12} Н/м² та для $tg\delta$ в діапазоні від 0,01 до 5. Вказані значення E' та $tg\delta$ є для більшості в'язкопружних полімерних матеріалів.

Зразок для вимірювань вибирають у вигляді стрижня довжиною 100 ± 10 мм та квадратною основою із стороною $6,0_{-0,1}^0$ мм. Допускається використання стрижня колового перерізу діаметром від 6 мм до 8 мм. Також, допускається використання стрижня іншої довжини, але не менше 50 мм і не більше 200 мм.

Граничні значення відносних похибок визначення величин E' та $tg\delta$ можна оцінити за наступними співвідношеннями [34]:

$$\varepsilon_{E'} = \varepsilon_p + 2 \frac{\Delta l}{l} + 2 \frac{\Delta f}{f_r} + 2 \frac{\xi(\Delta\xi) + \beta(\Delta\beta)}{(\xi^2 - \beta^2)} + 4 \frac{\xi(\Delta\xi) + \beta(\Delta\beta)}{(\xi^2 + \beta^2)} + \varepsilon_{Const}; \quad (1.2.20)$$

$$\varepsilon_{tg\delta} = \frac{\Delta\xi}{\xi} + \frac{\Delta\beta}{\xi} + \frac{\xi(\Delta\xi) + \beta(\Delta\beta)}{(\xi^2 + \beta^2)}, \quad (1.2.21)$$

де ε_p – відносна похибка вимірювання густини зразка; Δl – абсолютна похибка при вимірюваннях довжини зразка; Δf – абсолютна похибка визначення резонансної частоти; $\Delta \xi$, $\Delta \beta$ – абсолютні похибки при визначенні параметрів ξ і β ; ε_{Const} – відносна похибка визначення величини π у співвідношенні (1.2.11).

Граничні значення відносних похибок вимірювань величин при визначенні E' та $tg\delta$ стандартним резонансним методом представлені в табл. 1.2.1.

Таблиця 1.2.1

Граничні значення відносних похибок вимірювань величин при визначенні E' та $tg\delta$ стандартним резонансним методом

Величина, відносна похибка	Значення або діапазон
Густина, ε_p	0,2 %
Відношення маси акселерометра і тримача на вільному кінці зразка до маси зразка, $\frac{\Delta R}{R}$	$\leq 0,1$ %
Довжина зразка, $\frac{\Delta l}{l}$	$\leq 0,005$ %
Резонансна частота (частота коливань), $\frac{\Delta f}{f_r}$	$\leq 0,5$ %
Константи у співвідношеннях для обчислення величини, ε_{Const}	$\leq 0,05$ %
Дійсна частина динамічного модуля пружності, $\varepsilon_{E'}$	$\leq 1,9$ %
Тангенс кута механічних втрат, $\varepsilon_{tg\delta}$	$\leq 0,4$ %

Абсолютні похибки для параметрів ξ і β будуть залежати від точності визначення модуля частотної характеристики M , кута φ та відношення R – маси, що навантажує вільний кінець зразка, до маси зразка. В роботі [33]

досліджено внесок абсолютних похибок ΔM , $\Delta \varphi$, ΔR на точність визначення E' , $\operatorname{tg} \delta$ та запропоновано таку нерівність:

$$\frac{E'' - \Delta E''}{E' + \Delta E'} \leq \operatorname{tg} \delta \leq \frac{E'' + \Delta E''}{E' - \Delta E'}, \quad (1.2.22)$$

де $\Delta E'$, $\Delta E''$ – абсолютні похибки дійсної та уявної частин комплексного модуля Юнга.

Метод коливань на згин консольно закріпленого зразка

Крім стандартного резонансного методу для визначення величин E' та $\operatorname{tg} \delta$ використовують метод коливань на згин консольно-закріпленого зразка [37, 38].

У методі зсувних коливань консольно-закріпленого зразка один з його кінців жорстко закріплюють, а до іншого, умовно вільного, прикладають періодичну силу (F). У такому випадку в зразку збуджуються коливання на згин. Принцип метода представлений на рис. 1.2.5. Для отримання заданої моди коливань необхідно задовольнити вимоги до кріплення зразка, що встановлені у стандарті [37].

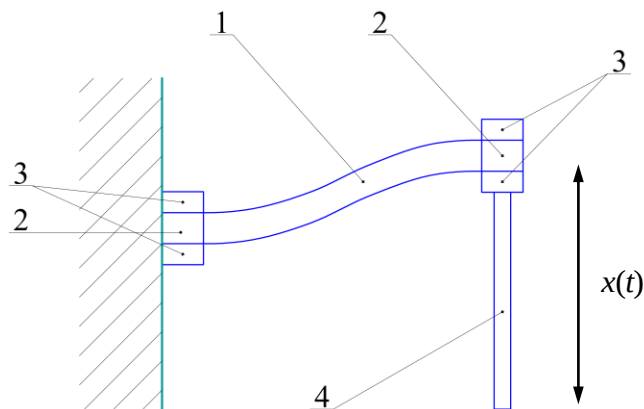


Рис. 1.2.5. Схема принципу метода коливань на згин консольно закріпленого зразка: 1 – зразок; 2 – блок для встановлення зразка; 3 – тримачі зразка; 4 – штанга джерела збудження вібраційних коливань.

Переміщення $x(t)$ кінця зразка, з'єднаного із штангою джерела збудження вібраційних коливань, залежить від E' та E'' і може бути визначене із рівняння [37]:

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + \left(\gamma + \frac{S''}{\omega} + \frac{kE''}{\omega} \right) \frac{dx}{dt} + (S' + kE')x = F \sin \omega t, \quad (1.2.23)$$

де m – маса рухомої системи; S' , S'' – дійсна і уявна частини комплексної жорсткості системи, які визнаються при її калібруванні; γ – коефіцієнт в'язкого затухання (переважно повітряного) системи, який визначається при

її калібруванні; k – параметр форми зразка $k = \frac{r \left(\frac{d}{l} \right)^3}{1 + 2(1 + \nu) \left(\frac{d}{l} \right)^2}$; l – довжина

зразка, d – товщина зразка, r – ширина зразка.

Розв'язок рівняння (1.2.23) представляють у вигляді системи рівнянь [37]:

$$\left. \begin{aligned} kE' &= K \cos \vartheta + m\omega^2 - S', \\ kE'' &= K \sin \vartheta - S'' - \omega\gamma, \end{aligned} \right\} \quad (1.2.24)$$

де ϑ – кут зсуву фаз між сигналами напруги і деформації, який обумовлений як властивостями матеріалу зразка, так і елементами конструкції експериментальної установки; K – ефективна жорсткість зразка при максимальній силі (F_{max}), $K = \frac{F_{max}}{x}$.

Схема експериментальної установки для реалізації метода коливань на згин консольно-закріпленого зразка представлена на рис. 1.2.6.

Експериментальна установка складається із блока для встановлення зразка 2 на якому розміщенні тримачі 3 для консольного закріплення зразка 1. Вільний кінець зразка разом із тримачем з'єднаний зі штангою джерела збудження вібраційних коливань 6 електродинамічного вібростенду 7. На штанзі джерела збудження розміщенні датчики сили 8 та переміщення 9. При вимірюваннях із системи керування 11 на електродинамічний вібростенд 7

приходить відповідний сигнал для збудження джерела вібраційних коливань із заданою частотою. Обробка сигналів із датчиків сили 8 та переміщення 9, які приходять на входи системи керування 11, виконується на ПК 12. Блок для встановлення зразка 2 розміщують у кліматичній камері 5, що дає можливість проводити вимірювання при заданих температурах. Контроль температури, її встановлення та стабілізація у кліматичній камері 5 реалізується за допомогою датчика температури 4 і блоку керування температури 13. Кліматична камера повинна забезпечувати температурний діапазон від $-60\text{ }^{\circ}\text{C}$ до $70\text{ }^{\circ}\text{C}$ в межах $0,5\text{ }^{\circ}\text{C}$.

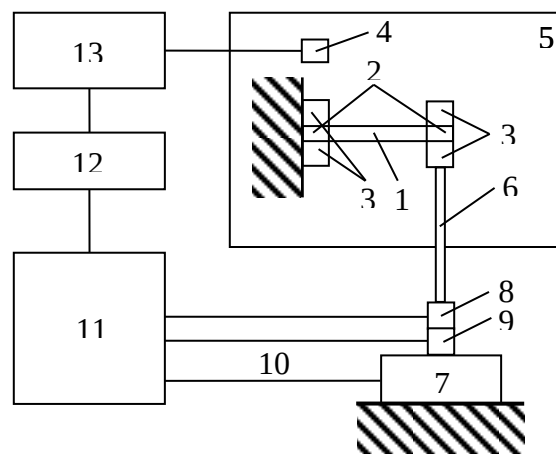


Рис. 1.2.6. Схема експериментальної установки для реалізації метода коливань на згин консульно-закріпленого зразка: 1 – зразок; 2 – блок для встановлення зразка; 3 – тримачі зразка; 4 – датчик температури; 5 – кліматична камера; 6 – штанга джерела збудження вібраційних коливань; 7 – електродинамічний вібростенд; 8 – датчик сили; 9 – датчик переміщення; 10 – сигнал керування; 11 – система керування; 12 – ПК; 13 – блок керування температурою.

Перед вимірюваннями проводять калібрування експериментальної установки, яке передбачає визначення комплексної жорсткості підвіски

джерела збудження вібраційних коливань та коефіцієнта в'язкого демпфірування. Калібрування виконують при відсутності зразка як з установочним блоком, який в даному випадку виконує роль додаткової навантажувальної маси, так і без нього на двох частотах збудження 1 Гц, і 30 Гц.

Для двох частот збудження та двох різних додаткових мас із (1.2.24) отримують чотири рівняння, розв'язки яких визначають величини S' , S'' та γ .

При вимірювання сила F , що прикладається до зразка зі сторони джерела збудження, повинна забезпечити амплітуду переміщення кінця порядку 64 мкм. Значення F отримують за результатами вимірювань амплітуди і фази сили струму в керуючій котушці вібростенду 7.

Комплекс вимірювань повторюють при різних температурах та при різних дискретних частотах в межах двох декад: зазвичай на частотах 0,3; 1; 3; 10 і 30 Гц. Для кожного поєднання температури і частоти збудження із системи (1.2.24) визначають величини E' , E'' .

Результати вимірювань при одному значенні температури та при різних частотах в межах двох декад утворюють окрему групу даних. Для повного визначення динамічних механічних властивостей пружного матеріалу необхідно мати набір таких груп для різних температур аж до температури склування.

Розміри зразка для вимірювань залежать від його жорсткості і розмірів експериментальної установки. У роботі [37] рекомендовані наступні типові розміри 12×10×3 мм.

При відомих значеннях ϑ , ω , S' , S'' та K граничні значення відносних похибок ($\varepsilon_{E'}$, $\varepsilon_{E''}$) для величин E' та E'' можна оцінити за наступними співвідношеннями [34]:

$$\varepsilon_{E'} = \frac{\Delta r}{r} + 3\left(\frac{\Delta d}{d} + \frac{\Delta l}{l}\right) + \frac{\Delta v \left(\frac{d}{l}\right)^2 + 2\frac{v}{l^2}d(\Delta d) + 2\frac{vd^2}{l}(\Delta l)}{1 + 2(1+v)\left(\frac{d}{l}\right)^2} + \quad (1.2.25)$$

$$+ \frac{\Delta K \cos \vartheta + K \operatorname{tg} \vartheta (\Delta \vartheta) + \Delta m \omega^2 + 2m\omega(\Delta \omega) + \Delta S'}{K \cos \vartheta + m\omega^2 - S'};$$

$$\varepsilon_{E''} = \frac{\Delta r}{r} + 3\left(\frac{\Delta d}{d} + \frac{\Delta l}{l}\right) + \frac{\Delta v \left(\frac{d}{l}\right)^2 + 2\frac{v}{l^2}d(\Delta d) + 2\frac{vd^2}{l}(\Delta l)}{1 + 2(1+v)\left(\frac{d}{l}\right)^2} + \quad (1.2.26)$$

$$+ \frac{\Delta K \sin \vartheta + K \operatorname{ctg} \vartheta (\Delta \vartheta) + \Delta S'' + \Delta \omega \gamma + \Delta \gamma \omega}{K \sin \vartheta - S'' - \omega \gamma},$$

де Δl , Δr , Δd – абсолютні похибки при визначенні величин l , r і d .

Таблиця 1.2.2

Граничні значення відносних похибок вимірювань величин при визначенні E' та E'' методом коливань на згин консольно закріпленого зразка

Величина, відносна похибка	Значення або діапазон
Маса рухомої системи, $\frac{\Delta m}{m}$	$\leq 0,1 \%$
Довжина зразка, $\frac{\Delta l}{l}$	$0,04 \%$
Ширина зразка, $\frac{\Delta r}{r}$	$0,05 \%$
Товщина зразка, $\frac{\Delta d}{d}$	$\leq 0,017 \%$
Коефіцієнт Пуассона, $\frac{\Delta v}{v}$	$\geq 1,4 \%$
Частота коливань, $\frac{\Delta f}{f}$	$(0,001-0,5) \%$
Константи у співвідношеннях для обчислення величини, ε_{Const}	$\leq 0,05 \%$
Дійсна частина динамічного модуля пружності, $\varepsilon_{E'}$	$\geq 4,1 \%$
Уявна частина динамічного модуля пружності, $\varepsilon_{E''}$	$\geq 4,1 \%$

Граничні значення відносних похибок вимірювань величин при визначенні E' та E'' методом коливань на згин консольно-закріпленого зразка представлені в табл. 1.2.2.

Метод акустичного резонансу

Визначення динамічних модулів пружності E , зсуву μ і коефіцієнта Пуассона ν у зразках композиційних матеріалів можна проводити методом акустичного резонансу [39].

Суть методу полягає у збудженні коливань у зразку полімерного матеріалу періодичною силою направленою перпендикулярно його осі. Для розрахунку величин E , μ необхідно визначити відповідні основні резонансні частоти коливань стрижня при відомих розмірах і масі m зразка.

Рівняння коливань для зразка буде мати наступний вигляд [40]:

$$EJ \frac{\partial^4 u(x,t)}{\partial x^4} + \rho s \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2} + \gamma \frac{\partial u(x,t)}{\partial t} = 0, \quad (1.2.27)$$

де $u(x,t)$ – функція залежності поперечних зміщень точок осі стрижня від координати x та часу t ; J – момент інерції стрижня; ρ – густина матеріалу; s – площа поперечного стрижня; $0 \leq x \leq a$, де a – довжина стрижня.

Частковий розв'язок рівняння (1.2.27) будемо шукати у вигляді добутку двох функцій $X(x)$ і $T(t)$:

$$u(x,t) = X(x)T(t). \quad (1.2.28)$$

У такому випадку можна розділити змінні і отримати два рівняння:

$$\frac{\partial^4 X(x)}{\partial x^4} - \beta X(x) = 0; \quad (1.2.29)$$

$$\frac{\partial^2 T(t)}{\partial t^2} + -\frac{\gamma a}{m} \frac{\partial T(t)}{\partial t} + \omega^2 T(t) = 0, \quad (1.2.30)$$

$$\text{де } \beta^4 = \frac{\omega^2}{c^2}; \quad c^2 = \frac{EJ}{\rho s}; \quad m = \rho s a.$$

Диференціальне рівняння (1.2.29), у випадку коли $\beta \neq 0$, має такий загальний розв'язок:

$$X(x) = A_1 \sin \beta x + A_2 \cos \beta x + A_3 \operatorname{sh} \beta x + A_4 \operatorname{ch} \beta x, \quad (1.2.31)$$

де A_i – довільні постійні.

Граничні умови визначимо наступним чином. Нульовий момент на обох кінцях стрижня

$$EJ \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} \Big|_{x=0} = EJ \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} \Big|_{x=a} = 0, \quad (1.2.32)$$

та нульовий зсув на обох кінцях стрижня

$$EJ \frac{\partial^3 u(x,t)}{\partial x^3} \Big|_{x=0} = EJ \frac{\partial^3 u(x,t)}{\partial x^3} \Big|_{x=a} = 0. \quad (1.2.33)$$

Із першої граничної умови (1.2.31), при $x = 0$, для функції $u(x,t)$ отримаємо:

$$EJX(0) \Gamma(t) = 0 \Rightarrow \frac{\partial^2 X(x)}{\partial x^2} \Big|_{x=0} = 0. \quad (1.2.34)$$

Для (1.2.30) із врахуванням (1.2.32), при $x = 0$, отримаємо:

$$A_2 = A_4. \quad (1.2.35)$$

Аналогічно із врахуванням другої граничної умови (1.2.32), при $x = 0$, маємо

$$A_1 = A_3. \quad (1.2.36)$$

Гранична умова нульового моменту, при $x = a$, із врахуванням (1.2.34) та (1.2.35) дає таку рівність:

$$A_1(\sin \beta a + \operatorname{sh} \beta a) + A_2(-\cos \beta a + \operatorname{ch} \beta a) = 0, \quad (1.2.37)$$

Аналогічно із граничною умови нульового зсуву, при $x = a$, отримаємо:

$$A_1(-\cos \beta a + \operatorname{sh} \beta a) + A_2(\sin \beta a + \operatorname{sh} \beta a) = 0, \quad (1.2.38)$$

Рівняння (1.2.37) і (1.2.38) можна представити у матричній формі

$$\mathbf{B}\mathbf{A} = 0, \quad (1.2.39)$$

$$\text{де } \mathbf{B} = \begin{pmatrix} -\sin \beta a + \operatorname{sh} \beta a & \cos \beta a + \operatorname{ch} \beta a \\ \cos \beta a + \operatorname{ch} \beta a & \sin \beta a + \operatorname{sh} \beta a \end{pmatrix}; \quad \mathbf{A} = \begin{pmatrix} A_1 \\ A_2 \end{pmatrix}.$$

Якщо $\mathbf{B}$ не вироджена матриця, тоді $\mathbf{A} = \mathbf{B}^{-1} \mathbf{0} = \mathbf{0}$, відповідно $A_1 = A_2 = A_3 = A_4$. Остання умова дає тривіальне рішення $X(x) = 0$ для рівняння (1.2.29).

До щоб отримати нетривіальне рішення, нам потрібно, щоб матриця $\mathbf{B}$ була вироджена, тобто детермінант $\det(\mathbf{B}) = 0$. За такої умови отримаємо характеристичне рівняння:

$$\cos \beta a \operatorname{ch} \beta a = 1. \quad (1.2.40)$$

Характерне рівняння (1.2.40) має n -коренів. Значення перших п'яти коренів та n -корінь характерного рівняння наведено в табл. 1.2.3.

Таблиця 1.2.3

Значення коренів характеристичного рівняння (1.2.40)

Корінь	Значення
$\beta_0 a$	0
$\beta_1 a$	4,7300
$\beta_2 a$	7,8532
$\beta_3 a$	10,9956
$\beta_4 a$	14,1372
$\beta_5 a$	17,2788
$\beta_n a$	$\frac{(2n+1)\pi}{2}, > 5$

Оскільки $\mathbf{B}$ вироджена матриця, то два її рядки лінійно залежні. Для першого рядка із рівняння (1.2.38) отримаємо:

$$A_1 = -A_2 \frac{\operatorname{ch} \beta_n a - \cos \beta_n a}{\operatorname{sh} \beta_n a - \sin \beta_n a}. \quad (1.2.41)$$

Отримане співвідношення справедливе і для другого рядка рівняння (1.2.38). Із врахуванням (1.2.34), (1.2.35) та (1.2.40) для $X(x)$ отримаємо:

$$X_n(x) = -A_2 \left(ch \left((\beta_n a) \frac{x}{a} \right) + \cos \left((\beta_n a) \frac{x}{a} \right) - \right. \\ \left. - \sigma_n \left(sh \left((\beta_n a) \frac{x}{a} \right) + \sin \left((\beta_n a) \frac{x}{a} \right) \right) \right), \quad (1.2.42)$$

де $n = 1, 2, 3, \dots$ і $\sigma_n = \frac{ch \beta_n a - \cos \beta_n a}{sh \beta_n a - \sin \beta_n a}$.

Перші п'ять розв'язків $X_n(x)$ для п'яти мод коливання представлені на рис. 1.2.7 [41].

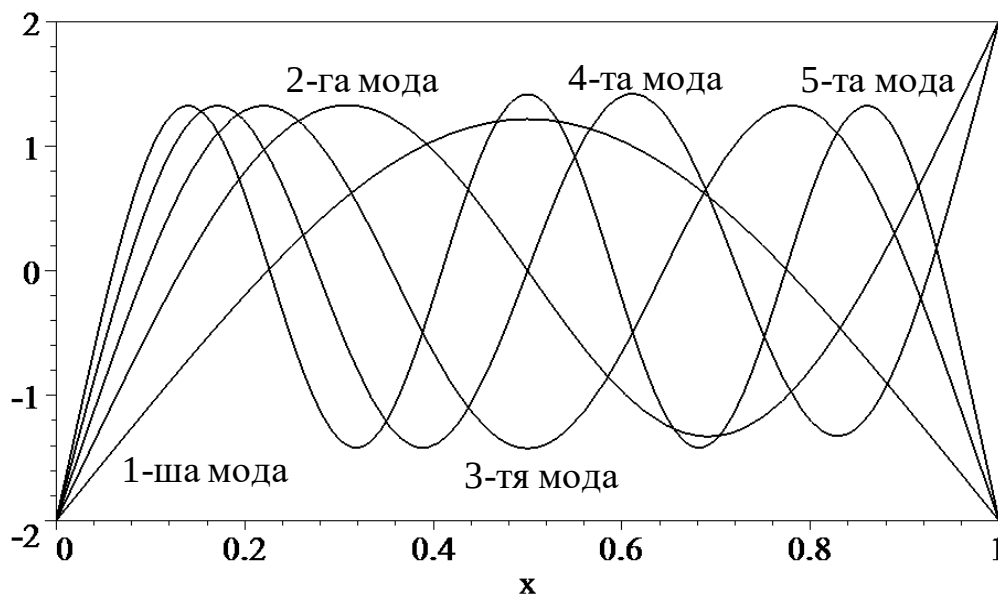


Рис. 1.2.7. П'ять мод коливання.

Для диференціального рівняння (1.2.30) враховуючи, що

$$\beta_n^4 = \frac{\omega_n^4}{c^2}, \quad (1.2.43)$$

отримаємо такий розв'язок для функції $T(t)$:

$$T_n(t) = B_n e^{-\zeta \omega_n t} \cos(\omega_n \sqrt{1 - \zeta^2} t + \phi_n). \quad (1.2.44)$$

Для $u(x, t)$ із врахуванням (1.2.41) та (1.2.43) отримаємо [40]:

$$u(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} u_n(x) e^{-\zeta \omega_n t} \cos(\omega_n \sqrt{1 - \zeta^2} t + \phi_n), \quad (1.2.45)$$

де

$$u_n(x) = -C_n \left(\frac{ch\left(\beta_n a\right)\frac{x}{a} + \cos\left(\beta_n a\right)\frac{x}{a}}{sh\beta_n a - \sin\beta_n a \left(sh\left(\beta_n a\right)\frac{x}{a} + \sin\left(\beta_n a\right)\frac{x}{a} \right)} \right); \quad (1.2.46)$$

$$\omega_n = \beta_n^2 c = \frac{(\beta_n a)}{a^2} \sqrt{\frac{EJ}{\rho s}}. \quad (1.2.47)$$

Схема проведення випробувань при резонансному методі вимірювань представлена на рис. 1.2.7 [42].

Для проведення випробувань необхідне наступне обладнання з такими технічними характеристиками.

Генератор звукової частоти з можливістю отримувати немодульовані синусоїдальні сигнали із нижньою межею частот не менше 100 Гц і верхньою – не менше 30 кГц. Дрейф частоти під час вимірювань не повинен перевищувати 1 Гц/хв.

Підсилювач звукової частоти повинен забезпечувати достатню вихідну потужність, щоб перетворювач-випромінювач, який використовується у випробуваннях, міг збудити коливання у будь-якому зразку.

У якості перетворювача-випромінювача можливе використання високочастотного динаміка.

Перетворювач-приймач (детектор) – п'єзоелектричний або магнітний індукційний звукознімач. Допускається також використання ємнісного звукознімача. Ширина смуги пропускання за рівнем затухання – 3 дБ повинна складати не менше 6,5 кГц.

Підсилювач потужності у колі детектора повинен бути акустично узгодженим із вибраним перетворювачем-приймачем і виконувати функцію вхідного підсилювача для осцилографа.

Частотомір повинен забезпечувати вимірювання частот у діапазоні ± 1 Гц.

Піч, що забезпечує регулювання нагріву і охолодження, а також перепад температур по довжині зразка не більше $\pm 5^{\circ}\text{C}$.

Кріогенна камера повинна забезпечувати регулювання нагріву і охолодження, захист від намерзання і перепад температур по довжині зразка не більше $\pm 5^{\circ}\text{C}$.

Кріплення зразка повинно забезпечувати його безперешкодну вібрацію. При проведенні випробувань в умовах високих або низьких температур рекомендується підвішувати зразок на нитках (рис. 1.2.8). Нитка може бути бавовняна, з кварцового скловолокна, дріт із корозійностійкого сплаву нікелю (або платини) або платиновий дріт.

Якщо зразок встановлюють на опори, вони повинні забезпечувати можливість коливання зразка у заданому режимі без значних перешкод. Опори повинні бути виконані із коркового дерева, резини або аналогічного матеріалу. Опори не повинні перешкоджати вільному переміщенню перетворювача по довжині зразка (рис. 1.2.8).

Для вимірювань використовують зразки із прямокутним або круглим поперечним перерізом. Зразки повинні мати гладку рівну поверхню без сколів, нерівностей, надрізів, подряпин, тріщин або інших видимих дефектів.

Для зразків з прямокутним або круглим поперечним перерізом відношення довжини (a) до мінімального розміру поперечного перерізу повинно бути рівнем 25.

При вимірюваннях μ прямокутних зразків рекомендоване відношення b до c повинно дорівнювати п'яти. Такі розміри зразка дозволять забезпечити основну резонансну частоту при коливаннях на згин у діапазоні від 1000 Гц до 10000 Гц і основну резонансну частоту при крутильних вібраціях у діапазоні від 10000 Гц до 30000 Гц.

Алгоритм проведення вимірювань:

- включають обладнання в режимі, що забезпечує на перетворювачі-випромінювачі достатню потужність для збудження зразка;

- встановлюють рівень підсилення у колі детектора достатній для фіксації вібрацій зразка та їх відображення на екрані осцилографа з амплітудою сигналу достатньою для вимірювання, із визначеною точністю частоти на, які вона максимальна із визначеною точністю;
- налаштовують осцилограф таким чином, щоб утворилася чітка горизонтальна базова лінія, коли зразок знаходиться у не збудженому стані;
- перестроюють частоту генератора до появи на екрані осцилографа фігури Ліссажу у вигляді кола (еліпса) або синусоїди з максимальною амплітудою, яка свідчить про співпадання частоти генератора з частотою власних вібрацій зразка (рекомендується починати зчитування від низьких частот із поступовим підвищенням);
- переміщують перетворювач-приймач (детектор) вздовж поверхні зразка по довжині та одночасно спостерігають на екрані осцилографа за зміною амплітуди.

При проходженні перетворювача-приймача (детектора) через вузол значення амплітуди вихідного сигналу знижується до нуля. Досягнення локального максимуму амплітуди свідчить про пучності на заданому відрізку.

При вимірюванні модуля пружності на зсув необхідно змінити розміщення з'єднань з перетворювачами для передачі крутильної вібрації і зчитування даних (рис. 1.2.9) та визначити основну резонансну частоту в режимі кручення.

Визначення основного тону крутильних вібрацій базується на підході до визначення частоти коливань на згин і/або визначенню відношення частот. На рис. 1.2.10 представлені положення вузлів при крутильних вібраціях. Відношення перших трьох обертонів крутильних вібрацій до основного тону крутильних вібрацій рівні 2, 3 і 4.

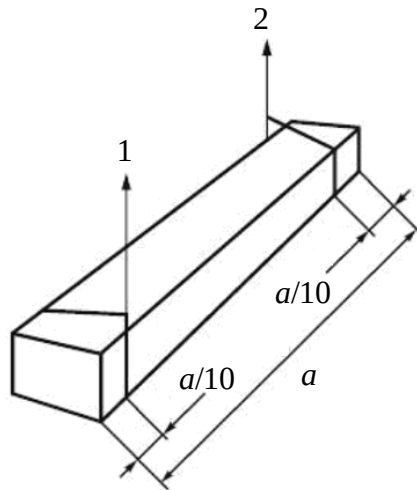


Рис. 1.2.8. Схема кріплення зразка: 1 – до приймача (детектора);
2 – до випромінювача

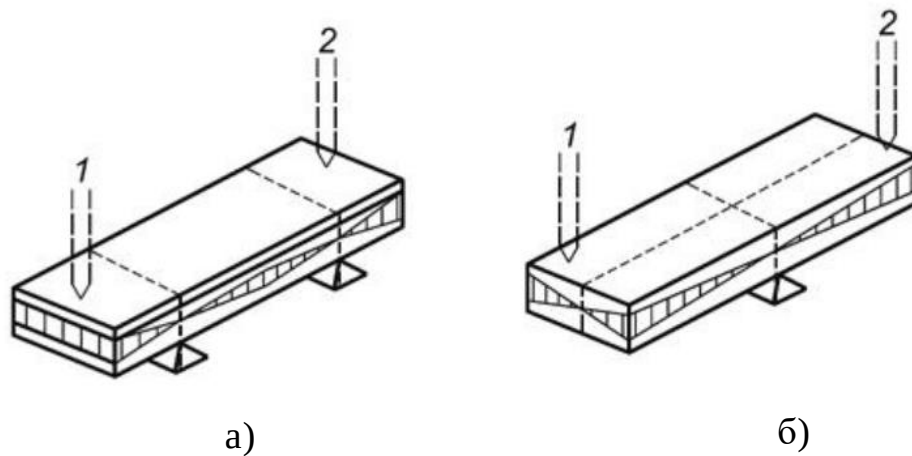


Рис. 1.2.9. Схема встановлення зразка на опорах:
а) – вібрації на згин; б) – крутильні вібрації:
1 – перетворювач-випромінювач;
2 – перетворювач-приймач

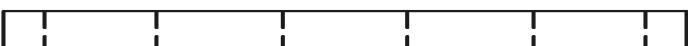
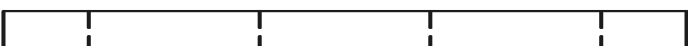
Гармоніка		Коливання на згин	Дробове значення відстані від кінця для кожного вузлової ділянки
1			0,224
2			0,132 0,500
3			0,0944 0,3558
4			0,0733 0,277 0,500
5			0,060 0,224 0,409
		Крутильні вібрації	
1			0,500
2			0,250
3			0,167 0,500
4			0,125 0,375

Рис. 1.2.10. Положення вузлів при коливаннях на згин та крутильних вібраціях

Поправочний коефіцієнт $T_{\square}$ обчислюють за співвідношенням:

$$T_{\square} = 1 + 6,585 \left(1 + 0,0752v + 0,8109v^2 \right) \left(\frac{c}{a} \right)^2 - 0,868 \left(\frac{c}{a} \right)^2 - \frac{8,34 \left(1 + 0,2023v + 2,173v^2 \right) \left(\frac{c}{a} \right)^4}{1 + 6,338 \left(1 + 1,1408v + 1,536v^2 \right) \left(\frac{c}{a} \right)^2}. \quad (1.2.49)$$

Якщо виконується умова $\frac{a}{c} < 20$, тоді $T_{\square}$ обчислюють за співвідношенням:

$$T_{\square} = 1 + 6,585 \left(\frac{c}{a} \right)^2. \quad (1.2.50)$$

Якщо виконується умова $\frac{a}{c} \geq 20$ і значення v відомо, тоді T_1 , обчислюють по співвідношенню (1.2.49).

Якщо ж виконується умова $\frac{a}{c} < 20$ і значення v невідомо, тоді обчислення виконують за наступним алгоритмом:

- 1) приймають початкове значення v_{iter} для початку розрахунків;
- 2) використовують ітераційний процес для визначення v на основі експериментально отриманих значень E'_f і динамічного модуля зсуву для резонансної частоти (f_t) при крутильних вібраціях (μ'_t).

Динамічний модуль μ'_t обчислюють за наступним співвідношенням:

$$\mu'_{t\square} = \frac{4amf_f^2}{bc} \frac{B_t}{1 + A_t} \quad (1.2.51)$$

де A_t, B_t – поправочні коефіцієнти.

Коефіцієнти A_t та B_t обчислюють за наступними співвідношеннями:

$$A_t = \frac{0,5062 - 0,8776 \frac{b}{c} + 0,3504 \left(\frac{c}{b} \right)^2 - 0,0078 \left(\frac{c}{b} \right)^3}{12,03 \frac{c}{b} + 9,892 \left(\frac{c}{b} \right)^2}, \quad (1.2.52)$$

$$B_f = \frac{\frac{b}{c} + \frac{c}{b}}{4 \frac{c}{b} - 2,52 \left(\frac{c}{b} \right)^2 + 0,21 \left(\frac{c}{b} \right)^6}, \quad (1.2.53)$$

при цьому A_t має значення менше 2 % і ним можна знехтувати, якщо вимоги до точності вимірювань встановлені більше ніж 2 %.

Динамічний модуль пружності $E'_{f\varnothing}$ для основної резонансної частоти при коливаннях зразка на згин із круглим поперечним перерізом („ $\varnothing$ ” – позначення у вигляді нижнього індексу) визначають за співвідношенням:

$$E'_{f\varnothing} = 1,6067 \frac{a^3 m f_f^2 T_{\varnothing}}{D_f^4}, \quad (1.2.54)$$

де D_f – діаметр зразка, $T_{\varnothing}$ – поправочний коефіцієнт.

Коефіцієнт $T_{\varnothing}$ для основної f_f , який враховує скінчений діаметр зразка із круглим поперечним перерізом та ν , обчислюють за співвідношенням:

$$T_{\varnothing} = 1 + 4,939 \left(1 + 0,0752\nu + 0,8109\nu^2 \right) \left(\frac{D_f}{a} \right)^2 - 0,4883 \left(\frac{D_f}{a} \right)^2 - \frac{4,691 \left(1 + 0,2023\nu + 2,173\nu^2 \right) \left(\frac{D_f}{a} \right)^4}{1 + 4,754 \left(1 + 1,1408\nu + 1,536\nu^2 \right) \left(\frac{D_f}{a} \right)^2}. \quad (1.2.55)$$

Якщо виконується умова $\frac{a}{D_f} \geq 20$, тоді $T_{\varnothing}$ обчислюють за співвідношенням:

$$T_{\varnothing} = 1 + 4,939 \left(\frac{D_f}{a} \right)^2. \quad (1.2.56)$$

Якщо виконується умова $\frac{a}{D_f} < 20$ і значення v відомо, тоді $T_\emptyset$, обчислюють по співвідношенню (1.2.55).

Якщо ж виконується умова $\frac{a}{D_f} < 20$ і значення v невідомо, тоді обчислення виконують за описаним вище алгоритмом з використанням співвідношень (1.2.54)–(1.2.56) [42].

Динамічний модуль зсуву $\mu'_{t\emptyset}$ для резонансної частоти при крутильних вібраціях для зразка із круглим поперечним перерізом визначають наступним чином:

$$\mu'_{t\emptyset} = \frac{16amf_t^2}{\pi D_f^2}. \quad (1.2.57)$$

Відносні похибки визначення величин $E'_{f\Box}$, $\mu'_{t\Box}$ для зразка із прямокутним поперечним перерізом можна оцінити за такими співвідношеннями:

$$\varepsilon_{E'_{f\Box}} = 3\frac{\Delta a}{a} + \frac{\Delta m}{m} + 2\frac{\Delta f_f}{f_f} + \frac{\Delta b}{b} + 3\frac{\Delta c}{c} + \frac{\Delta T_\Box}{T_\Box}; \quad (1.2.58)$$

$$\varepsilon_{\mu'_{t\Box}} = \frac{\Delta a}{a} + \frac{\Delta m}{m} + 2\frac{\Delta f_f}{f_f} + \frac{\Delta b}{b} + \frac{\Delta c}{c} + \frac{\Delta B_t}{B_t} + \frac{\Delta A_t}{1 + A_t}; \quad (1.2.59)$$

де Δa , Δb , Δc – максимальні інструментальні похибки при вимірюваннях довжини ширини та товщини зразка; Δm – абсолютна похибка визначення маси зразка; Δf_f – абсолютна похибка визначення основної резонансної частоти; $\Delta T_\Box$, ΔB_t , ΔA_t – абсолютні похибки визначення поправочних коефіцієнтів.

Граничні значення відносних похибок визначення величин $E'_{f\emptyset}$, $\mu'_{t\emptyset}$, для зразка із круговим поперечним перерізом можна оцінити за такими співвідношеннями:

$$\varepsilon_{E'_{f\emptyset}} = 3\frac{\Delta a}{a} + \frac{\Delta m}{m} + 2\frac{\Delta f_f}{f_f} + 4\frac{\Delta D_f}{D_f} + \frac{\Delta T_\emptyset}{T_\emptyset}; \quad (1.2.60)$$

$$\varepsilon_{\mu'_{\emptyset}} = \frac{\Delta a}{a} + \frac{\Delta m}{m} + 2 \frac{\Delta f_f}{f_f} + \frac{\Delta D_f}{D_f} + \varepsilon_{Const}. \quad (1.2.61)$$

де ΔD_f – абсолютна похибка визначення діаметру зразка; $\Delta T_{\emptyset}$ – абсолютна похибка визначення поправочного коефіцієнта; ε_{Const} – відносна похибка визначення констант.

Граничні значення відносних похибок вимірювань величин при визначенні E' та μ' методом акустичного резонансу отримані автором із прямокутним та круговим перерізом представлені в табл. 1.2.4.

Для оцінки величин $\varepsilon_{E'_{f\Box}}$ та $\varepsilon_{\mu'_{f\Box}}$ відносні похибки при вимірюванні товщини, ширини, маси та поправочного коефіцієнта $T_{\Box}$ співвідношення (1.2.52) були рівні 0,1 %. При вимірюваннях резонансних частот коливань на згин та крутильних вібрацій відносні похибки відповідно дорівнювали 0,0015 % та 0,0007 %. Отримані значення відповідають абсолютним похибкам 0,08 Гц та 0,03 Гц. При вимірюванні f_r з точністю до 1 Гц, відносні похибки $\frac{\Delta f}{f_r}$ будуть вищими, але не більше і 0,05 % для коливань на згин і 0,01 % для крутильних вібрацій [39].

Граничні відносні похибки вимірювань величин при визначенні E' та μ'
методом акустичного резонансу

Величина, відносна похибка	Значення або діапазон
Маса зразка, $\frac{\Delta m}{m}$	$\leq 0,1 \%$
Довжина зразка, $\frac{\Delta a}{a}$	$\leq 0,05 \%$
Ширина зразка, $\frac{\Delta b}{b}$	$\leq 0,25 \%$
Товщина зразка, $\frac{\Delta c}{c}$	$\leq 0,025 \%$
Діаметр зразка, $\frac{\Delta D_f}{D_f}$	$\leq 0,125$
Резонансна частота при коливаннях на згин, $\frac{\Delta f}{f_r}$	$(0,005-0,05) \%$
Резонансна частота при крутильних вібраціях коливань, $\frac{\Delta f}{f_r}$	$(0,005-0,0017) \%$
Дійсна частина динамічного модуля пружності для зразків із прямокутним поперечним перерізом, $\varepsilon_{E'_{f\Box}}$	$\geq 0,6 \%$
Дійсна частина динамічного модуля зсуву для зразків із прямокутним поперечним перерізом, $\varepsilon_{\mu'_{t\Box}}$	$\geq 0,4 \%$
Дійсна частина динамічного модуля пружності для зразків із круговим поперечним перерізом, $\varepsilon_{E'_{f\circ}}$	$\geq 0,8 \%$
Дійсна частина динамічного модуля зсуву для зразків із круговим поперечним перерізом, $\varepsilon_{\mu'_{t\circ}}$	$\geq 0,7 \%$

1.2.2. Метод динамічної жорсткості

Метод базується на вимірюванні частотних характеристик комплексних динамічних модулів зразків малих розмірів полімерних матеріалів [30, 43].

При динамічній силовій дії на зразок матеріалу, до якого прикріплені відповідні датчики, вимірюються електричні сигнали, що пропорційні прикладеній силі і деформації зразка.

Блок-схема експериментальної установки для вимірювання динамічних модулів пружності полімерних матеріалів та випробувальна комірка представлена рис. 1.2.11, 1.2.12.

Зразок закріплюють на експериментальній установці та деформують за допомогою джерела вібрацій. За допомогою датчика сили вимірюють силу $F(f)$, що діє на зразок, а за допомогою датчика переміщення – деформацію зразка $s(f)$ (f – частота вібрацій).

Геометричні розміри зразка повинні бути такими, щоб його імпеданс повністю визначався пружними силами у всьому частотному діапазоні вимірювань, тобто внесок сил інерції у деформацію сутній. Щоб задовольнити данні вимоги, розміри вибирають таким чином, щоб перша частота його власних коливань була у 3–5 разів вище верхньої межі частотного діапазону вимірювань.

Використання різного типу експериментальних установок дозволяє створити у зразку деформації трьох типів: поздовжню, поперечну, та всебічному стиску, в залежності який модуль пружності вимірюється.

Загальний вираз для визначення комплексних модулів пружності має такий вигляд [43–45]:

$$E^*(f)[\mu^*(f), k^*(f)] = \alpha_{E[\mu, k]} \frac{F(f)}{s(f)}, \quad (1.2.62)$$

де $\alpha_{E[\mu, k]}$ – відношення модуля пружності матеріалу зразка до жорсткості зразка, у якому створені відповідні деформації.

Відповідно, дійсну і уявну частини комплексних модулів пружності можна представити таким чином [43, 45]:

$$E'(f)[\mu'(f), k'(f)] = \alpha_{E[\mu, k]} \operatorname{Re} \left[\frac{F(f)}{s(f)} \right], \quad (1.2.63)$$

$$E''(f)[\mu''(f), k''(f)] = \alpha_{E[\mu, k]} \operatorname{Im} \left[\frac{F(f)}{s(f)} \right]. \quad (1.2.64)$$

Абсолютну величину модуля пружності в такому випадку обчислюють за співвідношенням:

$$|E(f)|[\mu(f), k(f)] = \alpha_{E[\mu, k]} \left[\frac{F(f)}{s(f)} \right], \quad (1.2.65)$$

а коефіцієнт втрат за таким чином [43]:

$$\eta(f) = \frac{\operatorname{Im} \left[\frac{F(f)}{s(f)} \right]}{\operatorname{Re} \left[\frac{F(f)}{s(f)} \right]}. \quad (1.2.66)$$

Для проведення вимірювань, у відповідності до [43], використовують наступне обладнання: двоканальний аналізатор швидкого перетворення Фур'є (аналізатор ШПФ) для вимірювання комплексних частотних характеристик, датчик сили і виконавчий пристрій вібростенду із відповідними підсилювачами, комп'ютер, вібростенд та виконавчий пристрій, що відтворює задані переміщення.

При вимірюваннях залежності модуля пружності (коефіцієнта втрат) від температури використовують відповідний датчик температури. Пристрій керування температурою зразка може бути частиною експериментальної установки.

Пристрій керування і датчик температури повинні вимірювати температуру всередині термостата в діапазоні від $-60\text{ }^{\circ}\text{C}$ до $+70\text{ }^{\circ}\text{C}$ з кроком $5\text{ }^{\circ}\text{C}$.

Частотний діапазон вимірювання залежить від досліджуваного матеріалу та типу установки, а верхня межа може рівна 10 кГц .

Експериментальна установка включає в себе жорстку опорну конструкцію, конструкційні елементи фіксації зразка, два електромеханічні перетворювачі, кільцеві прокладки для регулювання зазору між датчиком сили і виконавчим пристроєм при проведенні випробувань із заданим попереднім навантаженням зразка, зовнішній пристрій для створення попереднього статичного навантаження зразка [43, 46].

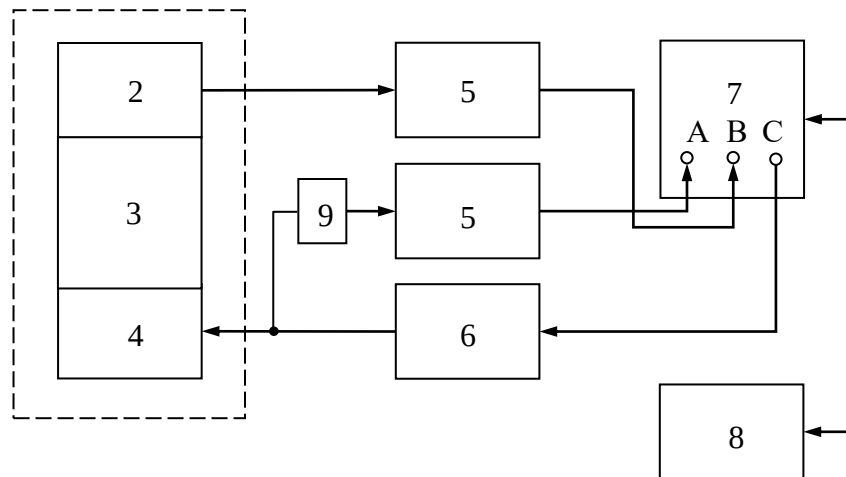


Рис 1.2.11. Схема експериментальної установки: 1 – випробувальна комірка; 2 – датчик сили; 3 – зразок; 4 – виконавчий пристрій; 5 – підсилювач сигналу ; 6 – підсилювач потужності; 7 – двоканальний аналізатор ШПФ; 8 – комп'ютер; 9 – подільник напруги; А – канал для вимірювання переміщення, що реалізується виконавчим пристроєм; В – канал для вимірювання сили від датчика сили; С – канал для керування вібростендом.

Перший електромеханічний перетворювач перетворює електричний сигнал з виходу підсилювача потужності у переміщення виконавчого пристрою. Виконавчий пристрій знаходиться у контакті з поверхнею зразка і деформує його. Другий – перетворює деформацію зразка у електричний сигнал, що пропорційний силі.

Зразок (3), жорсткість якого набагато менша жорсткості виконавчого пристрою (1), датчика сили (2), кільцевої прокладки (4) і опорної конструкції (6), розміщують між виконавчим пристроєм і датчиком сили. Якщо характеристики зразка необхідно виміряти в умовах попереднього статичного навантаження, то потрібне навантаження регулюють за допомогою кільцевих прокладок, які розміщують між стінками опорної конструкції. Збудження та попереднє навантаження прикладається до кільцевих прокладок, які паралельні поверхням зразка. Якщо вимірювання необхідно провести при відсутності статичної деформації, то висота прокладки повинна бути на 3–5 % меншою, ніж висота зразка.

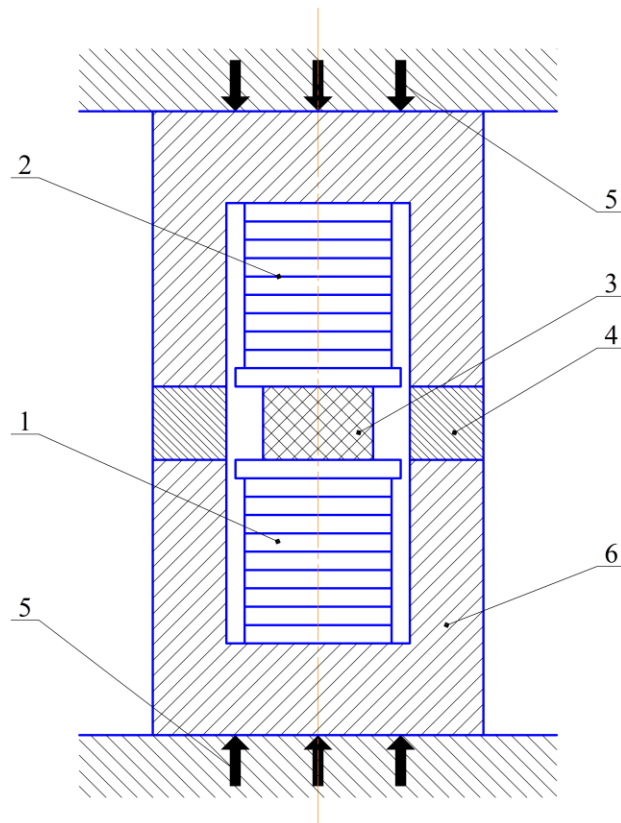


Рис. 1.2.12. Випробувальна комірка: 1 – виконавчий пристрій; 2 – датчик сили; 3 – зразок і датчик температури; 4 – кільцева прокладка; 5 – пристрій попереднього статичного навантаження; 6 – опорна конструкція.

При проведенні вимірювань за допомогою випробувальної комірки (рис. 1.2.12), дійсні частини $E'(f)$, $\mu'(f)$, $k'(f)$ та уявні частини $E''(f)$, $\mu''(f)$, $k''(f)$ комплексних динамічних модулів розраховують за такими співвідношеннями [43]:

$$E'(f)[\mu'(f), k'(f)] = \alpha_{E[\mu, k]} \operatorname{Re}[\beta(f)H(f)], \quad (1.2.67)$$

$$E''(f)[\mu''(f), k''(f)] = \alpha_{E[\mu, k]} \operatorname{Im}[\beta(f)H(f)]. \quad (1.2.68)$$

де $\beta(f)$ – комплексна функція, що описує характеристики виконавчого пристрою і датчика сили при відсутності кільцевих прокладок і зразка; $H(f)$ – комплексна функція, що визначається у процесі деформації зразка.

Абсолютні величини модулів розраховують за співвідношенням [43]:

$$|E(f)|[\mu(f), k(f)] = \alpha_{E[\mu, k]} \frac{|H(f)|}{|K_s||\lambda_F|}, \quad (1.2.69)$$

де $|K_s|$ – модуль коефіцієнта перетворення виконавчого пристрою (м/В); $|\lambda_F|$ – модуль коефіцієнта перетворення датчика сили (В/Н), а коефіцієнти втрат – таким чином [43]:

$$\eta(f) = \frac{\operatorname{Im}[\beta(f)H(f)]}{\operatorname{Re}[\beta(f)H(f)]}. \quad (1.2.70)$$

Комплексну функцію $\beta(f)$ визначають за таким співвідношенням [43]:

$$\beta(f) = \frac{\cos \Delta\varphi(f) - i \sin \Delta\varphi(f)}{|K_s||\lambda_F|}, \quad (1.2.71)$$

$\Delta\varphi(f)$ – зсув фаз (у градусах) між вихідним сигналом датчика сили і вхідним сигналом виконавчого пристрою за умови, коли їх вимірювальні поверхні жорстко з'єднані між собою.

Величини $\Delta\varphi(f)$, K_s та λ_F визначаються в процесі калібрування виконавчого пристрою і датчика сили.

Комплексну функцію $H(f)$ визначають таким чином:

$$H(f) = \frac{U_F(f)}{U_s(f)}, \quad (1.2.72)$$

де $U_F(f)$ – комплексний вихідний сигнал датчика сили (В);
 $U_s(f)$ – комплексний вхідний сигнал виконавчого пристрою (В).

Для полімерних матеріалів з різним значенням коефіцієнта Пуассона використовуються різні випробувальні зборки.

Для вимірювання модуля E і коефіцієнта втрат полімерних матеріалів із $\nu \leq 0,45$ зразки для випробувань рекомендують брати циліндричної форми (рис. 1.2.13). В такому випадку параметр α_E розраховують за таким співвідношенням:

$$\alpha_E = \frac{4h}{\pi d^2}, \quad (1.2.73)$$

де h – висота циліндричного зразка; d – діаметр циліндричного зразка.

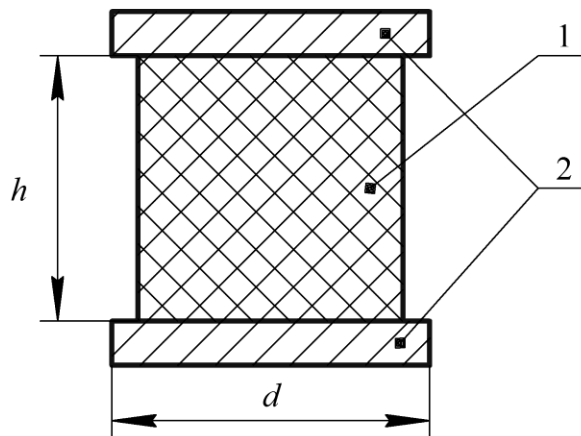


Рис. 1.2.13. Випробувальна збірка для вимірювання модуля Юнга:
 1 – зразок; 2 – прокладка.

Для зразків циліндричної форми полімерних матеріалів з $\nu \cong 0,5$ (гумо подібні матеріали) параметр α_E розраховують за таким співвідношенням:

$$\alpha_E = \frac{4h}{\pi d^2} \frac{1}{1 + \frac{d^2}{8h^2}}, \quad (1.2.74)$$

Відповідно, для полімерних матеріалів з коефіцієнтом Пуассона в діапазоні значень $0,45 < \nu < 0,5$ α_E розраховують за таким співвідношенням:

$$\alpha_E = \frac{4h}{\pi d^2} \frac{1}{0,667 + \frac{d^2}{8h^2}}. \quad (1.2.75)$$

При вимірюваннях модуля μ і відповідного коефіцієнта втрат полімерних матеріалів із $\nu \leq 0,45$ зразки беруть у формі прямокутного паралелепіпеда (рис. 1.2.14). Розміри зразка повинні бути такими, щоб його загальний зсув був в межах діапазону випробувальної зборки.

Параметр α_μ розраховують за співвідношенням:

$$\alpha_\mu = \frac{c}{2ab}, \quad (1.2.76)$$

де a – довжина зразка; b – ширина зразка; c – висота зразка.

Для зразка із квадратною основою співвідношення (1.2.76) буде мати наступний вид:

$$\alpha_\mu = \frac{c}{2a^2}. \quad (1.2.77)$$

Щоб корекція на згин зразка була незначною, його висота повинна бути принаймні в чотири рази більшою за довжину ($c \geq 4a$) [43].

Для полімерних матеріалів із $\nu > 0,45$ параметр α_μ розраховують за співвідношеннями (1.2.76), (1.2.77) з врахуванням форми зразка.

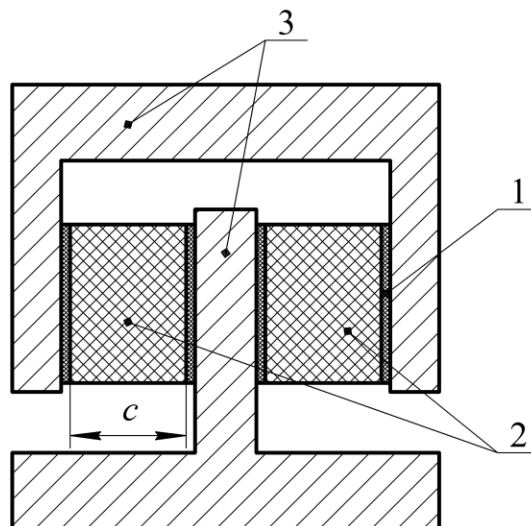


Рис. 1.2.14. Випробувальна збірка для вимірювання модуля зсуву

1 – бандажна стрічка; 2 – зразки; 3 – плита.

Якщо за допомогою збірки, представленої на рис. 1.2.14, не вдається забезпечити необхідну верхню межу частотного діапазону вимірювання, тоді можна використовувати альтернативну конфігурацію випробувальної зборки (рис. 1.2.15). В такому випадку зразок для досліджень повинен мати форму циліндра із отвором [43, 47].

Динамічна в'язкість деяких полімерних матеріалів така, що для них вимірювання модулів пружності можна проводити тільки з використанням збірки, представленої на рис. 1.2.15. Альтернативну конструкцію, використовують при випробуваннях в'язкопружних пластичних матеріалів, коефіцієнт Пуассона яких може знаходитися в межах $0,45 < \nu < 0,5$ [48, 49].

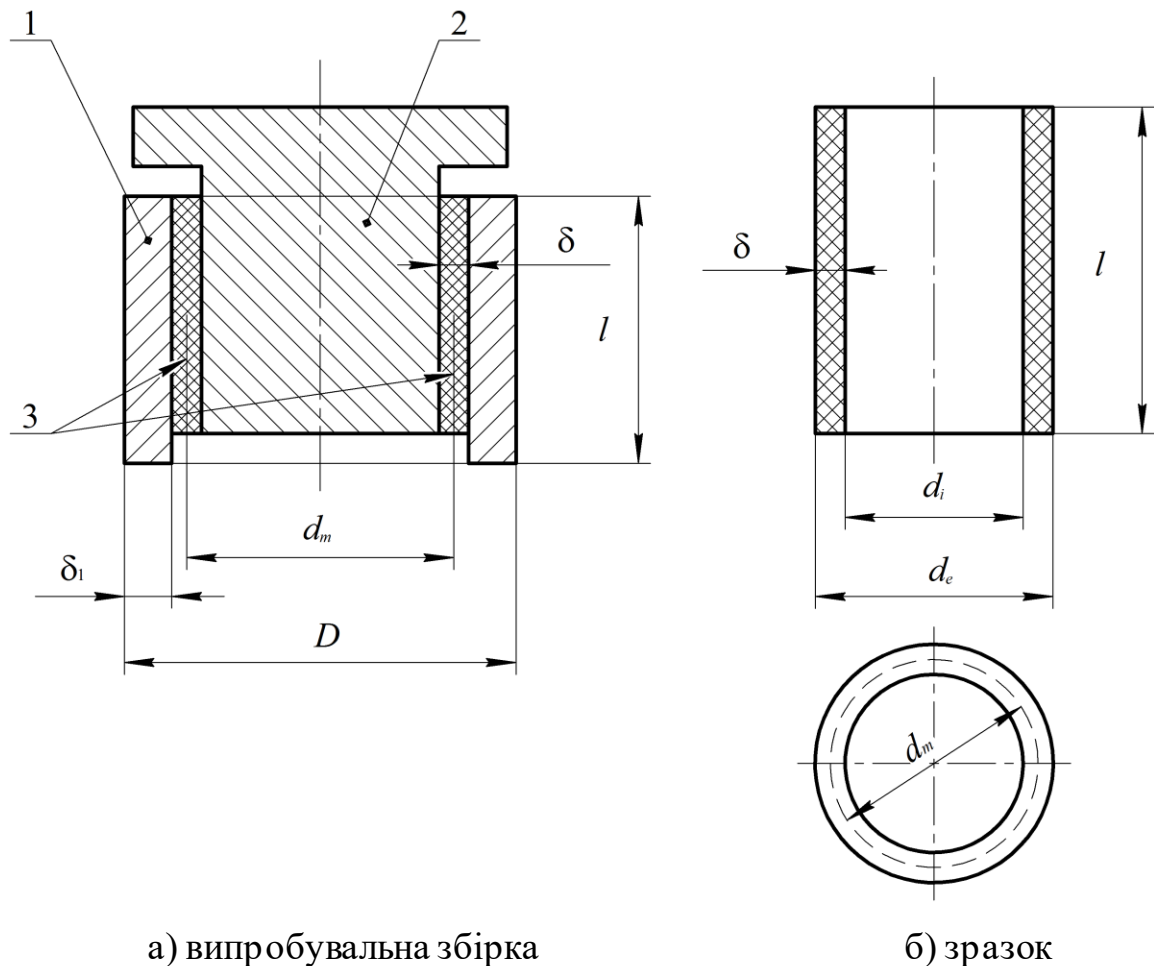


Рис. 1.2.15. Альтернативна випробувальна збірка: 1 – підтримуючий циліндр; 2 – поршень; 3 – зразок.

Зразок для випробувань в такому випадку отримують втискуючи матеріал між поршнем та циліндром із отвором. Параметр α_μ для такого зразка розраховують за таким співвідношенням [43]:

$$\alpha_\mu = \frac{\delta}{\pi d_m l}, \quad (1.2.78)$$

де δ – товщина стінок зразка у формі циліндру із отвором; d_m – діаметр циліндра із отвором $d_m = \frac{d_e + d_i}{2}$; d_e – зовнішній діаметр циліндра, d_i – діаметр отвору.

При відомому модулі μ для зразків у формі циліндра із отвором можна визначити значення жорсткості C_μ при зсувній деформації вздовж осі циліндра за таким співвідношенням [43, 50]:

$$C_\mu = \frac{2\mu}{\alpha_\mu} = \frac{2\mu\pi d_m l}{\delta}. \quad (1.2.79)$$

Для визначення об'ємного модуля пружності і відповідного коефіцієнта втрат полімерних матеріалів у всьому діапазоні додатніх значень коефіцієнта Пуассона використовують зразки у формі циліндра і експериментальну збірку представлену на рис. 1.2.16.

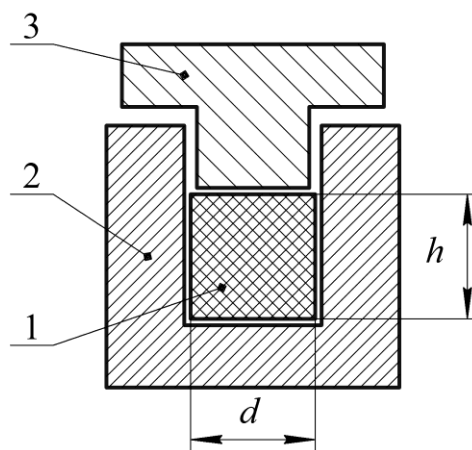


Рис. 1.2.16. Вимірювання об'ємного модуля пружності:

1 – зразок; 2 – корпус; 3 – поршень.

Параметр α_k розраховують за таким співвідношенням [43, 50]:

$$\alpha_k = \frac{4h}{\pi d^2}. \quad (1.2.80)$$

Основним джерелом похибок при вимірюваннях методом динамічної жорсткості є вибір форми і розміру зразка. Форма і розміри зразка повинні відповідати діапазону вимірювань випробувальної комірки та враховувати прогнозовані значення модулів пружності матеріалу. В загальному випадку для вимірювань матеріалів з низьким модулем пружності вибирають зразки більшої товщини, а для матеріалів з високим модулем пружності – меншої товщини.

При проведенні вимірювань модулів пружності у діапазоні частот від 10 Гц до 10 кГц з використанням випробувальної комірки (рис. 1.2.12) відносна похибка не буде перевищувати 2,5–3 % при виконанні вимог вказаних у табл. 1.2.5.

Таблиця 1.2.5

Вимоги до характеристик обладнання для вимірювань методом динамічної жорсткості

Обладнання	Вимоги	
	Діапазони	Точність
Двоканальний ШПФ-аналізатор із генератором сигналів (шум, гармонічний сигнал)	Від 5 Гц до 10 кГц, від 100 мкВ до 100 В (за середнім квадратичним значенням)	Допуск на частотну характеристику 2 %, різниця фаз між каналами менше 0,02°
Підсилювач сигналів	Від 10 Гц до 10 кГц, рівень електричного шуму менше 5 мкВ	Допуск на частотну характеристику 1 %, різниця фаз між входом і виходом менше 0°
Підсилювач потужності	Від 10 Гц до 10 кГц	Коефіцієнт гармонічних спотворень менше 10 %

Відносні похибки при визначенні дійсної $\varepsilon_{E'(f)[\mu'(f),k'(f)]}$ та уявної $\varepsilon_{E''(f)[\mu''(f),k''(f)]}$ частин комплексних модулів Юнга, зсуву та модуля об'ємної деформації можна розраховувати за такими співвідношеннями [30, 43]:

$$\varepsilon_{E'(f)[\mu'(f),k'(f)]} = \frac{\Delta\alpha_{E[\mu,k]}}{\alpha_{E[\mu,k]}} + \operatorname{Re}\left[\frac{\Delta\beta(f)}{\beta(f)}\right] + \operatorname{Re}\left[\frac{\Delta H(f)}{H(f)}\right]; \quad (1.2.81)$$

$$\varepsilon_{E''(f)[\mu''(f),k''(f)]} = \frac{\Delta\alpha_{E[\mu,k]}}{\alpha_{E[\mu,k]}} + \operatorname{Im}\left[\frac{\Delta\beta(f)}{\beta(f)}\right] + \operatorname{Im}\left[\frac{\Delta H(f)}{H(f)}\right]. \quad (1.2.82)$$

Для оцінки значення $\frac{\Delta\alpha_E}{\alpha_E}$ зразків циліндричної форми перейдемо у співвідношенні (1.2.75) до безрозмірної змінної $\xi = \frac{h}{d}$. Як результат отримаємо:

$$\alpha_E = \frac{4\xi}{\pi d \left(1 + \frac{1}{8\xi^2}\right)}. \quad (1.2.83)$$

Для відносної похибки визначення параметра α_E отримаємо таке співвідношення:

$$\frac{\Delta\alpha_E}{\alpha_E} = \frac{\sqrt{\Delta\xi^2 \left(\frac{\partial\alpha_E}{\partial\xi}\right)^2 + \Delta d^2 \left(\frac{\partial\alpha_E}{\partial d}\right)^2}}{\alpha_E} + \varepsilon_{Const}; \quad (1.2.84)$$

$$\text{де } \left(\frac{\partial\alpha_E}{\partial\xi}\right)^2 = \frac{1024\xi^4(8\xi^2+3)^2}{\pi^2 d^2(8\xi^2+1)^4}; \quad \left(\frac{\partial\alpha_E}{\partial d}\right)^2 = \frac{16384h^6(4h^2+d^2)^2}{\pi^2 d^6(8h^2+3d)^4}.$$

При вимірюваннях дійсної та уявної частин комплексного модуля Юнга E^* використовують зразки циліндричної форми. Якщо визначають складові E^* жорстких пластмас, то рекомендується використовувати таке співвідношення між висотою h і діаметром d зразків [43]:

$$\frac{h}{d} \geq 1,0. \quad (1.2.85)$$

Щоб підвищити точність вимірювань при визначенні E' та E'' гумо подібних і в'язкопружних матеріалів, рекомендується виконання такої умови [43]:

$$\frac{h}{d} \geq 2,5. \quad (1.2.86)$$

Геометричні розміри зразка для випробувань повинні бути дотримані з точністю до $\pm 0,005$ мм.

При вимірюванні дійсної та уявної частин комплексного модуля зсуву μ^* використовують два зразки однакових розмірів у формі прямокутних паралелепіпедів з геометричними розмірами a, b, c (рис. 1.2.14) або циліндра із отвором (рис. 1.2.15а). Згідно [44] якщо не виконується умова $a \gg c$, то необхідно вводити поправку на товщину зразка. Тому зразок, незалежно від форми, повинен мати якомога меншу товщину c .

Як і при вимірювання для визначення складових E^* геометричні розміри зразка повинні бути дотримані з точністю до $\pm 0,005$ мм.

Граничні відносні похибки параметра α_μ для прямокутного паралелепіпеда, паралелепіпеда із квадратною основою та циліндрі із отвором відповідно можемо розраховувати за такими співвідношеннями:

$$\frac{\Delta\alpha_\mu}{\alpha_\mu} = \frac{\Delta c}{c} + \frac{\Delta a}{a} + \frac{\Delta b}{b}; \quad (1.2.87)$$

$$\frac{\Delta\alpha_\mu}{\alpha_\mu} = \frac{\Delta c}{c} + 2 \frac{\Delta a}{a}; \quad (1.2.88)$$

$$\frac{\Delta\alpha_\mu}{\alpha_\mu} = \frac{\Delta\delta}{\delta} + \frac{\Delta d_e + \Delta d_i}{d_e + d_i} + \frac{\Delta l}{l} + \varepsilon_{Const}, \quad (1.2.89)$$

де $\Delta a, \Delta b, \Delta c$ – абсолютні похибки при вимірюванні геометричних розмірів зразка у формі паралелепіпеда; $\Delta\delta, \Delta d_e, \Delta d_i, \Delta l$ – абсолютні похибки при вимірюванні геометричних розмірів зразка у формі циліндра із отвором (рис. 1.2.15б); ε_{Const} – відносна похибка визначення констант.

При вимірюваннях для визначення складових комплексного модуля об'ємної деформації у експериментальній збірці рис. 1.2.16, гранична відносна похибка для параметра α_k може бути визначена за таким співвідношенням:

$$\frac{\Delta\alpha_k}{\alpha_k} = \frac{\Delta h}{h} + 2 \frac{\Delta d}{d} + \varepsilon_{Const}. \quad (1.2.90)$$

де Δh , Δd – абсолютні похибки при вимірюваннях висоти h та діаметру d циліндричного зразка.

Значення відносних похибок у співвідношеннях (1.2.81) і (1.2.82) для дійсної та уявної частин комплексної функції $\beta(f)$, що описує при вимірюваннях характеристики виконавчого пристрою і датчика сили при відсутності кільцевих прокладок (рис. 2.1.15), можемо оцінити таким чином:

$$\operatorname{Re}\left[\frac{\Delta\beta(f)}{\beta(f)}\right] = \Delta(\Delta\varphi(f)) \operatorname{tg}\Delta\varphi(f) + \frac{\Delta|K_s|}{|K_s||\lambda_F|} + \frac{\Delta|\lambda_F|}{|\lambda_F|}; \quad (1.2.91)$$

$$\operatorname{Im}\left[\frac{\Delta\beta(f)}{\beta(f)}\right] = \Delta(\Delta\varphi(f)) \operatorname{ctg}\Delta\varphi(f) + \frac{\Delta|K_s|}{|K_s||\lambda_F|} + \frac{\Delta|\lambda_F|}{|\lambda_F|}, \quad (1.2.92)$$

де $\Delta(\Delta\varphi(f))$ – абсолютна похибка вимірювання зсуву фаз $\Delta\varphi(f)$ між вихідним сигналом датчика сили і вхідним сигналом виконавчого пристрою; $\Delta|K_s|$ – абсолютна похибка визначення модуля коефіцієнта перетворення $|K_s|$ виконавчого пристрою; $\Delta|\lambda_F|$ – абсолютна похибка визначення модуля коефіцієнта перетворення $|\lambda_F|$ датчика сили.

Для відносних похибок визначення дійсної та уявної частин комплексної функції $H(f)$, яка при вимірюваннях характеризує деформацію зразка отримаємо такі співвідношення:

$$\operatorname{Re}\left[\frac{\Delta H(f)}{H(f)}\right] = \operatorname{Re}\left[\frac{\Delta U_F(f)}{U_F}\right] + \operatorname{Re}\left[\frac{\Delta U_s(f)}{U_s(f)}\right]; \quad (1.2.93)$$

$$\operatorname{Im}\left[\frac{\Delta H(f)}{H(f)}\right] = \operatorname{Im}\left[\frac{\Delta U_F(f)}{U_F}\right] + \operatorname{Im}\left[\frac{\Delta U_s(f)}{U_s(f)}\right], \quad (1.2.94)$$

де $\Delta U_F(f)$ – абсолютні похибки визначення складових комплексного вихідного сигналу $U_F(f)$ датчика сили; $\Delta U_s(f)$ – абсолютні похибки визначення складових комплексного вхідного сигналу $U_s(f)$ виконавчого пристрою.

Відносні похибки вимірювань величин при визначенні дійсних і уявних частин комплексного модуля пружності та модуля зсуву та модуля об'ємної деформації методом динамічної жорсткості представлені в табл. 1.2.6.

Таблиця 1.2.6

Абсолютні і відносні похибки вимірювань величин при визначенні дійсних і уявних частин комплексного модуля пружності та модуля зсуву та модуля об'ємної деформації методом динамічної жорсткості

Величина, відносна похибка	Значення або діапазон
1	2
Довжина зразка у формі прямокутного паралелепіпеда, $\frac{\Delta a}{a}$	$\leq 0,05 \%$
Ширина зразка у формі прямокутного паралелепіпеда, $\frac{\Delta b}{b}$	$\leq 0,25 \%$
Товщина стінки зразка у формі циліндра із отвором, $\frac{\Delta \delta}{\delta}$	$\leq 0,025 \%$
Зовнішній діаметр циліндра із отвором, Δd_e	$\leq 0,125$
Діаметр отвору, Δd_i	$\leq 0,025 \%$

Висота зразка у формі циліндра, $\frac{\Delta l}{l}$	$\leq 0,05 \%$
Висота зразка у формі циліндра для визначення об'ємного модуля, $\frac{\Delta h}{h}$	$\leq 0,25 \%$
Діаметр зразка у формі циліндра для визначення об'ємного модуля, $\frac{\Delta d}{d}$	$\leq 0,05 \%$
Відносна похибка визначення констант ε_{Const}	$\leq 0,05 \%$

Продовження таблиці 1.2.6

1	2
Дійсна частина модуля Юнга $\varepsilon_{E'(f)}$	$\leq 1,5 \%$
Дійсна частина модуля зсуву, $\varepsilon_{\mu'(f)}$	$\leq 1,7 \%$
Дійсна частина модуля об'ємної деформації $\varepsilon_{k'(f)}$	$\leq 1,9 \%$
Уявна частина модуля Юнга $\varepsilon_{E''(f)}$	$\leq 0,6 \%$
Уявна частина модуля зсуву $\varepsilon_{\mu''(f)}$	$\leq 1,0 \%$
Уявна частина модуля об'ємної деформації $\varepsilon_{k''(f)}$	$\leq 1,2 \%$

1.2.3. Ультразвукові методи вимірювань модулів пружності

Якщо у матеріалі зовнішнє джерело ультразвуку збуджує коливання, то вони не залишаються обмеженими біля центра виникнення, а створюють у середовищі пружні напруження, що у свою чергу, надають руху сусіднім структурним одиницям. Через малу амплітуду коливань при таких рухах

компоненти тензора напруг і деформацій не виходять за межі закону Гука [51].

Реалізація ультразвукових методів ґрунтується на зв'язку між структурою конструкційних матеріалів та їх пружними характеристиками – динамічними модулями пружності і внутрішнім тертям. Перевага ультразвукових методів полягає в тому, що вони дозволяють досліджувати силове поле гетерогенної структури матеріалу, що обумовлює швидкість поширення ультразвуку, його поглинання, кінетику та динаміку руху структурних одиниць і одержати дані про внутрішню структуру матеріалу без його руйнування [52, 53].

Визначення комплексного модуля пружності за допомогою біжучих хвиль

Один із найбільш поширених методів визначення пружності матеріалу і його внутрішніх втрат базується на вимірюванні швидкості поширення ультразвукових хвиль і коефіцієнта їх поглинання. Для цього використовуються хвилі, що поширюються як у зразках обмеженого перерізу, так і в необмеженому середовищі [52].

Розглянемо поширення поздовжньої хвилі (l) вздовж осі стрижня, діаметр якого малий у порівнянні з довжиною хвилі. При періодичній зміні деформацій і напруг, і фіксованій частоті закон Гука, що пов'язує напругу σ з деформацією ε , можна записаний у такому вигляді [54]:

$$\sigma = (E' + iE'')\varepsilon = E^* \varepsilon \quad (1.2.95)$$

Рівняння руху для зміщення $u(x, t)$ частинок має такий вигляд [55]:

$$E^* \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial x^2} = \rho \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial t^2} \quad (1.2.96)$$

Розв'язок рівняння (1.2.96) будемо шукати у вигляді:

$$u = u_0 e^{i\omega t - \kappa x} \quad (1.2.97)$$

Комплексна стала поширення $\kappa = A + iB$ визначається виразом

$$\kappa = A + iB = i\omega \sqrt{\frac{\rho}{E' + iE''}} \quad (1.2.98)$$

Підставляючи (1.2.98) у (1.2.97), отримаємо такий вираз:

$$u = u_0 e^{-Ax} e^{-iBx} e^{i\omega t}, \quad (1.2.99)$$

Звідки випливає, що A – коефіцієнт поглинання ультразвукової хвилі, а

$B = \frac{\omega}{v_l}$ – фазова стала. Рівняння (1.2.96) можна розв'язати відносно будь-якої

пари величин A і B або E' і E'' [52]:

$$A = \sqrt{\frac{(F-1)\rho\omega^2}{2F^2E'}}; \quad (1.2.100)$$

$$B = \sqrt{\frac{(F+1)\rho\omega^2}{2F^2E'}}, \quad (1.2.101)$$

$$\text{де } F = \sqrt{1 + \left(\frac{E''}{E'}\right)^2},$$

або

$$E'' = \frac{2AB\rho\omega^2}{(A^2 + B^2)^2} = \frac{2\rho v_l^2 A \frac{\omega}{v_l}}{\left(1 + \frac{A^2 v_l^2}{\omega^2}\right)^2}; \quad (1.2.102)$$

$$E' = \frac{(B^2 - A^2)\omega^2}{(A^2 + B^2)^2} = \frac{\rho v_l^2 \left(1 - \frac{A^2 v_l^2}{\omega^2}\right)}{\left(1 + \frac{A^2 v_l^2}{\omega^2}\right)^2}. \quad (1.2.103)$$

Таким чином, вимірюючи швидкість v_l і коефіцієнт затухання A , можна визначити комплексний модуль пружності. Із співвідношення (1.2.103) випливає, що при малому коефіцієнті затухання дійсна частина комплексного модуля пружності рівна [51]:

$$E' = \rho v_l^2 \quad (1.2.104)$$

При відомих величинах E' і E'' можна визначити добротність системи Q і коефіцієнт внутрішнього тертя $1/Q$ – величину обернену добротності системи. За означенням, добротність системи є відношення максимальної енергії, що акумулюється за період, до енергії, що розсіяної за період у тому ж об'ємі помножене на 2π . Для залежності (1.2.95) між напругою та деформацією добротність системи визначається таким чином:

$$Q = \frac{E'}{E''}. \quad (1.2.105)$$

Виразимо Q через величини A і B , як результат отримаємо:

$$Q = \frac{B^2 - A^2}{2AB} \approx \frac{B}{2A}, \text{ при } BA > 10. \quad (1.2.106)$$

Співвідношення (1.2.106) справедливе і у випадку поширення поперечних хвиль.

Методи, що базуються на вимірюванні імпедансу

Розглянемо поздовжні хвилі, що поширюються вздовж наполовину нескінченного стрижня, які виникають під дією періодичної сили (F) прикладеної до його кінця. Імпеданс (Z_K) в такому випадку визначимо як відношення збуджуючої сили до швидкості руху часток. Для стрижня із площею перерізу s величина Z_K дорівнює [52]:

$$Z_K = \frac{F}{\frac{\partial u}{\partial t}} = \frac{\kappa E^* s}{i\omega} = i\sqrt{\rho E^*} = \frac{i\rho\omega}{\kappa}. \quad (1.2.108)$$

Якщо E^* – дійсна величина, то Z_K є активним навантаженням, яке рівне величині $\rho\omega s$. Якщо дисипативними втратами у матеріалі не можна знехтувати, то визначивши Z_K за співвідношенням (1.2.108), можна розрахувати величину комплексного модуля E^* .

Особливого значення метод набуває у тих випадках, коли поглинання у досліджуваному матеріалі настільки велике, що пряме вимірювання швидкості поширення хвилі і коефіцієнта її поглинання неможливе, що характерно для ряду в'язкопружних матеріалів.

Розглянемо випадок, коли на межу твердого середовища з відомим імпедансом Z_1 і в'язкопружного матеріалу падає плоска поперечна хвиля, яка частково відбивається від межі (рис. 1.2.17). Коефіцієнти відбивання (V) і проходження (W) визначаються такими виразами [55]:

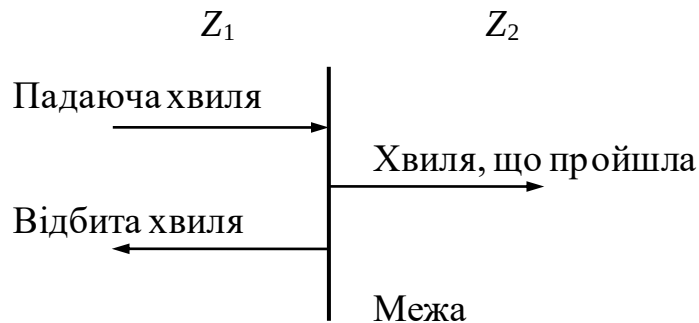


Рис. 1.2.17. Відбивання та проходження хвиль на межі поділу двох середовищ.

$$V = \frac{Z_2 - Z_1}{Z_2 + Z_1}; \quad (1.2.109)$$

$$W = \frac{2Z_2}{Z_1 + Z_2}, \quad (1.2.110)$$

де Z_2 – імпеданс в'язкопружного матеріалу.

Величину V можна визначити, провівши вимірювання із в'язкопружним матеріалом та без нього. В такому випадку Z_2 буде дорівнювати:

$$Z_2 = Z_1 \frac{1+V}{1-V}. \quad (1.2.111)$$

При відомому значення імпеданса в'язкопружного матеріалу за співвідношенням (1.2.111) можна розрахувати відповідне значення комплексного модуля пружності.

Імерсійні методи

Розглянемо проходження ультразвукових поздовжніх хвиль через зразок у формі пластини, що занурена у рідину (рис. 1.2.18). Умова хорошого

акустичного контакту між рідиною і зразком, як правило, виконується автоматично. Це дає змогу вважати зразок еквівалентним відрізком визначеної довжини, навантаженим на обох його кінцях на опір, рівний хвильовому опору рідини [52, 56].

Таке припущення допустиме якщо використовувати високочастотні імпульси, так як при цьому у рідині не будуть виникати стоячі хвилі.

Співставимо амплітуду і фазу хвилі, що пройшла через зразок E_R , з амплітудою і фазою хвилі, що приходить без досліджуваного зразка E_{R_0} . При достатньо великому коефіцієнті затухання УЗ-хвиль у зразку можна розділити прямий і відбитий сигнал, якщо виключити можливість виникнення стоячих хвиль:

$$\frac{E_R}{E_{R_0}} = C e^{i\varphi} = \frac{4\rho_1\rho_2\kappa_1\kappa_2 e^{(\kappa_1 - \kappa_2)d}}{(\rho_1\kappa_2 + \rho_2\kappa_1)^2}, \quad (1.2.112)$$

де d – товщина зразка; φ – зсув фаз; C – відношення амплітуд; ρ – густина; $\kappa = A + iB$ – комплексна постійна поширення. Індекси „1” і „2” відносяться відповідно до рідини і зразка.

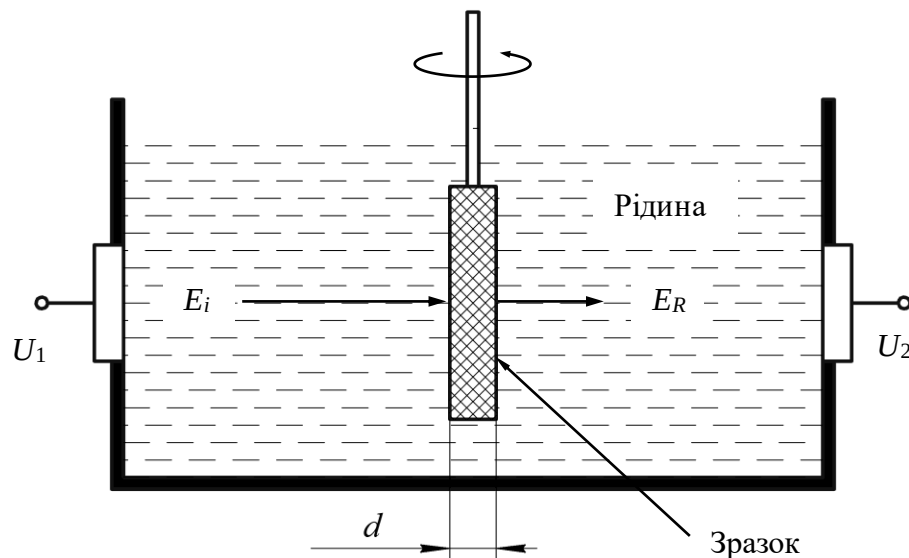


Рис. 1.2.18. Проходження ультразвукових хвиль через пластинку, занурену в рідину.

Величини φ та C із зразком та при його відсутності визначаються експериментально. Оскільки величини ρ_1 та κ_1 для імерсійної рідини вважаються відомими із співвідношення (1.2.112) можна визначити $\kappa_2 = A_2 + iB_2$ для матеріалу зразка.

Якщо механічна добротність достатньо велика, наприклад $Q > 10$, то співвідношення (1.2.112) спрощуються. Ця умова для проходження поздовжніх хвиль у більшості випадків виконується, і для них можна використовувати наступні вирази, отримані з (1.2.112):

$$e^{-A_2 d} = C e^{-A_1 d} \left(\frac{\rho_1 v_1}{4\rho_2 v_2} + \frac{\rho_2 v_2}{4\rho_1 v_1} + \frac{1}{2} \right); \quad (1.2.113)$$

$$v_2 = \frac{v_1}{1 - \frac{v_1 \varphi}{l\omega}}. \quad (1.2.114)$$

Існує ряд способів вимірювання φ . Наприклад, при використанні високочастотних імпульсів, напругу із приймача U_2 (рис. 1.2.18) можна порівняти з напругою U_1 , що надходять з іншого аналогічного приймача. Знаючи відстань між приймачами, легко визначається зсув фази між цими сигналами.

1.3. Приладові системи для вимірювання швидкостей поширення УЗ-хвиль

Замість зсуву фази можна вимірювати час проходження зондуючого імпульсу та визначати швидкості поширення поздовжніх хвиль (v_l) і швидкість поширення поперечних хвиль (v_t) у зразку полімерного матеріалу.

В роботі [57] реалізований імерсійний метод для вимірювання швидкостей поширення v_l та v_t в зразках твердих тіл. Схема експериментальної кювети представлена на рис. 1.3.1. Спосіб вимірювання величини v_l полягає в отриманні максимуму амплітуди при проходженні

імпульсу УЗ-хвилі у воді за допомогою механізму позиціонування УЗ-перетворювача Rx та визначенні часу проходження.

При вимірюваннях величини v_t максимум амплітуди сигналу отримують за допомогою поворотного механізму тримача зразка і механізму позиціонування УЗ-перетворювача Rx (рис. 1.3.2). Відстань акустичного шляху УЗ-хвилі в обох випадках не перевищує до 300 мм.

Для збудження і прийому УЗ-хвиль були використані УЗ-перетворювачі IX870 фірми UTX діаметром $D = 3$ мм на номінальну частоту $f = 5$ МГц. УЗ-перетворювач IX870 забезпечує 3 dB на відстані 150 мм у воді при розходженні пучка на 12 мм. Розходження пучка УЗ-коливань на 300 мм рівне 25 мм (рис. 1.3.3).

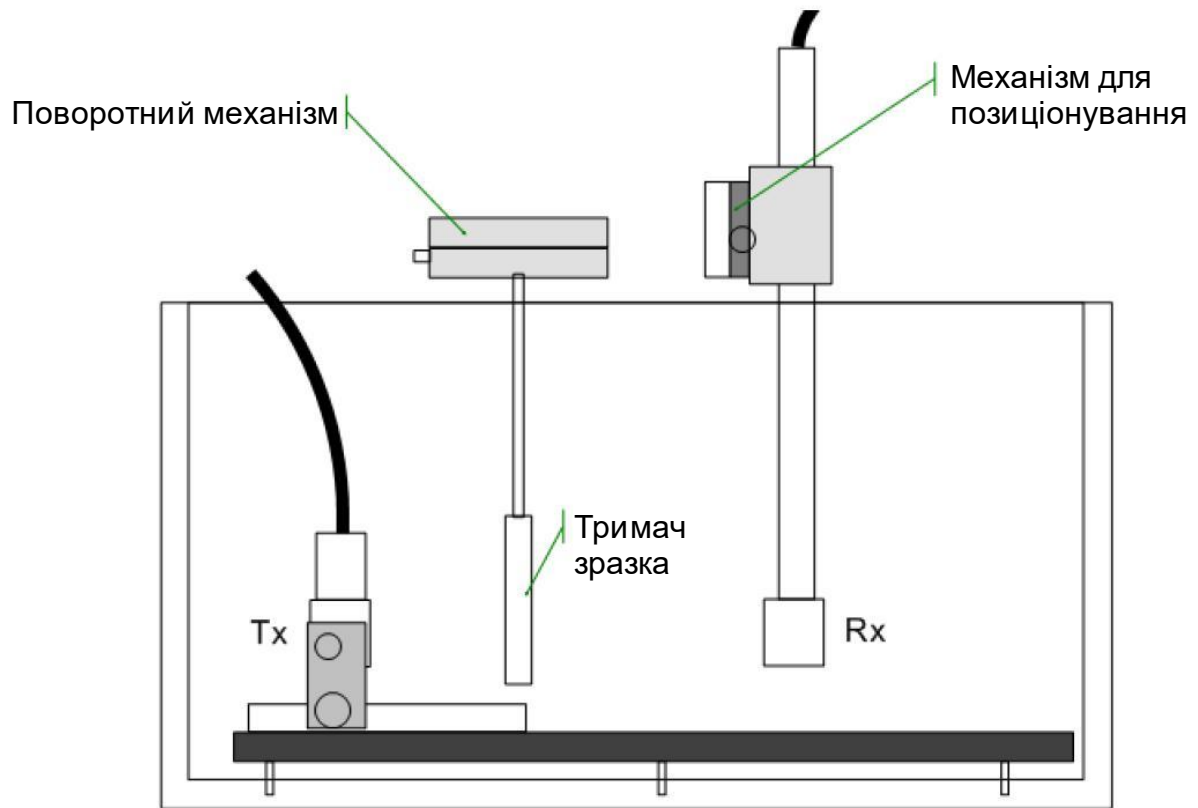


Рис. 1.3.1. Схема експериментальної кювети для вимірювань швидкостей поширення поздовжньої та поперечної хвиль у зразку: Tx – випромінювач УЗ-хвиль, Rx – приймач УЗ-хвиль.



Рис. 1.3.2. Схема проходження УЗ-імпульсу при вимірюваннях поперечної хвилі у зразку.

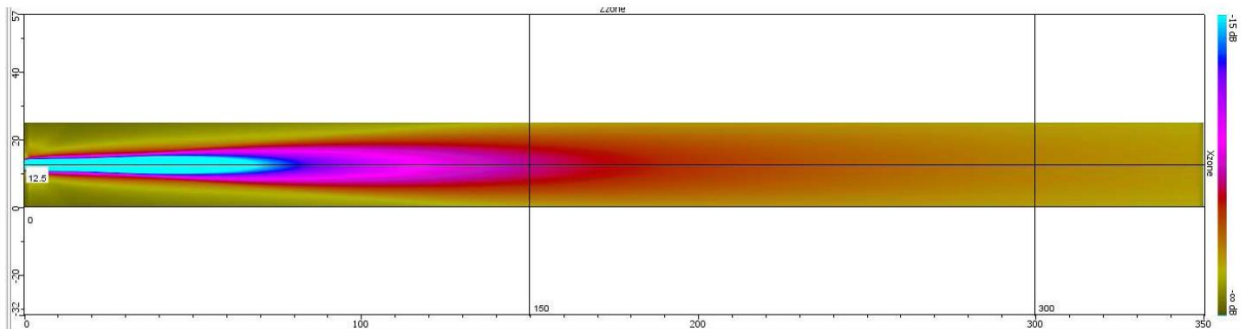


Рис. 1.3.3. Моделювання діаграми направленості УЗ-перетворювача для 80 % занурення у імерсійну рідину.

Налагодження системи проводили при розміщені УЗ-перетворювачів вздовж однієї прямої при частоті 5 МГц біполярними імпульсами амплітудою 225 В, що подавалися на Tx. УЗ-перетворювач Rx підключений до імпульсного приймача PCPR100 фірми Adaptronics, що використовується спільно з програмним забезпеченням Winspect. Фільтрація приймача була налаштована на проходження сигналу в діапазоні 0,1–14 МГц, а затухання – на отримання ненасищаючого РЧ-сигналу на дисплеї A-scan. Вхідний сигнал оцифровували за допомогою АЦП STR8100 100 МГц виробництва Sonix.

Для води час проходження імпульсу (τ) рівний 100,35 мкс. Для режиму при вимірюваннях поздовжньої хвилі у зразку τ рівний 95,40 мкс.

Відповідно, для режиму при вимірюваннях поперечної хвилі з кутом повороту зразка 19° опорний максимум сигналу фіксували при $\tau = 96,73$ мкс (рис. 1.3.4).

В роботі [58] за допомогою імерсійного методу проведені вимірювання швидкостей поширення v_l в зразках Aqualene™ (терморектопласт) та термопластичного ACE™ (Acoustic Coupling Elastomer).

Схема експериментальної установки представлена на рис. 1.3.5. Для вимірювань використовувалися відповідні пари УЗ-перетворювачів з резонансною частотою від 5 МГц до 50 МГц.

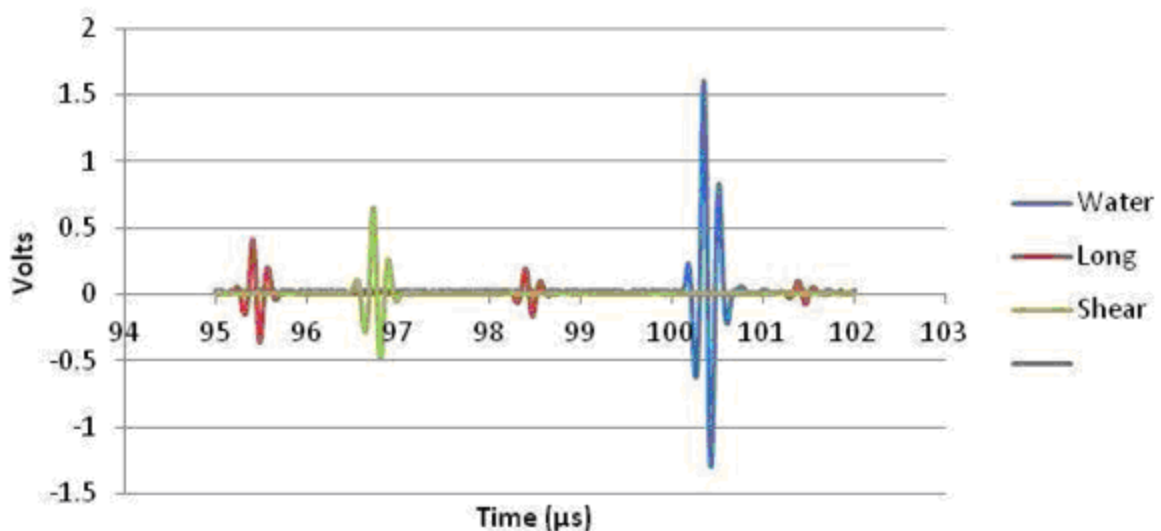


Рис. 1.3.4. Амплітуди сигналів у часовій області для визначення швидкостей поширення УЗ-хвиль у алюмінію 6061.

Вимірювання проводили при температурі 23°C . Товщина зразків відрізнялася не більше ніж 0,1 мм.

Для кожної пари УЗ-перетворювачів проводилися вимірювання часу проходження УЗ-імпульсу від передавача до приймача. Друге вимірювання часу проходження УЗ-імпульсу проводилися із зразком матеріалу.

Для мінімізації випадкового шуму автори проводили усереднення часу. До оцифрованих сигналів застосовували швидке перетворення Фур'є за допомогою ПЗ для обробки сигналів.

Фазову швидкість позовжньої хвилі у разку визначали як функцію частоти. На рис. 1.3.6 представлені прийняті сигнали, що відповідають парі УЗ-перетворювачів при частоті 10 МГц при проходженні УЗ-імпульсу у воді без зразка та із зразком Aqualene.

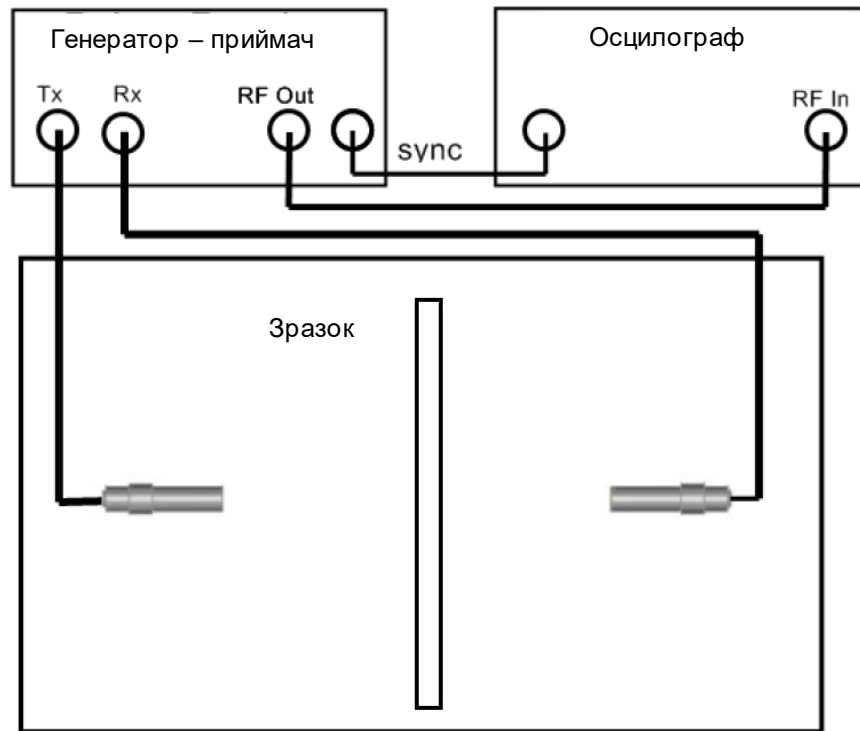


Рис. 1.3.5. Схема експериментальної установки для імерсійних вимірювань.

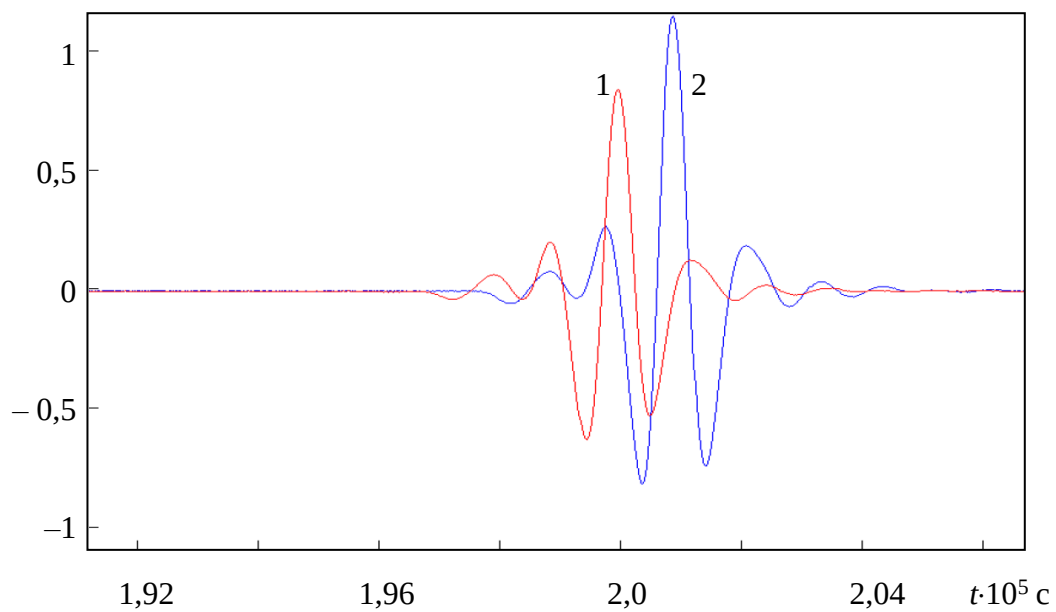


Рис. 1.3.6. Діаграми амплітуди та часу, що відповідають парі УЗ-перетворювачів при частоті 10 МГц при проходженні УЗ-імпульсу у воді без зразка (2) та із зразком Aqualene (1).

У роботі [59] запропонована експериментальна установка, де встановлена диференціальна кювета, що дозволяє досліджувати в'язкопружні властивості полімерів за поздовжньої й поперечної деформацій.

Кювета містить два УЗ-перетворювачі – приймачі. Між приймачами в строго фіксованому положенні знаходиться випромінювач ультразвукових коливань. УЗ-хвилі поширюються у імерсійному середовищі, яким можуть бути пропанол, силіконове масло де зразок полімерного матеріалу практично не набухає.

У кюветі 1 (рис. 1.3.7), зробленої із нержавіючої сталі, кріпляться нерухомо у тримачах 2, 3 за допомогою ізоляційних прокладок 5, 6 і електродів 7, змінні випромінювач 8 і приймач 9. Другий приймач 10, закріплений у тримачі 3 за допомогою мікрометричного гвинта 11, може здійснювати зворотно-поступальний рух у площині, перпендикулярній площині розміщення приймача і випромінювача. До тримача випромінювача 3 спеціальним змінним пристосуванням 12 кріпиться зразок для вимірювань 13. При повороті зразка поворотним пристроєм 14 навколо осі, перпендикулярної напрямку поширення УЗ-хвиль, у ньому в залежності від кута повороту збуджуються поздовжні, поперечні або тільки поперечні коливання.

Розміри кювети визначаються величиною акустичного шляху $L_{acoustic}$, що дорівнює:

$$L_{acoustic} = \frac{R^2}{2\lambda}, \quad (1.3.1)$$

де R – радіус випромінювача, λ – довжина хвилі.

Описана диференціальна кювета є складовою ультразвукової установки блок-схема якої представлена на рис. 1.3.8. [59]

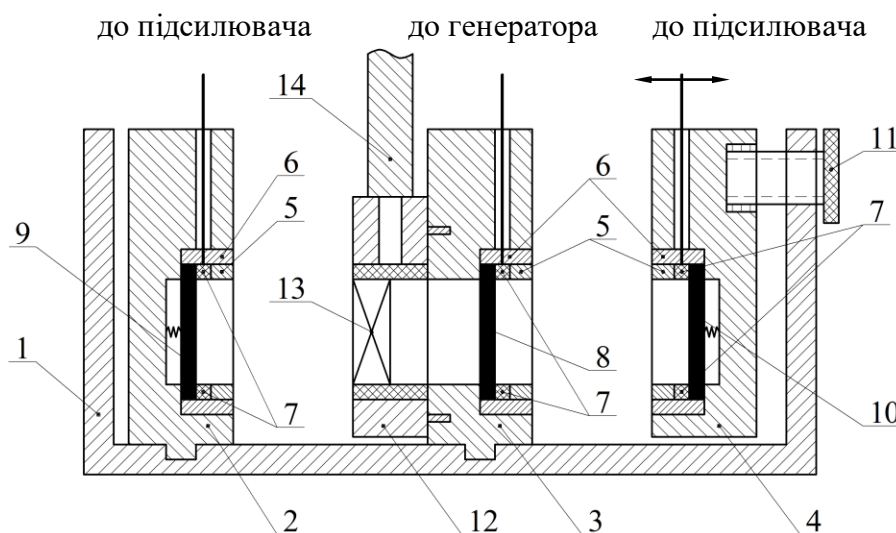


Рис. 1.3.7. Схема кювети, що працює за принципом диференціального вимірювання: 1 – корпус кювети; 2 – тримач приймача; 3 – тримач передавача; 4 – тримач рухомого приймача; 5, 6 – ізоляційні прокладки; 7 – електроди; 8 – випромінювач; 9, 10 – приймачі; 11 – мікровинт; 12 – тримач зразка; 13 – зразок; 14 – пристрій для повороту зразка.

Генератор запускаючих імпульсів 1 представляє собою симетричний мультівібратор із самозбудженням. Форма коливань вихідного сигналу генератора, з використанням корегуючих кіл, близька до прямокутних з частотою 200 Гц. Генератор 2 видає імпульси для збудження п'єзовипромінювача 3. УЗ-сигнал приймається п'єзоприймачем 4 або 5. В колі рухомого п'єзоприймача 4 УЗ-сигналу використовується атенюатор 7. В установці використовують резонансний підсилювач 8 із коефіцієнтом підсилення не менше $2,5 \cdot 10^6$ та смугою пропускання в області вибраних частот УЗ-перетворювачів: 200; 300; 500 КГц; 0,8; 1,8; 2,5 МГц. В якості

широкопasmового підсилювача 9 використовують підсилювач каналу вертикального відхилення імпульсного осцилографа 11 з коефіцієнтом підсилення не менше 500. В установці також використовують блок очікуючої розгортки 10 та генератор стандартної частоти калібровочних маркерних міток часу 12.

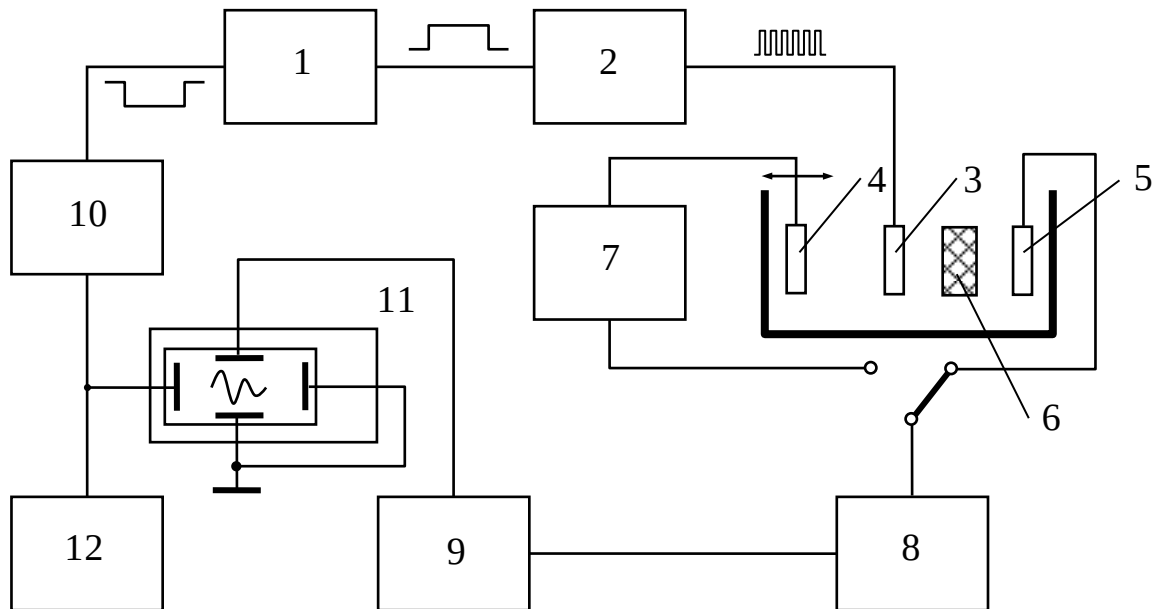


Рис. 1.3.8. Блок-схема установки для вимірювання швидкостей поширення поздовжньої та поперечної хвиль іммерсійним методом.

1.4. Методи вимірювання коефіцієнта Пуассона

Коефіцієнт Пуассона за статичних відносних деформацій визначається за співвідношенням (1.1.40).

Якщо відносні деформації $(\varepsilon_x, \varepsilon_y)$ можна описати наступними гармонійними функціями:

$$\varepsilon_x(t) = \hat{\varepsilon}_x e^{i\omega t}; \quad (1.4.1)$$

$$\varepsilon_y(t) = \hat{\varepsilon}_y e^{i(\omega t - \delta_v)}, \quad (1.4.2)$$

тоді коефіцієнт Пуассона є комплексною величиною і визначається таким чином [60]:

$$v^*(i\omega) = \frac{\varepsilon_y}{\varepsilon_x} = \frac{\hat{\varepsilon}_y}{\hat{\varepsilon}_x} (\cos \delta_v - i \sin \delta_v) = v'(\omega) - i v''(\omega), \quad (1.4.3)$$

де δ_v – кут зсуву фаз між напругою і деформацією; v' , v'' – дійсна і уявна частини комплексного коефіцієнта Пуассона; $\operatorname{tg} \delta_v(\omega) = \frac{v''(\omega)}{v'(\omega)}$.

Дійсна і уявна частина комплексного коефіцієнта Пуассона є функціями частоти ω . Теоретично можна показати, що динамічні частини $v'(\omega)$, $v''(\omega)$ монотонно зменшуються із збільшенням ω , а $\operatorname{tg} \delta_v(\omega)$ має принаймні один максимум із збільшенням частоти та наближаються до нуля при високих частотах [61, 62]. Дані частотні залежності, як правило, реалізуються незалежно від будь-якого лінійного механізму демферування, що працює в твердих матеріалах [63].

В роботі [63] було показано, що величини складові комплексного коефіцієнта Пуассона, зазвичай, пов'язані між собою через дисперсійні співвідношення Крамерса-Кроніга, наближені локальні форми яких можна записати таким чином:

$$v''(\omega) \approx -\frac{\pi}{2} \omega \frac{dv'(\omega)}{d\omega}, \quad (1.4.4)$$

або

$$\operatorname{tg} \delta_v(\omega) \approx -\frac{\pi}{2} \omega \frac{d(\log v'(\omega))}{d(\log \omega)}. \quad (1.4.5)$$

Співвідношення (1.4.5) можна використати для оцінки максимального значення коефіцієнта втрат $\operatorname{tg}_{\max} \delta_v$:

$$\operatorname{tg}_{\max} \delta_v \approx \frac{\pi}{2} \frac{\log \frac{v_0}{v'_\infty}}{\log \frac{\omega_2}{\omega_1}}, \quad (1.4.6)$$

де v_0 – статичний коефіцієнт Пуассона; v'_∞ – дійсна частина при максимальній частоті ω ; $\omega_2 - \omega_1$ частотний діапазон в якому в якому змінюється $v'(\omega)$ від v_0 до v'_∞ .

1.4.1. Прямий метод

Прямий метод визначення v^* базується на збудженні у циліндричному або призматичному зразку вібраційних коливань та вимірюваннях поперечної ε_y та поздовжньої ε_x відносних деформацій (рис. 1.4.1). Частота збудження вібраційних коливань пов'язана із лінійним розміром зразка, який повинне бути менший за довжину акустичної хвилі, що поширюється у ньому. У такому випадку, зразок матеріалу можна моделювати у вигляді пружини, а межі частотного діапазону можуть перекривати практично увесь звуковий діапазон починаючи від частоти 100 Гц [60].

Дійсну і уявну частини комплексного v^* визначають за наступними співвідношеннями:

$$v'(\omega) = \frac{\hat{\varepsilon}_y(\omega)}{\hat{\varepsilon}_x(\omega)} \cos \delta_v(\omega) \approx \frac{\hat{\varepsilon}_y(\omega)}{\hat{\varepsilon}_x(\omega)}; \quad (1.4.7)$$

$$\operatorname{tg} \delta_v(\omega) \approx \delta_v(\omega); \quad (1.4.8)$$

$$v''(\omega) = v'(\omega) \operatorname{tg} \delta_v(\omega), \quad (1.4.9)$$

де $\delta_v \ll 1$.

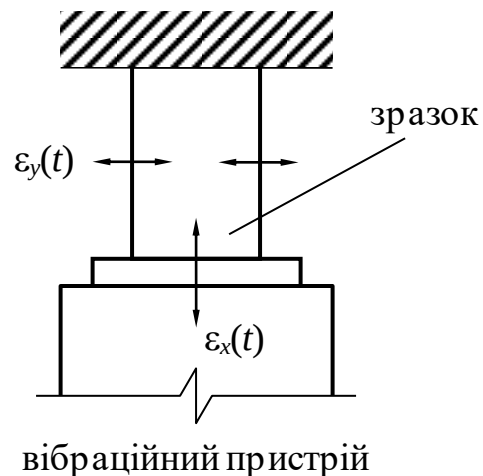


Рис. 1.4.1. Пристрій для вимірювання комплексного коефіцієнта Пуассона прямим методом.

1.4.2. Вторинний метод

Метод базується на збудженні у зразку з закріпленим і вільним кінцями осьових вібраційних коливань та дослідженні його динамічної стійкості (k_d) рис. 1.4.2. Динамічна стійкість пов'язана виключно з динамічним модулем Юнга за умови, що крайовий ефект, який виникає у зразку внаслідок поперечних коливань на закріпленому кінці є незначними. Ця умова виконується, якщо довжина зразка (l) набагато більша його товщини (a), або якщо коефіцієнт Пуассона зразка дорівнює нулю. В інших випадках динамічна стійкість k_d залежить від дійсної частини динамічного коефіцієнта Пуассона, дійсної частини динамічного модуля Юнга E' таким чином [62]:

$$k_d = \chi(a, l, \nu') \frac{sE'}{l}, \quad (1.4.10)$$

χ – форм-фактор зразка, який враховує крайовий ефект; s – площа поперечного перерізу зразка.

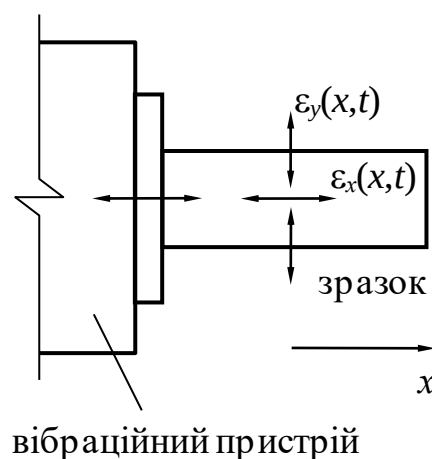


Рис. 1.4.2. Пристрій для вимірювання комплексного коефіцієнта Пуассона вторинний методом.

Величина χ залежить від геометричних розмірів зразка та значення ν' матеріалу. При вимірюваннях динамічної жорсткості двох зразків, що мають однакові розміри можна визначити форм-фактор зразка з невідомим значенням ν' . Дійсну частину динамічного коефіцієнта Пуассона в такому випадку можна отримати із значення χ .

Верхня межа частотного діапазону при вторинному методі залежить від l і може досягати 18 кГц для достатньо довго стрижня в якому збуджуються осьові вібрації [62].

Поздовжні та поперечні деформації у прямому методі вимірюють за допомогою тензодатчиків. Відносні похибки величини ν' залежать від методу обробки сигналів та геометричних розмірів зразків. В роботі [64] значення відносних похибок відповідно дорівнює 13 % та 2,6 %.

1.4.3. Непрямі методи

Непрямі методи визначення величини ν^* базуються на вимірюваннях двох будь-яких комплексних модулів пружності зразків та використанні рівнянь теорії пружності. Для величини ν^* співвідношення між парами модулів пружності (k^*, μ^* ; k^*, E^* ; E^*, μ^*) мають такий вигляд [60, 65]:

$$\nu_{k,\mu}^* = \frac{3k^* - 2\mu^*}{6k^* + 2\mu^*}; \quad (1.4.11)$$

$$\nu_{k,E}^* = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{E^*}{3k^*} \right); \quad (1.4.12)$$

$$\nu_{E,\mu}^* = \frac{E^*}{2\mu^*} - 1. \quad (1.4.13)$$

Граничні відносні похибки визначення величини ν^* за співвідношеннями (1.4.11)–(1.4.13) можна оцінити таким чином [67]:

$$\varepsilon_{\nu_{k,\mu}^*} = \frac{\Delta \nu_{k,\mu}^*}{\nu_{k,\mu}^*} = \frac{\Delta k^* + \Delta \mu^*}{3k^* - 2\mu^*} + \frac{\Delta k^* + \Delta \mu^*}{6k^* + 2\mu^*}; \quad (1.4.14)$$

$$\varepsilon_{v_{k,E}^*} = \frac{\Delta v_{k,E}^*}{v_{k,E}^*} = \frac{\Delta E^*}{E^*} + \frac{\Delta k^*}{k^*}; \quad (1.4.15)$$

$$\varepsilon_{v_{E,\mu}^*} = \frac{\Delta v_{E,\mu}^*}{v_{E,\mu}^*} = \frac{\Delta E^*}{E^*} + \frac{\Delta \mu^*}{\mu^*}. \quad (1.4.16)$$

При вимірюванні модулів пружності методом динамічної в'язкості у діапазоні частот від 10 Гц до 10 кГц відносна похибка ($\varepsilon_{E^*, \mu^*, k^*}$) не буде перевищувати 2,5–3 % [30, 43].

1.4.4. Визначення коефіцієнта Пуассона з використанням методу скінченних елементів

Використання методу скінченних елементів [66] передбачає, що модуль E^* досліджуваного матеріалу відомий і отриманий у результаті вимірювань за методиками [30, 31, 37, 44] або [67]. Практична реалізація методу полягає у побудові теоретичного графіка залежності безрозмірної жорсткості (S) від коефіцієнта Пуассона для зразка циліндричної форми і вибору значення $\tilde{\nu}$, що відповідає експериментальній динамічній жорсткості ($\tilde{S}$) (рис. 1.4.3).

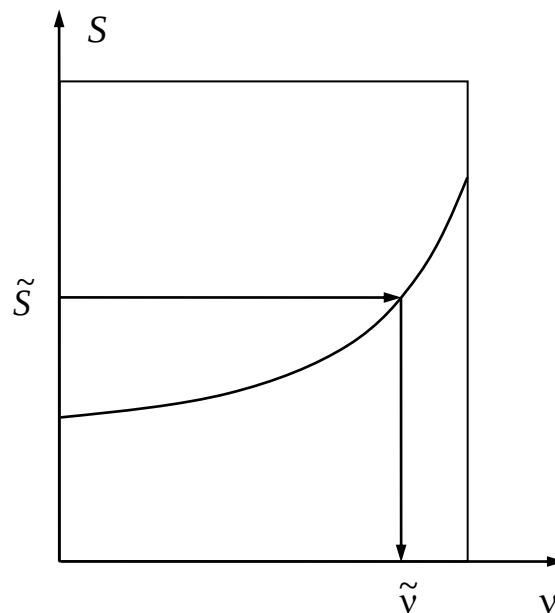


Рис. 1.4.3. Графік безрозмірної жорсткості від коефіцієнта Пуассона.

Метод вимірювання з одним зразком

Нехай зразок в'язкопружного або пористого пружного матеріалу, який жорстко закріплений своїми торцевими поверхнями (рис. 1.4.4), знаходиться під осовим навантаженням силою F , що викликає його прогин.

Значення S в такому випадку визначають таким чином [68]:

$$S = \frac{Fh}{sE\Delta h}, \quad (1.4.17)$$

де h – висота циліндра, s – площа основи циліндра, Δh – прогин зразка.

Для зразків з великим значенням h теоретичне значення S буде рівним 1,0. Числові розрахунки для трьох зразків одного матеріалу, але із різним форм-фактором χ

$$\chi = \frac{D}{4h} \quad (1.4.18)$$

показують, що R залежить від коефіцієнта Пуассона і χ (рис. 1.4.5).

По осі ординат на графіку рис. 1.4.5 відкладаємо відношення S до теоретичної безрозмірної жорсткості S_0 , що визначається за таким співвідношенням [67, 69]:

$$S_0 = 1 + 2\chi^2. \quad (1.4.19)$$

Із представлених графіків (рис 1.4.5) можна зробити висновок, що безрозмірна жорсткість мало залежить від коефіцієнта Пуассона при малих значеннях форм-фактора зразка, але ця залежність стає суттєвою, як тільки χ зростає [69].

Динамічну жорсткість визначають прямим (рис. 1.4.6а) або непрямим (рис. 1.3.6б) методами [67].

Безрозмірна жорсткість, що визначається за співвідношенням (1.4.17), є функцією ω і може бути отримана безпосередньо вимірюванням $\tilde{S}$ як відношення сили до деформації:

$$\tilde{S}(\omega) = \frac{F(\omega)}{\Delta h(\omega)}. \quad (1.4.20)$$

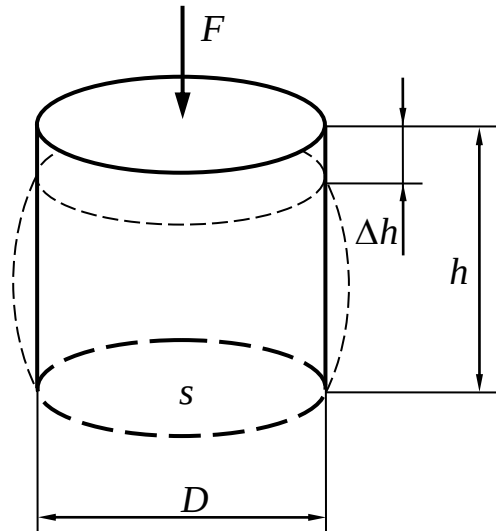


Рис. 1.4.4. Схема деформації зразка циліндричної форми.

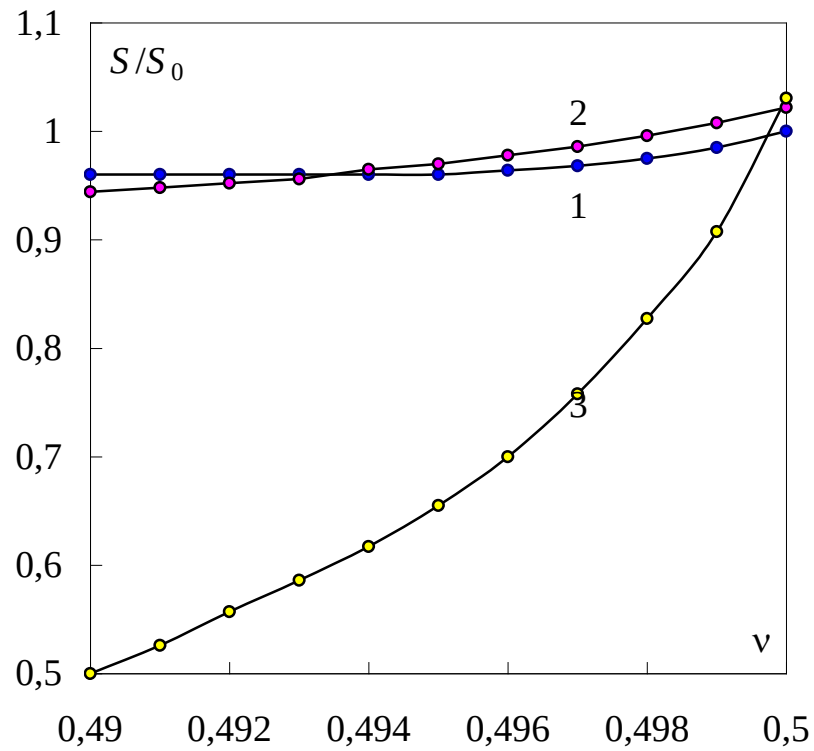


Рис. 1.4.5. Залежність відношення S/S_0 от ν , розраховані методом скінченних елементів для трьох зразків із різним форм-фактором χ : 1 – $\chi = 0,304$; 2 – $\chi = 0,770$; 3 – $\chi = 2,591$.

Безрозмірна жорсткість, що визначається за співвідношенням (1.4.14), є функцією ω і може бути отримана безпосередньо вимірюванням $\tilde{S}$ як відношення сили до деформації:

$$\tilde{S}(\omega) = \frac{F(\omega)}{\Delta h(\omega)}. \quad (1.4.21)$$

Прямий метод вимірювань передбачає збудження у зразку випадкових вібраційних коливань. Дані при вимірюванні $\tilde{S}(\omega)$ і $\Delta h(\omega)$ записують і обробляють за допомогою двоканального аналізатора ШПФ.

При використанні прямого методу вимірювань $S(\omega)$ розраховують за співвідношенням:

$$S(\omega) = \frac{\tilde{S}(\omega)h}{sE}. \quad (1.4.22)$$

У непрямому методі вимірювань зразок навантажують деякою масою та збудують у ньому вібраційні коливання, а динаміку деформацій визначають за амплітудами коливань поверхонь зразка на основі сигналів із акселерометрів (рис. 1.4.6б).

Рівняння руху для непрямого метода буде мати наступний вигляд [68]:

$$-\omega^2 M x_2^* e^{i\omega t} = \frac{sE^*}{h} (x_1^* - x_2^*) e^{i\omega t}, \quad (1.4.23)$$

де M – маса навантаження на зразок, $x_{1,2}$ – амплітуди коливань поверхонь зразка.

Динамічну жорсткість в такому випадку можна визначити таким чином:

$$\tilde{S}(\omega) = -M\omega^2 Z, \quad (1.4.24)$$

де Z – відношення амплітуд коливань.

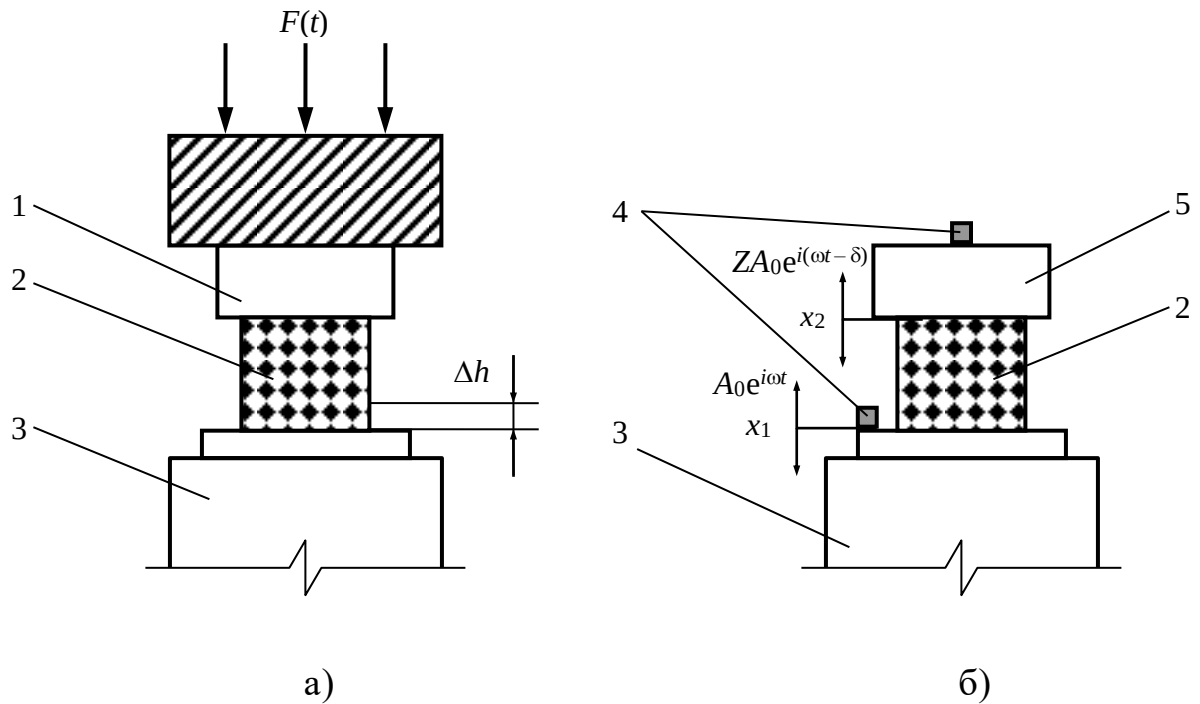


Рис. 1.4.6. Пристрої для прямого (а) і непрямого (б) методів вимірювання динамічної жорсткості: 1 – датчик сили; 2 – зразок; 3 – джерело вібраційних коливань; 4 – акселерометри; 5 – маса M , що навантажує зразок.

Величину Z можна визначити за таким співвідношенням [67, 68]:

$$Z = \left| \frac{x_2^*}{x_1^*} \right| = \left| \frac{A_0 k_2 e^{i(\omega t - \delta)}}{A_0 k_1 e^{i\omega t}} \right| = \frac{U_2 k_1}{U_1 k_2}, \quad (1.4.25)$$

де A_0 – амплітуда вібраційних коливань, U_i – сигнали із акселерометрів, k_i – чутливість акселерометрів, δ – зсув фаз.

Величини U_i і δ визначають експериментально і вимірюють, відповідно, за допомогою цифрового вольтметра та частотоміра [68].

Діапазон частот для прямого і непрямого методів вимірювань залежить від діапазону частот, в якому визначений модуль Юнга E матеріалу зразка. Другим фактором є частота f власних коливань зразка, що використовується для побудови залежності $S = f(\nu)$ [68]. Оскільки зразок для вимірювань моделюється ідеальною пружиною, що не має маси, то верхня межа $f_{\max}$ діапазону частот вимірювань повинна бути не більше одної п'ятої першої

власної частоти f_1 поздовжніх коливань зразка із закріпленими кінцями і може бути оцінена за таким співвідношенням [69]:

$$f_{max} = \frac{f_1}{5} = \frac{1}{10h} \sqrt{\frac{E}{\rho}}. \quad (1.4.26)$$

Метод вимірювання з двома зразками

У цьому методі реалізують випробування на стиснення для визначення жорсткостей двох зразків із різними форм-факторами χ . Результати вимірювань жорсткості у сукупності з відомою залежністю жорсткості при стисненні від коефіцієнта Пуассона і форм-факторами дозволяють скласти два рівняння з двома невідомим. Розв'язок системи визначає значення коефіцієнта Пуассона і модуля Юнга.

Для довгого гнучкого стрижня з $\chi < 0,025$ жорсткість при статичному стисненні практично не залежить від коефіцієнта Пуассона, граничних умов і самого форм-фактора. В такому випадку співвідношення між модулем Юнга E і жорсткістю при статичному стисненні K_0 буде мати такий вигляд:

$$E = \frac{K_0 h}{s}, \quad (1.4.27)$$

де h – довжина зразка; s – площа поперечного перерізу зразка.

Для короткого зразка ($\chi > 0,025$) коефіцієнт Пуассона, граничні умови і форм-фактор суттєво впливають на жорсткість при стисненні, в том числі і на статичну жорсткість при стисненні $K_m(0)$ при частоті $\omega = 0$.

По аналогії, використовуючи співвідношення (1.4.27), що описує теоретичну залежність між E та K_0 для довгого стрижня, вводять величину „умовного” модуля Юнга E_a для короткого зразка з великим значенням форм-фактора:

$$E_a = \frac{K_m(0)h}{s}. \quad (1.4.28)$$

Із (1.4.27) і (1.4.28) можна отримати взаємозв'язок між дійсним та умовним модулями Юнга як відношення жорсткостей, тобто деяку нормалізовану жорсткість у вигляді:

$$\frac{E_a}{E} = \frac{K_m(0)}{K_0}. \quad (1.4.29)$$

Оскільки у випадку зразка із великим значенням форм-фактора при фіксованих граничних умовах спостерігається значне поперечне розширення зразка, відношення модулів Юнга або жорсткостей у (1.4.29) буде сильно залежати від значення ν матеріалу. Таким чином, аналіз зміни відношення у (1.4.25) в залежності від коефіцієнта Пуассона і форм-фактора методом скінченних елементів дозволяє побудувати міру нормалізованої жорсткості. На рис. 1.4.7. представлені результати розрахунків логарифма відношення жорсткостей $\log \frac{K_m(0)}{K_0}$ від величини χ , отримані за допомогою метода скінченних елементів.

Результати розрахунків у вигляді графіків на рис. 1.4.7. можна представити у вигляді поліноміальних залежностей виду:

$$P(\chi, \nu) = \frac{K_m(0)}{K_0} = 1 + \sum_{i=1}^n c_i(\chi) \nu^i. \quad (1.4.30)$$

У випадку проведення вимірювань при частотах набагато менших резонансної частоти коливання зразка приймають умову квазістатичної апроксимації $K_m(0) = K_m(\omega)$.

Для двох зразків виготовлених з одного і того ж матеріалу із форм-факторами χ_1 та χ_2 з врахуванням співвідношень (1.4.28) і (1.4.29) можна записати наступну рівність:

$$\frac{E_a(\chi_1, \omega)}{P(\chi_1, \nu)} = \frac{E_a(\chi_2, \omega)}{P(\chi_2, \nu)}. \quad (1.4.31)$$

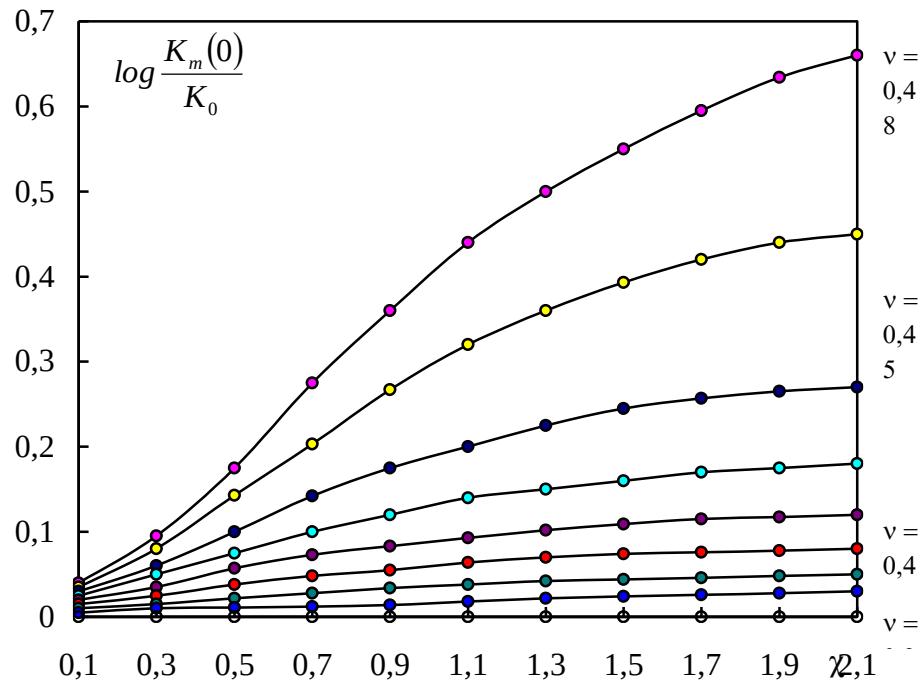


Рис. 1.4.7. Залежності нормалізованої статичної жорсткості при стисненні в залежності від форм-фактора зразка при різних значеннях коефіцієнта Пуассона ν матеріалу.

Як результат умовні комплексні модулі Юнга є функціями частоти. При відомих $E_a(\chi_1, \omega)$ і $E_a(\chi_2, \omega)$ для двох різних значень форм-факторів рівняння (1.4.31) має єдиний додатній дійсний корінь ν .

При відомому значенні коефіцієнта Пуассона можна розрахувати і модуль Юнга за співвідношенням:

$$E(\omega) = \frac{E_a(\chi_i, \omega)}{P(\chi_i, \nu)}, \quad (1.4.32)$$

де $i = 1, 2$.

У методі двох зразків можуть бути використані зразки із різним значенням форм-фактора. При цьому, стандарт [69] встановлює два значення χ , які повинні бути при випробуваннях: $\chi_1 = 0,6519$ та $\chi_2 = 0,1946$. Для цих значень форм-фактора проведені розрахунки коефіцієнтів c_i поліноміальної залежності (1.4.30) для $i = \overline{1, 8}$ (табл. 1.4.1).

Значення c_i поліноміальної залежності

Значення c_i	χ_1	χ_2
1	- 0,036853	- 0,0020414
2	3,1874	0,50897
3	- 36,020	- 1,8760
4	335,46	17,548
5	- 146,7	82,541
6	4544,6	220,67
7	- 6551,1	- 306,88
8	3915,3	176,33

Результати вимірювань можна вважати достовірними, якщо вони проведені у діапазоні частот f , верхня межа f_{max} якого не перевищує 20 % частоти першого резонансу зразка і може бути оцінена за співвідношенням (1.4.26).

Для прямого метода вимірювань умовний модуль Юнга розраховують за таким співвідношенням [69]:

$$E_a = \frac{F(\omega)h}{\Delta h(\omega)s}. \quad (1.4.33)$$

Типова схема експериментального пристрою з двома каналами вимірювання сили $F(t)$ і $a(t)$ прискорення представлена на рис. 1.4.8.

При відомому сигналі акселерометра $U(t)$ величину Δh визначають чисельним інтегруванням:

$$\Delta h = \iint a(t)dt^2 = k_a \iint U(t)dt^2, \quad (1.4.34)$$

де k_a – чутливість акселерометра.

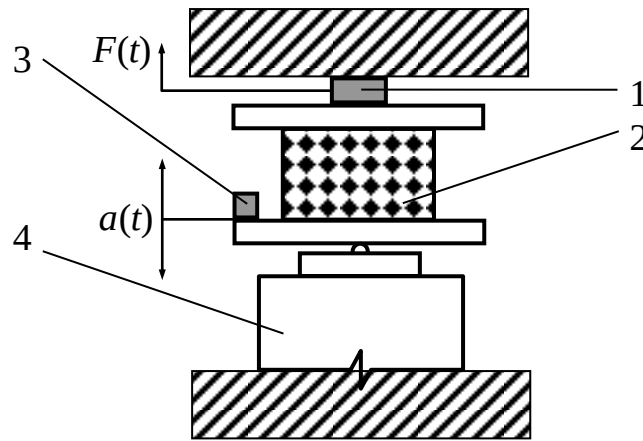


Рис. 1.4.8. Пристрій для прямого методу вимірювання умовного модуля Юнга E_a : 1 – датчик сили; 2 – зразок; 3 – акселерометр; 4 – джерело вібраційних коливань.

Граничні відносні похибки визначення безрозмірної динамічної жорсткості ($\varepsilon_{\tilde{R}}$) для методу скінченних елементів при прямих і непрямих вимірюваннях можна оцінити відповідно за такими співвідношеннями:

$$\varepsilon_{\tilde{R}} = \frac{\Delta \tilde{R}}{\tilde{R}} = \frac{\Delta S}{S} + \frac{\Delta h}{h} + \frac{\Delta s}{s} + \varepsilon_E; \quad (1.4.35)$$

$$\varepsilon_{\tilde{R}} = \frac{\Delta \tilde{R}}{\tilde{R}} = \frac{\Delta M}{M} + 2 \frac{\Delta \omega}{\omega} + \frac{\Delta Z}{Z} + \frac{\Delta h}{h} + \frac{\Delta s}{s} + \varepsilon_E, \quad (1.4.36)$$

де $\Delta \tilde{R}$ – абсолютна похибка визначення безрозмірної динамічної жорсткості; ΔS – абсолютна похибка при визначенні динамічної жорсткості; Δh – абсолютна похибка при вимірюванні висоти циліндричного зразка; Δs – абсолютна похибка при визначенні площі зразка; ΔM – абсолютна похибка при вимірюванні маси; $\Delta \omega$ – абсолютна похибка при визначенні частоти вібраційних коливань; ΔZ – абсолютна похибка визначення відношення сигналів акселерометрів.

Основні характеристики розглянутих методів вимірювань коефіцієнта Пуассона представлені в табл. 1.4.2.

Величина ν' основних твердих конструкційних полімерних знаходиться в діапазоні 0,3–0,5. Для пористих полімерних матеріалів значення $\nu' \cong 0$, а

для полімерних ауксетиків лежить в межах від -1 до 0 . Прямий метод розроблений для вимірювань величини $\nu' \geq 0$, але із врахуванням конструктивних особливостей та технічних можливостей приладових систем може бути використаний для пористих полімерних матеріалів та полімерних ауксетиків.

Для непрямого методу динамічні модулі пружності повинні бути визначені за допомогою стандартного методи динамічної жорсткості або резонансних методів. Конструкції експериментальних комірок для методу динамічної жорсткості розроблялися для визначення комплексних модулів з додатнім значенням ν' . Резонансні методи теоретично можуть бути використані при вимірюваннях у всьому діапазоні можливих значень ν' .

У методі скінченних елементів для визначення S прямим методом проводять вимірювання прогину Δh зразка під дією динамічного навантаження, що можливе для полімерних матеріалів із $\nu' \geq 0,45$. Відповідно, для зразків матеріалів із $\nu' = 0,3-0,45$, пористих полімерних матеріалів та полімерних ауксетиків метод є малоефективним. Для твердих конструкційних полімерів деформація і прогин зразка під дією зовнішньої сили будуть досить малі або взагалі відсутні, а для пористих полімерних матеріалів та полімерних ауксетиків, деформація зразка буде відбуватися і без збудження зовнішніх вібрацій.

Аналіз значень меж частотних діапазонів (табл. 1.4.2), при яких проводяться вимірювання, показує, що реалізація жодного із методів неможлива в діапазоні $18-200$ кГц.

Частотні діапазони прямого і непрямого методів та методу скінченних елементів не перекриваються із частотою УЗ-хвиль. В такому випадку при деформаціях задіяні різні елементи структурної організації полімерних матеріалів, що впливає на релаксаційні процеси під час динамічного навантаження і на вимірювання первинних параметрів [70].

Таблиця 1.4.2

Порівняльні характеристики методів вимірювання коефіцієнта Пуассона

Характеристика метода	Метод		
	Прямий	Непрямий	Скінченних елементів
Діапазон значень коефіцієнта Пуассона	$\nu' \geq 0$	$0 \leq \nu' < 0,5$	$\nu' \geq 0,45$
Діапазон частот, КГц	0,1–18	0,01–10	0,1–10
Тип деформації	динамічна поздовжня та поперечна	поздовжня, поперечна, всебічний стиск	динамічна поздовжня та поперечна
Попереднє навантаження	ні	так	так / ні
Джерела похибок	методи обробки сигналів, геометричні розміри зразків	помилки у виготовленні зразка, невірний вибір геометрії зразка	помилки у виготовленні зразка, невірний вибір геометрії зразка, великий зсув фаз між каналами вимірювання сили і деформації, невірне калібрування датчиків
Відносна похибка $\varepsilon_{\nu'}$, %	2,6; 13	5–6	$\geq 2,6$

			$\geq 2,7-3,7$
Відносна похибка ε_{ν^*} , %		5–6	

Оцінки граничних відносних похибок для непрямого методу за співвідношеннями (1.4.14–1.4.16), (1.4.35)–(1.4.36) показують, що їх величини лежать у діапазоні значень 5–6 %, при цьому мінімальне (максимальне) значення може зменшуватися (збільшуватися) на 0,25 % при вимірюваннях та визначенні модулів k^* , μ^* .

Для методу скінченних елементів гранична мінімальна відносна похибка оцінена за співвідношенням (1.4.35), без внеску $\frac{\Delta S}{S}$, рівна 2,6 %. Оцінки величини ε_{ν^*} за співвідношенням (1.4.36), без внеску $\frac{\Delta Z}{Z}$, дають значення в межах 2,7–3,7 %, при цьому вважали, що $\frac{\Delta M}{M} \leq 0,1 \%$; $\frac{\Delta h}{h} \leq 0,1 \%$; $\frac{\Delta s}{s} \leq 0,02 \%$; $\frac{\Delta \omega}{\omega} = 0,01-0,5 \%$ [70].

Висновки до розділу 1

Розглянуті стандартні резонансні методи визначення складових комплексного динамічного модуля пружності при вимірюваннях не перекривають частотний діапазон збудження резонансних коливань зразків.

Вибір методу значною мірою залежить від жорсткості матеріалу, потрібної точності вимірювання та проведення додаткових вимірювань іншими методами для визначення необхідних величин.

При виборі методу динамічної жорсткості для визначення складових комплексних динамічних модулів Юга та зсуву слід враховувати діапазон частот та тип деформації зразка полімерного в'язкопружного матеріалу для якого проводяться вимірювання.

Аналіз похибок при вимірюваннях методом акустичного резонансу та методом зсувних коливань вільного кінця закріпленого зразка показав, що їх

значення лежать в одному діапазон при визначенні складових комплексних динамічних модуля пружності та модуля зсуву.

До того ж, вказані методи відрізняються основними джерелами похибок, що дає можливість при отриманні результатів вимірювань комплексних динамічних модулів встановити їх достовірність. Вибір метода вимірювань, в значній мірі, залежить від діапазону частот та типу деформації зразка полімерного в'язкопружного матеріалу для якого проводяться вимірювання.

Методи для визначення коефіцієнта Пуассона в'язкопружних полімерних матеріалів базуються на різних фізичних принципах збудження динамічних деформацій у зразках та вимірюванні первинних параметрів.

Вибір методу вимірювань значною мірою залежить від частотного діапазону зовнішнього збурення, типу деформацій у зразку полімерного в'язкопружного матеріалу та орієнтовного значення коефіцієнта Пуассона матеріалу для якого проводяться вимірювання.

Розглянуті методи відрізняються основними джерелами похибок, що дає можливість при отриманні експериментальних результатів різними методами значень дійсної і уявної частин комплексного коефіцієнта Пуассона встановити їх достовірність.

РОЗДІЛ 2

УДОСКОНАЛЕННЯ РЕЗОНАНСНОГО МЕТОДУ КОНСОЛЬНО ЗАКРІПЛЕНОГО СТРИЖНЯ ТА ПРИЛАДОВА СИСТЕМА ДЛЯ ВИМІРЮВАННЯ МОДУЛЯ ПРУЖНОСТІ КОНСТРУКЦІЙНИХ ПОЛІМЕРНИХ МАТЕРІАЛІВ

Дослідження в'язкопружних властивостей різного типу полімерних матеріалів резонансними методами на звукових частотах представлено в роботах [71–75]. Авторами проводився комплекс вимірювань при зміні частоти збудження коливань зразків при одній температурі (T), або при фіксованій частоті коливань f у визначеному температурному діапазоні до температури склування (T_c).

2.1. Математична модель методу резонансних коливань консольно закріпленого стрижня

Суть методу полягає у вимірюванні амплітуди коливань (A) вільного кінця зразка, у вигляді стрижня, при зміні частоти збуджуючої сили F , що прикладена до іншого закріпленого кінця [76, 77]. За вимірами величини $|A|$ поперечних коливань зразка при різних частотах будується резонансна крива, параметрами якої є частота коливань f та відношення амплітуд $\frac{|A|}{|A_{max}|}$, де A_{max} – максимальне значення амплітуди, що відповідає головній резонансній частоті f_r . Для f_r визначають ширину резонансної кривої (Δf_r) на рівні $\frac{|A_{max}|}{\sqrt{2}}$.

Поведінка зразка полімерного матеріалу (рис. 2.1.1) при коливаннях під дією F , що прикладається до закріпленого кінця, описується наступним диференціальним рівнянням [76, 78]:

$$\rho \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2} + E^* \chi^2 \frac{\partial^4 u(x,t)}{\partial x^4} = 0, \quad (2.1.1)$$

де $u(x,t)$ – функція залежності поперечних зміщень точок осі стрижня від координати x та часу t .

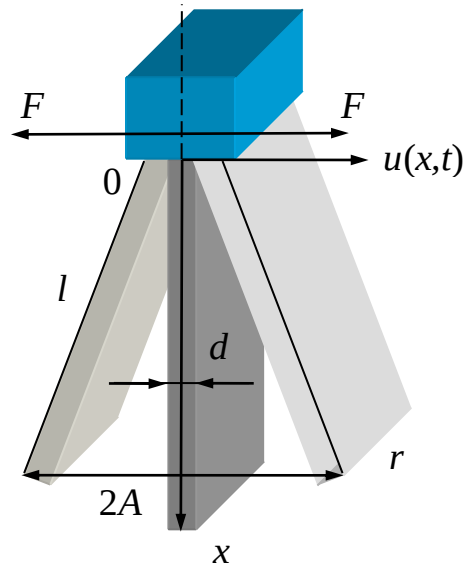


Рис. 2.1.1. Схема принципу збудження коливань вільного кінця закріпленого зразка.

Розв'язок рівняння (2.1.1) представимо у вигляді гармонічної функції:

$$u(x,t) = X(x)e^{i\omega t}. \quad (2.1.2)$$

Як результат отримаємо таке рівняння:

$$\frac{d^4 X(x)}{dx^4} + k^* X(x) = 0, \quad (2.1.3)$$

де k^* – комплексне хвильове число.

Загальний розв'язок рівняння (2.1.3) представимо таким чином:

$$X(x) = A_1 \cos k^* x + A_2 \sin k^* x + A_3 \operatorname{ch} k^* x + A_4 \operatorname{sh} k^* x, \quad (2.1.4)$$

де A_i – деякі константи.

Граничні умови на кінцях зразка мають наступний вигляд:

$$\begin{aligned} X(0) &= X'(0) = 0; \\ X''(l) &= X'''(l) = 0, \end{aligned} \quad (2.1.5)$$

де l – довжина зразка.

Інтеграл рівняння (2.1.3), що задовольняє умові $x = 0$, має такий вигляд:

$$X(x) = \frac{1}{2} A_3 (chk^* x - cosk^* x) + \frac{1}{2} A_4 (shk^* x - sink^* x). \quad (2.1.6)$$

Умова на кінці стрижня $x = l$ дає наступну систему рівнянь [78, 79]:

$$\begin{cases} A_3 (chk^* l + cosk^* l) + A_4 (shk^* l + sink^* l) = 0, \\ A_3 (shk^* l - sink^* l) + A_4 (shk^* l + sink^* l) = 0, \end{cases} \quad (2.1.7)$$

де

$$(chk^* l + cosk^* l)^2 - (sh^2 k^* l - \sin^2 k^* l) = 0, \quad (2.1.8)$$

або

$$chk^* l \cos k^* l + 1 = 0. \quad (2.1.9)$$

Покладаючи $k^* l = a + ib$, при резонансі стрижня за умови $a = a_i; b = 0$, можна отримати співвідношення для амплітуди коливань зразка [77, 79]:

$$X_i(x) = C \left(cha_i x - \cos a_i x - \frac{(sha_i x - \sin a_i x)^2}{cha_i x + \cos a_i x} \right), \quad (2.1.10)$$

де a_i – корені рівняння (2.1.9), C – деяка константа.

Величини a та b визначаються наступним чином [80]:

$$a \cong \frac{\omega^{\frac{1}{2}} l}{\left(\frac{E \chi^2}{\rho} \right)^{\frac{1}{4}}}; \quad (2.1.11)$$

$$b \cong \frac{1}{4} \frac{\omega^{\frac{1}{2}} l}{\left(\frac{E \chi^2}{\rho} \right)^{\frac{1}{4}}} \operatorname{tg} \delta, \quad (2.1.12)$$

причому для прямокутного стрижня $\chi = \frac{d}{\sqrt{12}}$, d – товщина зразка.

Перші чотири корені рівняння (2.1.9) відповідно рівні [74]:

$$kl = 1,8751; \quad 4,6941; \quad 7,8548; \quad 10,9965. \quad (2.1.13)$$

На рис. 2.1.2 представлені залежності нормованої амплітуди X від довжини стрижня для чотирьох значень kl .

Із співвідношення (2.1.11) з врахуванням коренів рівняння (2.1.9) отримаємо співвідношення для E' :

$$E'_i = \frac{48\pi^2 \rho l^4 f_r^2}{a_i^4 d^2}. \quad (2.1.14)$$

де $a_i = kl$ корені рівняння (2.1.9).

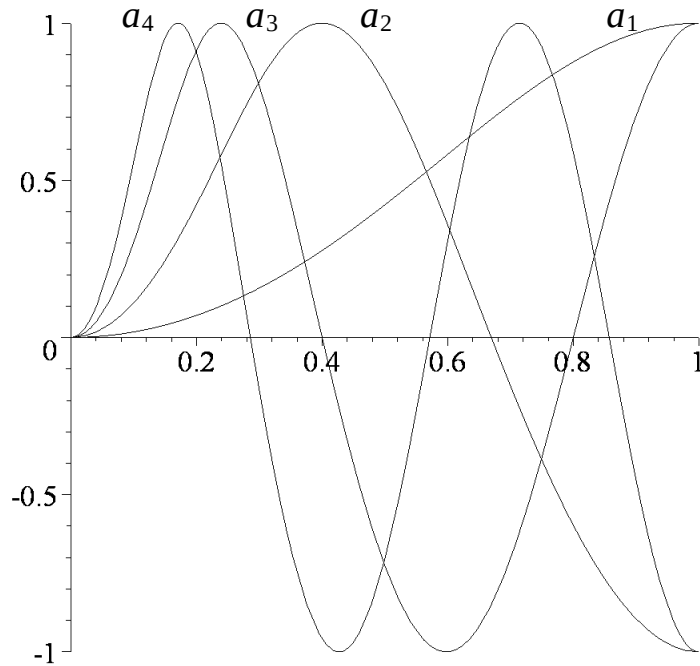


Рис. 2.1.2. Нормовані амплітудні для чотирьох значень a_i .

При основній резонансній частоті f_r коливання стрижня, якій відповідає найменший за значенням корінь (2.1.13) рівняння (2.1.9), отримаємо співвідношення для E' :

$$E' = \frac{48\pi^2 \rho l^4 f_r^2}{1,8751^4 d^2}. \quad (2.1.15)$$

Для величини $\operatorname{tg} \delta$ маємо наступну рівність:

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{\Delta f_r}{f_r}. \quad (2.1.16)$$

Відповідно, уявна частина E'' комплексного E^* при відомих E' та $\operatorname{tg} \delta$ визначиться таким чином:

$$E'' = E' \operatorname{tg} \delta. \quad (2.1.17)$$

2.2. Приладова система для реалізації методу резонансних коливань консольно закріпленого зразка

Визначення амплітуди коливань вільного кінця закріпленого полімерного зразка у вигляді стрижня в реальному часі може бути реалізовано за допомогою інформаційно-вимірювальної приладової системи (ІВПС) [81].

Блок-схема експериментальної установки ІВПС для реалізації методу зсувних коливань вільного кінця закріпленого зразка представлена на рис. 2.2.1.

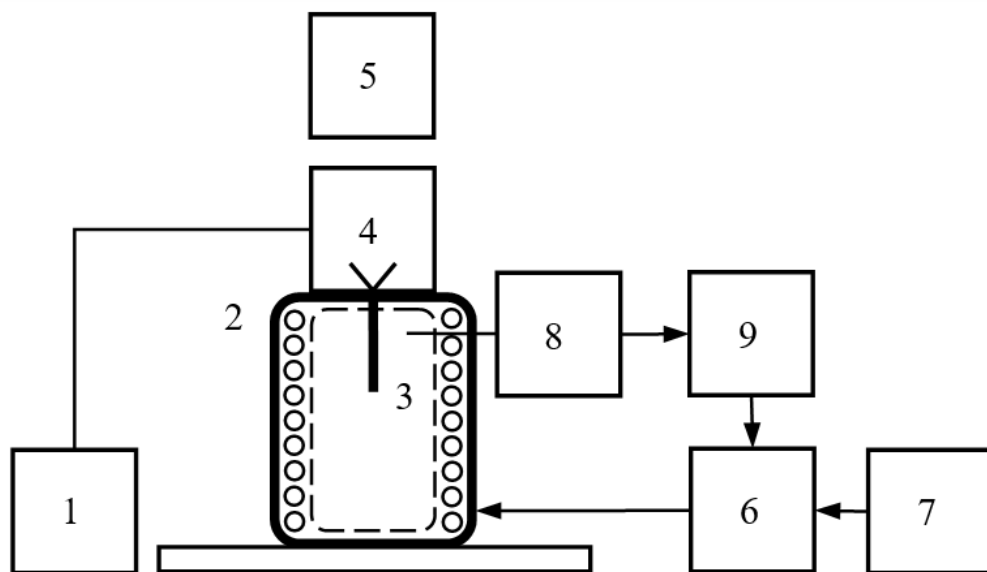


Рис. 2.2.1. Блок-схема експериментальної установки для реалізації методу резонансних коливань консольно закріпленого зразка: 1 – генератор, 2 – повітряна термокамера, 3 – зразок, 4 – генератор механічних коливань, 5 – веб-камера, 6 – твердотільне реле, 7 – автотрансформатор, 8 – термодатчик, 9 – мікропроцесорний регулятор температури.

В експериментальній установці зразок полімерного матеріалу 3 знаходиться у повітряній термокамері 2, де жорстко кріпиться одним кінцем до тяги генератора механічних коливань 4 за допомогою затискача. Механічні коливання зразка виконує поляризоване реле, живлення до якого надходить від генератора 1. Амплітуда коливань консольно-закріпленого зразка регулюється вихідною напругою генератора. Термокамера має оглядові вікна і світлодіодну підсвітку (рис. 2.2.2) для оптичного спостереження коливань закріпленого та вільного кінців зразка за допомогою розміщеної зовні веб-камери 5 з оптичним зумом.



Рис. 2.2.2. Повітряна термокамера із зразком і світлодіодною підсвіткою.

Вимірювання амплітуди резонансних коливань можна проводити при різних температурах полімерного зразка до температури T_c . Обігрів камери електричний від автотрансформатора 7 через твердотільне Crydom H12D4825 6. Температурний режим у термокамері підтримується за допомогою термодатчика 8 та мікропроцесорного регулятора 9 МТР-8.

ІВПС складається з ПК, генератора коливань Siglent SDG 1050 та веб-камери. Структурна схема ІВПС представлена на рис. 2.2.3 [81].

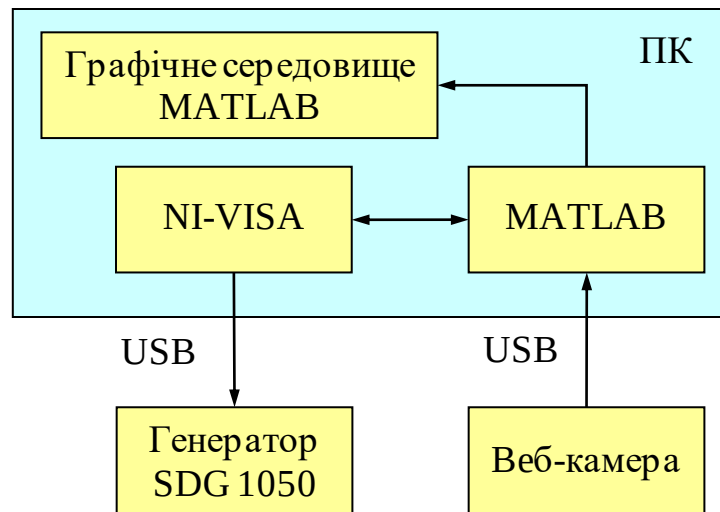


Рис. 2.2.3. Структурна схема ІВПС.

Розроблена ІВСП відрізняється від відомої [75], тим що реєстрацію відбитого світла від двох поверхонь зразка проводять за допомогою цифрової відеокамери, а обробку даних з цифрової відеокамери здійснюють методами цифрової обробки зображень у розробленому програмному забезпеченні [82].

Вирішення задач цифрової обробки зображень, створених різними системами, може бути реалізовано за допомогою підходів та програмних засобів системи інженерно-фізичних розрахунків MATLAB. Методологія цифрової обробки отриманих зображень може базуватися на перетворення RGB-зображення у монохромний формат та покращення зображення засобами MATLAB.

Програмний додаток „Резонансні вимірювання” ІВПС розроблено в системі MATLAB з використанням можливостей графічного середовища користувача GUI. Інтерфейс програмного додатку „Резонансні вимірювання” представлений на рис. 2.2.4.

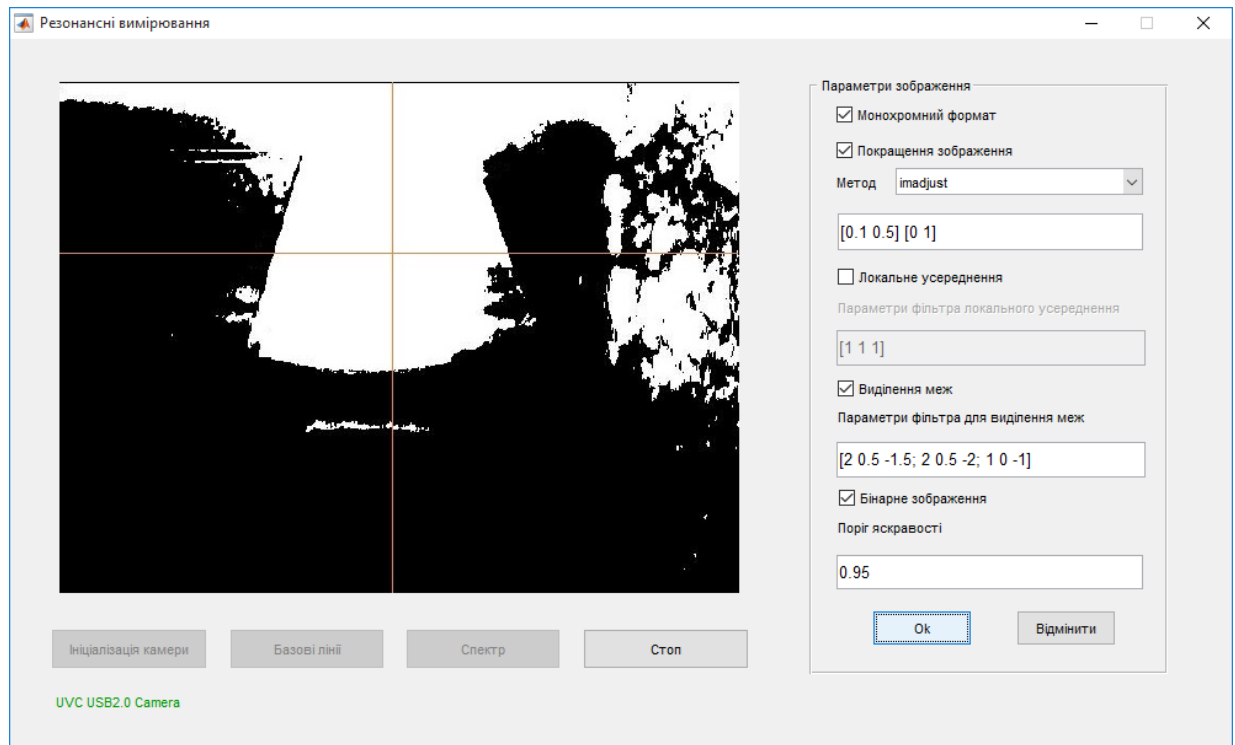


Рис. 2.2.4. Інтерфейс програмного додатку „Резонансні вимірювання”.

Пакет NI-VISA включає драйвер пристрою NI (NI device driver) і утиліту NI MAX (Measurement & Automation Explorer), яка надає користувачу базовий інтерфейс для керування зовнішнім пристроєм.

Додаток „Резонансні вимірювання” реалізує наступні кроки:

- сканує наявність підключених веб-камер в ІВПС системі;
- дає можливість вибрати необхідну веб-камеру;
- створює об’єкт для керування веб-камерою;
- дозволяє змінювати параметри веб-камери, зокрема роздільну здатність;
- створює об’єкт для керування і керує дистанційною роботою генератора для збудження коливань у визначеному частотному діапазоні із заданим кроком зміни частоти;
- реалізує цифрову обробку захопленого зображення;
- дозволяє встановити базові лінії на захопленому зображенні для визначення амплітуди коливань;

- створює матриці даних для монохромного або/та бінарного зображень;
- реалізує алгоритму визначення амплітуди коливань вільного кінця закріпленого зразка при кожному значенні частоти коливань;
- будує графік залежності відносної амплітуди $\frac{|A|}{|A_{max}|}$ від f .

Дистанційне керування генератором SDG 1050 реалізовано за допомогою команд SCPI через утиліту NI-VISA [83]. Програмний код функції USBTMC_SDG наведений в ДОДАТКУ А.

В алгоритмі керування передбачений запит на внутрішнє тестування генератора за допомогою команди *TST?. Самотестування включає перевірку апаратури всіх каналів. Відмова апаратури ідентифікується унікальним двійковим кодом, що повертається числом. Відповідь „0” означає, що у роботі приладу не має ніяких помилок.

Функція USBTMC_SDG реалізує зміну частоти генератора від 10 Гц до 140 Гц з кроком 0,1 Гц для сигналу SQUARE амплітудою 12 В. При кожній частоті проводиться захоплення RGB-зображення веб-камерою для подальшої цифрової обробки.

Алгоритм цифрової обробки захопленого RGB-зображення із веб-камери представлений на рис. 2.2.5.

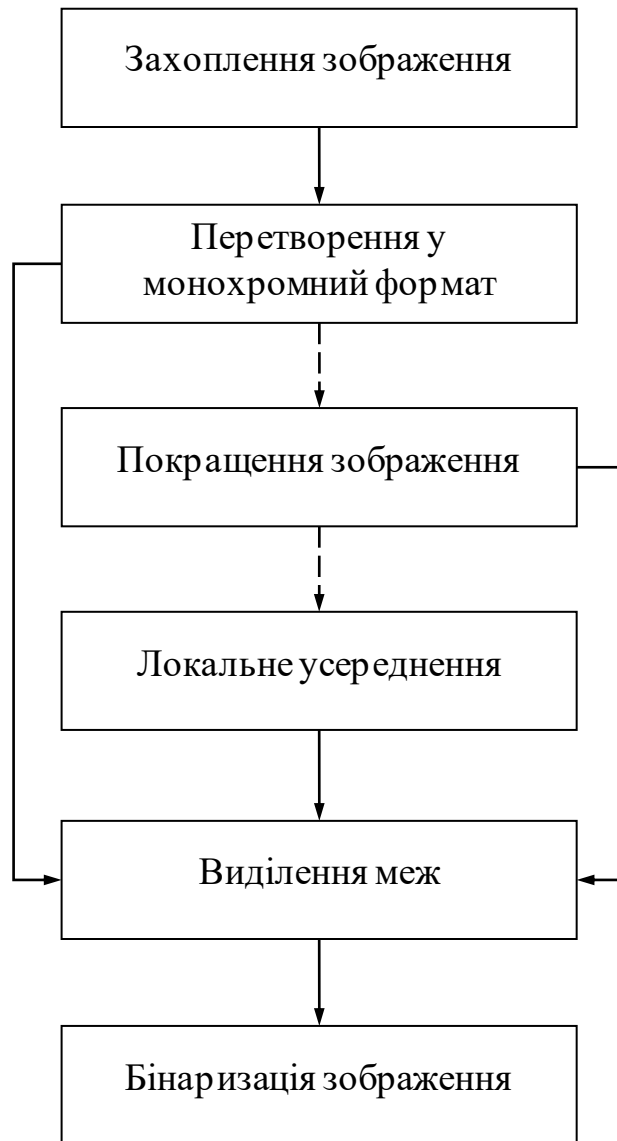


Рис. 2.2.5. Алгоритм цифрової обробки захопленого RGB-зображення.

Захоплене RGB-зображення з веб-камери переводиться у монохромний формат. В рамках етапу цифрової обробки монохромного зображення можна проводити його покращення методом зміни яскравості за допомогою зміни передаточної характеристики яскравості пікселя або вирівнюванням гістограми розподілу яскравості пікселів. Дані методи вибираються у списку, що розкривається, і реалізуються за допомогою функцій:

`g=imadjust(f,[low_in,high_in],[low_out,high_out],gamma)`
або

`g=histeq(f,hspec)`

системи MATLAB [84, 85], де f – вихідне зображення; g – нове зображення в якому значення яскравості у інтервалі $[low_in, high_in]$ переходять у значення інтервалу $[low_out, high_out]$, а значення, менше порогу low_in або більше порогу $high_in$ обрізаються; $gamma$ – параметр для визначення форми кривої відображення яскравості; $hspec$ – задана гістограма (вектор-строка), значення якого відповідають однаковим розбиттям діапазону рівнів.

В подальшому, для захопленого зображення можна проводити локальне усереднення за допомогою фільтру із заданою імпульсною характеристикою та розміром вікна для $m \times n$ пікселей. Розмір вікна та імпульсна характеристика задається у вигляді вектора $[m \ n \ Impuls_characteristic]$ у текстовому полі „Параметри фільтра локального усереднення” програмного додатку (рис. 2.2.4).

На наступному етапі монохромне зображення обробляється фільтром для виділення меж. Для операцій локального усереднення та виділення меж використовуємо функцію

$$g = \text{imfilter}(f, w),$$

що реалізує фільтрацію багатовимірних зображень, де w – імпульсна характеристика фільтра [84, 85].

Імпульсна характеристика фільтра для виділення меж задається у вигляді вектора-строки в текстовому полі „Параметри фільтра для виділення меж” програмного додатку (рис. 2.2.4).

При перетворенні монохромного зображення у бінарне програмний додаток використовує операцію відсікання за порогом яскравості. Якщо яскравість пікселя менше визначеного порогу, то його відносимо до області фону, в іншому випадку – до області об’єкта [81]:

$$G(x, y) = \begin{cases} 0, & \text{якщо } F(x, y) < T, \\ 1, & \text{якщо } F(x, y) \geq T, \end{cases} \quad (2.2.1)$$

де $G(x, y)$ – перетворена яскравість пікселя з координатами x, y ; $F(x, y)$ – вихідна яскравість того ж пікселя; T – поріг яскравості. Операція бінаризації реалізується за допомогою функції

$$g = \text{im2bw}(f, T),$$

де T задається в межах $[0, 1.0]$ [14, 15].

Алгоритм цифрової обробки завершується створенням матриць даних монохромного та бінарного зображень розмірністю, що відповідає встановленій роздільній здатності веб-камери.

На рис. 2.2.6 представлено етапи цифрової обробки зображення коливання полімерного стрижня: 1 – RGB-зображення, 2 – монохромний формат, 3 – покращення зображення за допомогою функції $\text{imadjust}()$, 4 – виділення меж зразкам як об'єкта зображення, 5 – бінарне зображення.

Після цифрової обробки будуюмо базові лінії: вертикальну і горизонтальну, що визначають стовбець і рядок матриці даних для реалізації алгоритму визначення амплітуди коливань (рис. 2.2.5).

Алгоритм визначення амплітуди коливань базується на визначенні правої і лівої меж області із значенням пікселей рівними одиниці відносно вертикальної базової лінії. Лінійний розмір області в такому випадку рівний значенню $2A$.

Крім визначення лівої та правої меж алгоритм передбачає корегування вертикальної базової лінії – номер стовпця матриці даних.

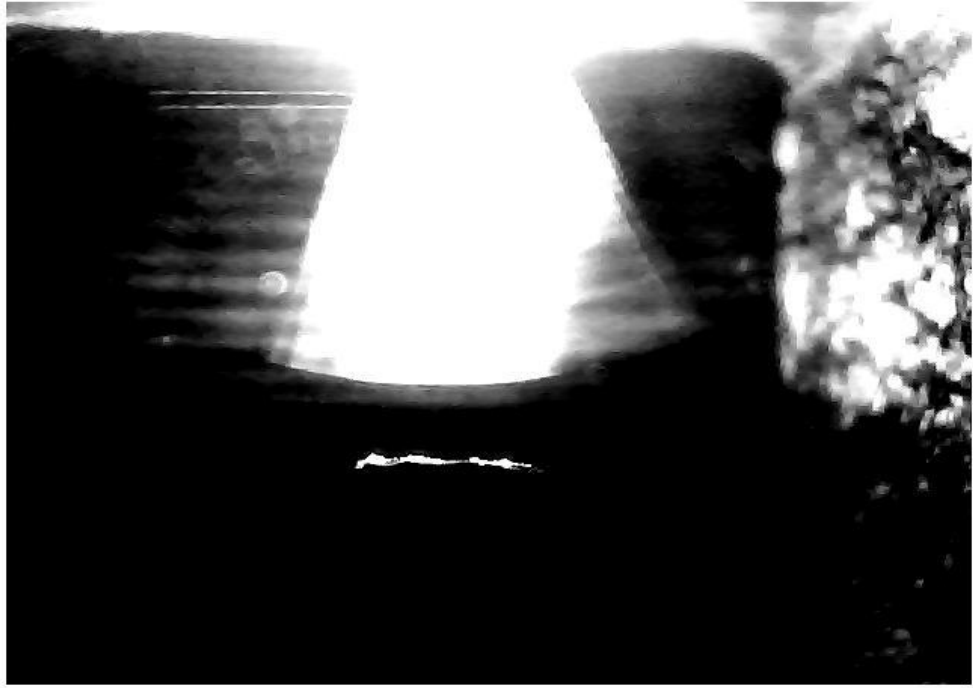
На першому етапі вимірювань, змінюючи частоту генератора звукових частот у встановленому діапазоні частот, досягають максимальної амплітуди зсувних коливань зразка при певній фіксованій частоті. На цій фіксованій частоті коливань за допомогою програмного забезпечення проводять запис RGB-зображення та його цифрову обробку за алгоритмом, який дає можливість візуально максимально чітко встановити крайнє праве положення та крайнє ліве положення зразка.



1



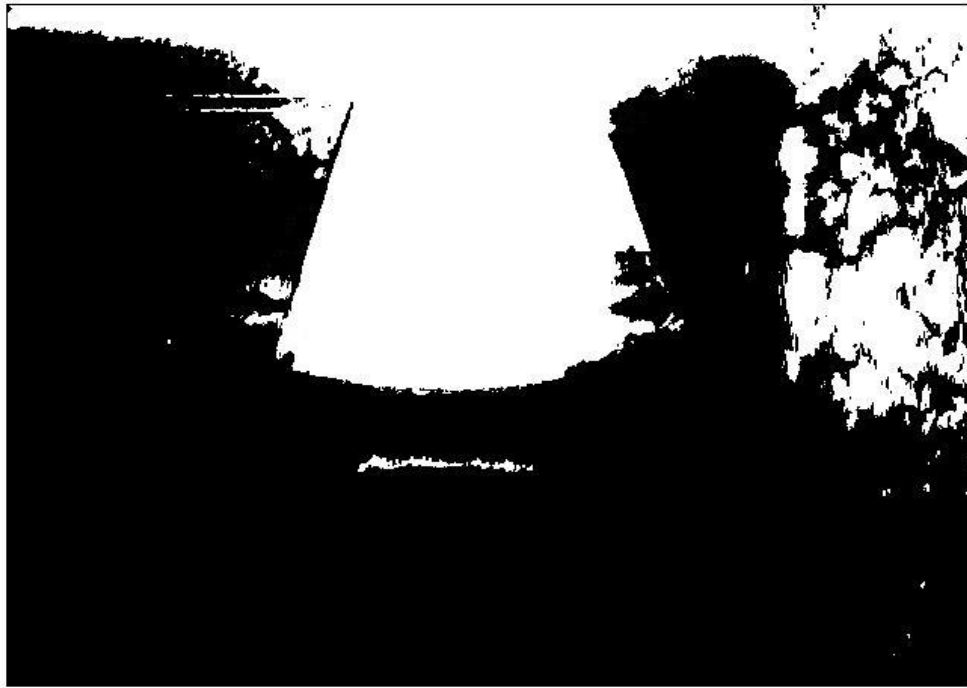
2



3



4



5

Рис. 2.2.6. Етапи цифрової обробки захопленого RGB-зображення.

Алгоритм цифрової обробки завершується створенням матриці даних бінарного зображення розмірністю, що відповідає роздільній здатності цифрової відеокамери, і встановленням базових ліній: вертикальної базової лінії та горизонтальної базової лінії (рис. 2.2.5). Значення матриці даних бінарного зображення рівні одиниці для пікселів білого кольору та нулю для пікселів чорного кольору.

Вертикальна базова лінія визначає стовбець матриці даних і повинна максимально відповідати вертикальній осі симетрії зразка. Горизонтальна базова лінія визначає рядок матриці даних і повинна знаходитися якомога ближче до вільного кінця зразка за умови чіткої візуалізації меж крайнього правого положення та крайнього лівого положення. Номери стовпця і рядка матриці даних бінарного зображення необхідні у подальшому для реалізації алгоритму визначення амплітуди коливань зразка.

На другому етапі вимірювань змінюють частоту генератора звукових частот у визначеному діапазоні частот від мінімальної (10 Гц) до максимальної частоти (порядку 250 Гц) із кроком 0,1 Гц за допомогою програмного забезпечення. При кожній частоті коливань зразка 4 проводять запис RGB-зображення цифровою камерою і цифрову обробку за кроками (1)–(5) алгоритму цифрової обробки зображення із налаштуваннями і параметрами першого етапу. При кожній частоті проводиться визначення амплітуди коливань зразка за наступним алгоритмом:

- визначення кількості пікселів матриці даних бінарного зображення із значенням одиниці у визначеному рядку для горизонтальної базової лінії (рис. 2.2.5);
- коригування вертикальної базової лінії (рис. 2.2.5) і визначення номеру стовпця матриці даних бінарного зображення;
- усереднення значення кількості пікселів матриці даних бінарного зображення із значенням одиниці у визначеному рядку за результатами декількох вимірювань (кількість вимірювань задають у програмному забезпеченні).

Процес вимірювання починається із підбору f_r коливань, яка залежить від формфактора зразка (відношення довжини l до товщини d), захоплення зображення, визначення, за необхідності, методу покращення зображення та встановлення параметрів необхідних фільтрів цифрової обробки.

На наступному кроці програмний додаток «Резонансні вимірювання» повністю автоматизує процес у визначеному частотному діапазоні при встановлених методах та параметрах фільтрів цифрової обробки зображення.

За сукупністю вимірювань будується резонансна крива відносної амплітуди коливань вільного кінця полімерного зразка від частоти збудження. На рис. 2.2.7 представлена резонансна крива для зразка конструкційного полівінілхлориду (ПВХ) марки PVC-SAW при температурі 298 К. Зразок ПВХ був виготовлений у вигляді стрижня розміром: $l = 30$ мм, $d = 0,74$ мм та шириною $r = 5$ мм.

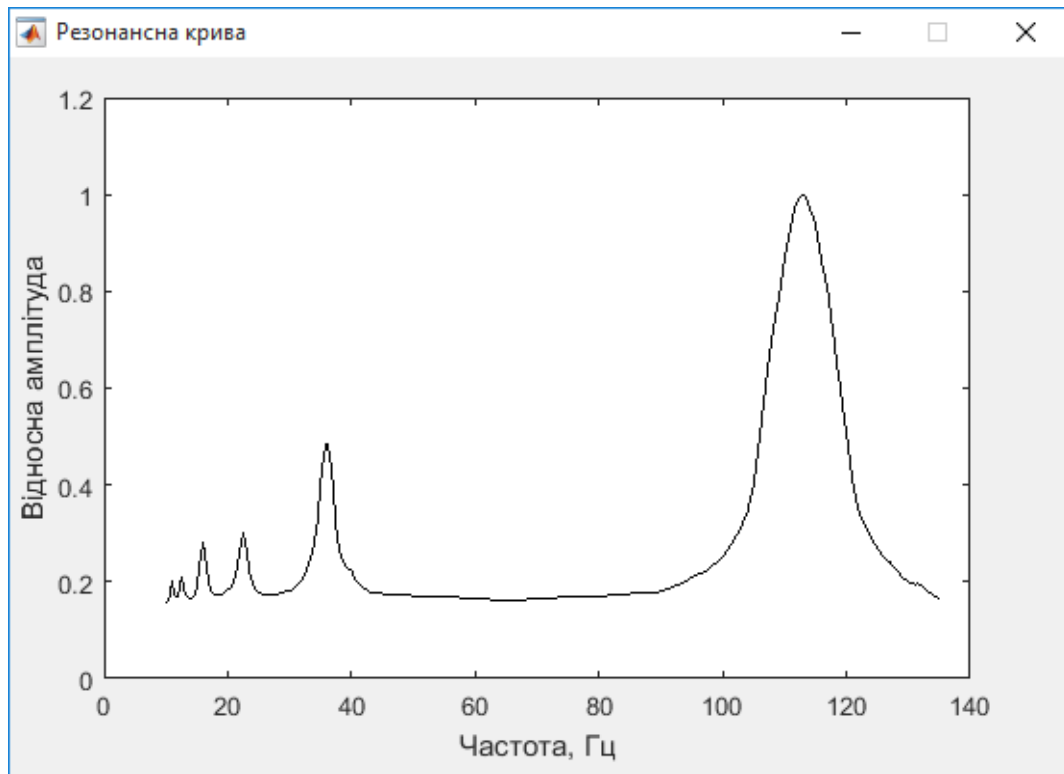


Рис. 2.2.7. Резонансна крива відносної амплітуди коливань зразка ПВХ.

Крива має декілька резонансних піків в області частот 10–40 Гц та головний максимум, що відповідає основній резонансній частоті. Основну резонансну частоту можна змінювати за рахунок формфактора (l/d) зразка.

Відносну похибку (ε_A) амплітуди резонансних коливань A оцінювали за таким співвідношенням:

$$\varepsilon_A = \frac{\Delta N}{N}, \quad (2.2.2)$$

де ΔN – кількість пікселів при визначенні межі області коливання зразка у бінарному зображенні при резонансній частоті, N – кількість пікселів області коливання зразка на встановленій горизонтальній базовій лінії у бінарному зображенні при резонансній частоті.

Для зразка ПВХ при f_r (рис. 2.2.4) величина N дорівнює 221 піксель. При $\Delta N = 2$ значення ε_A рівне 0,9 %. При інших резонансних частотах значення ε_A буде зростати відповідно із зменшенням відносної амплітуди коливань.

2.3. Частотні вимірювання та визначення модуля пружності конструкційних полімерних матеріалів

Частотні вимірювання та визначення модуля пружності і тангенса механічних втрат проводили для зразків конструкційних полімерних матеріалів ПВХ, полістиролу (ПС), поліетилену високої густини (ПЕВГ) та поліетилену низької густини (ПЕНГ).

Густина полімерних матеріалів визначали методом гідростатичним зважуванням [59]. Згідно останнього, ρ зразка, що занурений в термостатичну рідину, визначається таким чином:

$$\rho = \frac{m_2}{m_2 - m_1} (\rho_2 - \rho_1) + \rho_1, \quad (2.3.1)$$

де m_1 , m_2 – маса зразка у повітрі і рідині, ρ_1 , ρ_2 – густини повітря та рідини.

В якості термостатичної рідини використовували силіконове масло ПФМС–4.

Густина, формфактор та товщина зразків представлені в табл. 2.3.1.

Резонансні криві для ПВХ, ПС, ПЕВГ та ПЕНГ в області головних резонансних частот для кожного полімера при температурі 293 К представлені на рис. 2.3.1 [86].

Результати вимірювань f_r , Δf_r представлені в табл. 2.3.1.

Аналіз отриманих даних показує, що основні резонансні частоти зростають в ряді ПЕНГ, ПЕВГ, ПС, ПВХ і лежать в діапазоні 105–113 Гц. Відповідно, ширина змінюється від 8 Гц для ПЕНГ до 12 для ПС. Для ПЕВГ і ПВХ значення Δf_r рівне 10 Гц.

Розрахунки величин E' , $\operatorname{tg} \delta$, E'' та E^* за співвідношеннями (2.1.15)–(2.1.17) представлені в табл. 2.3.1 [87].

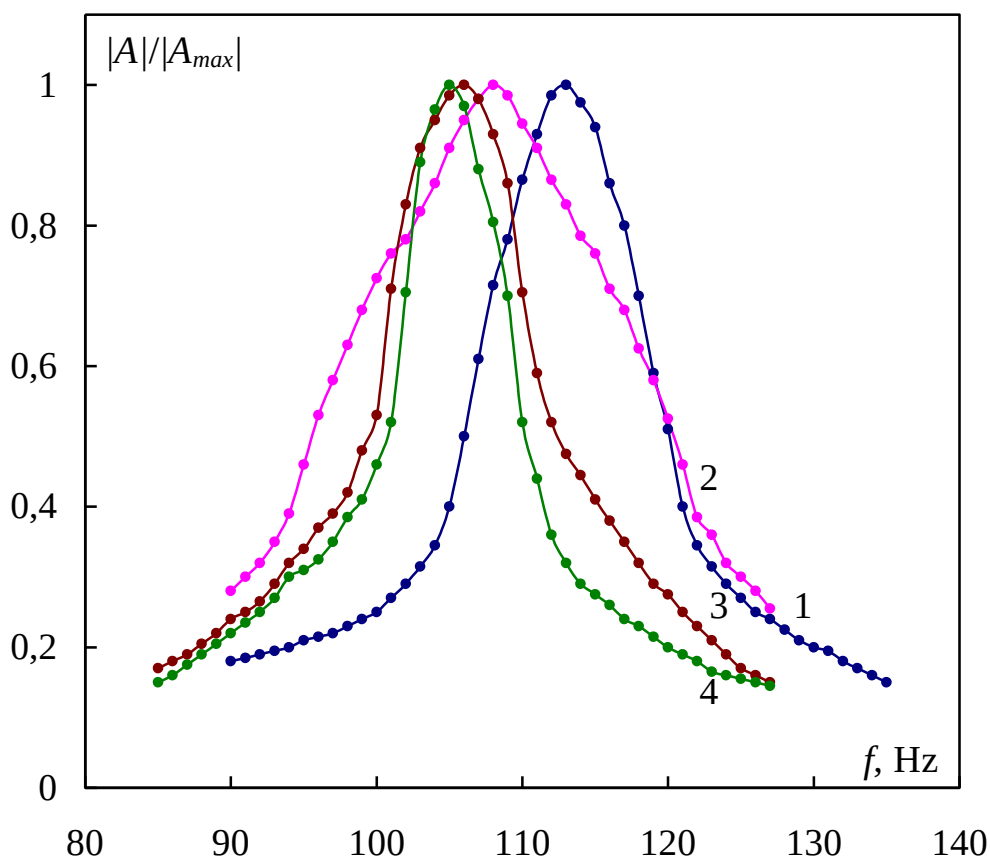


Рис. 2.3.1. Резонансні криві для в області основних резонансних частот для зразків конструкційних полімерних матеріалів:
1 – ПВХ, 2 – ПС, 3 – ПЕНГ, 4 – ПЕВГ.

Значення величин E' зростає в ряді ПЕНГ, ПЕВГ, ПС, ПВХ і лежить в діапазоні $(2,24\text{--}3,56) \cdot 10^{-9}$ Н/м². Значення $\text{tg}\delta$ мінімально для ПЕНГ 0,07 і зростає до 0,11 для ПС. Для ПЕВГ і ПВХ тангенс механічних втрат рівний 0,09. Аналогічно до зміни величини $\text{tg}\delta$ змінюються значення E'' . Значення комплексного модуля Юнга E^* ряду полімерних матеріалів повторюють тенденцію зміни його дійсної частини E' .

Результуюча точність ІВПС визначається похибкою встановлення частоти генератора, похибкою визначення густини та розмірів зразка. Для Siglent SDG1050 вона складає в діапазоні частот 10–140 Гц не перевищує $10^{-5}\%$.

Результати вимірювань

Параметр	Конструкційний полімерний матеріал			
	ПВХ	ПС	ПЕВГ	ПЕНГ
ρ , кг/м ³	1396	1040	950	915
l/d	40,541	44,188	42,857	42,857
d , мм	0,74	0,66	0,70	0,70
f_r , Гц	113	108	106,5	105
Δf_r , Гц	10	12	10	8
$E' \cdot 10^{-9}$, Н/м ²	3,55	3,04	2,40	2,24
$tg\delta$	0,09	0,11	0,09	0,07
$E'' \cdot 10^{-8}$, Н/м ²	3,05	3,25	2,17	1,67
$E^* \cdot 10^{-9}$, Н/м ²	3,57	3,06	2,41	2,25

Граничну відносну похибку $\varepsilon_{E'}$, відповідно, визначимо за співвідношенням:

$$\varepsilon_{E'} = \varepsilon_{\rho} + 4 \frac{\Delta l}{l} + 2 \frac{\Delta d}{d} + 2 \frac{\Delta f_r}{f_r} + \varepsilon_{Const}, \quad (2.3.2)$$

де ε_{ρ} – відносна похибка вимірювання густини зразка; Δl , Δd – максимальні інструментальні похибки при вимірюваннях довжини та товщини зразка; Δf_r – абсолютна похибка визначення основної резонансної частоти; ε_{Const} – відносна похибка визначення констант у співвідношенні (2.1.15).

Відносна похибка гідростатичного методу рівна $\varepsilon_{\rho} = 0,2$ %. Відносна похибка визначення констант ε_{Const} не перевищує 0,05 %.

Основну похибку у визначення величини E' дає вимірювання товщини зразків до 1,5 %.

Оцінка відносної похибки $\varepsilon_{E'}$ за співвідношенням (2.3.2) показує, що вона не перевищує 1,9 %.

2.4. Частотно-температурні вимірювання та визначення модуля пружності конструкційного полівінілхлориду

Резонансні криві для зразків ПВХ при $T = 248; 273, 298, 323$ та 348 К представлені на рис. 2.4.1. Криві мають декілька резонансних максимумів в області частот $10\text{--}40$ Гц та головний максимум, що відповідає основній резонансній частоті f_r . Із збільшенням температури зразка основна резонансна частота коливань зменшується в ряді від $121,5$ Гц, при $T = 248$ К, $117,5; 113; 103,5$ до $89,5$ Гц, при $T = 348$ К, при цьому величина Δf_r відповідно зростає в ряді: $5; 6,5; 10; 21,5; 35$ Гц [87].

Розрахунки значень E' та $\tan \delta$ для ПВХ при різних температурах за співвідношеннями (2.1.15) та (2.1.16) представлені на рис. 2.4.2. Аналіз отриманих даних показує, що із збільшенням T дійсна частина динамічного модуля пружності зменшується, при чому в діапазоні $248\text{--}323$ К зміна E' від температури є лінійною від $4,12 \cdot 10^9$ Н/м² до $3,16 \cdot 10^9$ Н/м². При $T = 348$ К спостерігається різке зменшення величини до $2,24 \cdot 10^9$ Н/м², що цілком очікувано оскільки T_c , при якому полімер переходить у вискоеластичний стан, рівна 353 К.

Величина тангенса кута механічних втрат ПВХ із збільшенням температури зростає від $0,04$, при $T = 248$ К, до $0,39$, при $T = 448$ К. Аналіз залежності $\tan \delta = f(T)$ показує, що її умовно можна розбити на дві лінійні ділянки з різними коефіцієнта нахилу прямих, де точкою перегину є температура 298 К. Така залежність тангенса кута механічних втрат від температури характерна для більшості лінійних аморфних полімерних матеріалів і пов'язана з підвищенням молекулярної рухливості структурних елементів макромолекул, при цьому умовна точка перегину залежить від гнучкості макромолекул, міжмолекулярної взаємодії та природи бічних радикалів полімерного ланцюга.

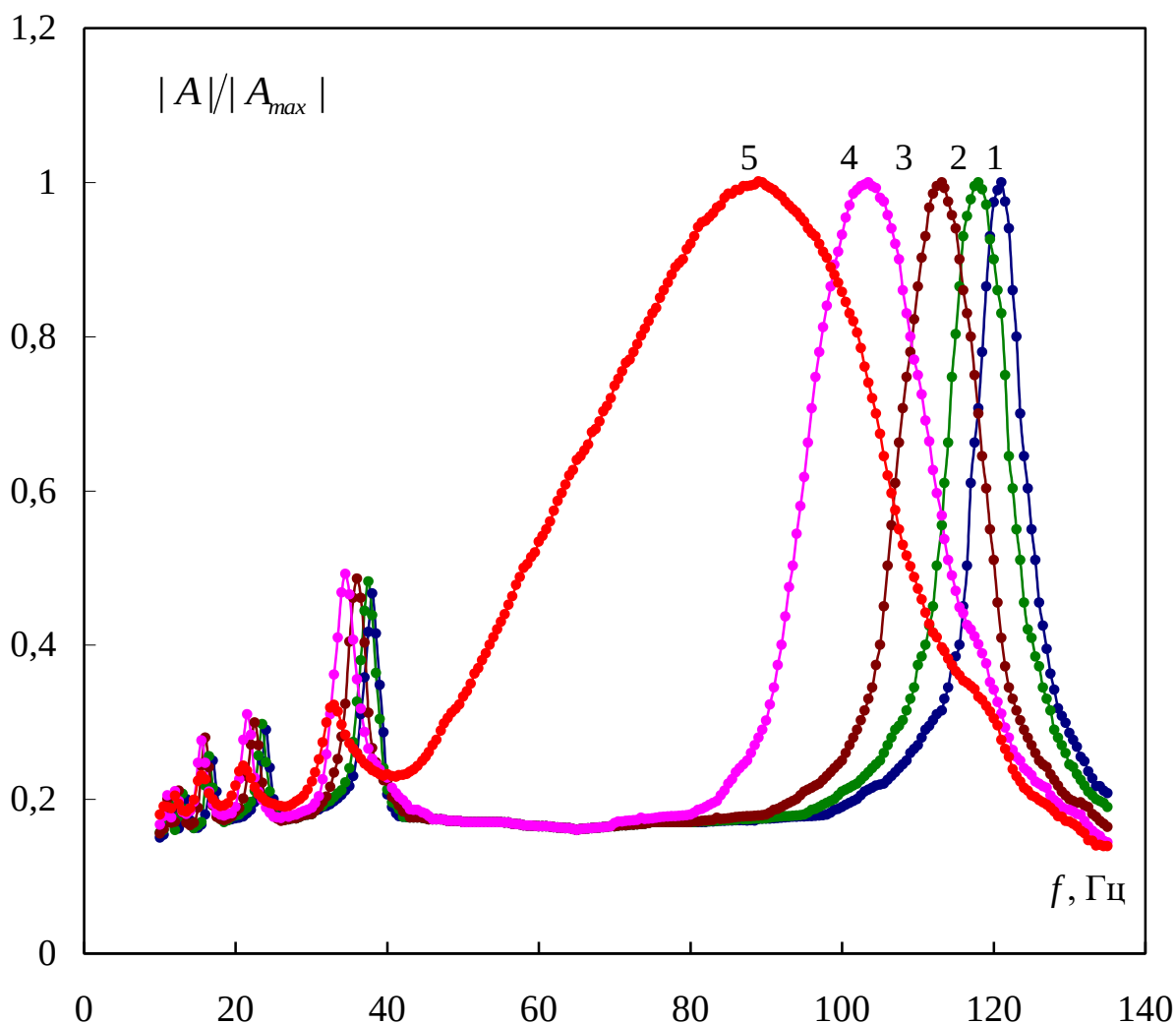


Рис. 2.4.1. Резонансні криві для зразків ПВХ в області частот 10–140 Гц при температурах: 1 – 248 К; 2 – 273 К; 3 – 298 К; 4 – 323 К; 5 – 348 К.

Отримані значення дійсної частини комплексного модуля пружності та тангенса кута механічних втрат добре узгоджуються з результатами отриманими іншими авторами аналогічними експериментальними методами [71, 77].

Аналіз резонансних кривих (рис. 2.4.1) показав, що для амплітуд резонансних максимумів при різних частота збудження (різних модах коливань зразків) при одній температурі характерна лінійна залежність у вигляді рівняння регресії:

$$\frac{|A|}{|A_{max}|} = af + b. \quad (2.4.1)$$

Безрозмірні параметри a та b визначали методом найменших квадратів. Значення параметрів a, b в залежності від T представлені в табл. 2.4.1.

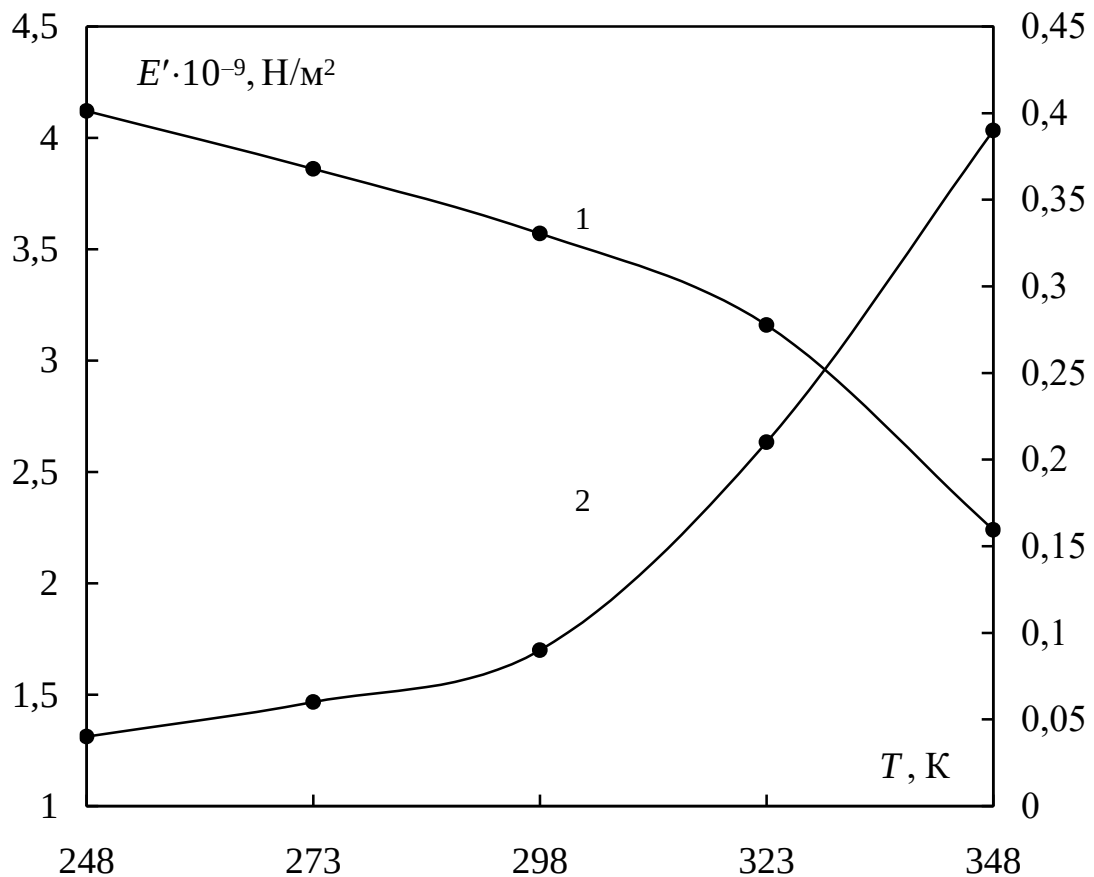


Рис. 2.4.2. Температурні залежності динамічного модуля пружності (1) і тангенса кута механічних втрат (2) для ПВХ.

Довірчий інтервал, коефіцієнт кореляції Пірсона R і критичну область знаходили використовуючи t -статистику. Перевірку статистичної значущості коефіцієнта кореляції R проводили за співвідношенням [88]:

$$t = \frac{R}{\sqrt{1-R^2}} \sqrt{n-2}, \quad (2.4.2)$$

де n – об'єм вибірки ($n = 6$).

Параметри рівняння регресії та значення коефіцієнта кореляції

T, K	a	b	R	R^2	t	Довірчий інтервал
248	0,0073	0,1229	0,994	0,989	18,96	0,993–0,995
273	0,0075	0,1299	0,994	0,987	17,43	0,993–0,995
298	0,0077	0,1407	0,993	0,986	16,78	0,992–0,994
323	0,0085	0,1348	0,994	0,988	18,15	0,993–0,995
348	0,0103	0,0526	0,991	0,983	15,21	0,990–0,992

Співставлення отриманих значень параметру t (табл. 2.4.1) з критичним значенням t -критерія Стюдента при рівні значущості $\alpha = 0,05$ $t_{4, 0,05} = 2,776$ показує, що між $\frac{|A|}{|A_{\max}|}$ і f існує лінійна кореляційна залежність.

Прямі регресії (2.4.1) для різних температур із точками амплітуд резонансних максимумів представлені на рис. 2.4.3.

Значення величини R^2 при всіх температурах вимірювання лежать в діапазоні від 0,983 до 0,989, причому найменше значення спостерігається для $T = 348$ К. Окремо слід відмітити, що для вказаної температури спостерігається зменшення відносної амплітуди резонансних максимумів в області частот 15–40 Гц [87].

Для прогнозування модуля пружності конструкційного ПВХ при динамічних навантаженнях при різних температурах побудуємо залежність частоти головного максимуму від температури та криву регресії (рис. 2.4.4).

Між величинами T та f існує квадратична залежність

$$f(T) = -1,7857T^2 + 2,9143T + 119,9 \quad (2.4.2)$$

з коефіцієнтом кореляції $R^2 = 0,997$.

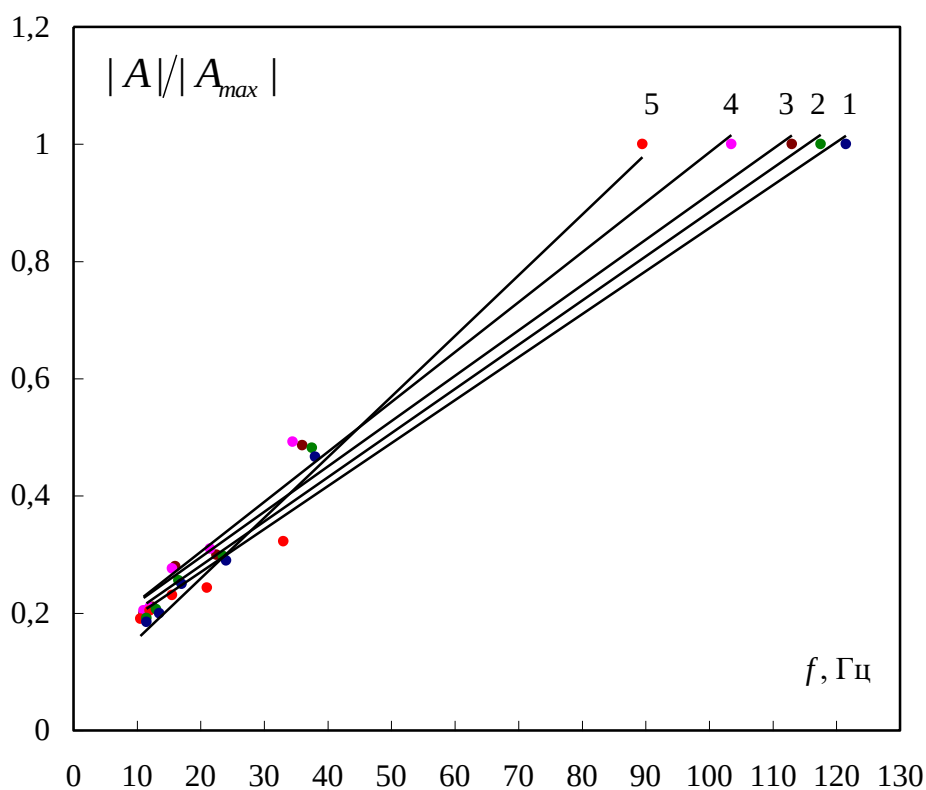


Рис. 2.4.3. Прямі регресії для амплітуд резонансних максимумів зразків ПВХ в області частот 10–140 Гц при температурах: 1 – 248 К; 2 – 273 К; 3 – 298 К; 4 – 323 К; 5 – 348 К.

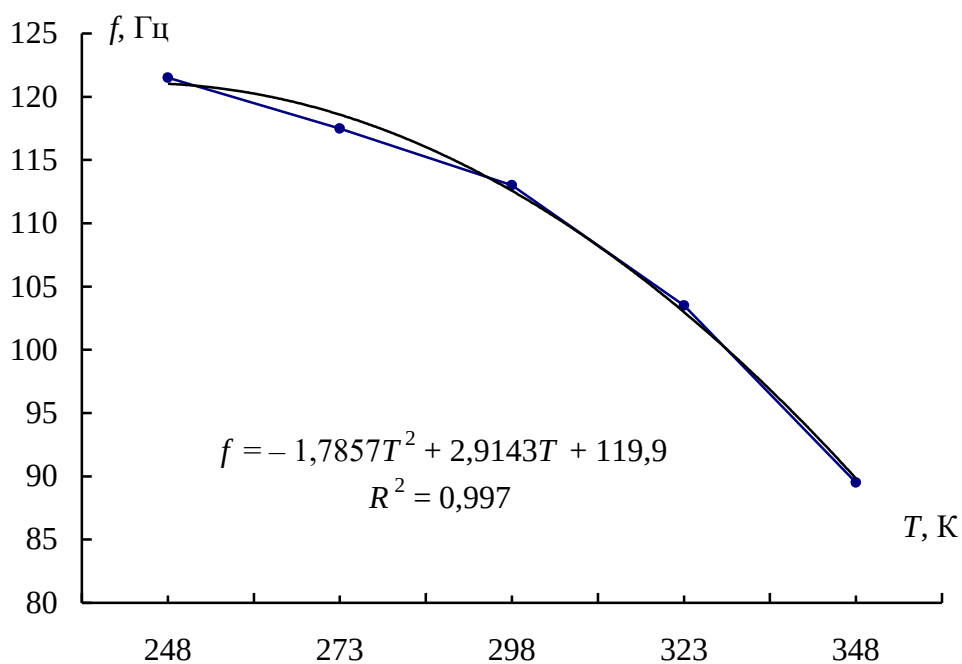


Рис. 2.4.4. Графік залежності частоти головного максимуму від температури.

З врахуванням (2.1.15) співвідношення для прогнозування модуля модуля пружності для конструкційного ПВХ при динамічних навантаженнях при різних температурах буде мати такий вигляді:

$$E'(T) = \frac{48\pi^2 \rho l^4 (-1,7857T^2 + 2,9143T + 119,9)^2}{1,8751^4 d^2}. \quad (2.4.3)$$

2.5. Порівняльний аналіз резонансних методів визначення динамічного модуля пружності конструкційних полімерних матеріалів

Основні характеристики резонансних методів для визначення дійсної та уявної частини комплексного E^* та $tg\delta$ втрат полімерних матеріалів представлені в табл. 2.5.1 [34].

Основним критерієм вибору метода є геометричні розміри зразків для вимірювань та частотний діапазон зовнішнього навантаження. При цьому слід зауважити, що для методу зсувних коливань консольно-закріпленого зразка необхідні додаткові вимірювання для визначення коефіцієнта Пуассона полімерного матеріалу.

В табл. 2.5.2 наведені похибки вимірювання величин, що входять у співвідношення (1.2.20), (1.2.21), (1.2.25), (1.2.26), (2.1.15), (2.1.16) [34].

Оцінки відносних похибок при визначенні складових E^* та $tg\delta$ за співвідношеннями (1.2.21), (1.2.21), (1.2.25), (1.2.26), (2.1.16), (2.1.16) представлені в табл. 2.5.2.

Для стандартного резонансного методу та методу зсувних коливань вільного кінця закріпленого зразка $\epsilon_{E'}$ не перевищує 1,9 %.

Для методу зсувних коливань консольно-закріпленого зразка величини $\epsilon_{E'}$ та $\epsilon_{E''}$, відповідно, більші за 4,1 %. Основний відсоток похибки для даного методу припадає на визначення коефіцієнта Пуассона матеріалу 1,4 %.

При визначення величини E' методом зсувних коливань вільного кінця максимальний внесок у значення $\epsilon_{E'}$ дають вимірювання d зразка 0,75 %.

Окремо відмітимо, що для всіх розглянутих методів при визначенні дійсної частини динамічного комплексного модуля суттєву похибку вносять встановлення резонансних частот коливання зразків. Так для стандартного резонансного методу ця величина не більша 0,5 % для всього частотного діапазону збудження, а для методу зсувних коливань консольно-закріпленого зразка її максимальне значення відповідає частоті 0,1 Гц (табл. 2.5.2).

В табл. 2.5.3 наведені похибки вимірювання величин, що входять у співвідношення (1.2.58), (1.2.60), (2.1.15), (2.1.16) та оцінки відносних похибок визначення динамічних модуля пружності [34, 89].

Оцінки відносних похибок для методу акустичного резонансу проводилися без врахування відносних похибок поправочних коефіцієнтів.

Для методу резонансних коливань консольно-закріпленого зразка у вигляді стрижня відносна похибка визначення модуля пружності $\varepsilon_{E'}$ не перевищує 1,9 % [34].

Таблиця 2.5.1

Порівняльні характеристики методів вимірювання

Характеристика метода	Метод		
	Резонансний	Зсувних коливань консольно-закріпленого зразка	Резонансних коливань консольно-закріпленого стрижня
Діапазон частот, Гц	100–5000	0,1–50	10–150
Форма деформації	розтяг/стиск	згин	згин
Геометричні розміри зразка $l \times r \times d$, мм	100×6×6	12×10×3	30×5×0,07
Діапазон значень E' , МПа	0,1–1000	0,1–1000	0,1–1000
Діапазон значень $tg\delta$	0,01–2	0,01–2	0,01–2
Чутливість до повзучості матеріалу	низька	дуже низька	дуже низька
Попереднє навантаження	обмежене	ні	ні
Потреба в додаткових методах вимірюваннях	ні	так (коефіцієнт Пуассона)	ні

Таблиця 2.5.2

Відносні похибки вимірювань величин при визначенні дійсної і уявної частин комплексного модуля пружності та тангенса кута механічних втрат

Величина, відносна похибка	Метод		
	Резонансний	Зсувних коливань консольно закріпленого зразка	Резонансних коливань консольно-закріпленого стрижня
1	2	3	4
Густина, ε_p	0,2 %	—	0,2 %
Відношення маси акселерометра і тримача на вільному кінці зразка до маси зразка, $\Delta R/R$	$\leq 0,1 \%$	—	—
Маса рухомої системи, $\Delta m/m$	—	$\leq 0,1 \%$	—
Довжина зразка, $\Delta l/l$	$\leq 0,005 \%$	0,04 %	$\leq 0,02 \%$
Ширина зразка, $\Delta r/r$	—	0,05 %	—
Товщина зразка, $\Delta d/d$	—	$\leq 0,017 \%$	$\leq 0,75 \%$
Коефіцієнт Пуассона, $\Delta \nu/\nu$	—	$\geq 1,4 \%$	—

Продовження таблиці 2.5.2

1	2	3	4
Резонансна частота (частота коливань), $\Delta f/f_r$ ($\Delta f/f$)	$\leq 0,5 \%$	$(0,001-0,5) \%$	$\leq 0,2 \%$
Константи у співвідношеннях для обчислення величини, ε_{Const}	$\leq 0,05 \%$	$\leq 0,05 \%$	$\leq 0,05 \%$
Дійсна частина динамічного модуля пружності, $\varepsilon_{E'}$	$\leq 1,9 \%$	$\geq 4,1 \%$	$\leq 1,9 \%$
Уявна частина динамічного модуля пружності, $\varepsilon_{E''}$	—	$\geq 4,1 \%$	—
Тангенс кута механічних втрат, $\varepsilon_{tg\delta}$	$\leq 0,4 \%$	—	$\leq 0,4 \%$

Таблиця 2.5.3

Відносні похибки вимірювань величин при визначенні дійсної частин комплексного модуля пружності та модуля зсуву

Величина, відносна похибка	Метод	
	Метод акустичного резонансу	Резонансних коливань консольно-закріпленого стрижня
1	2	3
Густина, ϵ_p	—	0,2 %
Маса зразка, $\Delta m/m$	$\leq 0,1 \%$	—
Довжина зразка, $\Delta l/l$	—	$\leq 0,02 \%$
Розміри зразка, $\Delta a/a, \Delta b/c, \Delta c/c$	0,04 %	—
Товщина зразка, $\Delta d/d$	—	$\leq 0,75 \%$
Коефіцієнт Пуассона, $\Delta \nu/\nu$	$\geq 1,4 \%$	—
Резонансна частота, $\Delta f/f_f$ ($\Delta f/f_r$)	0,05–0,005 % (коливання на згин) 0,005–0,002 % (крутильні коливання)	$\leq 0,2 \%$
Діаметр зразка, $\Delta D_f/D_f$	0,04 %	—
Константи у співвідношеннях для обчислення величини, ϵ_{Const}	$\leq 0,05 \%$	$\leq 0,05 \%$

Продовження таблиці 2.5.3

1	2	3
Дійсна частина динамічного модуля пружності, $\varepsilon_{E'}$	—	$\leq 1,9 \%$
Тангенс кута механічних втрат, $\varepsilon_{tg\delta}$	—	$\leq 0,4 \%$
Дійсна частина динамічного модуля пружності, $\varepsilon_{E'_{f\Box}}$	$\geq 0,48 \%$	—
Дійсна частина динамічного модуля пружності, $\varepsilon_{E'_{f\emptyset}}$	$\geq 0,48 \%$	—

Висновки до розділу 2

Доповнення стандартних методів для визначення модуля пружності методом зсувних коливань консольно закріпленого зразка дає можливість при вимірюванні забезпечити перекриття частотних діапазонів в межах від 10 до 150 Гц.

Запропонований алгоритм керування апаратними засобами в інформаційно-вимірювальній приладовій системі дає можливість отримати зображень коливань зразка при зміні частоти його збудження для подальшої цифрової обробки.

Реалізований в системі MATLAB алгоритм цифрової обробки та аналізу зображення дає можливість визначити лінійні розміри області бінарного зображення, що відповідаю амплітуді коливань вільного кінця зразка на визначеній горизонтальній базовій лінії.

Використання програмного забезпечення для визначення амплітуди коливань зразка в частотному діапазоні вимірювань дозволяє мінімізувати похибку визначення основної резонансної частоти.

Похибка визначення модуля Юнга конструкційних полімерних матеріалів визначається вимірюваннями геометричних розмірів зразків і залежить від інструментальної похибки приладу.

Проведені частотно-температурні вимірювання показали, що резонансний метод зсувних коливань вільного кінця закріпленого зразка має перспективи застосування для визначення в'язкопружних параметрів конструкційних полімерних матеріалів.

Резонансні криві дають можливість визначити дисипацію енергії при динамічному навантаженні зразків на основних частотах коливань для різних температур.

Метод акустичного резонансу та метод зсувних коливань вільного кінця закріпленого зразка мають однаковий діапазон похибок для визначення складових комплексних динамічних модулів пружності та модуля зсуву.

Розглянуті методи відрізняються основними джерелами похибок, що дає можливість при отриманні результатів вимірювань комплексних динамічних модулів пружності встановити їх достовірність.

РОЗДІЛ 3

МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ ПРОЦЕСІВ ВІДБИВАННЯ, ЗАЛОМЛЕННЯ ТА ТРАНСФОРМАЦІЇ АКУСТИЧНИХ ХВИЛЬ НА МЕЖІ РІЗНИХ СЕРЕДОВИЩ

3.1. Акустичні хвилі в пружному напівпросторі з вільною межею

Розглянемо падіння поздовжньої хвилі та поперечної хвилі, поляризованої в площині падіння, з хвильовими числами k_l і k_t на вільну поверхню ізотропного твердого тіла.

Плоска монохроматична пружна хвиля, хвильовий вектор якої лежить в площині xz , в однорідному пружному середовищі може бути представлена двома скалярними функціями координат без врахування фазового множника $\exp(i(\xi x - \omega t))$, де ξ – горизонтальна компонента відповідного хвильового вектора k_l та k_t [90]:

$$\begin{aligned}\varphi(x, z) &= \varphi_1 e^{i\alpha_1 z} + \varphi_2 e^{-i\alpha_1 z}, \\ \psi(x, z) &= \psi_1 e^{i\beta_1 z} + \psi_2 e^{-i\beta_1 z},\end{aligned}\tag{3.1.1}$$

де $\alpha_1 = \sqrt{k_{l1}^2 - \xi^2}$, $k_{l1} = \omega/v_{l1}$, $\text{Im}\alpha_1 \geq 0$; $\beta_1 = \sqrt{k_{t1}^2 - \xi^2}$, $k_{t1} = \omega/v_{t1}$, $\text{Im}\beta_1 \geq 0$.

Амплітуди падаючих поздовжньої (φ_2) і поперечної (ψ_2) хвиль на границю та амплітуди відбитих, відповідно, поздовжньої (φ_1) та поперечної (ψ_1) хвиль пов'язані такими співвідношенням [90, 91]:

$$\begin{pmatrix} \varphi_1 \\ \psi_1 \end{pmatrix} = \hat{S} \begin{pmatrix} \varphi_2 \\ \psi_2 \end{pmatrix},\tag{3.1.2}$$

де $\hat{S} = \begin{pmatrix} V_{ll} & V_{tl} \\ V_{lt} & V_{tt} \end{pmatrix}$ – матриця розсіювання.

Елементи матриці розсіювання є коефіцієнти відбивання, відповідно, поздовжньої (V_{ll}) та поперечної (V_{tt}) падаючих хвиль і трансформації падаючої поздовжньої у відбиту поперечну (V_{lt}), та навпаки (V_{tl}), причому:

$$V_{ll} = \varphi_1, \text{ коли } \psi_2 = 0, \varphi_2 = 1; V_{tt} = \psi_1, \text{ коли } \varphi_2 = 0, \psi_2 = 1; V_{lt} = \frac{\psi_1}{\varphi_2}, \text{ коли } \psi_2 = 0;$$

$$V_{tl} = \frac{\varphi_1}{\psi_2}, \text{ коли } \varphi_2 = 0.$$

Коефіцієнти відбивання та трансформації визначаються таким чином [91]:

$$V_{ll} = V_{tt} = \frac{\alpha\beta - \gamma^2}{\alpha\beta + \gamma^2}; \quad (3.1.3)$$

$$V_{lt} = \frac{2\alpha\gamma}{\alpha\beta + \gamma^2}; \quad (3.1.4)$$

$$V_{tl} = -\frac{2\beta\gamma}{\alpha\beta + \gamma^2}. \quad (3.1.5)$$

Величини α , β , γ визначаються через кути падіння відповідно поздовжньої (θ_l) та поперечної (θ_t) та хвильові числа, причому на границі виконується закон Снеліуса $\xi = k_l \sin \theta_l = k_t \sin \theta_t$ [92]:

$$\alpha = k_l \cos \theta_l = \sqrt{k_l^2 - k_t^2 \sin^2 \theta_t}, \quad (3.1.6)$$

$$\beta = k_t \cos \theta_t = \sqrt{k_t^2 - k_l^2 \sin^2 \theta_l}, \quad (3.1.7)$$

$$\gamma = -\frac{k_t \cos 2\theta_t}{2 \sin \theta_t} = \frac{2k_l^2 \sin^2 \theta_l - k_t^2}{2k_l \sin \theta_l}. \quad (3.1.8)$$

Розрахунки значень V_{ll} , V_{lt} , V_{tt} , V_{tl} для кутів падіння пружних хвиль у середовищі із різним коефіцієнтом Пуасона представлені на рис. 3.1.1–3.1.4 [93]. Значення V_{ll} , V_{tt} в діапазоні ν від 0,5 до 0 представлені із роботи Аренберга [94].

Розрахунки величин матриці розсіювання для від'ємних значень ν проведені за експериментальними значеннями швидкостей поширення v_l та v_t для реальних ізотропних середовищ: гетерогенного пісковика Weber [95] і конструкційного терморозширеного поліуретану (ТПУ) та металонаповнених композицій (Mo, W) на його основі [96, 97].

Таблиця 3.1.1

Швидкості поширення поздовжньої та поперечної УЗ-хвиль для
ауксетиків

Параметр	Пісковик Weber	ТПУ+W	ТПУ+Мо	ТПУ
v_l , м/с	2450	1775	1755	1635
v_t , м/с	1800	1370	1405	1415
ν	-0,09	-0,24	-0,39	-1

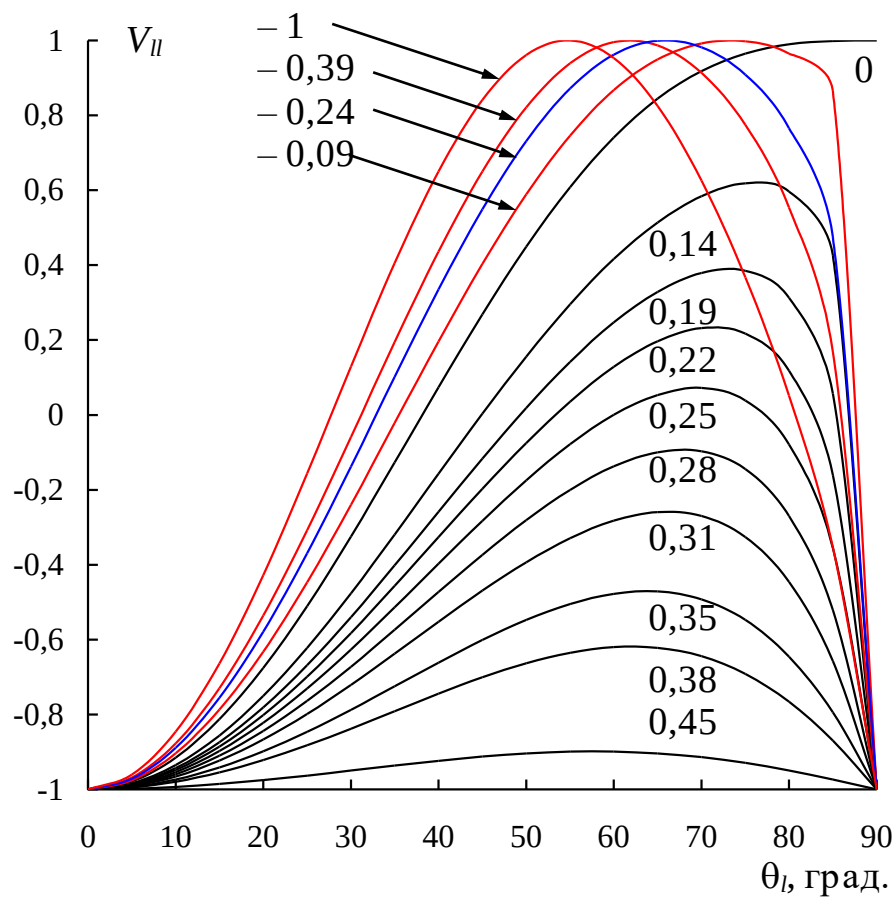


Рис. 3.1.1. Залежності коефіцієнта відбивання поздовжніх хвиль $V_{||}$ від вільній поверхні твердого тіла від кута падіння θ_i для різних значень коефіцієнта Пуассона (значення вказані біля відповідних кривих).

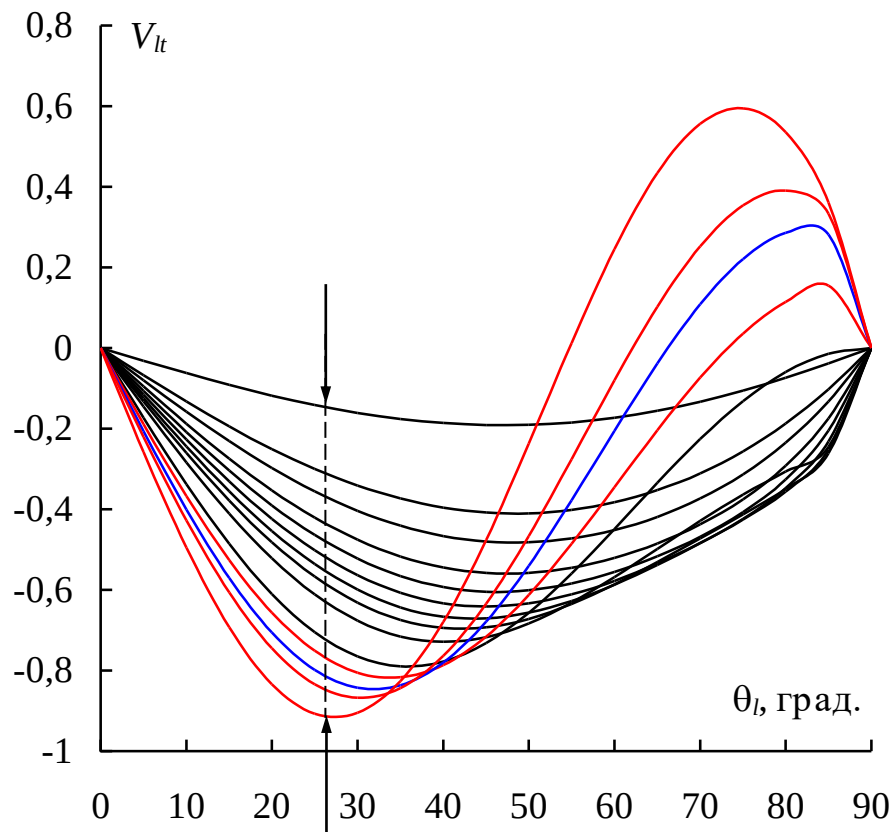


Рис. 3.1.2. Залежності коефіцієнта трансформації поздовжніх хвиль в поперечні хвилі на вільній поверхні твердого тіла від кута падіння для різних значень коефіцієнта Пуассона (значення коефіцієнта Пуассона зростають в ряді по перерізу знизу вгору: -1 ; $-0,39$; $-0,24$; $-0,1$; 0 ; $0,14$; $0,19$; $0,22$; $0,25$; $0,28$; $0,31$; $0,35$; $0,38$; $0,45$).

Аналіз залежностей величини $V_{||}$ від кута падіння для середовищ з $\nu < 0$ показує (рис. 3.1.1), що вони як і криві відбивання для середовищ з $\nu < 0,264$ мають три основні характеристичні точки – кути обміну поляризацією (θ_{l0}) і точку (θ_{lmax}) при якій $V_{||}$ має локальний максимум. Величини кутів θ_{l0} від значення коефіцієнта Пуассона ν представлені на рис. 3.1.5. Аналіз поведінки величин θ_{l0} для середовищ з від'ємним ν показує, що їх значення зменшують із зменшенням коефіцієнта Пуассона без суттєвої зміни різниці між максимальним та мінімальним значеннями.

Характерною особливістю функціональних залежностей $V_{||} = f(\theta_l)$ при кутах $\theta_{l\max}$ для середовищ в діапазоні ν від 0 до -1 є рівність величини $V_{||}$ одиниці коли $\alpha\beta \gg \gamma^2$.

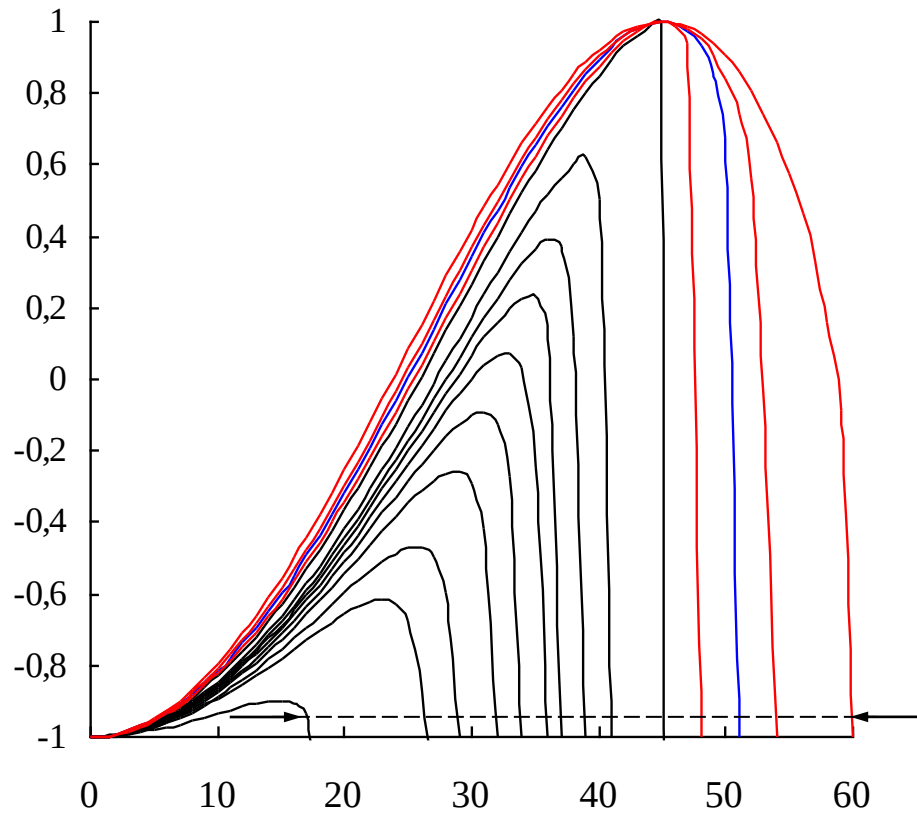


Рис. 3.1.3. Залежності коефіцієнта відбивання поперечних хвиль вільній поверхні твердого тіла від кута падіння для різних значень коефіцієнта Пуассона (значення коефіцієнта Пуассона зростають в ряді по перерізу з права наліво: -1 ; $-0,39$; $-0,24$; $-0,1$; 0 ; $0,14$; $0,19$; $0,22$; $0,25$; $0,28$; $0,31$; $0,35$; $0,38$; $0,45$).

Порівняльний аналіз залежностей $V_{||}$ і $V_{\perp}$ від величини θ_l для середовищ з $\nu < 0$ показує (рис. 3.1.1, 3.1.2), що при кутах $\theta_{l\max}$ значення величини $V_{\perp}$ рівне нулю – трансформація в поперечну хвилю не відбувається, а відбивання поздовжньої проходить в протифазі без зміни амплітуди. Кути

$\theta_{l\max}$ для середовищ в від'ємним значенням коефіцієнтом Пуассона розраховані з рівняння $\gamma = 0$, де

$$\theta_{l\max} = \arcsin \left[\left(\frac{2\nu - 2}{4\nu - 2} \right)^{\frac{1}{2}} \right], \quad (3.1.9)$$

і представлені на рис. 3.1.5.

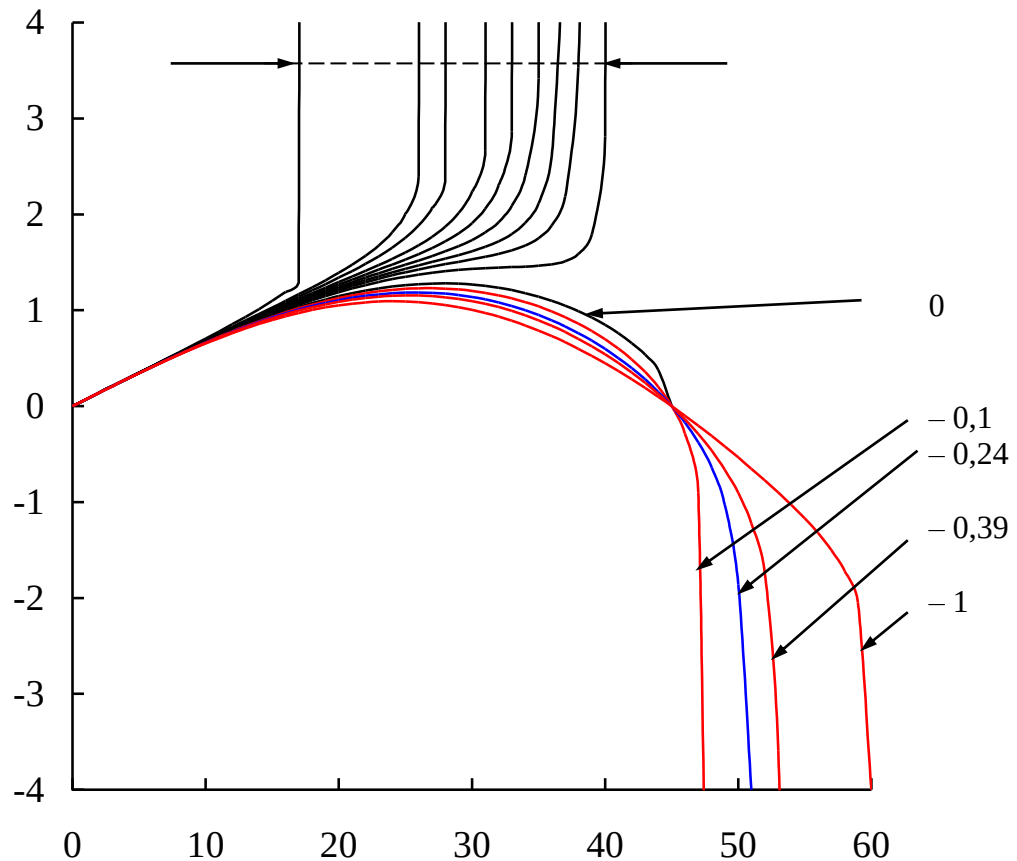


Рис. 3.1.4. Залежності коефіцієнта трансформації поперечних хвиль в поздовжні хвилі на вільній поверхні твердого тіла від кута падіння для різних значень коефіцієнта Пуассона (значення коефіцієнта Пуассона зменшуються в ряді по перерізу зліва: направо 0,45; 0,38; 0,35; 0,31; 0,28; 0,25; 0,22; 0,19; 0,14 та вказані біля відповідних кривих).

Особливістю процесів відбивання поздовжніх та поперечних хвиль є наявність кутів падіння для яких величини V_{ll} та V_{tt} рівні нулеві – кути обміну

поляризаціями $(\theta_{l0}, \theta_{t0})$ при повній трансформації хвиль. Значення відповідних кутів розраховують з рівняння

$$\alpha\beta - \gamma^2 = 0 \quad (3.1.10)$$

відносно θ_l або θ_t .

Рівняння (3.1.10) має не більше двох коренів [92], які залежать від коефіцієнта Пуассона середовища поширення. Характерним інтервалом, який визначається нерівністю $\nu < 0,264$ є інтервал з двома значеннями кутів θ_{l0} і θ_{t0} (рис. 3.1.5) [93].

Аналіз залежностей величини V_{lt} від величини кута падіння для середовищ з $\nu < 0$ (рис. 3.1.2) та їх порівняльний аналіз із відповідними функціональними залежностями для середовищ з додатнім значенням коефіцієнта Пуассона показує, що їх характер поведінки дещо відрізняється. На кривих середовищ з $\nu < 0$ чітко виражені мінімум і максимум, який відсутній на відповідних кривих з додатнім значенням ν . Мінімум величини V_{lt} на кривих обумовлений зміною поляризації відбитої хвилі, при якій $V_{ll} = 0$. Наявність максимуму визначається конкуруючими вкладами відношення хвильових чисел (при зменшенні ν відношення $\frac{k_l}{k_t}$ зростає) та зменшенням величини α при збільшенні кута падіння.

Характер поведінки залежностей V_{tt} для від'ємних значень ν від кута падіння поперечної хвилі (рис. 3.1.3) аналогічний функціональним залежностям для середовищ з $\nu < 0,264$. Криві $V_{tt} = f(\theta_t)$ двічі перетинають пряму $V_{tt} = 0$ визначаючи два кути обміну поляризаціями θ_{t0} , значення який від величини ν представлені на рис. 3.1.5, і мають максимум в точці $\frac{\pi}{4}$, при цьому $V_{tt} = 1$.

Аналіз залежностей V_{tl} від θ_t (рис. 3.1.4), для середовищ з від'ємний значенням коефіцієнта Пуассона, показує, що при $\theta_t = \frac{\pi}{4}$ величини V_{tl} рівні нулю – відбувається повне відбивання поперечної хвилі без трансформації в

поздовжню. Характерною особливістю функціональних залежностей величин V_{tt} і V_{tl} від кута падіння θ_i є наявність критичного кута $\theta_{кр.}$ при якому спостерігається повне внутрішнє відбивання – відбита хвиля є поверхневою, а значення V_{tt} і V_{tl} прямують до нескінченності.

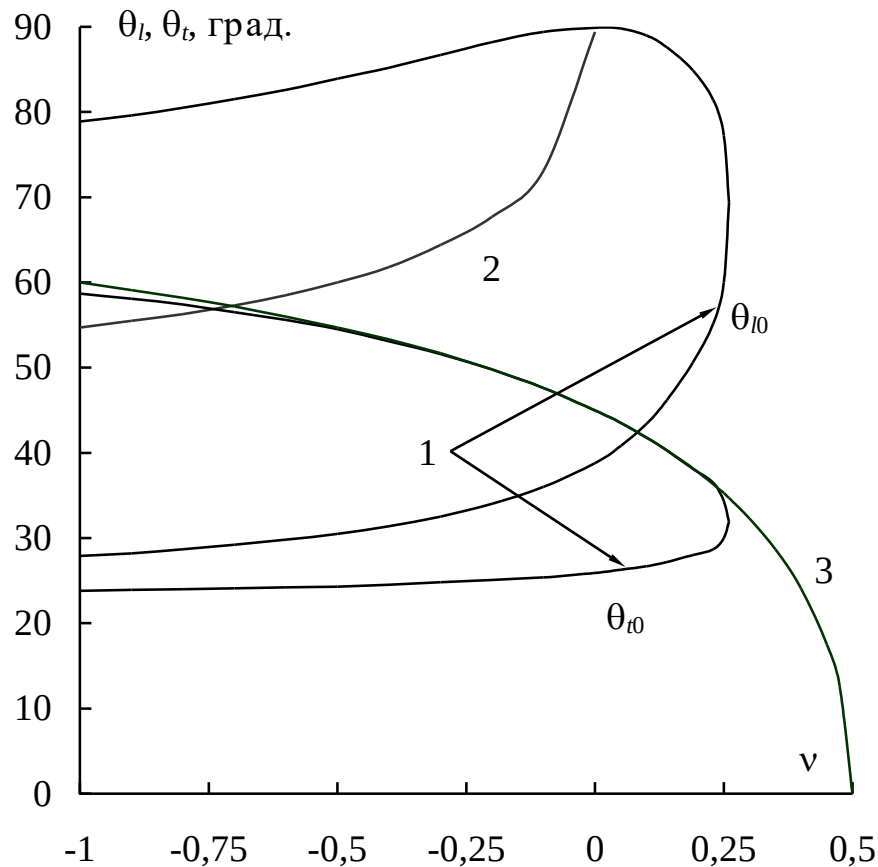


Рис. 3.1.5. Залежності характерних кутів від коефіцієнта Пуассона при відбиванні плоских хвиль від вільної поверхні пружного півпростору: 1 – кути обміну поляризаціями; 2 – кут максимуму відбивання поздовжньої хвилі; 3 – граничний кут повного внутрішнього відбивання.

Величина $\theta_{кр.}$ залежить від коефіцієнта Пуассона середовища рис 3.1.5 [91, 98]:

$$\theta_{кр.} = \arccos\left(\frac{k_l}{k_t}\right), \quad (3.1.11)$$

і для інтервалу значень ν від -1 до 0 визначається нерівністю

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \leq \frac{k_l}{k_t} < \sqrt{2}. \quad (3.1.12)$$

Діапазон значень $\theta_{кр.}$, в такому випадку, рівний від $\frac{\pi}{3}$ до $\frac{\pi}{4}$.

3.2. Відбивання, заломлення та трансформація акустичних хвиль на межі пружних середовищ із різним значення коефіцієнта Пуассона

При падінні плоскої акустичної хвилі на межу поділу ізотропних пружних середовищ, в загальному випадку, виникають дві хвилі: поздовжня і поперечна по різні сторони від межі [97]. Розподіл енергії між падаючою хвилею, відбитими та трансформованими хвилями визначається тільки коефіцієнтом Пуассона ν середовищ поширення та кутом падіння хвилі. При відсутності дисипації енергії має місце регулярне відбивання при якому коефіцієнти відбивання, збудження та трансформації не залежать від частоти.

Теоретичні та експериментальні дослідження процесів відбивання та заломлення пружних хвиль на межі твердих тіл проведені в діапазоні додатних значень коефіцієнта Пуассона і не розглядають випадки $\nu < 0$. Так в роботі [99] подані значення коефіцієнтів відбивання від границі поділу двох пружних півпросторів для різних значень кутів падіння і співвідношення параметрів середовищ. Графіки кутових залежностей коефіцієнтів відбивання збудження та трансформації наведені в роботі [100].

Розглянемо плоску межу $z = 0$, що розділяє два середовища „1” ($z > 0$) і „2” ($z < 0$), в яких швидкості поширення ν_l , ν_t і густина ρ , відповідно, рівні ν_{l1} , ν_{t1} , ρ_1 , та ν_{l2} , ν_{t2} , ρ_2 .

У верхньому середовищі потенціали пружних хвиль визначимо таким чином:

$$\begin{aligned}\varphi(x, z) &= \varphi_1 e^{i\alpha_1 z} + \varphi_2 e^{-i\alpha_1 z}, \\ \psi(x, z) &= \psi_1 e^{i\beta_1 z} + \psi_2 e^{-i\beta_1 z},\end{aligned}\quad (3.2.1)$$

де $\alpha_1 = \sqrt{k_{l1}^2 - \xi^2}$, $k_{l1} = \omega/v_{l1}$, $\text{Im}\alpha_1 \geq 0$; $\beta_1 = \sqrt{k_{t1}^2 - \xi^2}$, $k_{t1} = \omega/v_{t1}$, $\text{Im}\beta_1 \geq 0$

У нижньому середовищі потенціали пружних хвиль мають такий вигляд:

$$\begin{aligned}\tilde{\varphi}(x, z) &= \tilde{\varphi}_1 e^{i\alpha_2 z} + \tilde{\varphi}_2 e^{-i\alpha_2 z}, \\ \tilde{\psi}(x, z) &= \tilde{\psi}_1 e^{i\beta_2 z} + \tilde{\psi}_2 e^{-i\beta_2 z},\end{aligned}\quad (3.2.2)$$

де $\alpha_2 = \sqrt{k_{l2}^2 - \xi^2}$, $k_{l2} = \omega/v_{l2}$, $\text{Im}\alpha_2 \geq 0$; $\beta_2 = \sqrt{k_{t2}^2 - \xi^2}$, $k_{t2} = \omega/v_{t2}$, $\text{Im}\beta_2 \geq 0$.

Величини ξ , α_1 , β_1 , α_2 , β_2 визначаються через кути падіння відповідно поздовжньої (θ_{l1}) та поперечної (θ_{t1}) хвиль та хвильові числа, причому на межі виконується закон Снеліуса [92] (рис. 3.2.1)

$$k_{l1} \sin \theta_{l1} = k_{t1} \sin \theta_{t1} = k_{l2} \sin \theta_{l2} = k_{t2} \sin \theta_{t2}, \quad (3.2.3);$$

$$\xi = k_{l1} \sin \theta_{l1} = k_{t1} \sin \theta_{t1},$$

$$\alpha_1 = k_{l1} \cos \theta_{l1} = \sqrt{k_{l1}^2 - k_{t1}^2 \sin^2 \theta_{t1}},$$

$$\beta_1 = k_{t1} \cos \theta_{t1} = \sqrt{k_{t1}^2 - k_{l1}^2 \sin^2 \theta_{l1}},$$

$$\alpha_2 = \sqrt{k_{l2}^2 - k_{l1}^2 \sin^2 \theta_{l1}} = \sqrt{k_{l2}^2 - k_{t1}^2 \sin^2 \theta_{t1}},$$

$$\beta_2 = \sqrt{k_{t2}^2 - k_{l1}^2 \sin^2 \theta_{l1}} = \sqrt{k_{t2}^2 - k_{t1}^2 \sin^2 \theta_{t1}}. \quad (3.2.4)$$

Із принципу суперпозиції слідує, що амплітуди $\varphi_1, \psi_1, \tilde{\varphi}_1, \tilde{\psi}_1$ хвиль, що поширюються від межі поділу півпросторів, лінійно пов'язані з амплітудами падаючих на межу хвиль [91]:

$$\begin{pmatrix} \varphi_1 \\ \psi_1 \\ \tilde{\varphi}_1 \\ \tilde{\psi}_1 \end{pmatrix} = \hat{S} \begin{pmatrix} \varphi_2 \\ \psi_2 \\ \tilde{\varphi}_2 \\ \tilde{\psi}_2 \end{pmatrix}, \quad \hat{S} = \begin{pmatrix} V_{ll} & V_{tl} & \tilde{W}_{ll} & \tilde{W}_{tl} \\ V_{lt} & V_{tt} & \tilde{W}_{lt} & \tilde{W}_{tt} \\ W_{ll} & W_{tl} & \tilde{V}_{ll} & \tilde{V}_{tl} \\ W_{lt} & W_{tt} & \tilde{V}_{lt} & \tilde{V}_{tt} \end{pmatrix}. \quad (3.2.5)$$

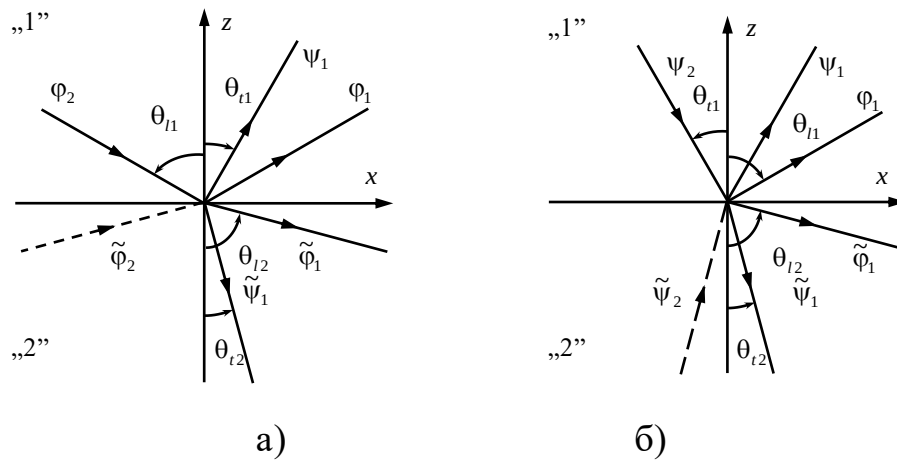


Рис. 3.2.1. Схема падіння хвиль поздовжньої хвилі (а) та поперечної хвилі (б) на межу поділу півпросторів.

Компоненти матриці розсіювання $\hat{S}$ (3.2.3) мають наступний фізичний зміст: V_{ll} – коефіцієнт відбивання поздовжньої хвилі у верхньому середовищі при падінні поздовжньої хвилі $V_{ll} = \frac{\Phi_1}{\Phi_2}$ (при $\Phi_2 = 1$, $\Psi_2 = 0$), V_{lt} – коефіцієнт трансформації падаючої поздовжньої хвилі у поперечну хвилю у верхньому середовищі $V_{lt} = \frac{\Psi_1}{\Phi_2}$ (при $\Phi_2 = 1$, $\Psi_2 = 0$), W_{ll} – коефіцієнт збудження поздовжньої хвилі у нижньому середовищі при падаючій поздовжній хвилі із верхнього середовища $W_{ll} = \frac{\tilde{\Phi}_1}{\Phi_2}$ (при $\Phi_2 = 1$, $\Psi_2 = 0$) W_{lt} – коефіцієнт збудження поперечної хвилі в нижньому середовищі при падаючій поздовжньої хвилі із верхнього середовища $W_{lt} = \frac{\tilde{\Psi}_1}{\Phi_2}$ (при $\Phi_2 = 1$, $\Psi_2 = 0$); V_{tt} – коефіцієнт відбивання поперечної при падінні поперечної хвилі у верхньому середовищі $V_{tt} = \frac{\Psi_1}{\Psi_2}$ (при $\Psi_2 = 1$, $\Phi_2 = 0$), V_{tl} – коефіцієнт трансформації падаючої поперечної хвилі у поздовжню хвилю у верхньому середовищі $V_{tl} = \frac{\Phi_1}{\Psi_2}$ (при $\Psi_2 = 1$, $\Phi_2 = 0$); W_{tl} – коефіцієнт збудження

поздовжньої хвилі у нижньому середовищі при падаючій поперечній хвилі із верхнього середовища $W_{tl} = \frac{\tilde{\Phi}_1}{\Psi_2}$ (при $\psi_2 = 1, \phi_2 = 0$); W_{tt} – коефіцієнт збудження поперечної хвилі у нижньому середовищі при падінні поперечної хвилі із верхнього середовища $W_{tt} = \tilde{\Psi}_1/\Psi_2$ (при $\psi_2 = 1, \phi_2 = 0$) (тількию позначені аналогічні коефіцієнти при падінні хвилі із нижнього середовища).

Матриця розсіювання визначається граничними умовами на межі поділу: рівність компонент горизонтальних зміщень, рівність компонент вертикальних зміщень, рівність нормальних компонент напруг, рівність дотичних компонент напруг.

Елементи матриці розсіювання, як коефіцієнти відбивання, збудження та трансформації, при падінні плоских хвиль на межу поділу півпросторів визначаються наступним чином [91]:

$$\begin{aligned}
 V_{ll} &= \left(A_1^2 - \beta_1 \alpha_1^{-1} A_2^2 + \alpha_2 \beta_2^{-1} (B_1^2 + \beta_1 \alpha_1^{-1} B_2^2) - m (\alpha_2 \alpha_1^{-1} - \beta_2 \beta_1^{-1}) \left(\frac{k_{t2}^2}{2\xi^2} \right)^2 \right) \Delta^{-1} \\
 V_{tt} &= \left(A_1^2 - \beta_1 \alpha_1^{-1} A_2^2 + \alpha_2 \beta_2^{-1} (B_1^2 - \beta_1 \alpha_1^{-1} B_2^2) + m (\alpha_2 \alpha_1^{-1} - \beta_2 \beta_1^{-1}) \left(\frac{k_{t2}^2}{2\xi^2} \right)^2 \right) \Delta^{-1} \\
 V_{lt} &= -2(A_1 A_2 + \alpha_2 \beta_2^{-1} B_1 B_2) \Delta^{-1}; \quad V_{tl} = -\beta_1 \alpha_1^{-1} V_{lt}; \\
 W_{ll} &= k_{t2}^2 \xi^{-2} (A_1 - B_2) \Delta^{-1}; \quad W_{lt} = k_{t2}^2 \xi^{-2} (A_2 + \alpha_2 \beta_2^{-1} B_1) \Delta^{-1}; \\
 W_{tt} &= k_{t2}^2 \xi^{-2} (A_1 - \alpha_2 \alpha_1^{-1} \beta_1 \beta_2^{-1} B_2) \Delta^{-1}; \\
 W_{tl} &= -k_{t2}^2 \xi^{-2} (\beta_1 \alpha_1^{-1} A_2 + B_1) \Delta^{-1},
 \end{aligned}
 \tag{3.2.6}$$

де $A_1 = n^2 - m \gamma_2 \xi^{-1}$; $A_2 = (n^2 \gamma_1 - m \gamma_2) \beta_1^{-1}$; $B_1 = (n^2 - m) \beta_1 \xi^{-1}$;

$$B_2 = (n^2 \gamma_1 \xi^{-1} - m) \beta_2 \beta_1^{-1}; \quad m = \frac{\rho_2}{\rho_1}; \quad n = \frac{v_{t1}}{v_{t2}};$$

$$\gamma_1 = -\frac{k_{t1} \cos 2\theta_{t1}}{2 \sin \theta_{t1}} = \frac{2k_{l1}^2 \sin^2 \theta_{l1} - k_{t1}^2}{2k_{l1} \sin \theta_{l1}}; \quad \gamma_2 = \frac{2k_{l1}^2 \sin^2 \theta_{l1} - k_{t2}^2}{2k_{l1} \sin \theta_{l1}} = \frac{2k_{t1}^2 \sin^2 \theta_{t1} - k_{t2}^2}{2k_{t1} \sin \theta_{t1}};$$

$$\Delta = A_1^2 + \beta_1 \alpha_1^{-1} A_2^2 + \alpha_2 \beta_2^{-1} (B_1^2 + \beta_1 \alpha_1^{-1} B_2^2) + m (\alpha_2 \alpha_1^{-1} + \beta_2 \beta_1^{-1}) \left(\frac{k_{t2}^2}{2\xi^2} \right)^2.$$

Теоретичні розрахунки елементів матриці $\hat{S}$ за співвідношеннями (3.2.6) будемо проводити для двох випадків задачі падіння плоскої хвилі (поздовжньої, поперечної) із середовища з $\nu > 0$ на межу середовища з від'ємним коефіцієнтом Пуассона та навпаки – із середовища з $\nu < 0$ на межу середовища з додатнім коефіцієнтом Пуассона.

В якості середовища з коефіцієнтом Пуассона $\nu > 0$ візьмемо полімер – поліметилметакрилат (ПММА) ($\nu = 0,35$; $\nu_l = 2320$ м/с; $\nu_t = 1100$ м/с; $\rho = 1180$ кг/м³) [101]. Модельними середовищами з $\nu < 0$ є реальний геоматеріал – пісковик Weber [95] та полімер – ТПУ і металонаповнені (W, Mo) композиції на його основі [102, 105], коефіцієнт Пуассона яких змінюється в досить широких межах [96, 97]. Параметри середовищ з $\nu < 0$ представлені в табл. 3.1.1 та 3.2.1.

Розрахунки коефіцієнтів відбивання V_{ll} , трансформації V_{lt} та коефіцієнтів збудження W_{ll} , W_{lt} від кута падіння поздовжньої хвилі із ПММА на межу середовищ 1–4 представлені на рис. 3.2.2 [102].

Аналіз отриманих залежностей вказує на наявність критичного кута ($\theta_{l_{кр.}}$) для середовища 1 при якому відбита, трансформована і заломленні хвилі стають неоднорідними. При $\nu_{l1} < \nu_{l2}$ і $\theta_{l1} = \theta_{l_{кр.}}$ критичний кут визначається із умови $\alpha_2 = 0$ за співвідношенням:

$$\theta_{l_{кр.}} = \arcsin\left(\frac{\nu_{l1}}{\nu_{l2}}\right). \quad (3.2.7)$$

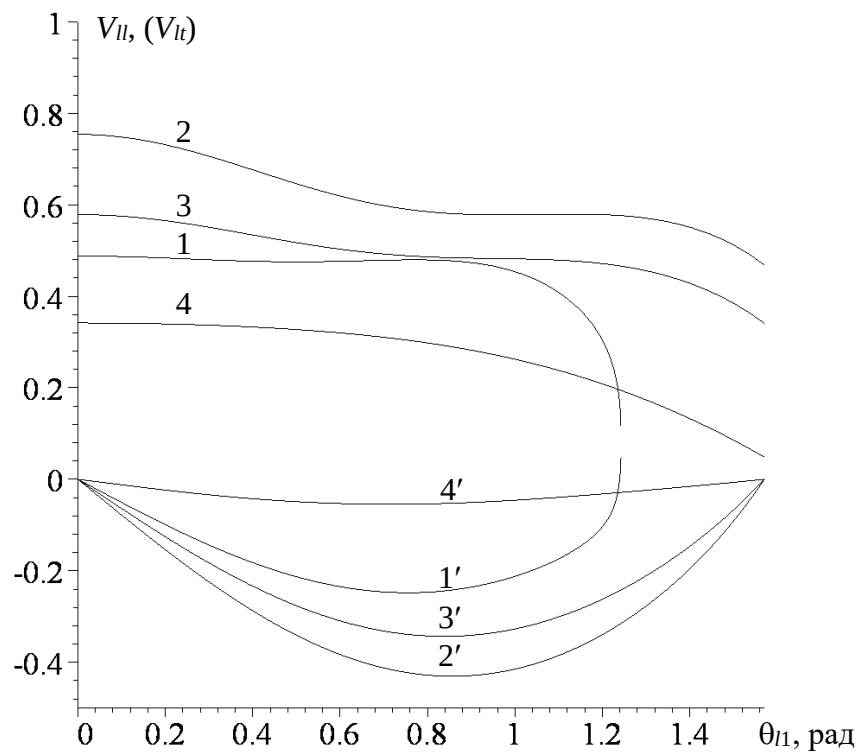
Значення величин V_{ll} , W_{ll} крім кута падіння визначаються акустичним жорсткостями ($\rho_2 \nu_{l2}$) середовищ з $\nu < 0$ (табл. 3.2.1). При нормальному падінні хвилі величина V_{ll} зростає із збільшенням величини акустичної жорсткості середовищ в ряді 2, 3, 1, 4, а величина W_{ll} , відповідно, спадає із зменшенням акустичної жорсткості в ряді середовищ 4, 1, 3, 2.

Значення мінімумів величини V_{lt} рис. 3.2.2 а при трансформації поперечної хвилі визначається акустичною жорсткістю для поперечної хвилі середовищ з $\nu < 0$ і зменшується в ряді 4, 1, 3, 2 [102].

Таблиця 3.2.1

Параметри середовищ з від'ємним значенням коефіцієнта Пуассона

Середовище	Матеріал	ρ , кг/м ³	$\rho\nu_l \cdot 10^{-6}$, кг/(м ² ·с)	$\rho\nu_t \cdot 10^{-6}$, кг/(м ² ·с)
1	Пісковик Weber	2151	5,27	3,87
2	ТПУ+W	9888	17,55	13,55
3	ТПУ+Мо	4603	8,08	6,47
4	ТПУ	1107	1,81	1,56



а)

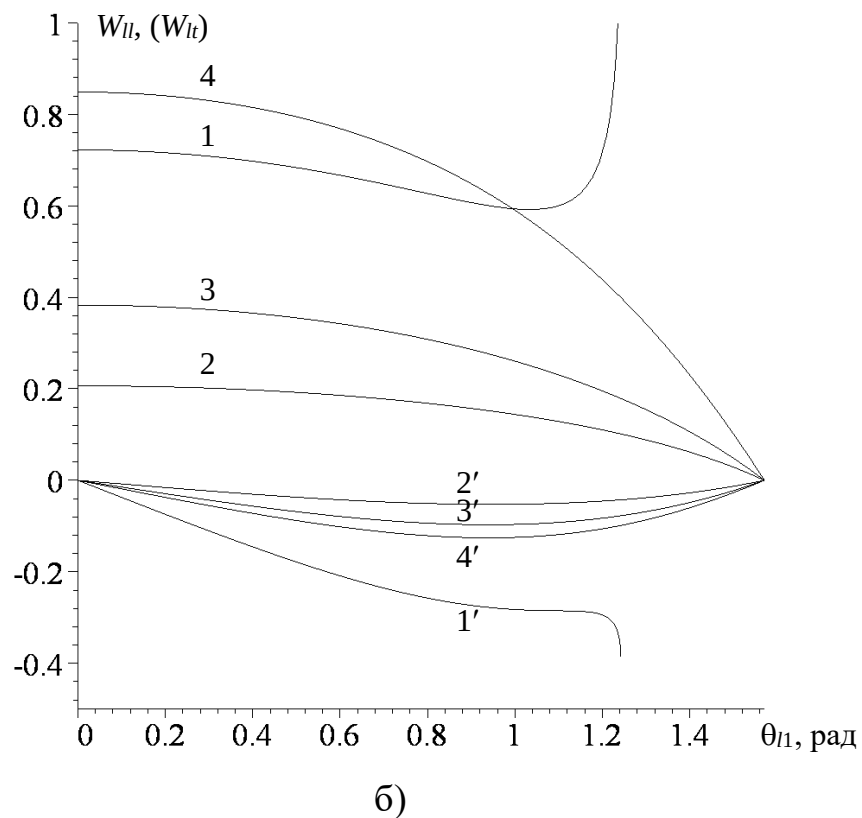


Рис. 3.2.2. Залежності коефіцієнтів V_{ll} (1, 2, 3, 4), V_{lt} (1', 2', 3', 4') а) та W_{ll} (1, 2, 3, 4), W_{lt} (1', 2', 3', 4') б) від кута падіння поздовжньої хвилі на межу середовищ 1–4.

Розрахунки коефіцієнтів відбивання V_{tt} , трансформації V_{tl} та коефіцієнтів збудження W_{tt} , W_{tl} від кута падіння поперечної хвилі із ПММА на межу середовищ 1–4 представлені на рис. 3.2.3 [102].

Характерною особливістю отриманих залежностей є наявність критичного кута ($\theta_{t\text{кр.}}$) для всіх середовищ. При $v_{l1} < v_{l2}$ критичний кут визначається за співвідношенням:

$$\theta_{t\text{кр.}} = \arcsin\left(\frac{v_{t1}}{v_{l2}}\right), \quad (3.2.8)$$

а при $v_{l1} > v_{l2}$, відповідно, за наступним співвідношенням:

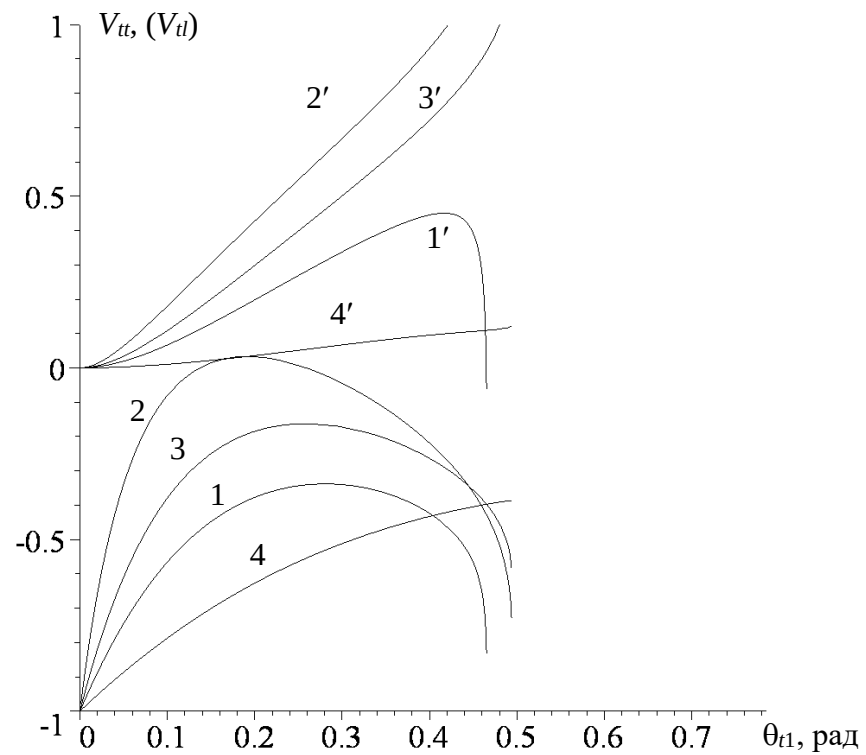
$$\theta_{t\text{кр.}} = \arcsin\left(\frac{v_{t1}}{v_{l1}}\right). \quad (3.2.9)$$

Для задачі падінні поздовжньої (поперечної) хвилі із середовищ 1–4 на межу ПММА значення елементів матриці розсіювання представлені, відповідно, на рис 3.2.4. і рис. 3.2.5 [102].

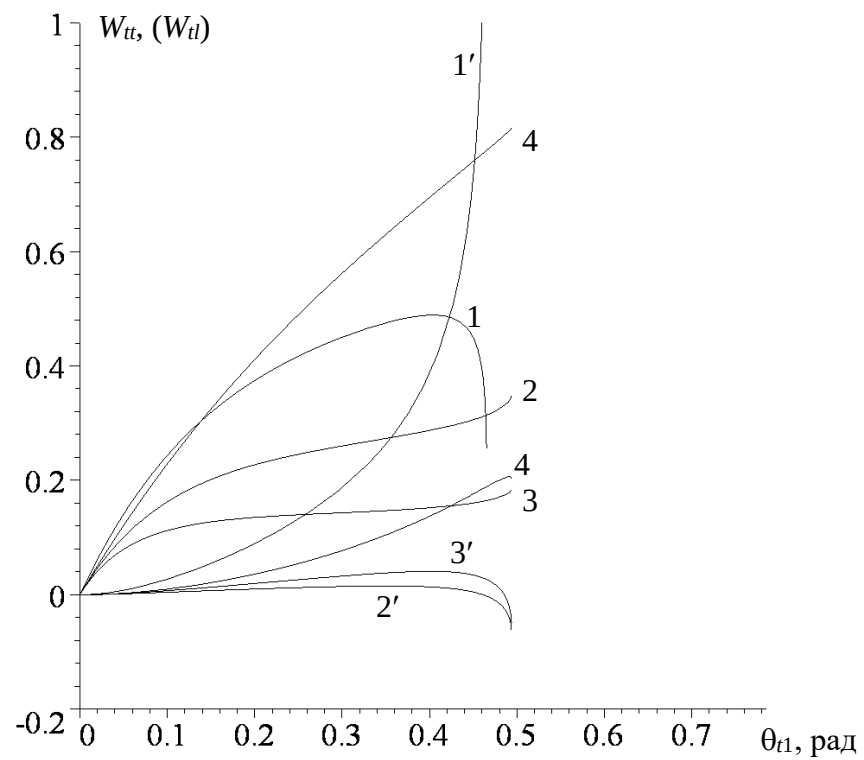
При падінні поперечної хвилі із середовищ з від’ємним коефіцієнтом Пуассона на межу ПММА характерно наявність критичних кутів при яких відбита, трансформована і заломленні хвилі стають неоднорідними, так і обмеження по величині значень V_{tl} , W_{tt} , W_{tl} в інтервалі від -1 до 1 для середовищ 1–3. Значення критичних кутів визначається співвідношенням (3.2.6) за умови $v_{l1} < v_{l2}$, та співвідношенням (3.2.7) – $v_{l1} > v_{l2}$ [102].

Значення критичних кутів для величин V_{ll} , V_{lt} , W_{lt} при падінні поздовжньої хвилі із середовищ 2–4 визначаються за співвідношенням (3.2.5), відповідно, для середовища 1 критичний кут відсутній $v_{l1} > v_{l2}$, а $\alpha_2 > 0$ при всіх можливих значеннях. Розрахунок величин W_{ll} для середовищ 2–4 при всіх можливих кутах падіння θ_{l1} показує, що їх значення більші за одиницю. В такому випадку, згідно закону збереження енергії, збудження поздовжніх хвиль у нижньому середовищі неможливе. Для середовища 1 $W_{ll} = 1$ при $\theta_{l1} = 0,88$ рад, і при збільшенні кута падіння до $\frac{\pi}{2}$ величина W_{ll} монотонно спадає до нуля рис. 3.2.4б.

Значення мінімумів для величин V_{tl} , кутових коефіцієнтів, що визначають зростання величин V_{tt} , W_{tt} , та спадання – W_{tl} залежить від акустичних жорсткостей для поперечної (поздовжньої) хвилі середовищ з $v < 0$ і змінюється в ряді 2, 3, 1, 4 і навпаки [102, 103].

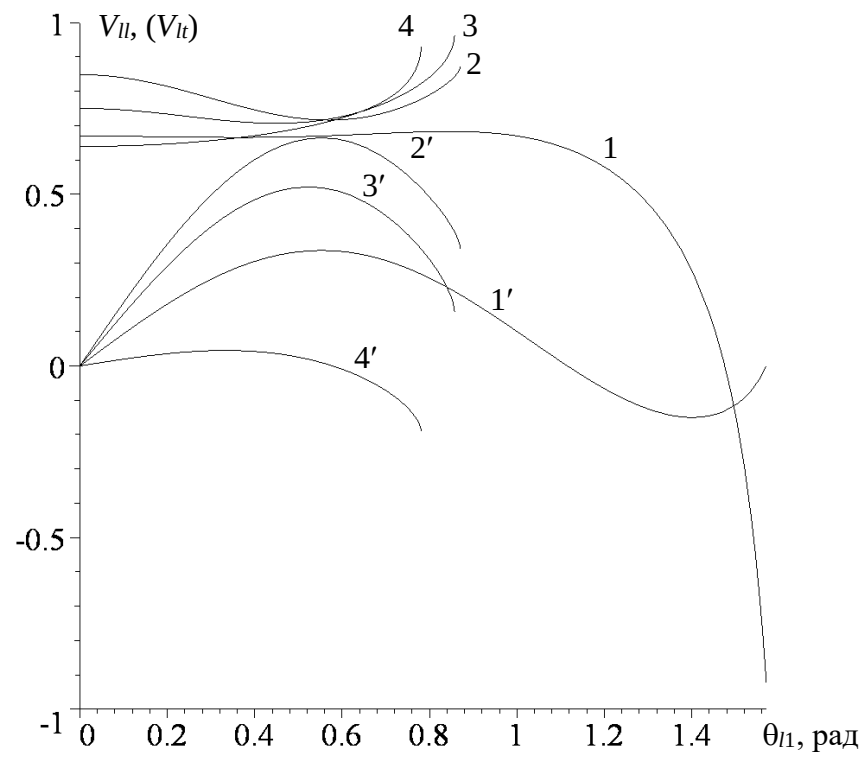


а)

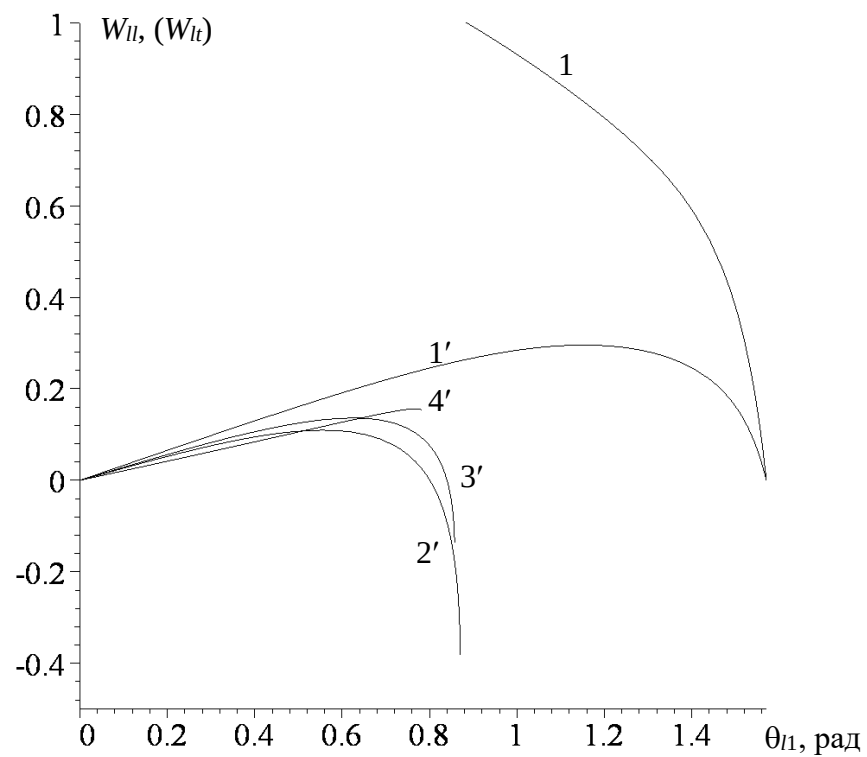


б)

Рис. 3 2.3. Залежності коефіцієнтів V_{tt} (1, 2, 3, 4), V_{tl} (1', 2', 3', 4') а) та W_{tt} (1, 2, 3, 4), W_{tl} (1', 2', 3', 4') б) від кута падіння поперечної хвилі на межу середовищ 1–4.

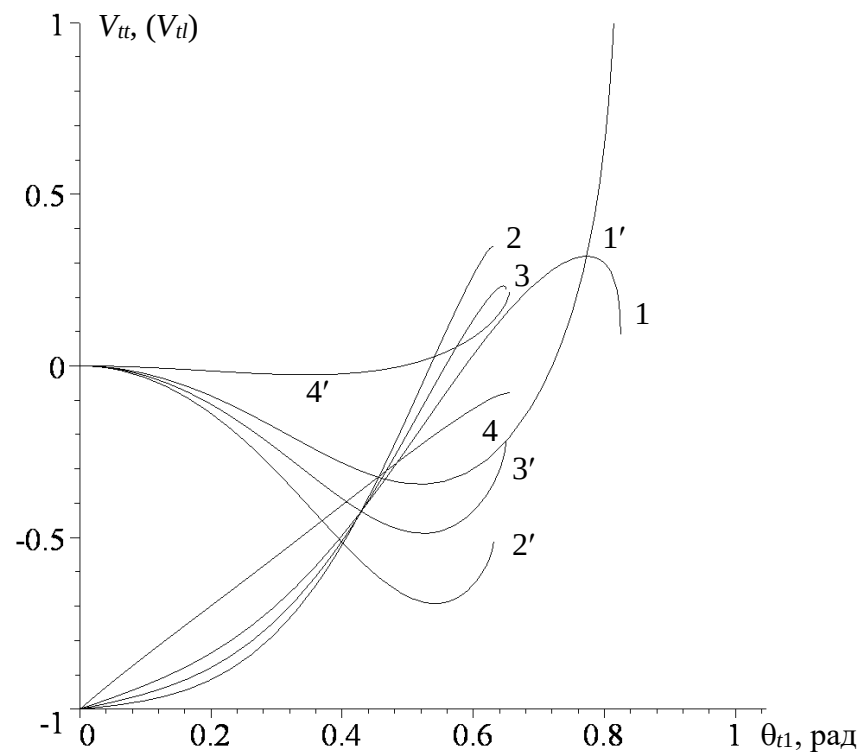


а)

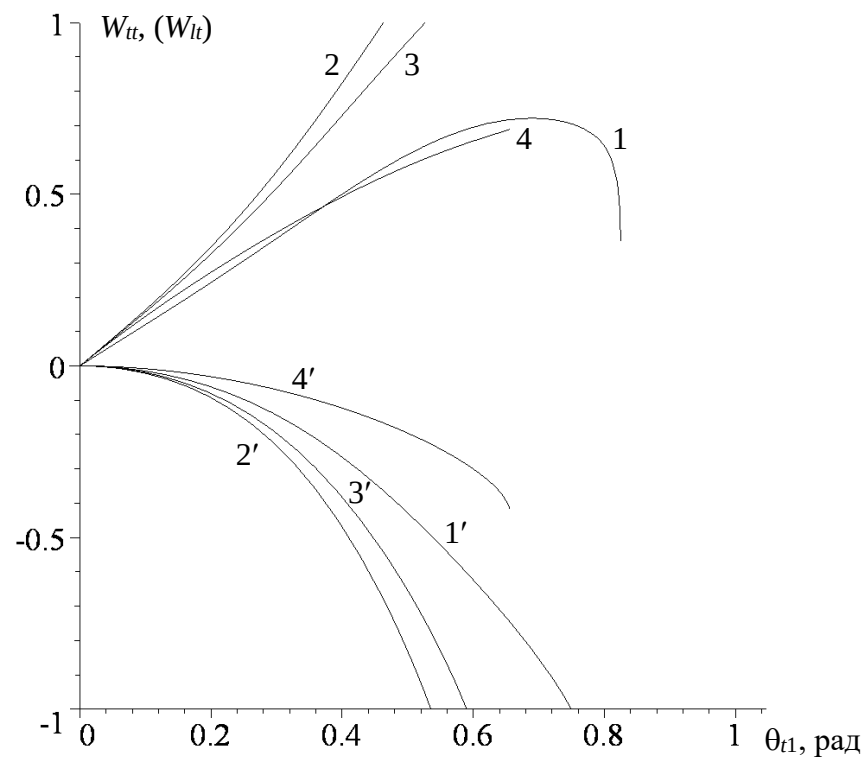


б)

Рис. 3.2.4. Залежності коефіцієнтів V_{ll} (1, 2, 3, 4), V_{lt} (1', 2', 3', 4') а) та W_{ll} (1), W_{lt} (1', 2', 3', 4') б) від кута падіння поздовжньої хвилі із середовищ 1–4.



а)



б)

Рис. 3.2.5. Залежності коефіцієнтів V_{tt} (1, 2, 3, 4), V_{tl} (1', 2', 3', 4') а) та W_{tt} (1, 2, 3, 4), W_{tl} (1', 2', 3', 4') б) від кута падіння поперечної хвилі із середовищ 1–4.

3.3. Відбивання, заломлення та трансформація акустичних хвиль на межі рідини та ауксетик-середовища

3.3.1. Модель падіння хвилі з рідини на межу ауксетик-середовища

Розглянемо задачу падіння плоскої хвилі із рідини на поверхню пружного середовища з від'ємним коефіцієнтом Пуассона. Для поставленої задачі, проведемо аналіз можливих значень коефіцієнту відбивання акустичної хвилі та коефіцієнтів збудження хвиль у пружному середовищі в залежності від швидкостей поширення та кута падіння.

Графіки кутових залежностей енергетичних коефіцієнтів відбивання і прозорості для різних значень співвідношення між густинами та швидкостями поширення відповідних хвиль для додатніх значень v наведені в роботі [91].

У рідині потенціал визначимо наступним чином:

$$\varphi(x, z) = \varphi_1 e^{i\alpha_1 z} + \varphi_2 e^{-i\alpha_1 z}, \quad (3.3.1)$$

де $\alpha_1 = \sqrt{k_1^2 - \xi^2}$, $k_1 = \omega/v_1$, $\text{Im}\alpha_1 \geq 0$, k_1 – хвильовий вектор акустичної хвилі в рідині, v_1 – швидкість поширення.

У пружному середовищі потенціали поздовжньої та поперечної хвиль будуть мати наступний вигляд:

$$\begin{aligned} \tilde{\varphi}(x, z) &= \tilde{\varphi}_1 e^{i\alpha_2 z} + \tilde{\varphi}_2 e^{-i\alpha_2 z}, \\ \tilde{\psi}(x, z) &= \tilde{\psi}_1 e^{i\beta_2 z} + \tilde{\psi}_2 e^{-i\beta_2 z}, \end{aligned} \quad (3.3.2)$$

де $\alpha_2 = \sqrt{k_{l2}^2 - \xi^2}$, $k_{l2} = \omega/v_{l2}$, $\text{Im}\alpha_2 \geq 0$; $\beta_2 = \sqrt{k_{t2}^2 - \xi^2}$, $k_{t2} = \omega/v_{t2}$, $\text{Im}\beta_2 \geq 0$, k_{l2} – хвильовий вектор поздовжньої хвилі, k_{t2} – хвильовий вектор поперечної хвилі, v_{l2} – швидкість поширення поздовжньої хвилі, v_{t2} – швидкість поширення поперечної хвилі [90].

Індекси „1” і „2”, відповідно, будуть визначати параметри хвилі у рідині та пружному середовищі.

Величини ξ , α_1 , α_2 , β_2 визначаються через кут падіння акустичної хвилі

(θ) та хвильові числа, причому на межі виконується закон Снеліуса [92, 104]:

$$k_1 \sin \theta = k_{l2} \sin \theta_l = k_{t2} \sin \theta_t = \xi \quad (3.3.3)$$

де θ_l – кут між хвильовим вектором k_{l2} і нормаллю в середовищі „2”, θ_t – кут між хвильовим вектором k_{t2} і нормаллю в середовищі „2”,
 $\xi = k_1 \sin \theta$, $\alpha_1 = k_1 \cos \theta$, $\alpha_2 = \sqrt{k_{l2}^2 - k_1^2 \sin^2 \theta}$, $\beta_2 = \sqrt{k_{t2}^2 - k_1^2 \sin^2 \theta}$.

Граничні умови на межі: рівність нормальних зміщень в рідині і твердому тілі, рівність нормальних, рівність нулю тангенціальних напруг в твердому тілі [97]:

$$\begin{aligned} \alpha_1 V + \alpha_2 W_l + \xi W_t &= \alpha_1, \\ \rho_1 V + \mu(k_{t2}^2 - 2\xi^2)W_l - 2\mu\xi\beta_2 W_t &= -\rho_1, \\ 2\xi\alpha_2 W_l - (k_{t2}^2 - 2\xi^2)W_t &= 0. \end{aligned} \quad (3.3.4)$$

Величини V , W_l , W_t мають наступний фізичний зміст, V – коефіцієнт відбивання хвилі акустичної хвилі від межі пружного середовища $V = \frac{\Phi_1}{\Phi_2}$; W_l – коефіцієнт збудження поздовжньої хвилі у пружному середовищі $W_l = \frac{\tilde{\Phi}_1}{\Phi_2}$; W_t – коефіцієнт збудження поперечної хвилі у пружному середовищі $W_t = \frac{\tilde{\Psi}_1}{\Phi_2}$; μ – модуль зсуву середовища.

Із співвідношень (3.3.4) коефіцієнт відбивання та коефіцієнти збудження поздовжньої та поперечної хвиль визначаються наступним чином [97, 104]:

$$\begin{aligned} V &= \frac{\alpha_1 m \left((k_{t2}^2 - 2\xi^2)^2 + 4\xi^2 \alpha_2 \beta_2 \right) - \alpha_2 k_{t2}^4}{\alpha_1 m \left((k_{t2}^2 - 2\xi^2)^2 + 4\xi^2 \alpha_2 \beta_2 \right) + \alpha_2 k_t^4}, \\ W_l &= \frac{2\alpha_1 k_{t2}^2 (k_{t2}^2 - 2\xi^2)}{\alpha_1 m \left((k_{t2}^2 - 2\xi^2)^2 + 4\xi^2 \alpha_2 \beta_2 \right) + \alpha_2 k_t^4}, \\ W_t &= \frac{4\xi^2 \alpha_2 \beta_2 k_{t2}^2}{\alpha_1 m \left((k_{t2}^2 - 2\xi^2)^2 + 4\xi^2 \alpha_2 \beta_2 \right) + \alpha_2 k_t^4}, \end{aligned} \quad (3.3.5)$$

де $m = \frac{\rho_2}{\rho_1}$.

Розрахунки за співвідношеннями (3.3.5) проведені для реальних середовищ: пісковик Weber [95], ТПУ і металонаповнені (W, Mo) композиції на його основі [107], коефіцієнт Пуассона яких змінюється в досить широких межах (рис. 3.3.1а – 3.3.3а). Параметри середовищ з $\nu < 0$ представлені в табл. 3.2.1. Модельною рідиною слугувало силіконове масло ПФМС – 4 ($\rho_1 = 1005,74 \text{ кг/м}^3$, $\nu_1 = 1395 \text{ м/с}$) [108], що використовується як імерсійна рідина в експериментальній установці при вимірюваннях швидкостей поширення поздовжніх та поперечних хвиль в твердих тілах [56].

У більшості випадків швидкість звуку в рідині менше за швидкість поздовжніх хвиль в пружному середовищі. При цьому вона може бути як більшою так і меншою за швидкість поперечних хвиль у тому ж пружному середовищі.

При умові, що $\nu_{l2} < \nu_1 < \nu_{l2}$ (середовище 2), маємо один критичний кут падіння:

$$\theta = \arcsin\left(\frac{\nu_1}{\nu_{l2}}\right). \quad (3.3.6)$$

При збільшенні кута падіння θ вище критичного значення θ_l будуть комплексними, при цьому, поздовжня хвиля в пружному середовищі буде неоднорідною хвилею, що біжить вздовж межі і спадає при віддаленні від неї. Значення θ_t при всіх θ завжди будуть дійсними, а в середовищі буде поширюватися звичайна поперечна плоска хвиля.

При збільшенні кута падіння θ вище критичного значення θ_l будуть комплексними, при цьому, поздовжня хвиля в пружному середовищі буде неоднорідною хвилею, що біжить вздовж межі і спадає при віддаленні від неї. Значення θ_t при всіх θ завжди будуть дійсними, а в середовищі буде поширюватися звичайна поперечна плоска хвиля.

У випадку $\nu_1 < \nu_{l2} < \nu_{l2}$ (середовища 1, 3, 4) маємо два критичні кути:

для поздовжньої хвилі співвідношення (3.3.6) і для поперечної хвилі

$$\theta = \arcsin\left(\frac{v_1}{v_{t2}}\right). \quad (3.3.7)$$

При

$$\theta > \arcsin\left(\frac{v_1}{v_{t2}}\right) \quad (3.3.8)$$

обидва кути θ_l , θ_t будуть комплексними, а поздовжня і поперечна хвилі у пружному середовищі будуть неоднорідними хвилями. При цьому $|V = 1|$ і має місце повне відбивання (рис. 3.3.1б).

Значення величин V , W_l , W_t , крім кута падіння, залежать від акустичних жорсткостей для поздовжньої ($\rho_2 v_{l2}$) та поперечної ($\rho_2 v_{t2}$) хвиль в середовищах з $v < 0$ (табл. 3.2.1). При нормальному падінні акустичної хвилі величина V зростає із збільшенням акустичної жорсткості для поздовжньої хвилі в ряді 4, 1, 3, 2, а величина W_l , відповідно, аналогічно спадає (рис. 3.3.1а, 3.3.2а). Функціональні залежності коефіцієнту збудження поперечної хвилі в пружному середовищі, в залежності від кута падіння θ , характеризуються наявністю локального мінімуму, значення якого залежить від величини $\rho_2 v_{t2}$ і зростає аналогічно в ряді 4, 1, 3, 2 (рис. 3.3.3а).

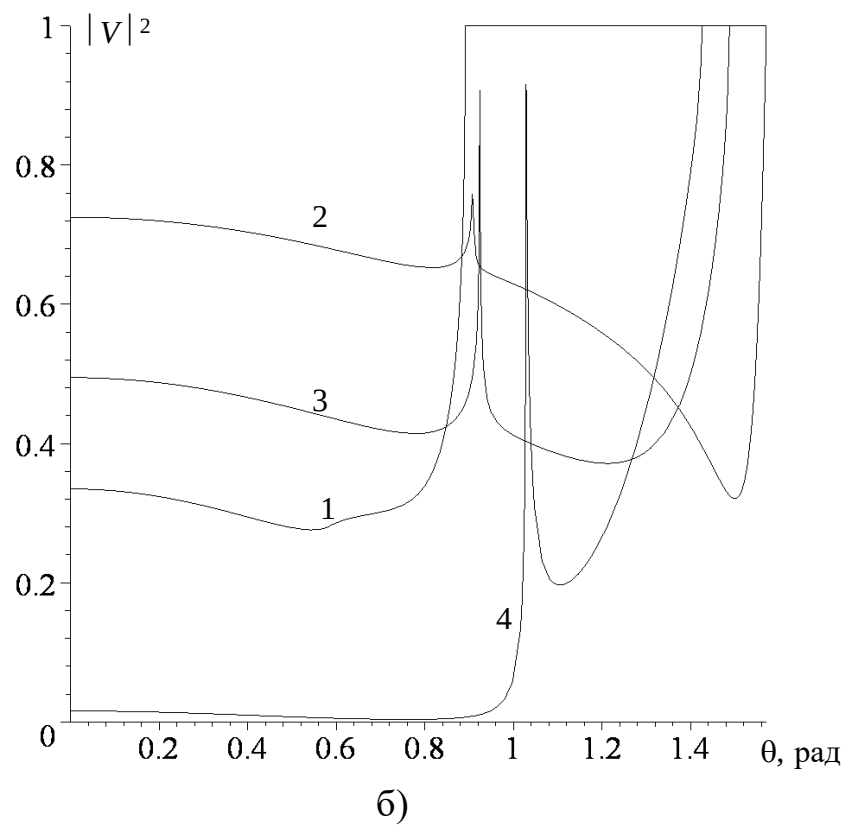
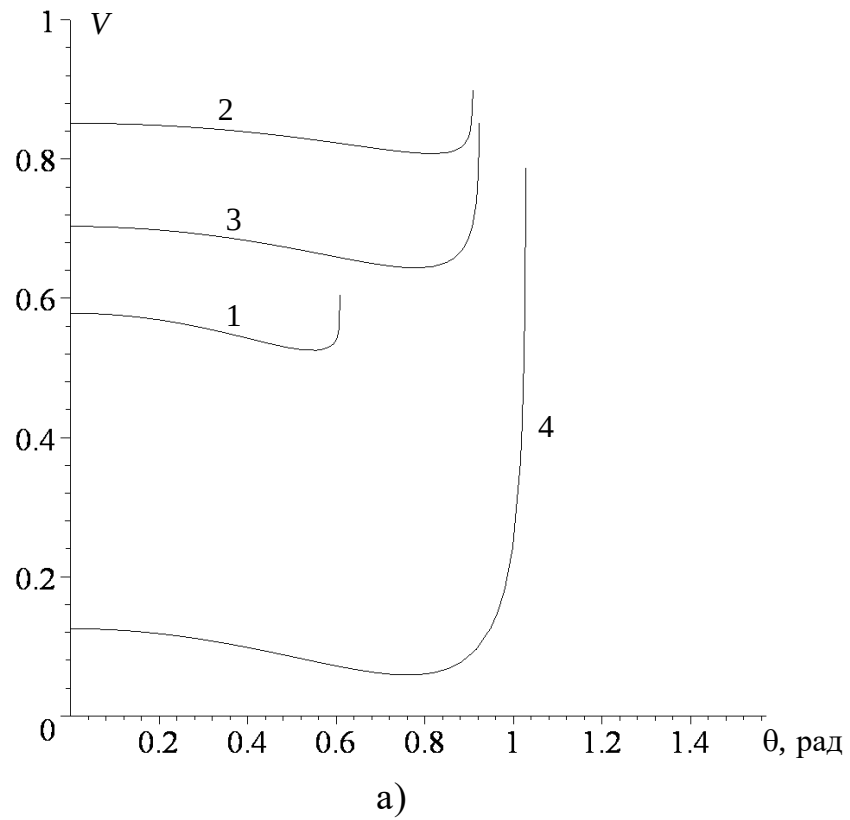


Рис. 3.3.1. Залежності коефіцієнту відбивання V (а) та $|V|^2$ (б) при паданні акустичної хвилі із рідини на поверхню середовищ 1–4.

Отримані значення V , W_l , W_t дозволяють розрахувати, нормальні до межі, компоненти вектора густини потоку потужності у відбитій хвилі (I_r) в рідині та у поздовжній (I_l) і поперечній (I_t) хвилях в пружному середовищі за наступними співвідношеннями [91]:

$$\frac{I_r}{I} = |V|^2, \quad (3.3.9)$$

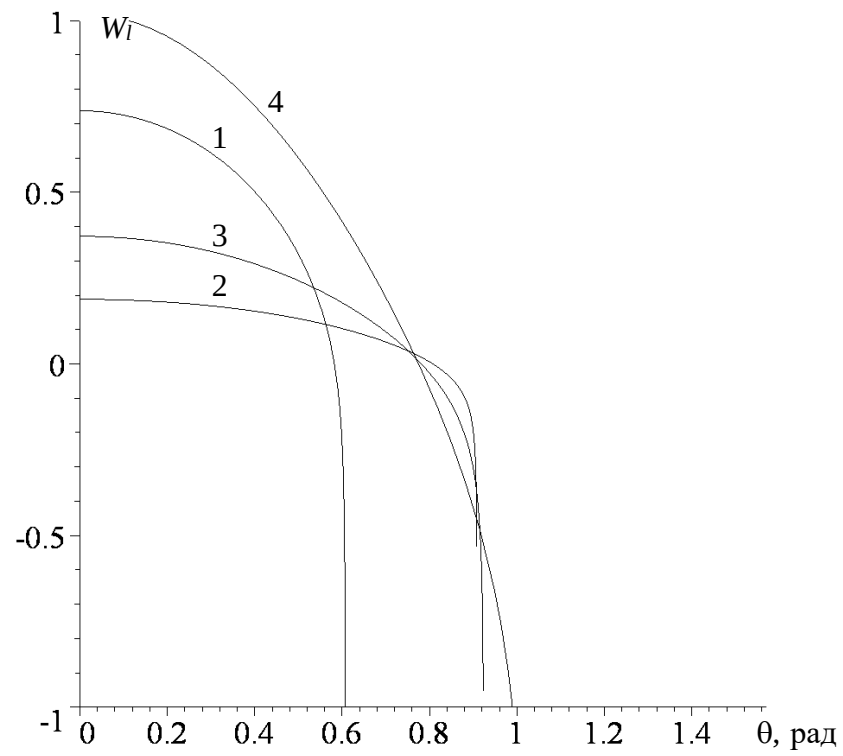
$$\frac{I_l}{I} = \frac{\rho_1}{\rho} \operatorname{tg} \theta \operatorname{ctg} \theta_l |W_l|^2, \quad (3.3.10)$$

$$\frac{I_t}{I} = \frac{\rho_1}{\rho} \operatorname{tg} \theta \operatorname{ctg} \theta_t |W_t|^2, \quad (3.3.11)$$

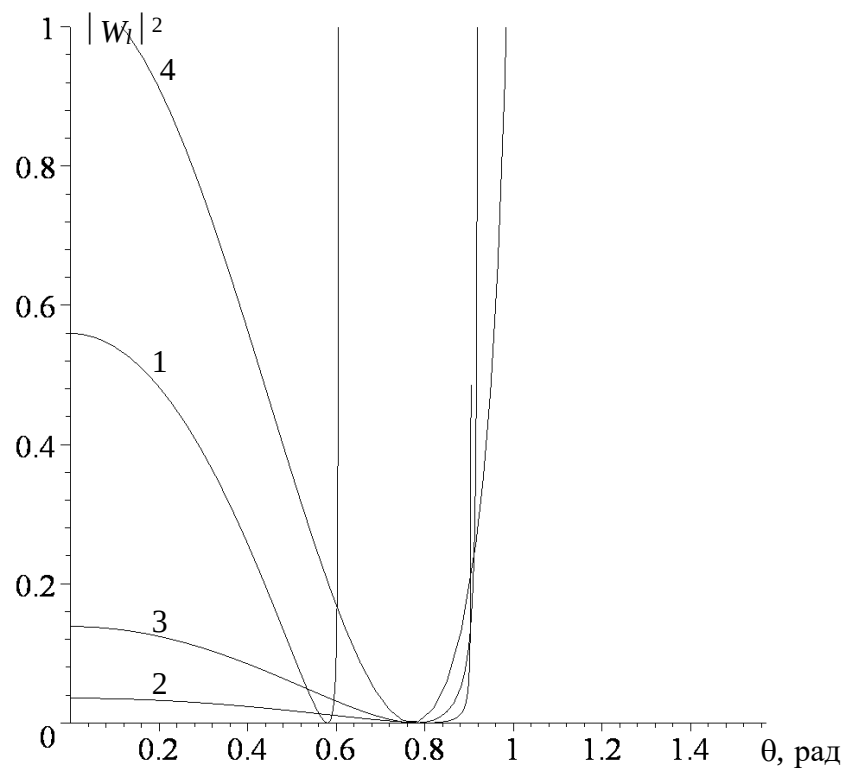
де I – нормальна до межі компонента вектора густини потоку потужності в падаючій пружній хвилі. Співвідношення (3.3.10)–(3.3.12) відповідно мають зміст тільки при дійсних значеннях θ_l , θ_t .

Теоретичні розрахунки за співвідношеннями (3.3.9)–(3.3.11) представлені на рис 3.3.1 б та рис. 3.3.4. Отримані функціональні залежності показують, що при збільшенні кута падіння процес передачі енергії від падаючої акустичної хвилі до збуджених поздовжньої і поперечної хвиль в пружному середовищі є не однозначним [97].

Наявність локальних мінімумів і максимумів для відношення величин $\frac{I_l}{I}$, $\frac{I_t}{I}$, в околі критичних кутів, визначається структурно-механічними параметрами пружних середовищ. Аналіз отриманих результатів показує, що в аспекті трансформації пружної енергії, найбільш ефективним є середовище з коефіцієнтом Пуассона $\nu = -1$ [97].

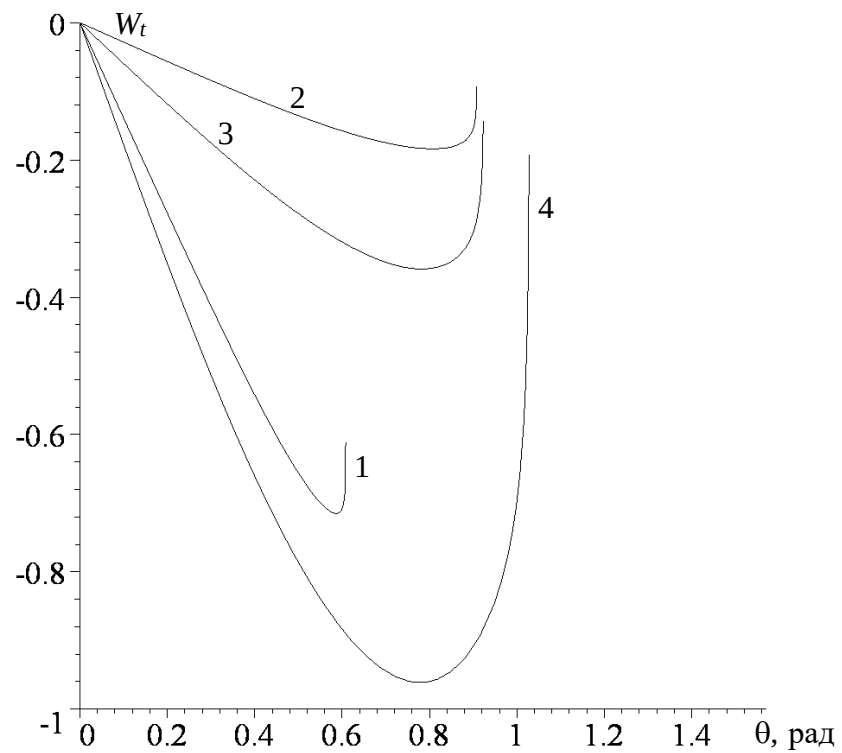


а)

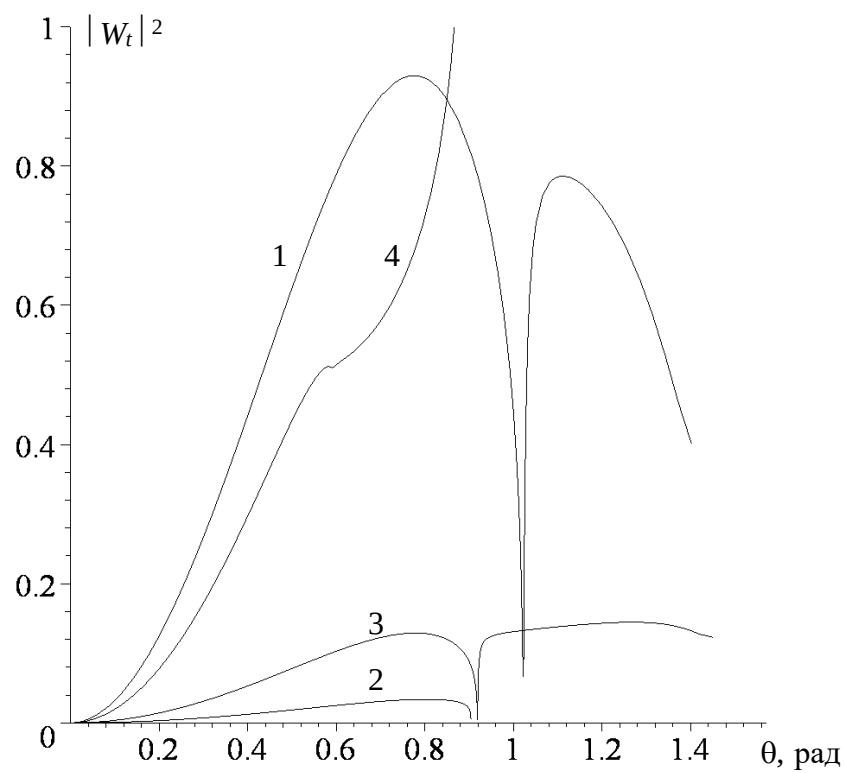


б)

Рис. 3.3.2. Залежності коефіцієнту збудження W_l (а) та $|W_l|^2$ (б) при паданні акустичної хвилі із рідини на поверхню середовищ 1–4.

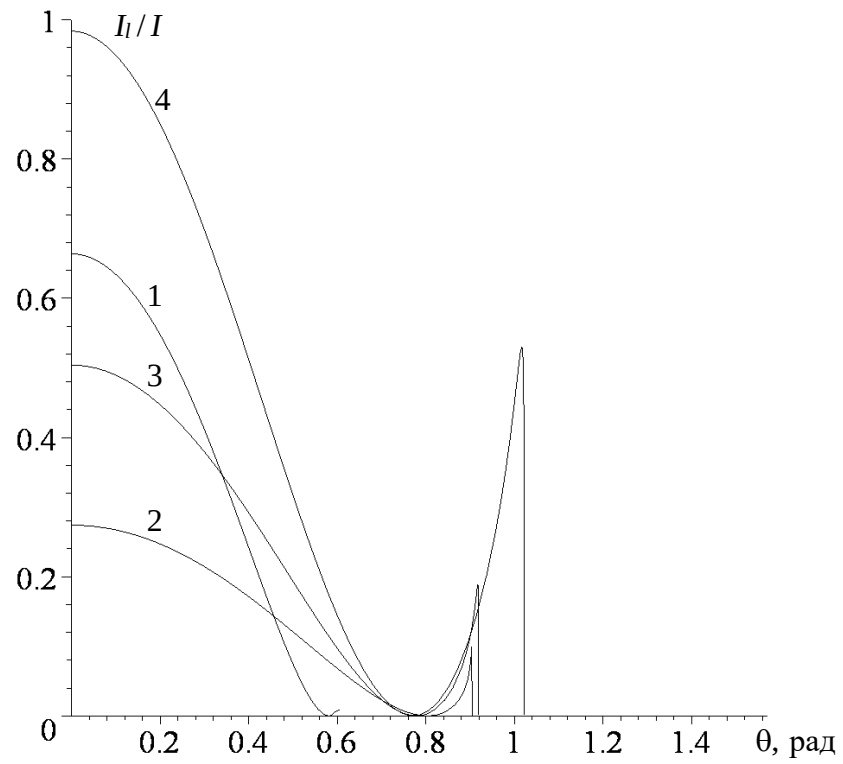


а)

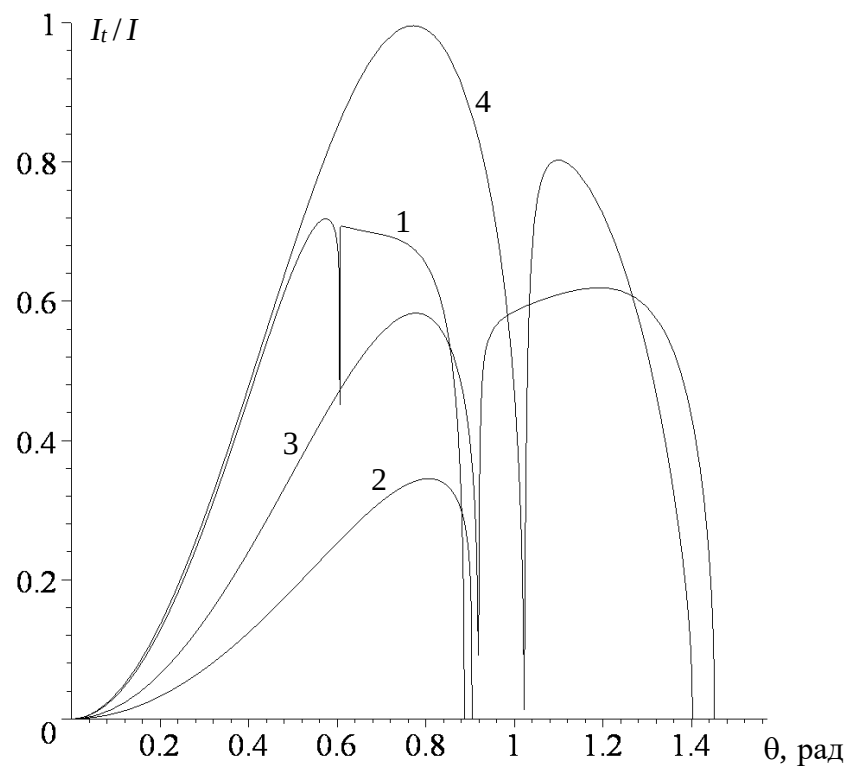


б)

Рис. 3.3.3. Залежності коефіцієнту збудження w_t (а) та $|W_t|^2$ (б) при паданні акустичної хвилі із рідини на поверхню середовищ 1–4.



а)



б)

Рис. 3.3.4. Залежності енергетичних коефіцієнтів збудження поздовжньої хвилі (а) та поперечної хвилі (б) при паданні акустичної хвилі із рідини на поверхню середовищ 1–4.

3.3.2. Модель падіння хвилі з ауксетик-середовища на межу з рідиною

Розглянемо задачу падіння плоскої хвилі із пружного середовища з від'ємним коефіцієнтом Пуассона на межу поділу із рідиною. В роботі [110] проведені розрахунки коефіцієнтів відбивання, трансформації хвиль та коефіцієнту збудження поздовжньої хвилі у рідині в залежності від величин ν_l та ν_t та кутів їх падіння тільки додатніх значень коефіцієнта Пуассона пружного середовища.

У пружному ауксетик-середовищі плоска монохроматична хвиля може бути представлена двома скалярними функціями (3.1.1).

У рідині потенціал хвилі визначимо таким чином:

$$\tilde{\varphi}(x, z) = \tilde{\varphi}_1 e^{i\alpha_2 z}, \quad (3.3.12)$$

де $\alpha_2 = \sqrt{k_2^2 - \xi^2}$, $k_2 = \omega/\nu_2$, $\text{Im}\alpha_2 \geq 0$, k_2 – хвильовий вектор акустичної хвилі в рідині, ν_2 – швидкість поширення.

Величини ξ , α_1 , β_1 , α_2 , визначаються через кути падіння, відповідно, поздовжньої (θ_l) та поперечної (θ_t) хвиль та хвильові числа, причому на межі виконується закон Снеліуса (рис. 3.3.5) $k_{l1} \sin\theta_l = k_{t1} \sin\theta_t = k_2 \sin\theta$ (рис. 3.3.5).

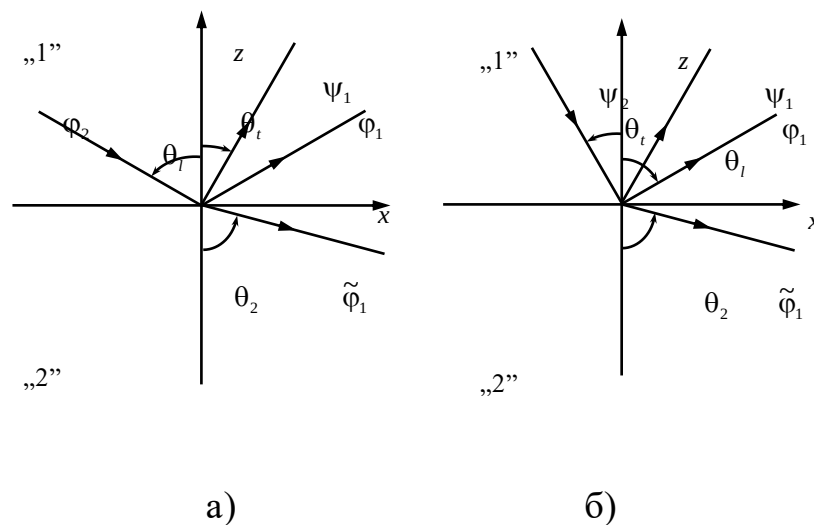


Рис. 3.3.5. Схема падіння хвиль поздовжньої хвилі (а) та поперечної хвилі (б) на межу поділу півпросторів.

Співвідношення для ξ , α_1 , β_1 , α_2 , можна з таким чином [70, 92]:

$$\begin{aligned}\xi &= k_{l1} \sin \theta_l = k_{t1} \sin \theta_t, \\ \alpha_1 &= k_{l1} \cos \theta_l = \sqrt{k_{l1}^2 - k_{t1}^2 \sin^2 \theta_t}, \\ \beta_1 &= k_{t1} \cos \theta_t = \sqrt{k_{t1}^2 - k_{l1}^2 \sin^2 \theta_l}, \\ \alpha_2 &= \sqrt{k_2^2 - k_{l1}^2 \sin^2 \theta_l} = \sqrt{k_2^2 - k_{t1}^2 \sin^2 \theta_t}.\end{aligned}\quad (3.3.13)$$

Із принципу суперпозиції випливає, що амплітуди $\varphi_1, \psi_1, \tilde{\varphi}_1$ хвиль, які поширюються від межі поділу середовищ, лінійно пов'язані з амплітудами φ_2, ψ_2 падаючих хвиль таким чином [70]:

$$\begin{pmatrix} \varphi_1 \\ \psi_1 \\ \tilde{\varphi}_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \tilde{V}_{ll} & \tilde{V}_{tl} \\ \tilde{V}_{lt} & \tilde{V}_{tt} \\ \tilde{W}_{ll} & \tilde{W}_{tl} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varphi_2 \\ \psi_2 \end{pmatrix}, \quad (3.3.14)$$

Величини $\tilde{V}_{ll}$, $\tilde{V}_{lt}$, $\tilde{W}_{ll}$, $\tilde{V}_{tt}$, $\tilde{V}_{tl}$, $\tilde{W}_{tl}$ із співвідношення (3.3.14) мають наступний фізичний зміст: $\tilde{V}_{ll}$ – коефіцієнт відбивання поздовжньої хвилі у верхньому середовищі при падінні поздовжньої хвилі $\tilde{V}_{ll} = \frac{\varphi_1}{\varphi_2}$ (при $\varphi_2 = 1$, $\psi_2 = 0$); $\tilde{V}_{lt}$ – коефіцієнт трансформації падаючої поздовжньої хвилі у поперечну хвилю у верхньому середовищі $\tilde{V}_{lt} = \frac{\psi_1}{\varphi_2}$ (при $\varphi_2 = 1$, $\psi_2 = 0$); $\tilde{W}_{ll}$ – коефіцієнт збудження поздовжньої хвилі у нижньому середовищі при падаючій поздовжній хвилі із верхнього середовища $\tilde{W}_{ll} = \frac{\tilde{\varphi}_1}{\varphi_2}$ (при $\varphi_2 = 1$, $\psi_2 = 0$); $\tilde{V}_{tt}$ – коефіцієнт відбивання поперечної при падінні поперечної хвилі у верхньому середовищі $\tilde{V}_{tt} = \frac{\psi_1}{\psi_2}$ (при $\psi_2 = 1$, $\varphi_2 = 0$); $\tilde{V}_{tl}$ – коефіцієнт трансформації падаючої поперечної хвилі у поздовжню хвилю у верхньому середовищі $\tilde{V}_{tl} = \frac{\varphi_1}{\psi_2}$ (при $\psi_2 = 1$, $\varphi_2 = 0$); $\tilde{W}_{tl}$ – коефіцієнт збудження

поздовжньої хвилі у нижньому середовищі при падаючій поперечній хвилі із верхнього середовища $\tilde{W}_{tl} = \frac{\tilde{\Phi}_1}{\Psi_2}$ (при $\psi_2 = 1$, $\varphi_2 = 0$).

Коефіцієнт відбивання поздовжньої хвилі визначається наступним чином [70, 92]:

$$\tilde{V}_{ll} = \frac{Z + Z_t \sin^2 2\theta_t - Z_t \cos^2 2\theta_t}{Z + Z_t \sin^2 2\theta_t + Z_t \cos^2 2\theta_t}, \quad (3.3.15)$$

$$\text{де } Z = \frac{\rho_2 v_2}{\cos \theta}, \quad Z_l = \frac{\rho_1 v_{l1}}{\cos \theta_l}, \quad Z_t = \frac{\rho_1 v_{t1}}{\cos \theta_t}.$$

Відповідно, коефіцієнти трансформації поздовжньої хвилі у поперечну в пружному середовищі та акустичну хвилю рідині рівні [70, 92]:

$$\tilde{V}_{lt} = -\frac{2ctg\theta_l \sin^2 \theta_t}{\cos 2\theta_t} (1 - \tilde{V}_{ll}), \quad (3.3.16)$$

$$\tilde{W}_{ll} = \frac{tg\theta_l ctg\theta_t}{\cos 2\theta_t} (1 - \tilde{V}_{ll}). \quad (3.3.17)$$

Коефіцієнт відбивання поперечної хвилі визначається наступним чином [70, 93]:

$$\tilde{V}_{tt} = -\frac{Z + Z_l \cos^2 2\theta_t - Z_t \sin^2 2\theta_t}{Z + Z_l \cos^2 2\theta_t + Z_t \sin^2 2\theta_t}. \quad (3.3.18)$$

Враховуючи (3.3.20) отримаємо співвідношення для коефіцієнтів трансформації поперечної хвилі в поздовжню у пружному середовищі та збудження акустичної хвилі в рідині [92, 106]:

$$\tilde{V}_{tl} = \frac{tg\theta_l \cos 2\theta_t}{2 \sin^2 2\theta_t} (1 + \tilde{V}_{tt}), \quad (3.3.21)$$

$$\tilde{W}_{tl} = \frac{tg\theta}{2 \sin^2 2\theta_t} (1 + \tilde{V}_{tt}). \quad (3.3.22)$$

Теоретичні розрахунки за співвідношеннями (3.3.15)–(3.3.21) проведені для гетерогенних та конструкційних матеріалів з $\nu < 0$: пісковик Weber [96], термопластичний поліуретан (ТПУ) і металонаповнені (W, Mo) композиції на його основі (рис. 3.3.4–3.3.7) [106, 107]. Параметри ауксетик-середовищ представлені в табл. 3.2.1. Модельною рідиною слугувало силіконове масло

ПФМС – 4, що може використовуватися при імерсійному методі вимірювання швидкостей поширення поздовжніх та поперечних хвиль у твердих тілах [56].

Аналіз залежностей коефіцієнта відбивання $\tilde{V}_{ll}$ від кута падіння поздовжньої хвилі для ауксетик-середовищ показує (рис. 3.3.4а), що вони мають три основні характеристичні точки – кути обміну поляризацією при $\tilde{V}_{ll} = 0$ і точку $(\theta_{l\max})$, при якій величина $\tilde{V}_{ll}$ має локальний максимум.

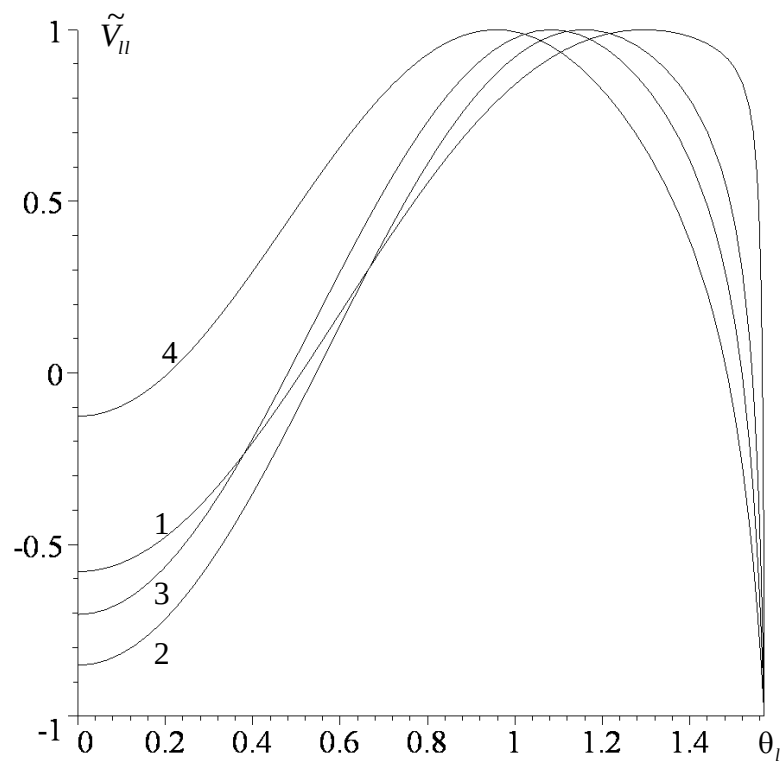
При нормальному падінні поздовжньої хвилі $(\theta_l = 0)$ амплітуди коефіцієнта відбивання $\tilde{V}_{ll}$ визначається акустичними жорсткостями ауксетик-середовища для поздовжньої хвилі $\rho_1 v_{ll}$ і зростають в ряді 2, 3, 1, 4, відповідно із зменшення акустичної жорсткості середовища (табл. 3.2.1).

Характерною особливістю функціональних залежностей $\tilde{V}_{ll} = f(\theta_l)$ при кутах $\theta_{l\max}$ для ауксетик-середовищ є рівність величини $\tilde{V}_{ll}$ одиниці.

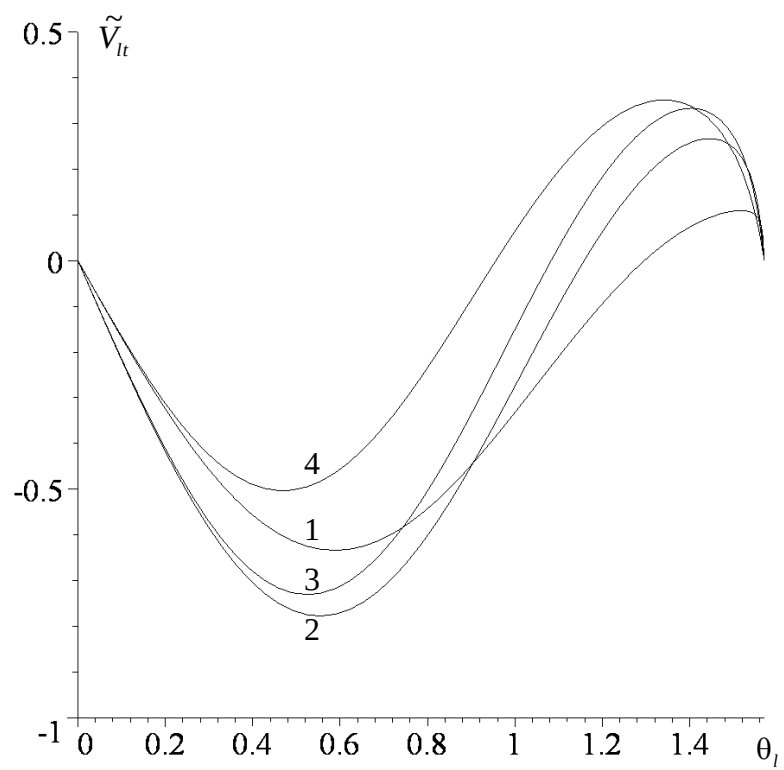
Порівняльний аналіз залежностей $\tilde{V}_{ll}$ і $\tilde{V}_{lt}$ від величини θ_l показує (рис. 3.3.7), що при кутах $\theta_{l\max}$ значення величини $\tilde{V}_{lt}$ рівне нулю – трансформація в поперечну хвилю не відбувається, а відбивання поздовжньої проходить в проті фазі без зміни амплітуди. Кути $\theta_{l\max}$ для середовищ з від’ємним коефіцієнтом Пуассона розраховуються за співвідношенням:

$$\theta_{l\max} = \arcsin \left[\left(\frac{2\nu - 2}{4\nu - 2} \right)^{\frac{1}{2}} \right]. \quad (3.3.21)$$

Аналіз залежностей величини $\tilde{W}_{ll}$ від кута падіння поздовжньої хвилі (рис. 3.3.7) показує, що характер поведінки визначається величиною $\rho_1 v_{ll}$ і коефіцієнтом Пуассона ауксетик-середовища. Криві монотонно спадають до чітко виражених локальних мінімумів при кутах близьких до $\frac{\pi}{2}$, в яких величина $\tilde{V}_{lt}$ має максимум для відповідних середовищ.



а)



б)

Рис. 3.3.4. Залежності коефіцієнту відбивання $\tilde{V}_{ll}$ (а) та коефіцієнту трансформації $\tilde{V}_{lt}$ (б) при паданні поздовжньої хвилі із середовищ 1–4 на межу поділу із рідиною.

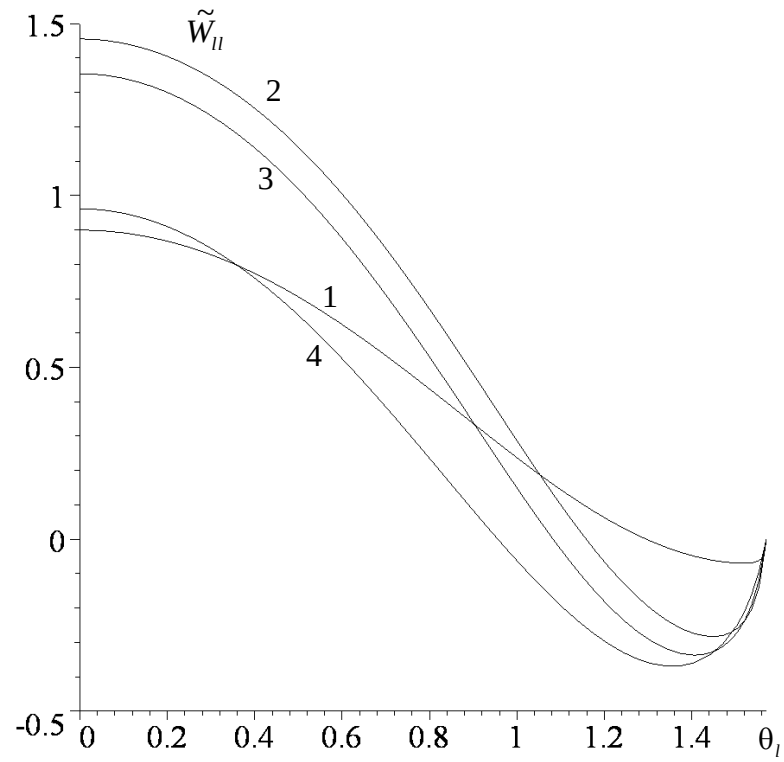


Рис. 3.3.5. Залежності коефіцієнту збудження поздовжньої хвилі у рідині $\tilde{W}_{ll}$ при падінні поздовжньої хвилі із середовищ 1–4 на межу поділу.

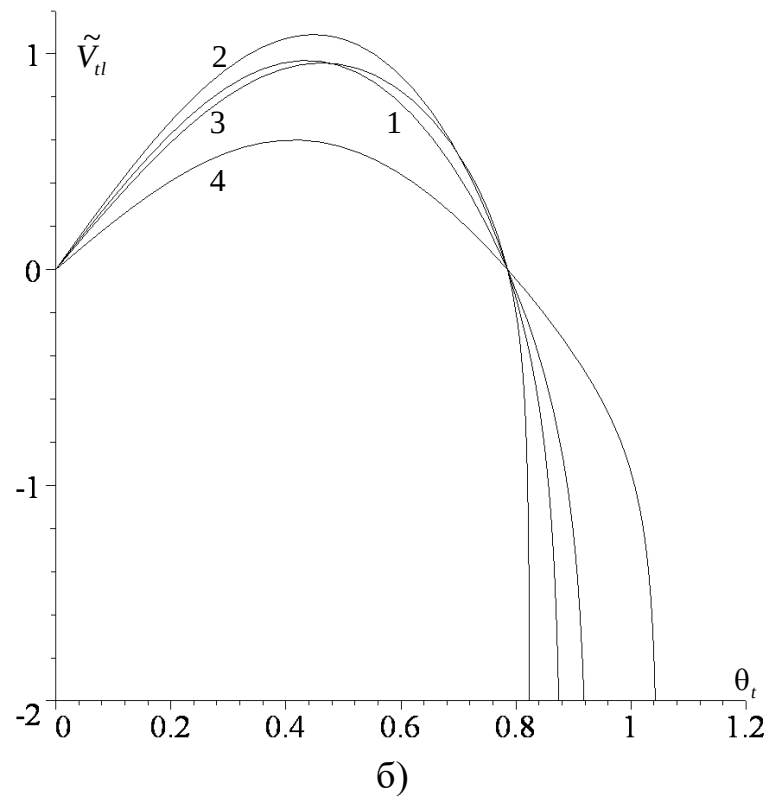
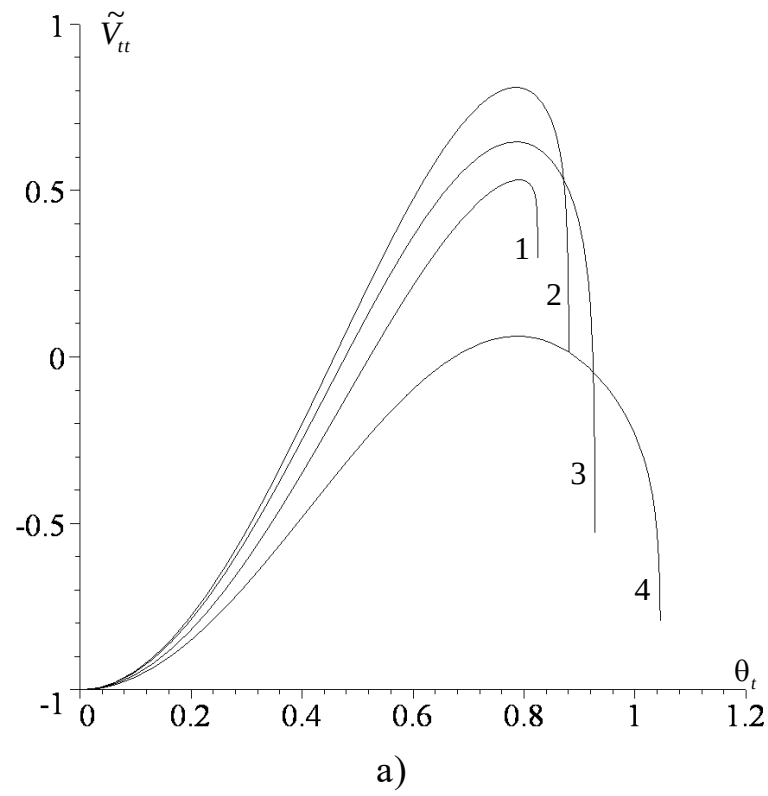


Рис. 3.3.6. Залежності коефіцієнту відбивання $\tilde{V}_{tt}$ (а) та коефіцієнту трансформації $\tilde{V}_{tl}$ (б) при паданні поперечної хвилі із середовищ 1–4 на межу поділу із рідиною.

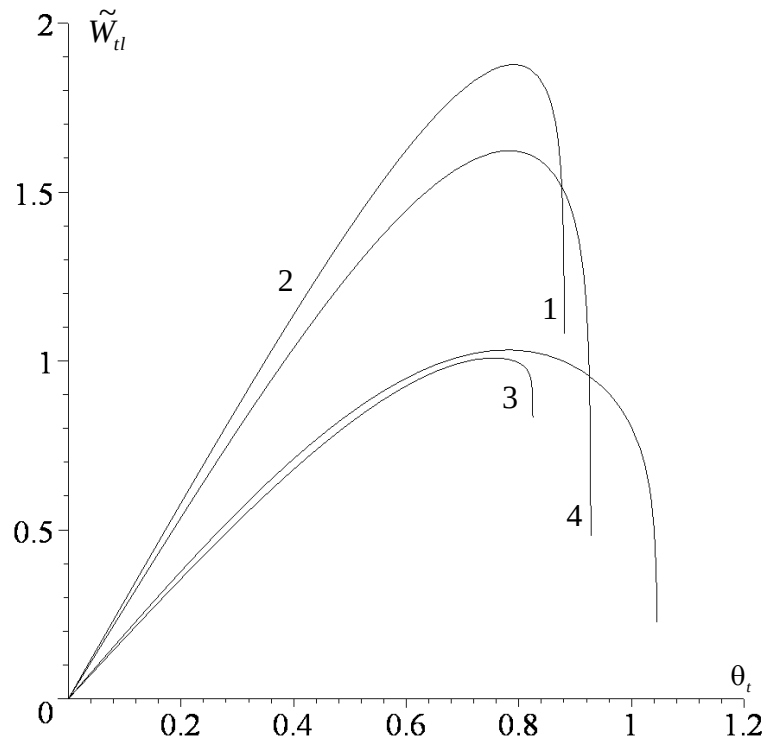


Рис. 3.3.7. Залежності коефіцієнта збудження поздовжньої хвилі у рідині $\tilde{W}_{tl}$ при падінні поперечної хвилі із середовищ 1–4 на межу поділу.

Залежності величин відбивання $\tilde{V}_{tt}$ від кута падіння поперечної хвилі представлені на (рис. 3.3.6а). Криві $\tilde{V}_{tt} = f(\theta_t)$ двічі перетинають пряму $\tilde{V}_{tt} = 0$, визначаючи кути обміну поляризаціями, і мають максимуми у точці $\frac{\pi}{4}$. Величина максимуму визначається акустичною жорсткістю для поперечної хвилі $\rho_1 v_{t1}$ ауксетик-середовища і зростає в ряді 4, 1, 3, 2 із відповідним зростанням величини $\rho_1 v_{t1}$ (табл. 3.2.1).

Аналіз залежностей $\tilde{V}_{tl}$ від кута θ_t (рис. 3.3.4б) для ауксетик-середовищ, показує, що при $\theta_t = \frac{\pi}{4}$ величини $\tilde{V}_{tl}$ рівна нулю – відбувається повне відбивання поперечної хвилі без трансформації у поздовжню.

Залежності коефіцієнтів збудження поздовжньої хвилі у рідині $\tilde{W}_{tl}$ від кута падіння поперечної хвилі θ_t на межу поділу дещо подібні до функціональних залежностей $\tilde{V}_{tt}$ (рис. 3.3.7). При цьому слід відмітити, що величина максимум визначається також зміною акустичної жорсткості для поперечної хвилі ауксетик-середовища, за виключенням середовищ 1 та 4, і зростає в ряді 1, 4, 3, 2.

Характерною особливістю функціональних залежностей $\tilde{V}_{tt}$ та $\tilde{W}_{tl}$ є наявність критичного кута $\theta_{кр.}$, при якому спостерігається повне внутрішнє відбивання – відбита хвиля є поверхневою, а їх значення $\tilde{V}_{tt}$ і $\tilde{W}_{tl}$ прямують до нескінченності. Величина кута $\theta_{кр.}$ залежить від коефіцієнта Пуассона ауксетик-середовища (рис. 3.3.6, 3.3.7) і визначається за співвідношенням [70]:

$$\theta_{кр.} = \arcsin \left(\left(\frac{2\nu - 1}{2\nu - 2} \right)^{\frac{1}{2}} \right). \quad (3.3.22)$$

3.3.4. Модель проходження акустичних хвиль через занурену в рідину пластину

Розглянемо пластину товщиною d , що розміщена між двома рідкими середовищами з однаковими параметрами (ρ_1, ν_1) . Нехай на поверхню пластини з одного із півпросторів падає акустична хвиля під деяким кутом θ (рис. 3.3.7). На межі поділу рідина – тверде тіло виконується закон Снеліуса [91]:

$$\frac{\sin \theta}{\nu_1} = \frac{\sin \theta_l}{\nu_l} = \frac{\sin \theta_t}{\nu_t}, \quad (3.3.23)$$

де θ_l – кут між напрямком поширення поздовжньої хвилі в пластині і перпендикуляром в точку падіння, θ_t – кут між напрямком поширення поперечної хвилі в пластині і перпендикуляром в точку падіння.

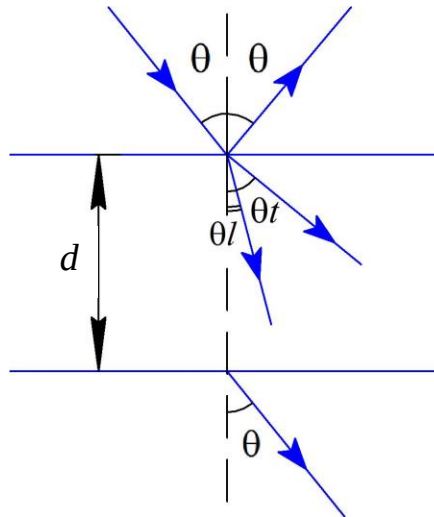


Рис. 3.3.7. Схема відбивання і заломлення акустичних хвиль в пластині.

Коефіцієнти відбивання V та прозорості W в такому випадку визначаються наступним чином [90]:

$$V = \frac{i(N^2 - M^2 - 1)}{2M + i(N^2 - M^2 + 1)}; \quad (3.3.24)$$

$$W = \frac{2N}{2M + i(N^2 - M^2 + 1)}, \quad (3.3.25)$$

$$\text{де } N = \frac{Z_{2l} \cos^2 2\theta_t}{Z_1 \sin P} + \frac{Z_{2t} \sin^2 2\theta_t}{Z_1 \sin Q}, \quad M = \frac{Z_{2l}}{Z_1} \cos^2 2\theta_t \operatorname{ctg} P + \frac{Z_{2t}}{Z_1} \sin^2 2\theta_t \operatorname{ctg} Q;$$

$$Z_1 = \frac{\rho_1 v_1}{\cos \theta}; \quad Z_{2l} = \frac{\rho_2 v_l}{\cos \theta_l}; \quad Z_{2t} = \frac{\rho_2 v_t}{\cos \theta_t}; \quad P = \frac{\omega h}{v_l} \cos \theta_l; \quad Q = \frac{\omega h}{v_t} \cos \theta_t.$$

Якщо кут θ не перевищує кутів повного внутрішнього відбивання на межі рідина – тверде тіло для поздовжніх та поперечних хвиль, то величини M і N є дійсними і для коефіцієнтів відбивання та прозорості за енергією хвилі отримаємо:

$$|V|^2 = \frac{(N^2 - M^2 - 1)}{4M^2 + (N^2 - M^2 + 1)^2}; \quad (3.3.26)$$

$$|W|^2 = \frac{4N^2}{4M^2 + (N^2 - M^2 + 1)^2}. \quad (3.3.27)$$

Теоретичні розрахунки за співвідношеннями (3.3.26) та (3.3.27) проведені для різних конструкційних полімерних матеріалів: ПВХ та ТПУ, коефіцієнт Пуассона яких відрізняється величиною та знаком. Параметри полімерних матеріалів представлені в табл. 3.3.1. Модельною рідиною слугувало силіконове масло ПФМС – 4.

Таблиця 3.3.1

Параметри конструкційних полімерних матеріалів

Матеріал	ρ_2 , кг/м ³	v_l , м/с	v_t , м/с	ν
ПВХ	1397	2310	1100	0,35
ТПУ	1107	1635	1415	– 1

Повне відбивання ($|V|^2 = 1$) при критичному куті $\theta_{кр}$ буде спостерігатися тоді, коли на шляху проходження поперечної УЗ-хвилі $\frac{\lambda_t}{\cos\theta_t}$ вкладається непарне число півхвиль. Товщину пластини в такому випадку можна визначити із співвідношення [90, 110]:

$$d = \frac{(2n+1)\lambda_t}{2\cos\theta_t}, \quad (3.3.28)$$

де $\lambda_t = \frac{2\pi v_t}{\omega}$; $n = 0, 1, 2, \dots$

Критичний кут падіння на межі рідина – тверде тіло визначається із співвідношення (3.3.6).

Повну прозорість ($|W|^2 = 1$) пластини при проходженні акустичних УЗ-хвиль отримаємо за умови [90, 110]

$$\omega d = 2 \frac{v_t}{\cos\theta_t} \operatorname{tg}^2(2\theta_t) \operatorname{tg}\left(\frac{\omega d}{2v_t} \cos\theta_t\right). \quad (3.3.29)$$

Теоретичні оцінки за співвідношенням (3.3.29) показують, що для ПВХ, при $\omega = 600$ КГц і $\theta_{кр.} = 37,2^\circ$, товщини пластин рівні 2,1 та 6,31 мм, а для ТПУ, при $\theta_{кр.} = 58,6^\circ$, відповідно, 4,63 та 13,88 мм.

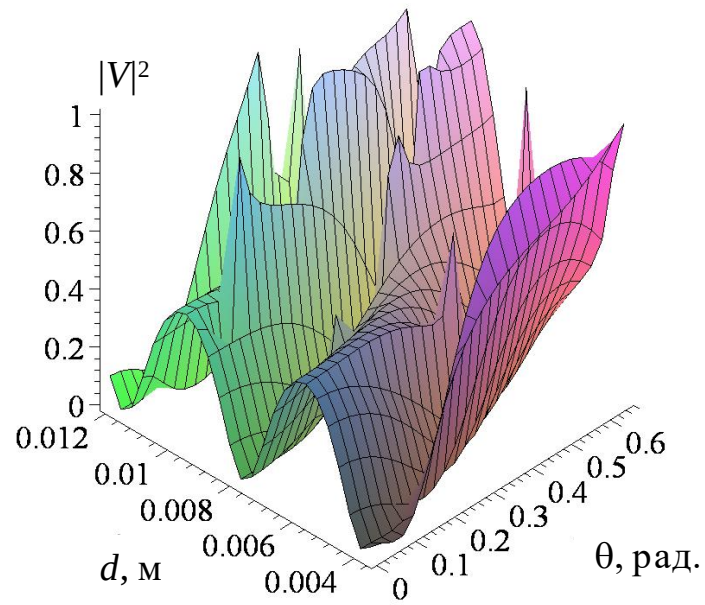


Рис. 3.3.8. Залежність величини $|V|^2$ від кута падіння θ та товщини пластини d для ПВХ.

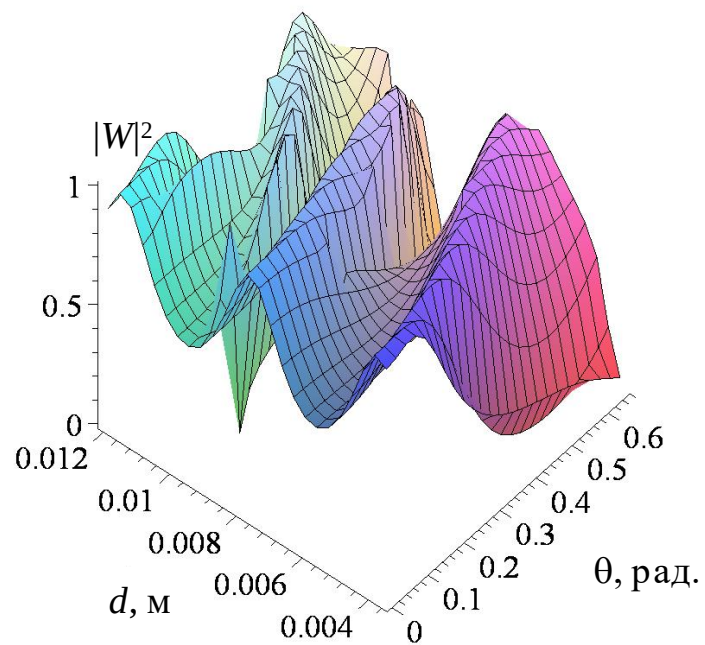


Рис. 3.3.9. Залежність величини $|W|^2$ від кута падіння θ та товщини пластини d для ПВХ.

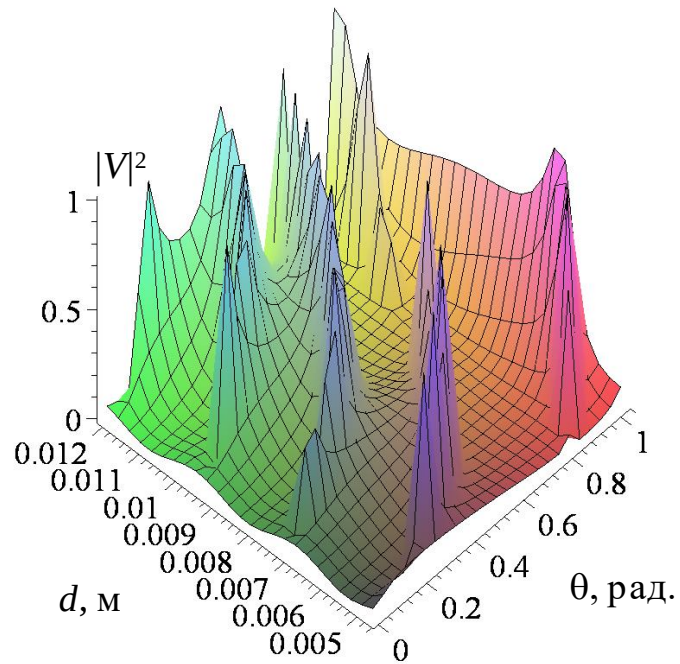


Рис. 3.3.10. Залежність величини $|V|^2$ від кута падіння θ та товщини пластини d для ТПУ.

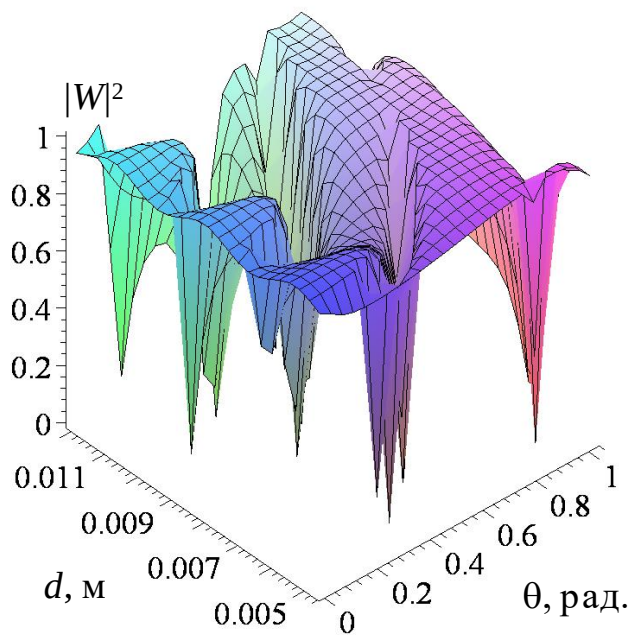


Рис. 3.3.11. Залежність величини $|W|^2$ від кута падіння θ та товщини пластини d для ТПУ.

Чисельний розв'язок рівняння (3.3.29) показує, що повна прозорість для зразка ПВХ при $\theta_{кр.}$ буде при d рівних 5,9 та 10,3 мм, а для зразка ТПУ при $\theta_{кр.}$, відповідно, 12,85 мм.

Величина критичного кута визначається відношенням швидкостей поширення поздовжніх хвиль у рідині і полімерному матеріалі. При зменшенні коефіцієнта Пуассона ν , швидкість v_l у полімерах, як правило, зменшується. Відповідно, значення $\theta_{кр.}$ зростає і збільшується товщина пластини h , при якій можливе повне відбивання або повне проходження для падаючої хвилі.

Так для повного відбивання приймаємо два значення d як для ПВХ так і ТПУ. Наступні розрахункові значення товщин пластини не відповідають геометричним параметрам модельного зразка матеріалу для експериментальних досліджень.

Відповідно, при повному проходженні поперечної хвилі в пластині, для ПВХ приймаємо два значення d , а для ТПУ – одне значення.

Окремо слід відмітити, що не кожна поперечна хвиля в пластині може відповідати повному проходженню акустичної хвилі через пластину. Поперечні хвилі в пластині, зміщення яких паралельні межі пластини, не зможуть трансформуватися в акустичну хвилю у рідині. Інші вільні хвилі в пластині можуть відповідати прозорості лише при комплексних кутах падіння акустичної хвилі.

При проходженні УЗ-імпульсу через пластину форма імпульсу спотворюється, що може спричинити значні похибки при вимірюванні швидкості ультразвуку в матеріалах із значним поглинанням. Швидкість v , що визначається у імпульсному методі вимірювань, є груповою і визначається таким чином:

$$v = v_0 \pm \lambda \frac{\partial v_0}{\partial \lambda}, \quad (3.3.30)$$

де λ – довжина хвилі.

У випадку відсутності дисперсії $\frac{\partial v_0}{\partial \lambda} = 0$, групова швидкість рівна $v = v_0$.

Якщо інтенсивність ультразвуку на виході із пластини представити у такому вигляді [111]:

$$I = I_0(1 - p)e^{-2\alpha d}, \quad (3.3.31)$$

де I_0 – інтенсивність ультразвуку на вході, α – коефіцієнт поглинання,

$$p = \left(\frac{\rho_1 v_1 - \rho_2 v_2}{\rho_1 v_1 + \rho_2 v_2} \right)^2.$$

То із співвідношення (3.3.31) для коефіцієнт поглинання α отримаємо таку рівність:

$$\alpha = \frac{\ln \frac{I_0}{I} - 2 \ln \frac{1}{1-p}}{2d}. \quad (3.3.32)$$

Для відносної похибки ε_α при визначенні α отримаємо таке співвідношення:

$$\varepsilon_\alpha = \frac{\Delta \alpha}{\alpha} = \frac{\frac{\Delta I(I_0 - I_1)}{I_0 I_1} + \frac{\Delta p}{1-p}}{\ln \frac{I_0}{I} - 2 \ln \frac{1}{1-p}} + \frac{\Delta d}{d}. \quad (3.3.33)$$

Із співвідношення (3.3.33) видно, що збільшити точність вимірювання можна за рахунок зменшення відносних похибок визначення амплітуд I_0 , I та за рахунок збільшення відношення $\frac{I_0}{I}$ в точках відстань між якими рівна d .

Висновки до розділу 3

Характер залежностей коефіцієнта відбивання та коефіцієнтів збудження при падінні акустичної хвилі на межу поділу залежить від величини коефіцієнта Пуассона та акустичних жорсткостей контактуючих середовищ. Критичні кути, при яких збуджені у пружному середовищі хвилі

стають неоднорідними, визначаються діапазоном швидкостей поширення відповідних хвиль у контактуючих середовищах. В такому випадку реалізуються додаткові можливості для керування явищем повного відбивання падаючої хвилі.

Характер залежностей коефіцієнтів відбивання, трансформації та збудження при падінні поздовжньої та поперечної хвиль на межу поділу ауксетик-середовища та рідини залежить від коефіцієнта Пуассона та акустичних жорсткостей контактуючих середовищ. Критичні кути, при яких відбувається обмін поляризацією та повне внутрішнє відбивання від межі рідини та ауксетик-середовища, визначається величиною коефіцієнта Пуассона.

Теоретичні розрахунки параметрів моделі проходження акустичних УЗ-хвиль через пластину, занурену у рідину, можуть слугувати основою для визначення пружних параметрів за допомогою імерсійного методу при кутах повного відбивання і повної прозорості.

РОЗДІЛ 4

ІНФОРМАЦІЙНО-ВИМІРЮВАЛЬНА ПРИЛАДОВА СИСТЕМА ДЛЯ ІМЕРСІЙНИХ ВИМІРЮВАНЬ

Важливе місце в методах визначення динамічних модулів Юнга, зсуву та модуля об'ємної деформації й коефіцієнта Пуассона посідають акустичні УЗ-методи [112]. Для забезпечення високої точності їх вимірювань необхідно враховувати всі особливості випромінювання УЗ-коливань, їх поширення, відбивання, заломлення, прийому та опрацювання інформації, що сьогодні неможливо без використання ІВПС.

Ефективне керування ІВПС для визначення модулів пружності конструкційних полімерних та гетерогенних матеріалів неможливе без використання засобів автоматизації та інформаційно-комунікаційних технологій. При розробці ІВПС необхідно передбачити їх конструктивну та інформаційну сумісність та врахувати наступні технічні вимоги [113]:

- температурний інтервал вимірювань;
- передбачуваний інтервал вимірювання необхідних величин для визначення механічних параметрів гетерогенних матеріалів;
- точність реєстрації допоміжних і діагностичних параметрів ІВПС;
- тривалість проведення вимірювань;
- постійні часу спрацьовування окремих елементів ІВПС для позиціонування зразка;
- діапазон частот збудження УЗ-хвилі;
- конструктивна, апаратна і програмна можливість проведення вимірювань при переході на інші частоти збудження УЗ-хвиль.

4.1. Структурна схема ІВПС для імерсійних вимірювань та алгоритм процесу вимірювань

Структурна схема ІВПС представлена на рис. 4.1.1 і містить апаратну та програмну складові [114].

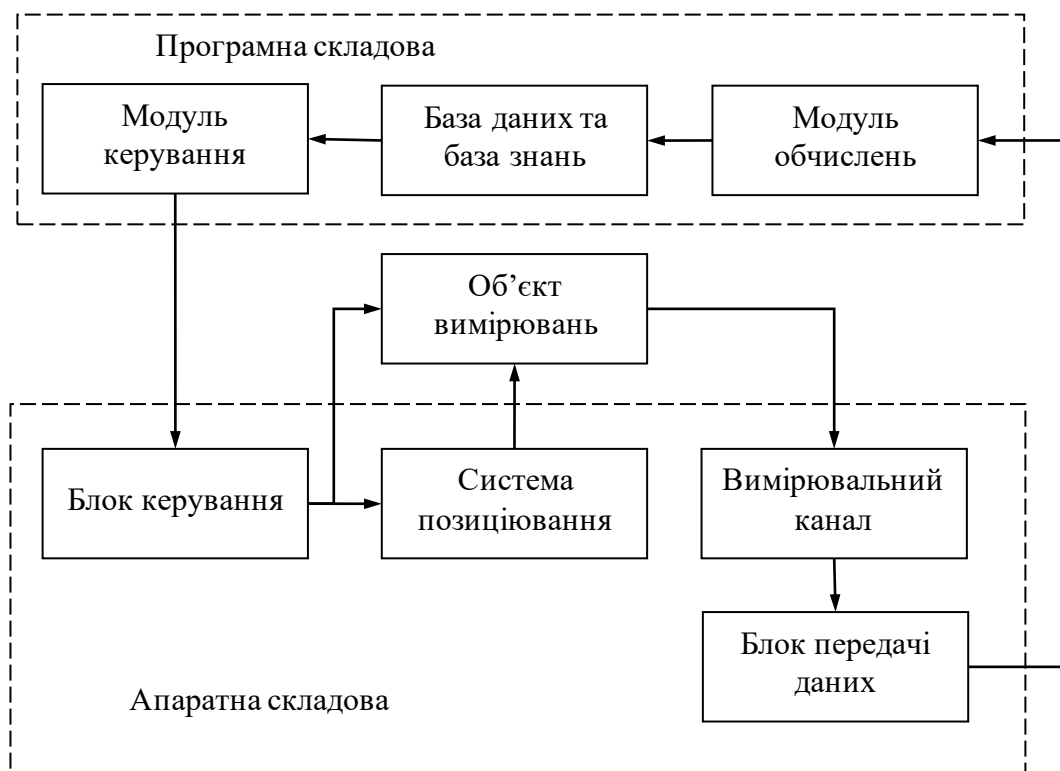


Рис. 4.1.1. Структура інформаційно-вимірювальної приладової системи.

Алгоритм процесу вимірювань (рис. 4.1.2) сформовано на базі принципів функціонування експертних систем і забезпечує оптимальну тривалість процесу вимірювання та обробки інформації [114].



Рис. 4.1.2. Алгоритм процесу вимірювань і визначення пружних параметрів.

Програмна частина ІВПС виконує наступні функції:

- контролює початкові налаштування ІВПС;
- приймає рішення щодо початку/продовження виконання або зупинки алгоритму вимірювань часових інтервалів проходження зондуючого імпульсу УЗ-сигналу та його амплітуди;
- приймає дані і передає команди на блок керування;
- визначає оптимальні алгоритми обробки даних вимірювання;
- проводить розрахунки швидкостей поширення поздовжньої та поперечної хвиль та критичних кутів падіння УЗ-хвилі на межу поділу імерсійна рідина – композиційний/гетерогенний матеріал;
- визначає пружні параметри зразка;
- контролює проміжні параметри в процесі вимірювання;
- візуалізує результати вимірювань і розрахунків.

Апаратна частина виконує наступні функції:

- формує зондуючий імпульс;
- виявляє прийнятий сигнал та вимірює його амплітуду;
- визначає час проходження зондуючого імпульсу;
- передає отримані дані в ПК для подальшої обробки;
- приймає команди на виконання наступних кроків алгоритму вимірювань та формує відповідні керуючі сигнали для системи позиціонування досліджуваного зразка;
- здійснює індикацію стану роботи ІВПС та параметрів вимірювання.

Апаратна частина ІВПС виконана у вигляді електронного блоку з аналогово-цифровою структурою на базі мікроконтролера Atmega 48. Електронний блок включає в себе підсилювачі вхідного і вихідного сигналів, що збуджуються і приймаються п'єзоелектричними перетворювачами,

компаратори, перетворювач логічних рівнів, перетворювач інтерфейсів COM – USB та схему керування пристроєм позиціонування зразка [114].

ІВПС складається із таких основних елементів:

- експериментальна кювета з імерсійною рідиною, зразком гетерогенного матеріалу, випромінювачем і приймачем УЗ-коливань;
- електронний блок керування ІВПС;
- електромеханічна система позиціонування зразка в кюветі;
- цифровий осцилограф для контролю та запису вхідного сигналу;
- ПК із розробленим програмним забезпеченням.

4.2. Конструктивно-технічні параметри приладової системи

Схема експериментальної кювети представлена рис. 4.2.1. Кювета містить два перетворювача УЗ-коливань один із яких виступає у ролі випромінювача (1), а інший – приймача (2). Для вимірювань швидкостей поширення УЗ-коливань за допомогою імерсійного методу потрібне виконання жорстких умов місцеположення встановлення УЗ-датчиків в кюветі в залежності від частоти їх випромінювання. Основним конструктивним параметром кювети в такому випадку є відстань (L) від випромінювача до приймача, яка визначається величиною акустичного шляху проходження УЗ-хвилі в кюветі і зразку досліджуваного матеріалу (3). Конструкція експериментальної кювети представлена в ДОДАТКУ Б.

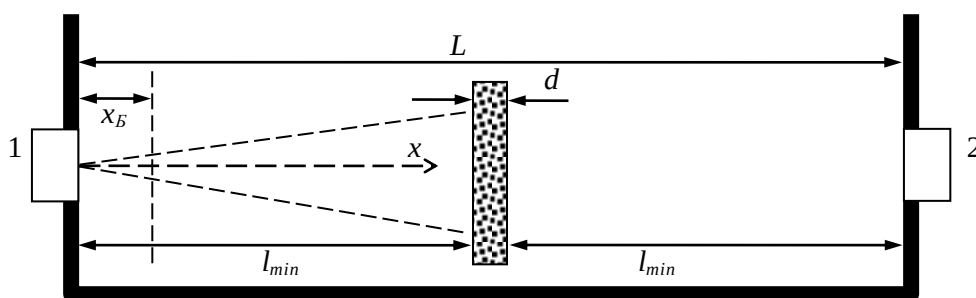


Рис. 4.2.1. Схема експериментальної кювети для іммерсійного методу вимірювань.

При розробці приладової системи необхідно передбачити конструктивну особливість контакту УЗ-датчика із іммерсійною рідиною та врахувати наступні технічні вимоги для забезпечення точності вимірювань [113]:

1. Діапазон робочих частот датчиків від 200 кГц;
2. Направленість не більше 10 град. при рівні не менше – 10 дБ;
3. Чутливість датчика не менше 1 В.

Вибір УЗ-датчиків диктуються пропозицією їх виробників. Сьогодні на ринку представлено не досить широкий вибір промислових УЗ-датчиків, які можуть досить ефективно працювати в приладовій системі для вимірювань швидкостей УЗ-хвиль в рідинах і зразках конструктивних та гетерогенних матеріалів. Одним із виробників, який задовольняє визначені технічні вимоги до УЗ-датчиків, є фірма Murata [115]. Конструкційні, експлуатаційні та технічні параметри УЗ-датчиків фірми Murata представлені в табл. 4.2.1, 4.2.1.

Діаграми направленості для різних типів УЗ-датчиків представлені на рис. 4.2.2–4.2.4.

Таблиця 4.2.1

Конструкційні та експлуатаційні параметри ультразвукових датчика фірми Murata [115]

Тип датчика	Конструкція	Призначення	Номінальна частота, кГц	Діапазон робочих температур, °С	Діаметр, мм
MA200A1	Високочастотний тип	Випромінювач / приймач	200 ± 10	$-30 \div 60$	$18,7 \pm 0,5$
MA200D1-1	Високочастотний тип	Випромінювач / приймач	220	$-20 \div 70$	$12,0 \pm 0,2$
MA300D1-1	Високочастотний тип	Випромінювач / приймач	300	$-20 \div 70$	$9,9 \pm 0,3$
MA400A1	Високочастотний тип	Випромінювач / приймач	400 ± 20	$-30 \div 60$	$11,0 \pm 0,5$

Таблиця 4.2.2

Технічні параметри ультразвукових датчиків фірми Murata [115]

Тип датчика	Чутливість, dB	Направленість, град.	Ємність, пФ	Інтервал детектування, м	Максимальна вхідна напруга, В
MA200A1	– 54 min. 0 dB = 18 В при 20 см	7	–	0,2–1	120 (50 імпульсів через 20 мкс)
MA200D1–1	1,0–2,5 В	20 (max.)	2300	0,1–0,3	50 (5 імпульсів через 4,5 мкс)
MA300D1–1	1,5 В min.	11 (max.)	1300	0,1–0,3	50 (5 імпульсів через 3,3 мкс)
MA400A1	– 74 min. 0 dB = 18 В при 10 см	7	–	0,06–0,3	120 (50 імпульсів через 10 мкс)

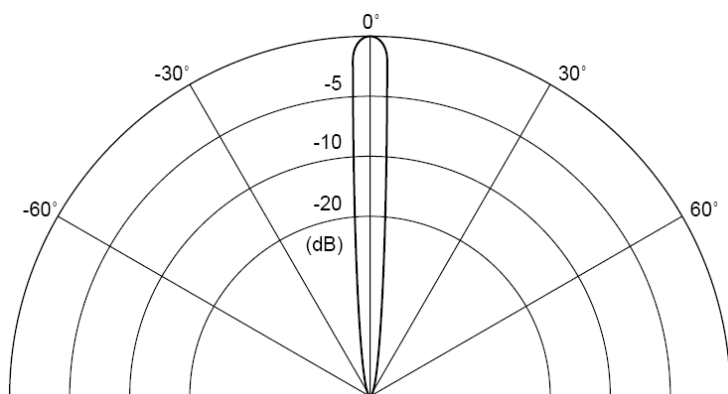


Рис. 4.2.2. Діаграма спрямованості датчиків МА200А1 та МА400А1.

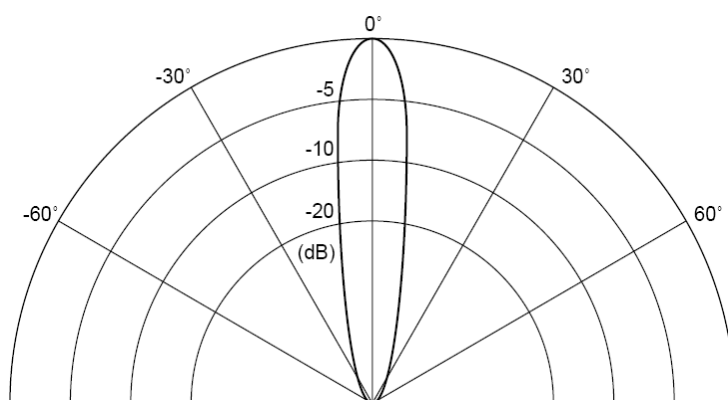


Рис. 4.2. 3 Діаграма спрямованості датчика МА200D1–1.

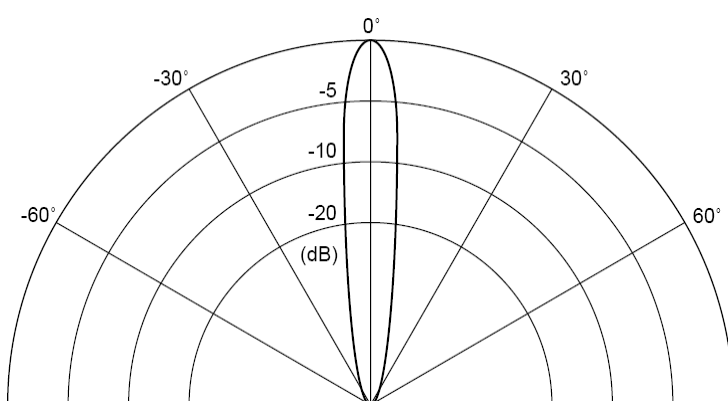


Рис. 4.2.4. Діаграма спрямованості датчика МА300D1–1.

При обґрунтуванні конструкційних параметрів кювети приладової системи практичний інтерес представляють акустичні поля у параксіальній області, тобто поблизу осі УЗ-випромінювача. У даній області поля для рідини та твердого тіла співпадають, тому аналіз проведемо для поля у імерсійній рідині. Акустичне поле УЗ-випромінювача може бути описане акустичним тиском. Розподіл тиску вздовж осі x у ближній зоні визначається співвідношенням [116]:

$$P(x) = P(0) \left| 2 \sin \left(\frac{ka^2}{\pi x} \right) \right|, \quad (4.2.1)$$

де a – радіус випромінювача, k – хвильове число, $P(0)$ – тиск на поверхні УЗ-випромінювача.

При цьому границя ближньої зони визначається із наступного співвідношення [116]:

$$x_B = \frac{a^2}{\lambda}, \quad (4.2.2)$$

де λ – довжина УЗ-хвилі у імерсійній рідині ($\lambda = 2\pi/k$).

Величину λ визначаємо за співвідношенням:

$$\lambda = \frac{v_p}{f}, \quad (4.2.3)$$

де v_p – швидкість УЗ-хвилі в імерсійній рідині, f – номінальна частота роботи датчика.

Середовищем поширення УЗ-хвиль у кюветі для експериментальних вимірювань є силіконове масло марки ПФМС–4. Швидкість поширення ультразвуку v_p у силіконовому маслі в діапазоні частот 200–400 кГц рівна 1395 м/с [113].

Теоретичні розрахунки за співвідношеннями (4.2.2) та (4.2.3) для різних типів датчиків фірми Murata представлені в табл. 4.2.3. Функціональні залежності відношень $P(x)/P(0)$ в залежності від зміни величини x , відповідно, представлені на рис. 4.2.7 [116].

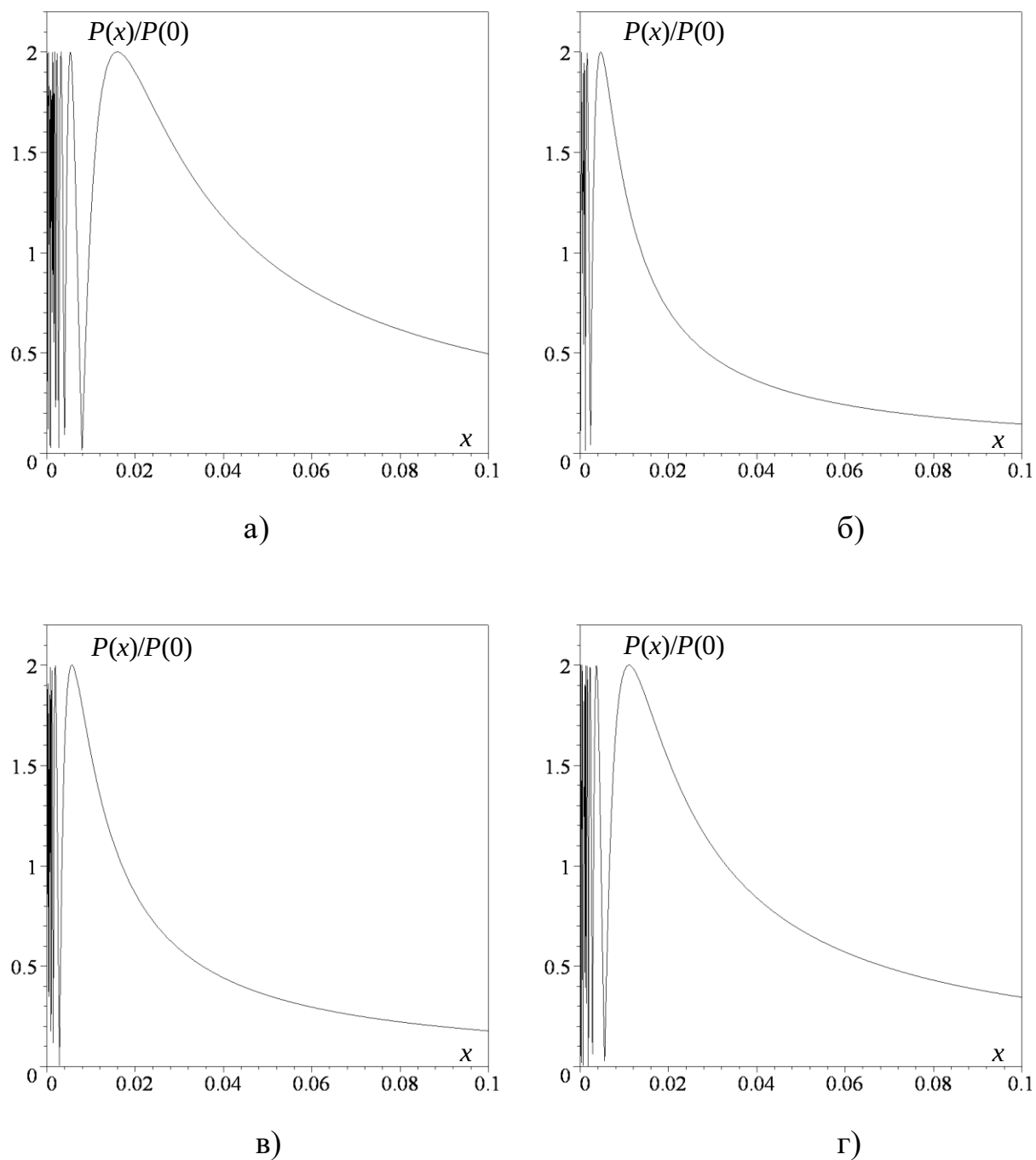


Рис. 4.2.7. Акустичні поля вздовж акустичної осі випромінювача для різних типів датчиків: а) – МА200А1; б) – МА200D1–1; в) – МА300D1–1; г) – МА400А1.

Таблиця 4.2.3

Конструктивно-технічні параметри приладової системи

Тип датчика	$\lambda \cdot 10^3, \text{ м}$	$a \cdot 10^3, \text{ м}$	$x_B \cdot 10^3, \text{ м}$	$L \cdot 10^3, \text{ м}$
МА200А1	6,98	9,35	12,52	≥ 405
МА200D1–1	6,34	4,8	3,63	≥ 205
МА300D1–1	4,65	4,55	4,45	≥ 205
МА400А1	3,49	5,5	8,67	≥ 205

Аналіз отриманих залежностей для всіх типів датчиків показує, що ближня зона характеризується незначною зміною величини $P(x)/P(0)$ із наявністю відокремленого максимуму до 0,02 м від поверхні датчика. Із збільшенням значення x величина $P(x)/P(0)$ монотонно спадає. Такий характер залежностей для всіх типів датчиків фірми Murata цілком прийнятний для розміщення зразка для досліджень у експериментальній кюветі на мінімальній відстані інтервалу детектування відповідного датчика (табл. 4.2.1).

Лінійний розмір кювети L будемо визначати із співвідношення [113]:

$$L \geq 2l_{\min} + d, \quad (4.2.4)$$

де $l_{\min}$ – мінімальне значення інтервалу детектування для відповідного типу датчика, d – товщина зразка.

Розрахунки величин L для різних типів датчиків, які можуть бути використані у приладовій системі для іммерсійного методу вимірювання швидкостей поширення УЗ-хвиль у рідині та зразках твердого тіла представлені в табл. 4.2.3.

Окремо слід зазначити, що для датчика МА400А1 значення $l_{\min}$ було вибрано 0,1 м. Це визначає можливість переобладнання кювети для експериментальних вимірювань іншими датчиками, з відповідними номінальними частотами, без зміни конструктивних розмірів.

Товщина зразка d для вимірювань вибирається із умови максимальної енергетичної прозорості для моделі проходження УЗ-хвиль через пластину занурену у рідину і повинна бути не менше 5 мм [89].

4.3. Електронний блок ІВПС

В аналогових вимірювальних схемах останніх поколінь, поряд з традиційним представленням аналогових величин, застосовують поєднання аналогових форм обробки інформації із цифровими, що передбачає перехід до гібридних схем обробки інформації [89, 112].

Аналогово-цифровий інтерфейс (АЦІ) для вимірювань часу проходження УЗ-імпульсу (t) та його амплітуди (U) повинен враховувати технічні та конструктивні особливості відповідної приладової системи [4, 10]. Діапазон резонансних робочих частот випромінювачів та приймачів УЗ-сигналу для визначення швидкостей поширення ультразвукових хвиль лежить в межах 200–400 кГц, що вимагає використання продуктивного однокристального мікроконтролера (ОМК) з частотою процесора не менше 20 МГц і розвинутою системою команд. При умові, що в ОМК команда (формально) виконуються за один такт процесора, час (Δt) рівний, відповідно, 50 нс визначатиме апаратну складову похибок часових інтервалів [56].

Процесор ОМК повинен мати 8-ми бітну шину даних і вбудований асинхронний інтерфейс UART для передачі результатів вимірювань відповідних величини у ПК через RS-232C [117]. Для вимірювання часу проходження сигналу в ОМК необхідний зовнішній вхід запиту переривання з вибором варіантів спрацьовування за фронтом чи спадом сигналу, а також внутрішній таймер-лічильник. Необхідними параметрами та конструктивними особливостями для реалізації алгоритму вимірювань t та U володіє ОМК з архітектурою RISC типу ATmega48 [118].

Апаратна частина ІВПС виконана у вигляді електронного блоку. Електронний блок включає в себе підсилювачі вхідного і вихідного сигналів, що збуджуються і приймаються п'єзоелектричними перетворювачами, компаратори, перетворювач логічних рівнів, перетворювач інтерфейсів COM – USB та схему керування пристроєм позиціонування зразка.

Блок-схема блоку представлена на рис. 4.3.1. На мікроконтролер в електронному блоці покладаються наступні задачі [56]:

- формування зондуючого імпульсу;
- виявлення прийнятого сигналу та вимірювання його амплітуди;
- визначення часу затримки прийнятого сигналу відносно зондуючого імпульсу;
- передача отриманих даних в ПК для подальшої обробки;
- прийом від ПК команди та формування відповідних керуючих сигналів на кроковий двигун для повороту досліджуваного зразка;
- індикація стану роботи установки та параметрів вимірювання.

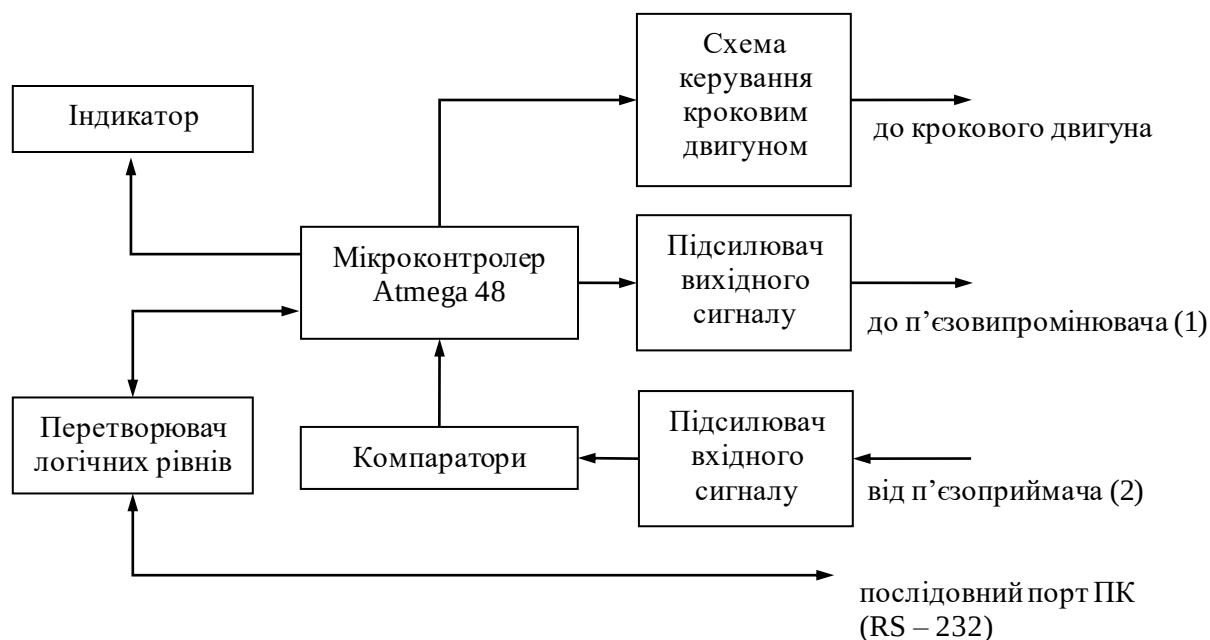


Рис. 4.3.1. Блок-схема електронного блоку.

Для визначення кута повороту при імерсійних вимірюваннях розроблено пристрій позиціонування зразка у експериментальній кюветі ІВПС на базі крокового двигуна. Пристрій забезпечує поворот зразка від початкового положення, при нормальному падінні ультразвукової хвилі із імерсійної рідини на поверхню зразка, до заданого кута [119].

Пристрій позиціонування включає наступні основні елементи:

- кроковий двигун ПБМГ–200–265;
- тримач зразка, який знаходиться на валу крокового двигуна;
- контактний датчик початкового положення.

Контроль і керування роботою крокового двигуна проводиться електронним блоком апаратної частини ІВПС через драйвер.

Алгоритм процесу роботи має наступні етапи:

- перевірка початкового положення зразка у експериментальній кюветі;
- поворот зразка, за необхідності, до початкового положення;
- поворот зразка до заданого кута;
- зворотній поворот зразка до значень критичних кутів;
- повернення зразка у початкове положення.

Початкове положення зразка визначається замиканням контактного датчика, який зв'язаний із електронним блоком ІВПС, і зупинкою роботи крокового двигуна.

При вимірюваннях, в залежності від вибраної програми та етапу алгоритма, може бути реалізований повнокроковий або напівкроковий режими роботи крокового двигуна.

Основні технічні параметри крокового двигуна ПБМГ–200–265:

- тип двигуна: кроковий, уніполярний;
- кут повороту за один крок: $1,8^{\circ}$;
- кількість кроків за повний оберт валу: 200;
- кількість виводів: 6;
- кількість обмоток: 2 із середньою точкою;

- напруга живлення: 12 В;
- опір обмоток: 70 Ом;
- струм споживання: 0,17 А.

Кут повороту зразка θ при вимірюваннях буде визначатися наступним чином:

$$\theta = \sum_{i=1}^n \varphi_i, \quad (4.3.1)$$

де φ_i – значення кута повороту на кожному кроці (для напівкрокового режиму дорівнює $0,9^\circ$), n – кількість кроків.

При роботі крокового двигуна ПБМГ–200–265 в обох режимах необхідна зміна напрямку магнітного поля незалежно для кожної фази. Зміну напрямку реалізували через драйвера із переключенням половинок обмоток за допомогою ключів А, В, С і D для кожної фази (рис. 4.1.5) [119].

Моделювання алгоритму роботи ключів у повнококовому і напівкроковому режимах двигуна проводили в системі Simulink середовища MATLAB (рис. 4.3.2). Теоретичні розрахунки і результати моделювання показали зменшення обертового моменту при реалізації напівкрокового режиму [13].

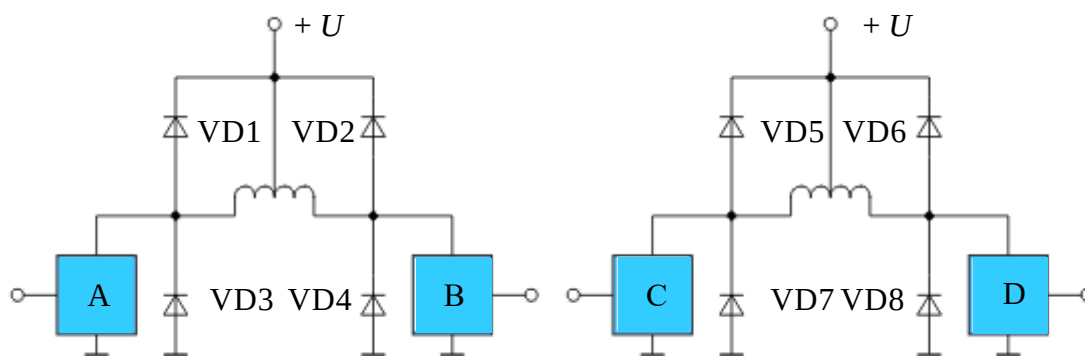
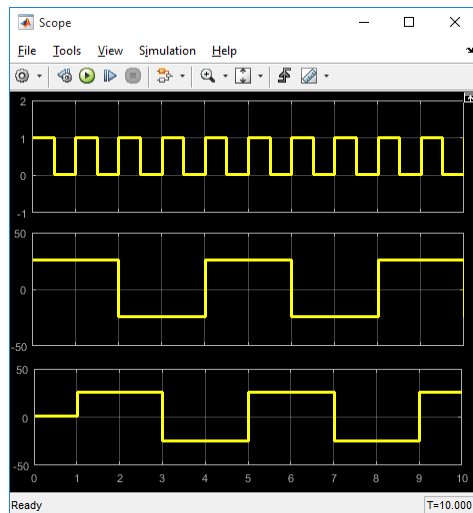


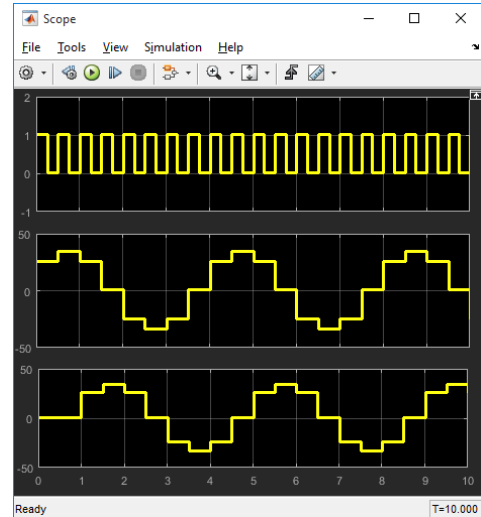
Рис. 4.3.2. Живлення обмоток крокового двигуна ПБМГ–200–265.

У пристрої позиціювання при поворотах зразка на $0,9^\circ$ електронним блоком ІВПС реалізовано „напівкроковий робочий режим із компенсацією

обертового моменту”. В такому режимі струм обмотки у збудженій фазі збільшується у $\sqrt{2}$ рази. У порівнянні із повнокроковим режимом створений обертовий момент є практично таким же, а більша частина резонансу виявляється погашеною.



а)



б)

Рис. 4.3.3. Діаграма фазних струмів у обмотці крокового двигуна для повнокроку (а) і напівкрокового (б) режимів роботи.

4.3.1. Вимірювальний канал ІВПС

На рис. 4.3.4 представлена структурна схема вимірювального каналу АЦІ для визначення часу проходження УЗ-імпульсу та його амплітуди [120].

Вхідний сигнал із ультразвукового датчика (УЗД) МА300D1–1 (рис. 4.3.5) через конденсатор C_1 подається на двоканальний попередній підсилювач (ППЧ) реалізований на основі операційних підсилювачів (ОУ) включених паралельно за наступною схемою (рис. 4.3.6).

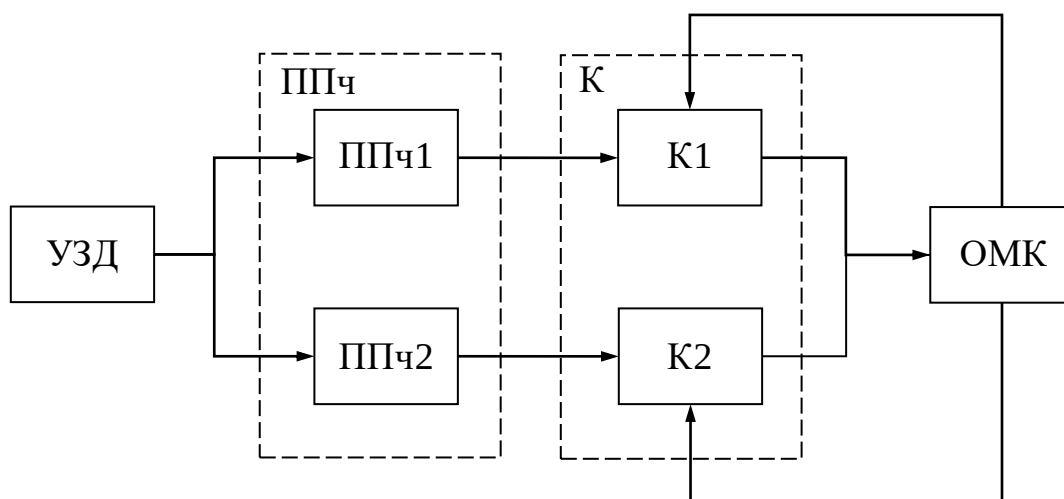


Рис. 4.3.4. Структурна схема вимірювального каналу:
 УЗД – ультразвуковий датчик; ППч – попередній підсилювач; К – компаратор; ОМК – однокристальний мікроконтролер.

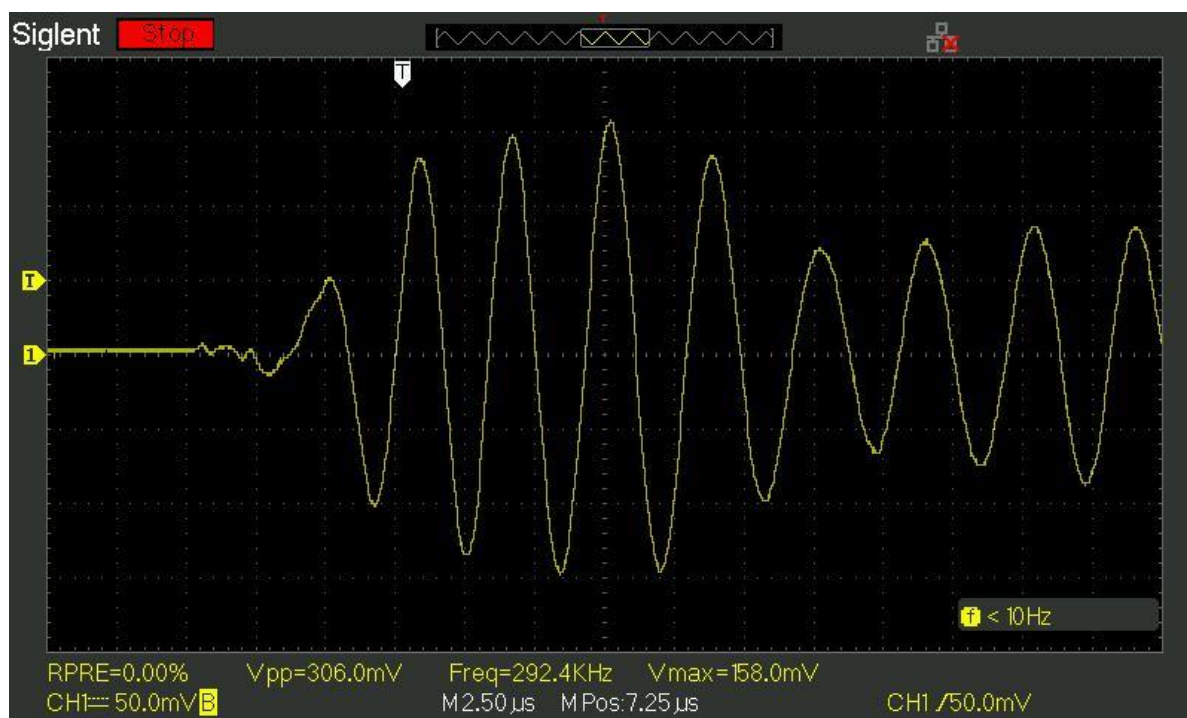


Рис. 4.3.5. Вхідний сигнал з УЗД-датчика на вході попереднього підсилювача.

Коефіцієнти підсилення каскадів K_1 та K_2 попередніх підсилювачів ППч1 і ППч2 визначаються за такими співвідношеннями:

$$\begin{aligned} K_1 &= 1 + \frac{R_2}{R_3}; \\ K_2 &= 1 + \frac{R_4}{R_5}, \end{aligned} \quad (4.3.2)$$

і при відповідних номіналах резисторів R_2 – R_5 для нашої схеми рівні: $K_1 = 20$; $K_2 = 10$.

Виявлення корисного сигналу від УЗД відбувається в умовах шумових завад зовнішнім двоканальним швидкодіючим компаратором (К) (рис. 4.3.5, 4.3.7). Для цього сигнал обробляється у часовому вікні тривалістю ($t_{time\ window}$) із затримкою ($t_{time\ window\ delay}$) від початку зондування до заданої межі (рис. 4.3.7). Величина $t_{time\ window\ delay}$ вибирається виходячи із частоти збудження УЗ-коливань та конструктивних особливостей кювети ІВПС [113].

На інвертуючі входи каналів К1 і К2 компаратора К подають сигнали з ППч1 та ППч2, а на неінвертуючі – опорна напруга з ОМК, що перевищує рівень шумів, через інтегруючі ланки R_6C_9 і R_7C_8 . Опорна напруга формується з використанням 8-розрядного генератора широтно-імпульсної модуляції (ШІМ) ОМК. Значення опорної напруги, яка відповідає шумовому порогу отриманого сигналу з УЗД, визначено в процесі тестування роботи схеми АЦІ і рівне 10 відносним одиницям, що не перевищує 4 % від величини максимального розмаху корисного сигналу [117].

На першому етапі виявлення сигналу ОМК працює з каналом ППч1 і К1. Про відсутність сигналу на вході К1 свідчить переповнення лічильника таймера ОМК. В такому випадку на пристрій індикації (LCD дисплей) приладової системи виводиться відповідне повідомлення, а на ПК передається відповідний код. Якщо на інвертованому вході К1 компаратора виявлено сигнал, то проводиться вимірювання амплітуди відгуку першого максимуму (U_1) за алгоритмом порозрядного наближення. При цьому ознакою недобору коду є виникнення переривання від компаратора, а ознакою

перебору – переповнення таймера при очікуванні сигналу. Якщо величина U_1 більша за 255 відносних одиниць, то ОМК починає працювати з каналом ППч2 і К2 за аналогічним алгоритмом. Якщо ж і далі має місце перевищення межі діапазону, то формується відповідне повідомлення на LCD дисплей і у ПК [117].

По завершенні вимірювання амплітуди U_1 виводиться відповідне повідомлення на LCD дисплей приладової системи та формуються данні для передачі у ПК, а рівень напруги на неінвертуючому вході компаратора зменшуємо у два рази. При відносному значенні амплітуди ШІМ, що відповідає $\frac{U_1}{2}$, проводимо вимірювання часу до зростання ($t_{\uparrow}$) та спаду сигналу ($t_{\downarrow}$) від початку відкриття часового вікна (рис. 4.3.7).

Значення t_1 для першого максимуму відгуку визначається за таким співвідношенням:

$$t_1 = t_{time\ window\ delay} + \frac{t_{\uparrow} + t_{\downarrow}}{2}. \quad (4.3.3)$$

На LCD дисплей приладової систем виводиться значення $\frac{t_{\uparrow} + t_{\downarrow}}{2}$, а у ПК передається t_1 , при цьому також виконується переключення типу динамічного запиту переривання від компаратора.

На наступному етапі алгоритму вимірювань виконується пошук i -тої амплітуди головного максимуму (U_i) у відгуку УЗ-сигналу шляхом поступового підняття рівня напруги на одному із входів компаратора до відсутності запитів переривань. Одночасно фіксується час від початку відкриття часового вікна до приходу головного максимуму (t_{max}), що викликав переривання.

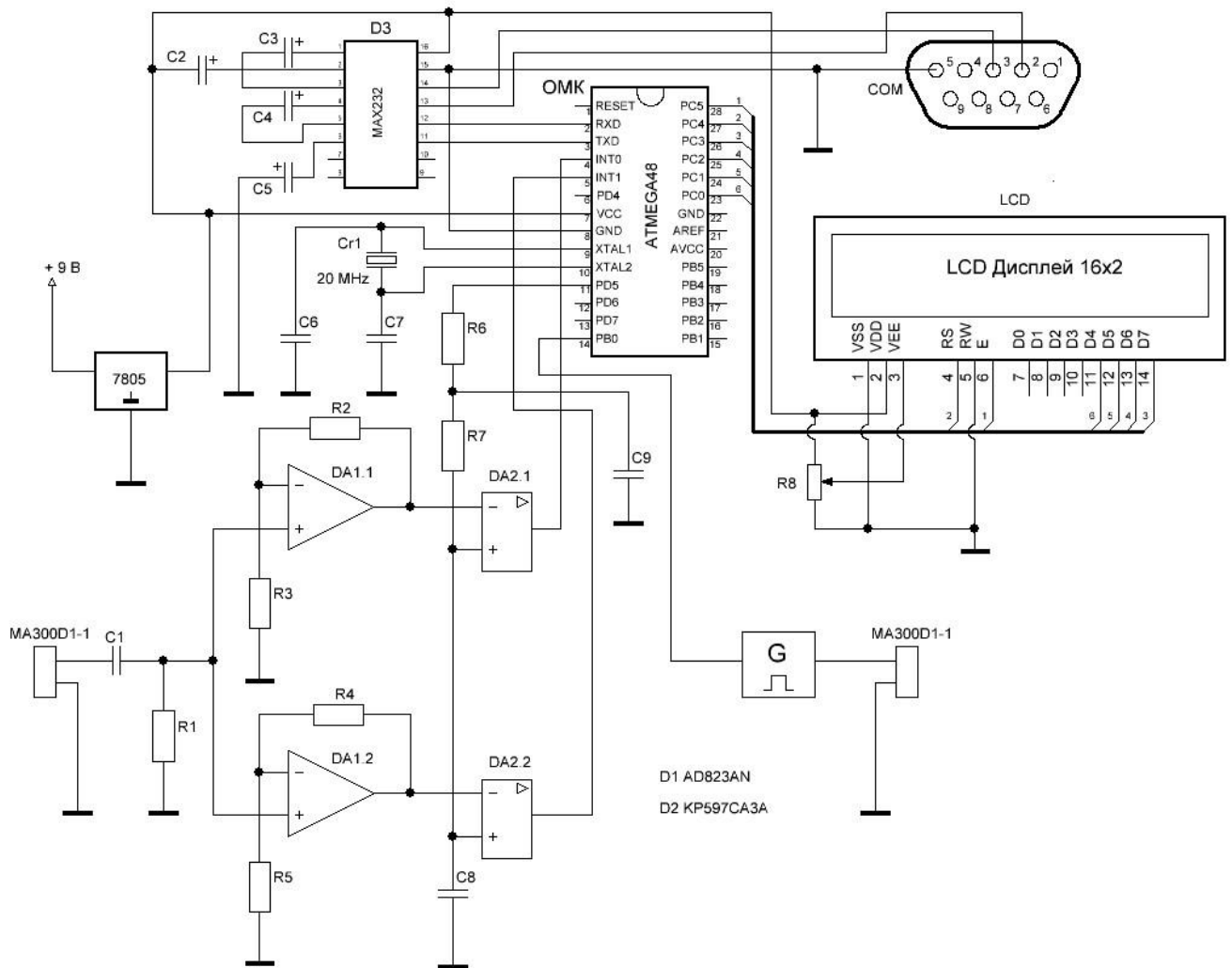


Рис. 4.3.6. Принципова схема аналого-цифрового інтерфейсу.

Величина

$$t_i = t_{time\ window\ delay} + t_{max} \quad (4.3.4)$$

приймається за час проходження УЗ-імпульсу з максимальною амплітудою відгуку.

Величини U_i та t_{max} виводяться на LCD дисплей приладової систем, а в ПК передаються значення U_i та t_i для подальших розрахунків.

Для визначення часових інтервалів в ОМК використовуються перші вісім розрядів 16-розрядного таймера-лічильника.

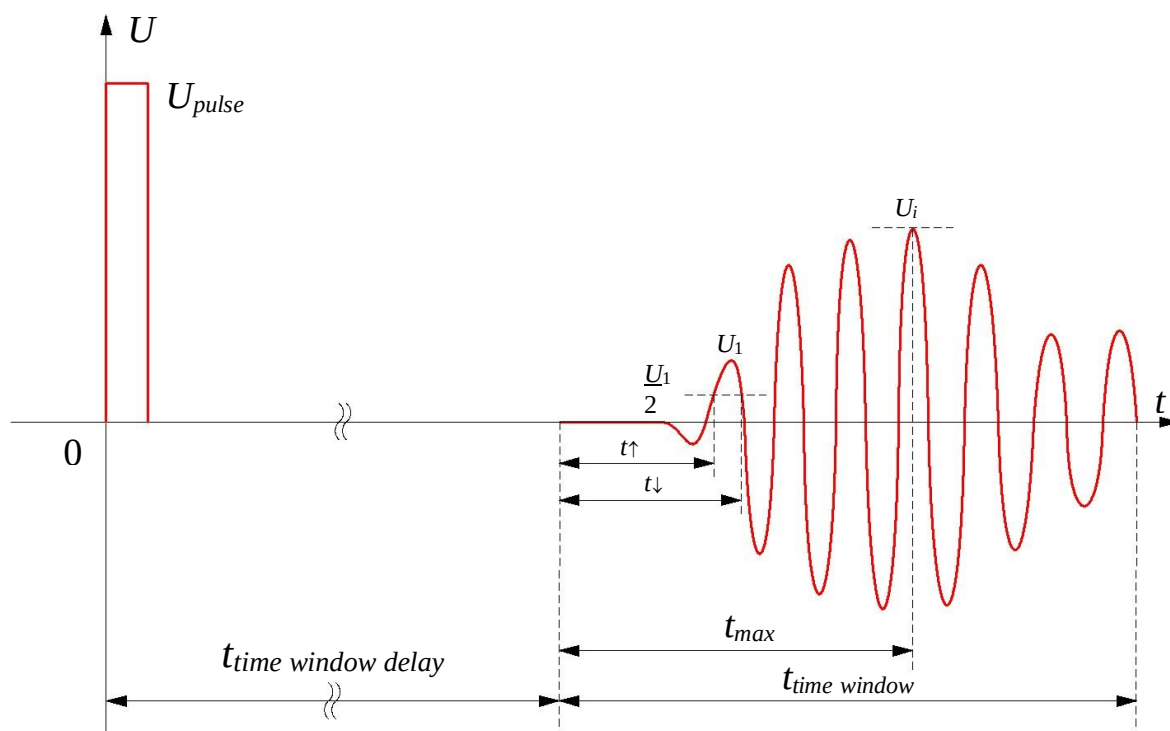


Рис. 4.3.7. Схема визначення часових інтервалів проходження УЗ-імпульсу у часовому вікні.

Амплітуда УЗ-імпульсу зондування задається програмно у ОМК з використанням відповідного апаратного забезпечення. Для однополярного живлення випромінювача МА300D1–1 передбачено два каскади формування імпульсу: один забезпечує отримання заданої тривалості наростання напруги та її значення, а другий формує її спад. Необхідне значення U_{pulse} для збудження випромінювача МА300D1–1 формується у блоці G схеми АЦІ приладової системи по команді з ОМК (рис. 4.3.6) [117].

4.3.2. Методика експерименту визначення акустичних параметрів

Методика експерименту для вимірювання швидкостей поширення двох типів хвиль (v_l , v_t) реалізується за такими кроками.

Першочергово без зразка матеріалу визначаємо швидкість поширення УЗ-хвиль v_p у імерсійній рідині за часом проходження зондуєчого імпульсу

(τ). Величину v_p розраховуємо за співвідношенням [121]:

$$v_p = \frac{L}{\tau}, \quad (4.3.5)$$

де L – відстань між випромінювач і приймачем.

При вимірюванні швидкості v_l зразок із строго паралельними поверхнями розміщують перпендикулярно до напрямку поширення хвилі в іммерсійній рідині. В такому випадку в зразку буде поширюватися тільки поздовжня хвиля. Час проходження зондуєчого імпульсу між випромінювачем і приймачем буде рівний [121]:

$$\tau_l = \frac{d}{v_l} + \frac{L}{v_p} - \frac{d}{v_p}, \quad (4.3.6)$$

де d – товщина зразка.

При відомій різниці між часовими інтервалами $\Delta\tau_l$ ($\Delta\tau_l = \tau - \tau_l$), значення v_l визначають із співвідношенн [122, 123]:

$$v_l = \frac{v_p d}{d - \Delta\tau_l v_p}. \quad (4.3.7)$$

Значення $\Delta\tau_l$ завжди додатне, відповідно швидкість v_l УЗ-хвилі в зразку твердого тіла більша за швидкість v_p у іммерсійній рідині [1].

При повороті зразка відносно вертикальної осі, коли кут падіння хвилі θ менший критичного $\theta_{кр.}$ (кут Брюстера), у зразку будуть поширюватися дві хвилі – поздовжня і поперечна (рис. 4.3.8а). При досягненні критичного кута $\theta_{кр.}$ поздовжня хвиля буде поверхневою (рис. 4.3.8б), а у зразку поширюється тільки поперечна хвиля, причому на межі рідина–тверде тіло виконується закон Снеліуса [89]:

$$\frac{\sin(\theta_{кр.})}{v_p} = \frac{\sin(90^\circ)}{v_l} = \frac{\sin(\theta_t)}{v_t}. \quad (4.3.8)$$

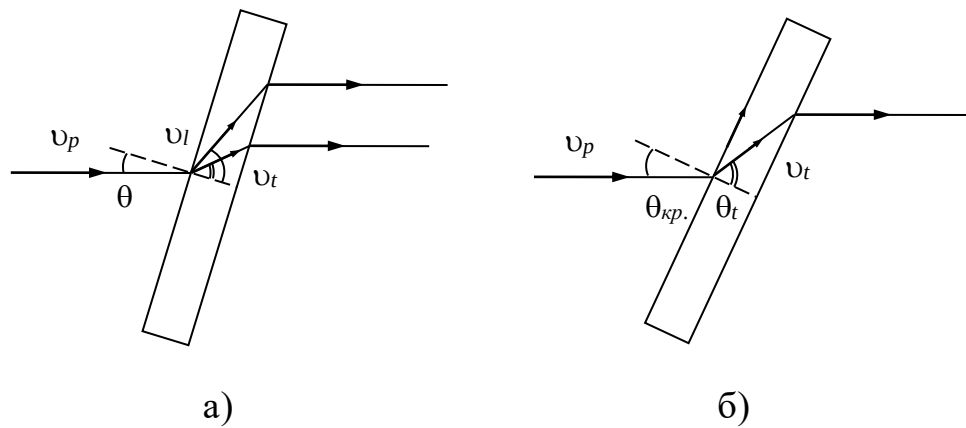


Рис. 4.3.8. Схема визначення кута Брюстера

Із співвідношення (4.3.8) можна теоретично визначити значення θ_{kp} за експериментальними значеннями v_p та v_l [124].

$$\theta_{kp} = \arcsin\left(\frac{v_p}{v_l}\right). \quad (4.3.9)$$

На наступному етапі способу електронний блок керує поворотом зразка, зокрема, і у околі теоретичного значення критичного кута, визначає кут повороту та вимірює амплітуду прийнятого сигналу УЗ-приймачем та вимірює час проходження імпульсу УЗ-хвилі. Поворот зразка продовжується до того часу, поки електронний блок здатний виявляти прийнятий сигнал УЗ-приймачем. Отримані дані передаються до ПК, де у програмі для отриманих значень амплітуд при кожному куті повороту, в околі критичного кута, визначається її максимальне значення. Відповідному максимальному значення амплітуди прийнятого сигналу відповідає експериментальне значення критичного кута θ_{kp} і час (τ_t) проходження імпульсу УЗ-хвилі у кюветі із зразком [117].

Швидкість поширення поперечної УЗ-хвилі (v_t) у зразку визначаємо за співвідношенням [123, 124]:

$$v_t = \frac{v_p}{\sqrt{\sin^2(\theta_{kp}) + \left(\cos(\theta_{kp}) - \frac{v_p(\tau - \tau_t)}{d}\right)^2}}. \quad (4.3.10)$$

При відомому значенні v_t при умові, що $v_t > v_p$, можна теоретично визначити критичний кут $\theta_{кр.}$, коли і поперечна хвиля буде поширюватися по поверхні зразка [89]:

$$\frac{\sin(\theta_{кр.})}{v_p} = \frac{\sin(90^\circ)}{v_t}. \quad (4.3.11)$$

Із співвідношення (4.3.11) знаходимо:

$$\theta_{кр.} = \arcsin\left(\frac{v_p}{v_t}\right). \quad (4.3.12)$$

Подальшим поворотом зразка, після визначення величини v_t за відсутності сигналу при проходженні зондуєчого імпульсу, визначаємо $\theta_{кр.}$ і v_t .

За експериментальними даними v_l і v_t визначаємо коефіцієнт Пуассона ν твердого тіла за таким співвідношенням [3]:

$$\nu = \frac{2 - \left(\frac{v_l}{v_t}\right)^2}{2 \left(1 - \left(\frac{v_l}{v_t}\right)^2\right)}. \quad (4.3.13)$$

Значення критичного кута $\theta_{кр.}$, коли поздовжня хвиля рухається по поверхні зразка, можна виразити через ν твердого тіла величину v_p . Із співвідношень (4.3.9) та (4.3.13) отримуємо:

$$\theta_{кр.} = \arcsin\left(\frac{v_p}{v_t} \sqrt{\frac{2\nu - 1}{2\nu - 2}}\right). \quad (4.3.14)$$

Експериментальні дослідження швидкостей поширення УЗ-хвиль у рідинах v_p та поперечних хвиль v_t у різних твердих тілах у всьому діапазоні значень ν показують, що їх відношення $(n = \frac{v_p}{v_t})$ може змінюватися від 0,16 до 2. Теоретичні розрахунки величини $\theta_{кр.}$ за співвідношенням (4.3.14) при різних значеннях n від величини ν представлені на рис. 4.3.9.

Аналіз отриманих функціональних залежностей показує, що для $n \leq 1$, у всьому діапазоні значень ν (крім матеріалів із значенням ν близьким до 0,5), практично можливим є вимірювання критичного кута та визначення швидкості поширення поперечної хвилі у твердому тілі. Для відношення $n > 1$ такі вимірювання можуть бути реалізовані при умові, якщо коефіцієнт Пуассона лежить в межах $0 \leq \nu < 0,5$.

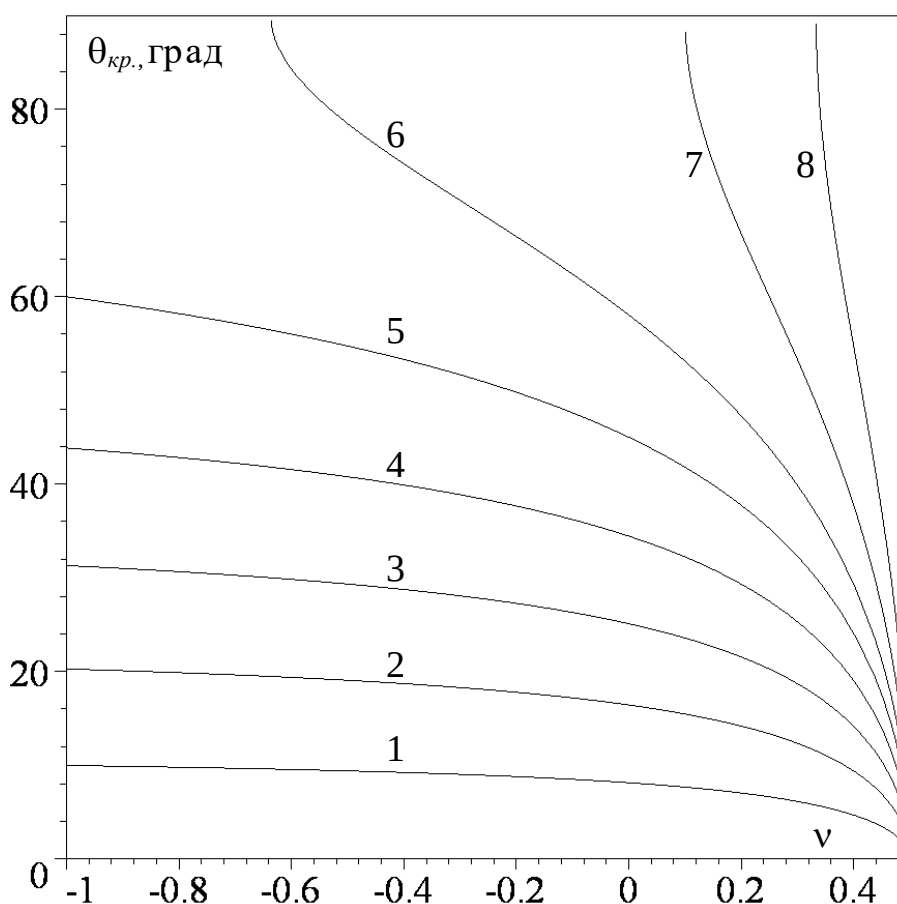


Рис. 4.3.9. Залежності критичного кута від коефіцієнта Пуассона у твердому тілі для різних значень величини n ($n = 0,2$ (1); $0,4$ (2); $0,6$ (3); $0,8$ (4); 1 (5); $1,2$ (6); $1,5$ (7); 2 (8)).

Окремо слід розглянути практичну можливість проведення вимірювань, коли величина $\nu \cong 0,5$. Такі значення коефіцієнта Пуассона можливі для гуми і гумоподібних матеріалів [121]. Єдиним критерієм в такому випадку виступає максимально можливе значення n , при якому

величина критичного кута $\theta_{кр.}$ буде не менше декількох градусів, що однозначно зменшить похибку вимірювань. Експериментальні значення швидкостей v_t в гумоподібних матеріалах зазвичай не перевищують величини швидкостей ультразвуку в рідинах v_p ($n < 1$), що дає можливість контролю v_t за критичним кутом при поширенні поперечної хвилі по поверхні зразка твердого тіла.

Для визначення коефіцієнтів поглинання поздовжньої α_l і поперечної α_t хвиль використовували співвідношення [56]:

$$\alpha_l = \frac{1}{d} \ln \frac{A_0}{A_l}, \quad (4.3.15)$$

$$\alpha_t = \frac{\sqrt{v_t^2 - v_p^2 \sin^2(\theta_{кр.})}}{v_t d} \ln \frac{A_0}{A_t}, \quad (4.3.16)$$

де $A_{l,t}$ – амплітуда сигналу поздовжньої (поперечної) УЗ-хвилі після проходження через зразок.

При відомих швидкостях v_l і v_t без врахування внутрішніх втрат енергії на проходження УЗ-хвиль через зразок матеріалу модуль Юнга E , модуль зсуву μ та модуль об'ємної деформації k за співвідношеннями теорії пружності визначаються наступним чином [51, 125]:

$$E = \rho v_l^2 \frac{(1 + \nu)(1 - 2\nu)}{1 - \nu}; \quad (4.3.17)$$

$$\mu = \rho v_t^2; \quad (4.3.18)$$

$$k = E - \frac{4}{3}\mu, \quad (4.3.19)$$

де ρ – густина матеріалу.

Коли поперечні розміри елементарного об'єму твердого тіла, в якому поширюється поздовжня УЗ-хвиля, малі у порівнянні із довжиною хвилі величину E визначають за співвідношенням [51]:

$$E = \rho v_l^2. \quad (4.3.20)$$

У випадку, коли не можна знехтувати затуханням поздовжньої та поперечної УЗ-хвиль у зразку досліджуваного матеріалу і коефіцієнтах їх поглинання α_l і α_t , визначають комплексні модулі пружності. Дійсні та уявні частини модуля поздовжньої деформації (E' , E'') модуля зсуву (μ' , μ'') та об'ємного модуля (k' , k'') за співвідношеннями [56, 122]

$$E' = \rho v_l^2 \frac{1 - \frac{\alpha_l^2 v_l^2}{\omega^2}}{\left(1 + \frac{\alpha_l^2 v_l^2}{\omega^2}\right)^2}; \quad (4.3.21)$$

$$E'' = \rho v_l^2 \frac{\frac{2\alpha_l v_l}{\omega}}{\left(1 + \frac{\alpha_l^2 v_l^2}{\omega^2}\right)^2}; \quad (4.3.22)$$

$$\mu' = \rho v_t^2 \frac{1 - \frac{\alpha_t^2 v_t^2}{\omega^2}}{\left(1 + \frac{\alpha_t^2 v_t^2}{\omega^2}\right)^2}; \quad (4.3.23)$$

$$\mu'' = \rho v_t^2 \frac{\frac{2\alpha_t v_t}{\omega}}{\left(1 + \frac{\alpha_t^2 v_t^2}{\omega^2}\right)^2}; \quad (4.3.24)$$

$$k' = E' - \frac{4}{3}\mu'; \quad (4.3.25)$$

$$k'' = E'' - \frac{4}{3}\mu''; \quad (4.3.26)$$

де ρ – густина зразка.

Відповідно, статичні модулі деформації (E) зсуву (μ) та об'ємний модуль (k), тангенси кута механічних втрат та механічні добротності для поздовжньої (Q_l) поперечної (Q_t) та об'ємної деформацій ($Q_{l,t}$) визначимо таким чином [56, 126]:

$$E = (E'^2 + E''^2)^{\frac{1}{2}}; \quad (4.3.27)$$

$$\mu = (\mu'^2 + \mu''^2)^{\frac{1}{2}}; \quad (4.3.28)$$

$$k = (k'^2 + k''^2)^{\frac{1}{2}}; \quad (4.3.29)$$

$$tg_E = \frac{E''}{E'}; \quad (4.3.30)$$

$$tg_{\mu} = \frac{\mu''}{\mu'}; \quad (4.3.31)$$

$$tg_k = \frac{k''}{k'}; \quad (4.3.32)$$

$$Q_l = \frac{E'}{E''}; \quad (4.3.33)$$

$$Q_t = \frac{\mu'}{\mu''}; \quad (4.3.34)$$

$$Q_{l,t} = \frac{k'}{k''}. \quad (4.3.35)$$

4.4. Результати вимірювань модулів пружності

4.4.1. Модулі пружності конструкційних полімерних та гетерогенних матеріалів

На ІВПС було проведено вимірювання швидкостей поширення поздовжніх та поперечних хвиль та коефіцієнтів їх поглинання для основних конструкційних полімерних матеріалів: ПЕВТ, ПЕНТ, ПВХ, полівінбутиралю (ПВБ), ПММА, полікарбонат (ПК), ПС та ряду гірських порід: аргіліту, алевроліту, пісковиків Прикарпаття, Криму та поліської серії, які з точки зору структурної організації є гетерогенними матеріалами.

Значення $\Delta\tau_l$, A_l , $\Delta\tau_t$, A_t , α представлені в табл. 4.1.1, а в т абл. 4.4.2–4.4.3 представлені експериментальні значення v_l і v_t для деяких

матеріалів взяті із робіт [51, 56, 108, 127–132].

Таблиця 4.4.1

Матеріал	$\Delta\tau_l$, мкс	A_l , мВ	$\Delta\tau_t$, мкс	A_t , мВ	α , град
Конструкційні полімерні матеріали					
ПВХ	1,6	120	– 1,4	42	38,7
ТПУ	0,6	128	0,1	18	58,5
ПВБ	1,7	121	– 1,2	38	35,1
ПЕВТ	1,8	119	– 0,8	40	36,0
ПЕНТ	1,8	117	– 0,9	39	35,1
ПММА	1,8	122	– 1,1	37	36,9
ПК	1,6	125	– 1,1	42	37,8
ПС	1,6	122	– 1,2	41	37,8
Гетерогенні геоматеріали					
Пісковик	3,4	87	2,0	90	25,2
Аргіліт	3,5	85	2,1	80	24,0
Алевроліт	3,2	65	2,0	60	27

Таблиця 4.4.2

Густина, швидкості поширення поздовжніх і поперечних хвиль і модулі пружності конструкційних і гетерогенних матеріалів

Матеріал	ρ , кг/м ³	v_l , м/с	v_t , м/с	ν	$E \cdot 10^{-9}$, Н/м ²	$\mu \cdot 10^{-9}$, Н/м ²	$k \cdot 10^{-9}$, Н/м ²
1	2	3	4	5	6	7	8
Конструкційні полімерні матеріали							
ПЕВГ	950	2410	1050	0,38	5,5	1,0	4,1
		2561	1113	0,38	6,2	1,2	4,7
		2460					
ПЕНГ	915	2165	945	0,38	4,3	0,8	3,2
		2182	820	0,42	4,4	0,6	3,5
		2080					
ПВХ	1397	2310	1095	0,36	7,4	1,7	5,2
ПВБ	1146	2390	1060	0,38	6,5	1,3	4,8

Продовження таблиці 4.4.2

1	2	3	4	5	6	7	8
ПММА	1190	2710	1375	0,33	8,7	2,3	5,7
	1180	2724	1377	0,33	8,8	2,2	5,8
		2730	1430				
		2670	1121	0,39	8,4	1,5	6,4
ПК	1210	2235	935	0,39	6,0	1,1	4,6
		2250	948	0,39	6,1	1,1	4,7
		2268					
ПС	1040	2340	1135	0,35	5,7	1,4	3,9
		2346	1157	0,34	5,7	1,4	3,9
		2340	1143]				
		2350	1120	0,35	5,7	1,3	4,0

Продовження таблиці 4.4.2

1	2	3	4	5	6	7	8
Гетерогенні матеріали							
Скло (Borofloat)	2220	5506	3395	0,19	61,1	25,6	26,9
Плавлений кварц	2203	5750	3510	0,20	65,3	27,1	39,1
		5983	3573	0,22	68,8	28,12	31,3
		5570	3515	0,17	63,6	27,2	27,3
Скло (Pyroceram)	2550	6548	3601	0,28	84,8	33,1	40,7
Аргіліт	2950	3540	2030	0,26	36,2	12,1	20,2
Алевроліт	2440	3125	1960	0,18	23,1	9,3	11,0
Пісковик	2150	3180	2090	0,12	21,7	9,4	9,2
	2200	3280	2060	0,17	23,7	9,3	11,2
	2320	3390	1995	0,24	26,7	9,2	14,4
	2460	3430	1780	0,32	28,9	7,8	18,6

Таблиця 4.4.3

Акустичні параметри і модулі пружності ряду геоматеріалів

Гетерогенний геоматеріала	v_l , м/с	v_t , м/с	α_l , Нп/м	α_t , Нп/м	ν	$E \cdot 10^{-4}$, МПа	$\mu \cdot 10^{-4}$, МПа	$k \cdot 10^{-4}$, МПа
Аргіліт	3540	2030	107	115	0,25	3,6	1,2	2,0
Алевроліт	3125	1960	140	150	0,18	2,3	0,9	1,1
Пісковик	3390	1995	131	100	0,24	2,9	1,0	1,6

Проводили вимірювання для зразків ТПУ з коефіцієнтом Пуассона $\nu = -1$ та наповнених ТПУ-систем. В якості наповнювачів використовували високодисперсні металеві порошки (Mo, Fe, W). Об'ємна концентрація наповнювача для ТПУ-систем відповідала критичній в системі і відповідно для Mo, Fe, W рівна 48; 43 і 52 %. Результати вимірювань представлені в табл. 4.4.4–4.4.5 [127].

Таблиця 4.4.4

Густина і швидкості поширення УЗ-хвиль та коефіцієнти їх поглинання в ТПУ-системах

ПМ	ρ , кг/м ³	ν_l , м/с	ν_t , м/с	α_l , Нп/м	α_t , Нп/м
ТПУ	1107	1635	1415	36	197
ТПУ + W	9888	1775	1370	28	155
ТПУ + Fe	3642	1750	1395	31	174
ТПУ + Mo	4603	1755	1405	32	187

Таблиця 4.4.5

Динамічні модулі пружності ТПУ-систем

Параметр	Матеріал			
	ТПУ	ТПУ+W	ТПУ+Fe	ТПУ + Mo
ν	-1	-0,24	-0,37	-0,39
$E' \cdot 10^{-9}$, Н/м ²	2,95	31,07	11,12	14,14
$E'' \cdot 10^{-8}$, Н/м ²	1,85	16,41	6,41	8,43
$tg\delta_E$	0,063	0,052	0,058	0,060
$\mu' \cdot 10^{-9}$, Н/м ²	2,08	17,86	6,74	8,58
$\mu'' \cdot 10^{-8}$, Н/м ²	6,28	40,78	17,66	24,42
$tg\delta_\mu$	0,302	0,228	0,262	0,288
$k' \cdot 10^{-9}$, Н/м ²	0,18	7,26	2,13	2,69
$k'' \cdot 10^{-8}$, Н/м ²	-6,53	-37,96	-17,14	-24,13
$tg\delta_k$	-3,58	-0,523	-0,804	-0,897

Окремо потрібно відмітити від'ємні значення уявних частин комплексного модуля k для всіх ТПУ-систем, що характерне для матеріалів з від'ємним значенням величини ν . В такому випадку тангенс кута механічних втрат $\operatorname{tg}\delta_k$ також буде від'ємним. Для наповнених ТПУ-систем механічні втрати енергії при об'ємних деформація для абсолютних значень зменшуються у порівнянні із вихідним ТПУ.

Проведемо порівняння значень модулів Юнга і зсуву матеріалів розрахованих на основі структурно-акустичних параметрів та вимірних механічними методами (табл. 4.4.6). Для металів, сплавів та гірських порід спостерігається хороша кореляція результатів при різних методах вимірювання.

Для металів і сплавів розрахунки величин E , μ і k проводили за співвідношеннями (4.3.17)–(4.3.19). Для конструкційних полімерних і гетерогенних матеріалів розрахунки модулів пружності проводили за співвідношеннями (4.3.21)–(4.4.26).

Порівняльний аналіз величин E для основних полімерних матеріалів показав, що за результатами вимірювань УЗ-методом отримуємо значення модуля Юнга в 6–7 разів більше для ПЕ, в 2,9 рази – для ПММА, в 2,3 рази – для ПВХ та ПК і в 1,8 рази – для ПС у порівнянні із значеннями отриманими при механічних вимірюваннях.

Для модуля зсуву маємо 6-ти кратне збільшення величин μ для ПЕНТ і 9-ти кратне – для ПЕВТ при вимірюваннях УЗ-методом у порівнянні із механічним методом [51, 89].

Таблиця 4.4.6

Модулі пружності ряду матеріалів визначені різними методами

Матеріал	$E \cdot 10^{-9}, \text{Н/м}^2$		$\mu \cdot 10^{-9}, \text{Н/м}^2$	
	УЗ-метод	Механічний метод	УЗ-метод	Механічний метод
Алюміній	62,5–71,2	70	23–26,8	24–28
Мідь	124	117	46	45
Сталь	192–215	180–200	73–86	75–79
Скло	61–85	50–90	26–33	26,2
Аргіліт	36,2	45	12,1	–
Алевроліт	23,1	20	9,3	–
Пісковик	21–29	20–40	7,4–9,3	–
ПЕНТ	5,5–6,2	0,8	1,0–1,2	0,12
ПЕВТ	4,3–4,4	0,7	0,6–0,8	0,12
ПВХ	7,4	2,4–4,1	1,7	–
ПММА	8,4–8,8	2,4–3,4	1,5–2,3	–
ПК	6,0–6,1	2,6	1,1	–
ПС	5,7	3–3,5	1,3–1,4	–

4.4.2. Визначення звукопоглинаючих параметрів металонаповнених полімерних ауксетиків

До одного із типів звукопоглинаючих матеріалів відносять композити, створенні на основі середовищ з комплексною густиною [133]. У них роль поглинаючих елементів відіграють тверді масивні включення різних форм і розмірів, а матриця – це гумоподібний матеріал з коефіцієнтом Пуассона $\nu \approx 0,5$. Для ТПУ з $\nu = -1$ модуль зсуву μ в 1,4 рази менший за модуль поздовжньої деформації E на відміну від гумоподібного матеріалу, для якого $\frac{E}{\mu} = 3$. Такі пружні характеристики ауксетик-середовища з масивними

включеннями можуть обумовлювати виникнення резонансних ефектів на рівні структурної організації звукопоглинаючого матеріалу.

Розглянемо ауксетик-середовище з $\nu = -1$ та масивом сферичних включень, припускаючи, що радіуси включень a та відстані між ними s за розмірами значно менші довжини поздовжньої хвилі λ_l ($k_l a \ll 1, k_l s \ll 1$) і співмірні з довжиною поперечної хвилі λ_t ($k_t a \leq 1, k_t s \leq 1$). У такому випадку середовище можна вважати макрооднорідним по відношенню до поширення поздовжньої хвилі з урахуванням резонансних ефектів при коливаннях включень в цілому як окремої структурної підсистеми.

Ефективна комплексна густина середовища з сферичними включеннями визначається наступним співвідношенням [134]:

$$\frac{\bar{\rho}}{\rho_1} = \rho' + i\rho'' = 1 + \frac{\varphi \left(\frac{\rho_2}{\rho_1} - 1 \right)}{1 - \frac{(k_t a)^2}{(k_t a)_p^2} + i \left[\left(\frac{k_t a}{(k_t a)_p} \right)^2 \eta' + k_t a \right]}, \quad (4.4.1)$$

де ρ_1 – густина ауксетики, ρ_2 – густина включень, φ – об’ємна концентрація включень, $(k_t a)_p = \Psi(k_t a)_0$, $\eta' = \Psi \operatorname{tg} \delta_\mu$, $\operatorname{tg} \delta_\mu = \frac{\mu''}{\mu'}$ – зсувні втрати, μ' , μ'' –

дійсна і уявна частина модуля зсуву, $\Psi = 1 + \frac{\operatorname{tg} \delta_\mu}{2} (k_t a)_0$, $(k_t a)_0 = \sqrt{\frac{9\rho_1}{2\rho_2 + \rho_1}}$ –

безрозмірна резонансна частота без врахування зсувних втрат.

Теоретичні розрахунки дійсної і уявної частин ефективної комплексної густини проведені за співвідношенням (4.4.1) для зразків металонаповнених полімерних систем, де як середовище ТПУ з коефіцієнтом Пуассона $\nu = -1$.

Аналіз розрахунків показав, що для композитних полімерних систем на основі ауксетик-середовища при малих величинах $k_t a$ значення дійсної частини комплексної густини ρ' прямує до її статичного значення (рис. 4.4.1),

яке визначається величиною $1 + \varphi \left(\frac{\rho_2}{\rho_1} - 1 \right)$, де відношення $\frac{\rho_2}{\rho_1}$ в ТПУ-системах

для Мо становить 8,2; для Fe – 7,1; для W – 16,8. При подальшому збільшенні величини $k_1 a$ спостерігається незначне зростання величини ρ' з наступним різким падінням до значень менше одиниці, що пов'язано із переходом від інерціальної реакції до пружної [133].

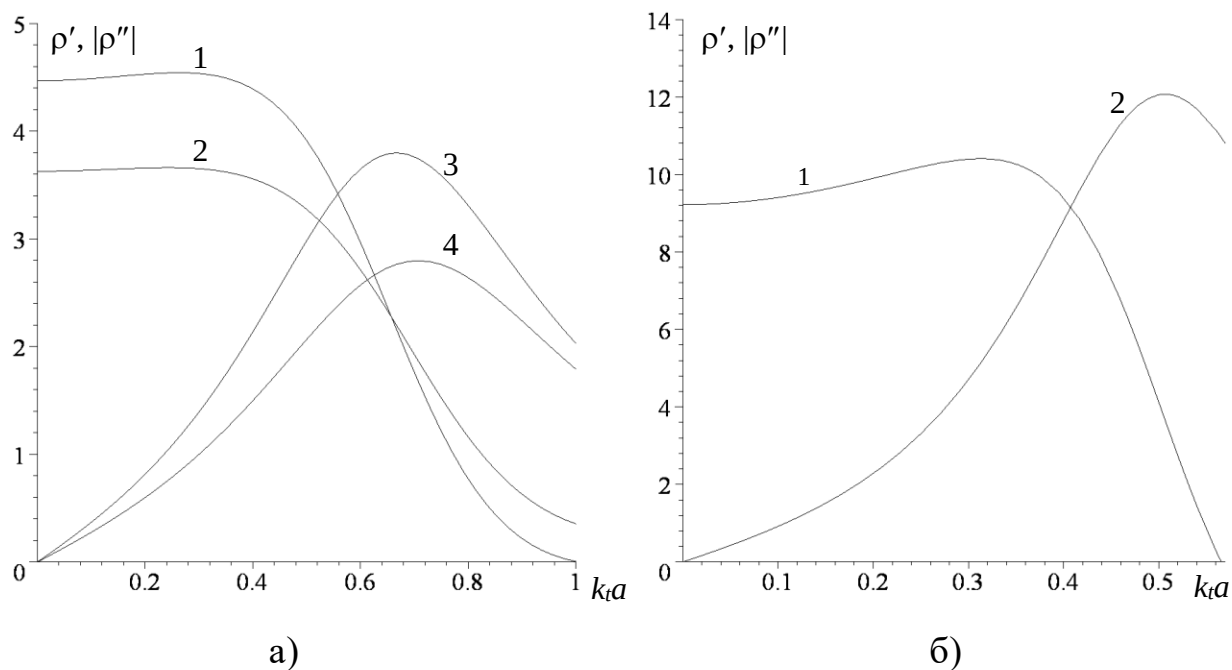


Рис. 4.4.1. Частотні характеристики дійсної (ρ') а) (1, 2); б) (1) та уявної ($|\rho''|$) а) (3, 4); б) (2) частин комплексної густини для композитів ТПУ+Мо а) (1, 3); ТПУ+Fe а) (2, 4); ТПУ+W б) (1, 2).

Теоретичні розрахунки уявної частини величини комплексної густини показали, що значення ρ'' є від'ємними для всіх досліджуваних композитів у всьому діапазоні значень $k_1 a$ на відміну від ЗПМ з гумоподібною матрицею, де величина ρ'' є додатною.

Функціональні залежності величини $|\rho''|$ від величини $k_1 a$ мають типовий резонансний вид з максимумом при $k_1 a$, яке для композиту ТПУ+W становить 0,51; для ТПУ+Мо – 0,67; для ТПУ+Fe – 0,71.

Точкою резонансу є умова $\rho' = 1$, а значення величини ефективних втрат $\theta = \frac{\rho'}{|\rho''|}$ для композитів ТПУ+W становить 0,09, для ТПУ+Fe – 0,39, для ТПУ+Mo – 0,29. При цьому значення величини $k_t a$, відповідно, рівні 0,55; 0,83; 0,77.

При критичному наповненні полімерних систем виникає просторове впорядкування, і рух частинки наповнювача залежить від переміщення її сусідів. Таку лінійну систему можна представити як одномірний суперкристал з періодом s [136]. Згідно роботи [137] для розмірів частинок наповнювача $a = (0,3 - 1)$ мкм період s знаходиться в діапазоні значень $(0,46 - 0,80)a$. Оцінка величини λ_t на основі теоретичних значень $k_t a$ при резонансі та експериментальних значеннях швидкості поширення поперечних хвиль для металонаповнених ТПУ-систем з ауксетик-матрицею показує, що величини s і λ_t відрізняються на порядки. Очевидно, що у такому випадку слід переходити від області значень $k_t s \leq 1$ до області $k_t s \ll 1$ з спеціальним теоретичним підходом [133].

4.5. Похибки під час вимірювань імерсійним методом та визначення модулів пружності та коефіцієнта Пуассона

4.5.1. Визначення похибок за імерсійного методу вимірювань

Основними параметрами при вимірюваннях ультразвуковими методами для визначення швидкостей поширення поздовжньої v_l , поперечної v_t у матеріалі є час проходження зондуєчого УЗ-імпульсу та його амплітуда.

При імерсійному методі вимірювань, крім вказаних вище параметрів, визначають швидкість поширення ультразвуку в рідині v_p та відносну похибку ε_{v_p} . Із співвідношення (4.3.5) для ε_{v_p} отримуємо:

$$\varepsilon_{v_p} = \frac{\Delta L}{L} + \frac{\Delta \tau}{\tau}, \quad (4.5.1)$$

де $\Delta \tau$ – абсолютна похибка при вимірюванні часу проходження УЗ-сигналу;
 ΔL – абсолютна похибка при вимірюванні відстані між датчиками.

При відомому значенні v_p , та різниці між часом проходження $\Delta \tau_l$ відносну похибку швидкості поширення поздовжньої хвилі (ε_{v_l}) визначимо таким чином [89]:

$$\varepsilon_{v_l} = \frac{\Delta v_l}{v_l} = \frac{\Delta v_p}{v_p} + \frac{\Delta d}{d} + \frac{\Delta d + \Delta(\Delta \tau_l)v_p + \Delta \tau_l \Delta v_p}{d - \Delta \tau_l v_p}, \quad (4.5.2)$$

де Δv_l – абсолютна похибка визначення поздовжньої хвилі; Δv_p – абсолютна похибка при вимірюванні швидкості поширення УЗ у рідині; Δd – абсолютна похибка при вимірюванні товщини зразка; $\Delta \tau_l$ – абсолютна похибка при вимірюванні часу проходження УЗ-сигналу.

Для визначення швидкості поширення поперечної хвилі відносну похибку визначимо таким чином [89]:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{v_t} = \frac{\Delta v_t}{v_t} = \frac{\Delta v_p}{v_p} + & \frac{\sin(2\theta_{кр.})\Delta\theta_{кр.}}{2\left(\sin^2(\theta_{кр.}) + \left(\cos(\theta_{кр.}) - \frac{v_p\Delta\tau_t}{d}\right)^2\right)} + \\ & + \frac{\left(\cos(\theta_{кр.}) - \frac{v_p\Delta\tau_t}{d}\right)\left(\sin(\theta_{кр.})\Delta\theta_{кр.} + \frac{\Delta v_p\Delta\tau_t d + v_p\Delta\tau d + v_p\Delta\tau_t\Delta d}{d^2}\right)}{\sin^2(\theta_{кр.}) + \left(\cos(\theta_{кр.}) - \frac{v_p\Delta\tau_t}{d}\right)^2}, \end{aligned} \quad (4.5.3)$$

де Δv_p – абсолютна похибка визначення поперечної хвилі; $\Delta\theta_{кр.}$ – абсолютна похибка при вимірюванні критичного кута повороту зразка; $\Delta\tau_t$ – абсолютна похибка при вимірюванні часу проходження УЗ-сигналу.

Співвідношення для визначення відносних похибок дійсних та уявних складових $\varepsilon_{E'}(\varepsilon_{E''})$, $\varepsilon_{\mu'}(\varepsilon_{\mu''})$ комплексних динамічних модулів E^* та μ^* запишемо таким чином [138]:

$$\begin{aligned}\varepsilon_{E'} = & \frac{\Delta\rho}{\rho} + 2\frac{\Delta v_l}{v_l} + 2\frac{\alpha_l\Delta\alpha_l v_l^2\omega + \alpha_l^2 v_l\Delta v_l\omega + \alpha_l^2 v_l^2\Delta\omega}{\omega^3 - \alpha_l^2 v_l^2\omega} + \\ & + 4\frac{\alpha_l\Delta\alpha_l v_l^2\omega + \alpha_l^2 v_l\Delta v_l\omega + \alpha_l^2 v_l^2\Delta\omega}{\omega^3 + \alpha_l^2 v_l^2\omega};\end{aligned}\quad (4.5.4)$$

$$\begin{aligned}\varepsilon_{\mu'} = & \frac{\Delta\rho}{\rho} + 2\frac{\Delta v_t}{v_t} + 2\frac{\alpha_t\Delta\alpha_t v_t^2\omega + \alpha_t^2 v_t\Delta v_t\omega + \alpha_t^2 v_t^2\Delta\omega}{\omega^3 - \alpha_t^2 v_t^2\omega} + \\ & + 4\frac{\alpha_t\Delta\alpha_t v_t^2\omega + \alpha_t^2 v_t\Delta v_t\omega + \alpha_t^2 v_t^2\Delta\omega}{\omega^3 + \alpha_t^2 v_t^2\omega};\end{aligned}\quad (4.5.5)$$

$$\begin{aligned}\varepsilon_{E''} = & \frac{\Delta\rho}{\rho} + 3\frac{\Delta v_l}{v_l} + \frac{\Delta\alpha_l}{\alpha_l} + \frac{\Delta\omega}{\omega} + \\ & + 4\frac{\alpha_l\Delta\alpha_l v_l^2\omega + \alpha_l^2 v_l\Delta v_l\omega + \alpha_l^2 v_l^2\Delta\omega}{\omega^3 + \alpha_l^2 v_l^2\omega};\end{aligned}\quad (4.5.6)$$

$$\begin{aligned}\varepsilon_{\mu''} = & \frac{\Delta\rho}{\rho} + 3\frac{\Delta v_t}{v_t} + \frac{\Delta\alpha_t}{\alpha_t} + \frac{\Delta\omega}{\omega} + \\ & + 4\frac{\alpha_t\Delta\alpha_t v_t^2\omega + \alpha_t^2 v_t\Delta v_t\omega + \alpha_t^2 v_t^2\Delta\omega}{\omega^3 + \alpha_t^2 v_t^2\omega},\end{aligned}\quad (4.5.7)$$

де $\Delta\alpha_l$ – абсолютна похибка при вимірюванні коефіцієнта поглинання поздовжніх хвиль у зразку; $\Delta\alpha_t$ – абсолютна похибка при вимірюванні коефіцієнта поглинання поперечних хвиль у зразку; $\Delta\omega$ – абсолютна похибка циклічної частоти збудження УЗ-хвиль.

Відносні похибки для коефіцієнтів поглинання ε_{α_l} та ε_{α_t} визначимо наступним чином:

$$\varepsilon_{\alpha_l} = \frac{\Delta\alpha_l}{\alpha_l} = \frac{\Delta d}{d} + \frac{\Delta A|A_t - A_0|}{A_0 A_t \ln \frac{A_0}{A_t}}; \quad (4.5.8)$$

$$\begin{aligned}\varepsilon_{\alpha_t} = & \frac{\Delta\alpha_t}{\alpha_t} = \frac{\Delta v_t}{v_t} + \frac{\Delta d}{d} + \\ & + \frac{2(v_t\Delta v_t + v_p\Delta v_p \sin^2(\theta_{кр.})) + v_p^2 \sin(2\theta_{кр.})\Delta\theta_{кр.}}{2(v_t^2 - v_p^2 \sin^2(\theta_{кр.}))} + \frac{\Delta A|A_t - A_0|}{A_0 A_t \ln \frac{A_0}{A_t}},\end{aligned}\quad (4.5.9)$$

де ΔA – абсолютна похибка при вимірюванні амплітуди сигналу на УЗ-перетворювачі.

Враховуючи, що абсолютна похибка вимірювання фізичної величини рівна добутку відносної похибки на її значення, співвідношення (4.5.8) та (2.3.4)–(2.3.7) можна переписати наступним чином:

$$\varepsilon_{\alpha_t} = \varepsilon_{v_t} + \frac{\Delta d}{d} + \frac{2(v_t^2 \varepsilon_{v_t} + v_p^2 \varepsilon_{v_p} \sin^2(\theta_{кр.})) + v_p^2 \sin(2\theta_{кр.}) \Delta \theta_{кр.}}{2(v_t^2 - v_p^2 \sin^2(\theta_{кр.}))} + \frac{\Delta A |A_t - A_0|}{A_0 A_t \ln \frac{A_0}{A_t}}; \quad (4.5.10)$$

$$\varepsilon_{E'} = \varepsilon_p + 2\varepsilon_{v_l} + 2 \frac{\alpha_l^2 v_l^2 (\varepsilon_{\alpha_l} + \varepsilon_{v_l} + \varepsilon_{\omega})}{\omega^2 - \alpha_l^2 v_l^2} + 4 \frac{\alpha_l^2 v_l^2 (\varepsilon_{\alpha_l} + \varepsilon_{v_l} + \varepsilon_{\omega})}{\omega^2 + \alpha_l^2 v_l^2}; \quad (4.5.11)$$

$$\varepsilon_{\mu'} = \varepsilon_p + 2\varepsilon_{v_t} + 2 \frac{\alpha_t^2 v_t^2 (\varepsilon_{\alpha_t} + \varepsilon_{v_t} + \varepsilon_{\omega})}{\omega^2 - \alpha_t^2 v_t^2} + 4 \frac{\alpha_t^2 v_t^2 (\varepsilon_{\alpha_t} + \varepsilon_{v_t} + \varepsilon_{\omega})}{\omega^2 + \alpha_t^2 v_t^2}; \quad (4.5.12)$$

$$\varepsilon_{E''} = \varepsilon_p + 3\varepsilon_{v_l} + \varepsilon_{\alpha_l} + \varepsilon_{\omega} + 4 \frac{\alpha_l^2 v_l^2 (\varepsilon_{\alpha_l} + \varepsilon_{v_l} + \varepsilon_{\omega})}{\omega^2 + \alpha_l^2 v_l^2}; \quad (4.5.13)$$

$$\varepsilon_{\mu''} = \varepsilon_p + 3\varepsilon_{v_t} + \varepsilon_{\alpha_t} + \varepsilon_{\omega} + 4 \frac{\alpha_t^2 v_t^2 (\varepsilon_{\alpha_t} + \varepsilon_{v_t} + \varepsilon_{\omega})}{\omega^2 + \alpha_t^2 v_t^2}. \quad (4.5.14)$$

Для оцінки похибок при визначенні дійсних та уявних частин комплексних динамічних модулів E^* , μ^* та k^* імерсійним методом проведена серія вимірювань на експериментальній установці представлений у роботах [139–141]. Діапазон можливих значень первинних параметрів та їх абсолютні і відносні похибки представлені в табл. 4.5.1.

Розрахунки відносних похибок при визначенні значень швидкостей поширення v_l , v_t та коефіцієнтів їх поглинання α_l і α_t проведені для ПВХ та ТПУ, коефіцієнт Пуассона яких відрізняється за величиною та знаком представлені в табл. 4.5.2.

Аналіз результатів показує, що при визначенні v_l отримуємо достатньо значні граничні відносні похибки. Так для ПВХ ε_{v_l} рівне 1,1 %, а для ТПУ відповідно – 0,7 %. З врахуванням значень швидкостей поширення

поздовжніх хвиль у зразках полімерних матеріалів невизначеності v_l , відповідно, для ПВХ та ТПУ рівні 25 і 12 м/с.

Таблиця 4.5.1

Значення первинних параметрів, абсолютні та відносні похибки при вимірюванні іммерсійним УЗ-методом

Величина, одиниці вимірювання	Діапазон значень	Абсолютна похибка вимірювань	Відносна похибка
ρ , кг/м ³	915–1400		0,2 %
d , мм	5–9	$5 \cdot 10^{-4}$	$\leq 0,01$ %
τ , мкс	100–110	0,025	0,05 %
v_p , м/с	1395	≤ 1	$\leq 0,08$ %
$\theta_{кр.}$, град	30–61	0,025	0,04–0,08 %
A_0 , мВ	150–250	0,5	0,2–0,33 %
A , мВ	15–150	0,5	0,33–10 %
f , КГц	300	15	$\leq 5,0$ %

Основний внесок у ε_{v_l} вносить $\Delta\tau_l$, значення якої залежить від того, наскільки швидкість поширення поздовжньої хвилі у зразку полімерного матеріалу більша за швидкість поширення УЗ у іммерсійній рідині. Для оцінки можливого мінімального значення відносної похибки $\varepsilon_{v_l \min}$, при визначенні швидкості v_l , знайдемо границю функції $\varepsilon_{v_l} = f(\Delta\tau_l)$, коли $\Delta\tau_l \rightarrow 0$:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{v_l \min} &= \lim_{\Delta\tau_l \rightarrow 0} \varepsilon_{v_l} = \lim_{\Delta\tau_l \rightarrow 0} \left(\frac{\Delta v_p}{v_p} + \frac{\Delta d}{d} + \frac{\Delta d + \Delta\tau v_p + \Delta\tau_l \Delta v_p}{d - \Delta\tau_l v_p} \right) \\ &= \frac{v_p \Delta d + d \Delta v_p + \Delta\tau v_p (1 + v_p)}{v_p d} \end{aligned} \quad (4.5.15)$$

Оцінка за співвідношенням (4.5.15) показує, що для значення d рівному 5 і 9 мм значення $\varepsilon_{v_l \min}$ відповідно дорівнює 0,8 % та 0,5 %.

В такому випадку зменшення значення ε_{v_l} , при вимірювання, потрібно досягати за рахунок збільшення величини товщини полімерних зразків.

Таблиця 4.5.2

Абсолютні і відносні похибки величин при визначенні швидкостей поширення УЗ-хвиль, коефіцієнтів затухання та дійсних і уявної частин комплексних динамічних модулів пружності для ПВХ та ТПУ

Величина, одиниці вимірювання	Значення	Абсолютна похибка	Відносна похибка
ПВХ			
ν_l , м/с	2310	25	1,1 %
ν_t , м/с	1097	5	0,5 %
α_l , П/м	47,3	0,2	0,4 %
α_t , П/м	140,4	1,7	1,2 %
$E' \cdot 10^{-9}$, Н/м ²	7,38	0,18	2,5 %
Величина, одиниці вимірювання	Значення	Абсолютна похибка	Відносна похибка
$E'' \cdot 10^{-8}$, Н/м ²	8,59	0,77	9,0 %
$\mu' \cdot 10^{-9}$, Н/м ²	1,65	0,02	1,4 %
$\mu'' \cdot 10^{-8}$, Н/м ²	2,71	0,18	6,8 %
$k' \cdot 10^{-9}$, Н/м ²	5,18	0,20	3,9 %
$k'' \cdot 10^{-8}$, Н/м ²	4,97	0,95	19,1 %
ТПУ			
α_l , Нп/м	35,5	0,1	0,4 %
α_t , Нп/м	194,0	3,3	1,7 %
$E' \cdot 10^{-9}$, Н/м ²	2,95	0,05	1,7 %
$E'' \cdot 10^{-8}$, Н/м ²	1,82	0,14	7,8 %
$\mu' \cdot 10^{-9}$, Н/м ²	2,09	0,04	1,8 %
$\mu'' \cdot 10^{-8}$, Н/м ²	6,23	0,43	6,9 %
$k' \cdot 10^{-9}$, Н/м ²	0,16	0,09	56,3 %
$k'' \cdot 10^{-8}$, Н/м ²	– 6,49	0,57	8,7 %

Для швидкостей поширення поперечних хвиль значення ε_{ν_t} знаходиться у діапазоні значень 0,4–0,5 %, що цілком прийнятно для даного методу.

Для коефіцієнтів поглинання поздовжніх та поперечних хвиль у зразках полімерних матеріалів відносні похибки дорівнюють $\varepsilon_{\alpha_l} = 0,4 \%$ та $\varepsilon_{\alpha_t} = 1,2 - 1,7 \%$, що цілком задовольняють результати визначення α_l і α_t .

Відносні похибки визначення дійсних та уявних частин комплексних динамічних модулів Юнга та зсуву за співвідношеннями (4.5.11)–(4.5.14) представлені в табл. 4.5.2.

Отримані результати вказують на те, що для величин E' та μ' значення $\varepsilon_{E'}$ та $\varepsilon_{\mu'}$ менші, ніж результати теоретичної оцінки при вимірюваннях методом динамічної жорсткості.

Для уявних частин комплексних модулів Юнга та зсуву навпаки значення $\varepsilon_{E''}$ та $\varepsilon_{\mu''}$ вищі у 2,7–3 рази у порівнянні із теоретичними оцінками при вимірюваннях методом динамічної жорсткості. Але при цьому слід відзначити, що основний внесок у високі значення $\varepsilon_{E''}$ і $\varepsilon_{\mu''}$ при іммерсійних вимірюваннях дає величина ε_0 , яка декларується виробником УЗ-перетворювачів.

Експериментальні вимірювання частоти УЗ-хвилі в рідині на УЗ-перетворювачі дають значення як мінімум у двічі менші ніж ті, що вказується виробником. В такому випадку величини $\varepsilon_{E''}$ та $\varepsilon_{\mu''}$ будуть меншими на 2,5 %.

Значення абсолютних та відносних похибок для дійсної та уявної частини модуля об'ємної деформації розраховуються на основі абсолютних похибок визначення величин $E'(E'')$ та $\mu'(\mu'')$ і представлені в табл. 4.5.8.

В табл. 4.5.3. наведені основні джерела похибок при вимірюваннях комплексних динамічних модулів пружності полімерних в'язкопружного матеріалів.

Таблиця 4.5.3

Порівняльні характеристики методів вимірювання

	Метод	
	Динамічної жорсткості	Ультразвуковий іммерсійний
Основні джерела похибок	помилки у виготовленні зразка для вимірювань, невірний вибір геометрії зразка	різниця між швидкостями поширення поздовжніх та поперечних хвиль у зразку та швидкістю ультразвуку у іммерсійній рідині

4.5.2. Аналіз похибок визначення коефіцієнта Пуассона іммерсійним методом

Іммерсійний УЗ-метод використовують при вимірюваннях для визначення дійсної частини комплексного ν^* від -1 до $0,5$. При $\nu' = 0,5$ для абсолютно не стисливого матеріалу повністю відсутні зсувні деформації, а швидкість ν_t рівна нулю. Метод також має обмеження для пористих матеріалів по верхній межі частотного діапазону збудження ультразвуку. Якщо розмір пор більший за довжину УЗ-хвилі, то у зразку спостерігається велике поглинання ультразвуку або взагалі його проходження.

Відносну похибку визначення коефіцієнта Пуассона (ε_ν) оцінимо за таким співвідношеннями [139]:

$$\varepsilon_\nu = \frac{\Delta \nu}{\nu} = \frac{\sqrt{\Delta \nu_l^2 \left(\frac{\partial \nu}{\partial \nu_l} \right)^2 + \Delta \nu_t^2 \left(\frac{\partial \nu}{\partial \nu_t} \right)^2}}{\nu}, \quad (4.5.5)$$

де Δv – абсолютна похибка визначення коефіцієнта Пуассона v ; Δv_l – абсолютна похибка вимірювання поздовжньої хвилі у зразку, Δv_t – абсолютна похибка вимірювання поперечної хвилі у зразку; $\frac{\partial v}{\partial v_l}, \frac{\partial v}{\partial v_t}$ – відповідні частинні похідні.

Із врахуванням (4.3.13) та частинних похідних $\frac{\partial v}{\partial v_l}, \frac{\partial v}{\partial v_t}$

співвідношення (4.5.5) запишемо у наступному вигляді:

$$\varepsilon_v = \sqrt{\varepsilon_{v_l}^2 + \varepsilon_{v_t}^2} f(\xi), \quad (4.5.6)$$

де $f(\xi)$ – функція коефіцієнта Пуассона, $f(\xi) = \left| \frac{2\xi^2}{(2\xi^2 - 1)(\xi^2 - 1)} \right|$, причому

$\xi^2 = \frac{2v - 1}{2v - 2}$; ε_{v_l} – відносна похибка визначення швидкості поширення поздовжньої хвилі у зразку; ε_{v_t} – відносна похибка визначення швидкості поширення поперечної хвилі у зразку.

Графік залежності ε_v від величини v представлено на рис. 4.5.1.

Для імерсійного УЗ-методу в діапазоні значень $0,3 \leq v < 0,45$ відносна похибка оцінена за співвідношенням (4.5.6) рівна 0,3–2,1 %. Для коефіцієнта Пуассона полімерних ауксетиків прийнятною похибкою можна вважати величину $\varepsilon_v = 15,5 \%$, що відповідає $v = -0,3$. Із зменшенням величини v до -1 відносна похибка не буде перевищувати вказане значення ε_v [89, 139].

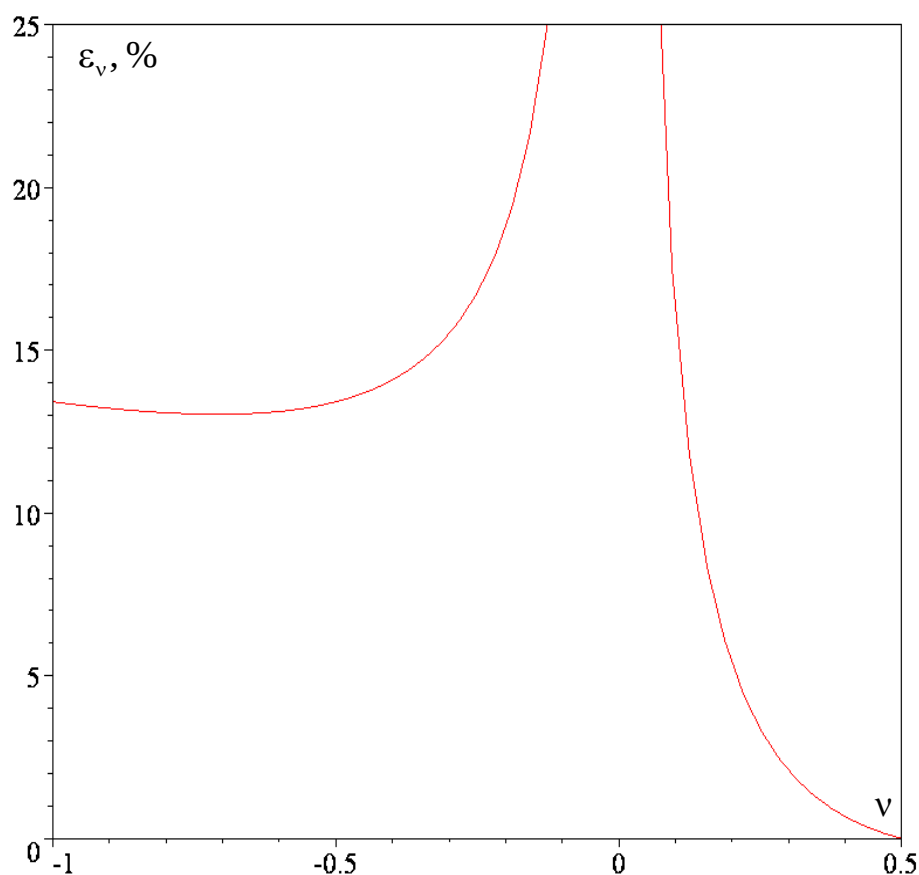


Рис. 4.5.1. Графік залежності відносної похибки ε_v від величини ν .

4.5.3. Порівняльний аналіз похибок визначення модулів пружності

Отримані результати вказують на те, що для величин E' та μ' значення $\varepsilon_{E'}$ та $\varepsilon_{\mu'}$ менші, ніж результати теоретичної оцінки при вимірюваннях методом динамічної жорсткості.

Для уявних частин комплексних модулів Юнга та зсуву навпаки значення $\varepsilon_{E''}$ та $\varepsilon_{\mu''}$ вищі у 2,7–3 рази у порівнянні із теоретичними оцінками при вимірюваннях методом динамічної жорсткості. Але при цьому слід відзначити, що основний внесок у високі значення $\varepsilon_{E''}$ і $\varepsilon_{\mu''}$ при імерсійних вимірюваннях дає величина ε_ω , яка декларується виробником УЗ-перетворювачів.

В табл. 4.5.4 наведені основні характеристики методів вимірювання комплексних динамічних модулів пружності полімерних в'язкопружного матеріалів.

Основним джерелом похибок при вимірюваннях методом динамічної жорсткості є вибір форми і розміру зразка. Форма і розміри зразка повинні відповідати діапазону вимірювань випробувальної комірки.

Розміри зразка повинні враховувати прогнозовані значення модулів пружності матеріалу. В загальному випадку для вимірювань матеріалів з низьким модулем пружності вибирають зразки більшої товщини, а для матеріалів з високим модулем пружності – меншої товщини.

Таблиця 4.5.4

Порівняльні характеристики методів вимірювання

Характеристика метода	Метод	
	Динамічної жорсткості	Ультразвуковий іммерсійний
Діапазон частот, КГц	0,01–10	200–50000
Тип деформації	поздовжня, поперечна, всебічний стиск	пружні деформації під дією УЗ-хвиль
Попереднє навантаження	так	ні
Основні джерела похибок	помилки у виготовленні зразка для вимірювань, невірний вибір геометрії зразка	різниця між швидкостями поширення поздовжніх та поперечних хвиль у зразку та швидкістю ультразвуку у іммерсійній рідині

Висновки до розділу 4

Вибір конструкції кювети для експериментальних вимірювань та УЗ-датчиків дозволить отримувати необхідні дані швидкостей поширення ультразвукової хвилі в імерсійній рідині та поздовжніх і поперечних хвиль у зразках для визначення модулів пружності конструкційних та гетерогенних матеріалів.

Для виявлення сигналу та обробки корисного сигналу від ультразвукового датчика розроблено паралельну структуру вимірювального каналу аналогово-цифрового інтерфейсу приладової системи для імерсійних вимірювань швидкостей поширення ультразвукових хвиль.

Виявлення корисного сигналу відгуку запропоновано проводити у визначеному вікні часові розміри та положення якого, відносно ультразвукового імпульсу, вибирають в залежності від технічних та конструктивних особливостей приладової системи.

Розроблено алгоритм роботи аналогово-цифрового інтерфейсу приладової системи для вимірювання часу та амплітуд проходження першого та головного максимумів відгуку на зондуючий ультразвуковий імпульс.

Показана можливість спільної роботи аналогової та цифрової складових інтерфейсу з використанням апаратних можливостей однокристального мікроконтролера для вимірювання амплітуди та часу проходження імпульсу ультразвукового сигналу.

Методи для визначення комплексного коефіцієнта Пуассона в'язкопружних полімерних матеріалів базуються на різних фізичних принципах збудження динамічних деформацій у зразках та вимірюванні первинних параметрів. Вибір метода вимірювань, в значній мірі, залежить від частотного діапазону зовнішнього збурення, типу деформацій у зразку полімерного в'язкопружного матеріалу та орієнтовного значення коефіцієнта Пуассона матеріалу для якого проводяться вимірювання. Розглянуті методи відрізняються основними джерелами похибок, що дає можливість при

отримані експериментальних результатів різними методами значень дійсної і уявної частин комплексного коефіцієнта Пуассона встановити їх достовірність.

Методи динамічної жорсткості та іммерсійний ультразвуковий метод мають однаковий діапазон похибок для визначення складових комплексних динамічних модулів Юнга та зсуву. Розглянуті методи відрізняються основними джерелами похибок, що дає можливість при отриманні результатів вимірювань комплексних динамічних модулів пружності встановити їх достовірність. Вибір метода вимірювань, в значній мірі, залежить від діапазону частот та типу деформації зразка полімерного в'язкопружного матеріалу для якого проводяться вимірювання.

РОЗДІЛ 5

ВИЗНАЧЕННЯ КОЕФІЦІЄНТА ПУАССОНА ЗА ДОПОМОГОЮ ТРЬОХ ТИПІВ АКУСТИЧНИХ ХВИЛЬ

Використання методів збудження та прийому трьох типів хвиль: поздовжньої (l), поперечної (t) та поверхневої акустичної хвилі (ПАХ) Релея (R) і вимірювання швидкостей їх поширення (v_l, v_t, v_R) в полімерних матеріалах дозволяє визначати дійсну v' та уявну v'' частини величини v^* .

5.1. Поздовжня і поперечна акустичні хвилі

При відомих значеннях v_l, v_t коефіцієнт Пуассона ν твердого тіла обчислюється за співвідношенням (4.3.13).

Для визначення дійсної та уявної частин v^* скористаємося співвідношенням (1.4.11) теорії пружності та співвідношеннями (4.3.21)–(4.3.24) для визначення складових комплексного модуля Юнга і модуля зсуву при імерсійних УЗ-вимірюваннях. В такому випадку для величин v', v'' отримаємо [139]:

$$v' = \frac{v_l^2 (\omega^2 - \alpha_l^2 v_l^2) (\omega^2 + \alpha_t^2 v_t^2)^2}{2v_t^2 (\omega^2 - \alpha_t^2 v_t^2) (\omega^2 + \alpha_l^2 v_l^2)^2} - 1; \quad (5.1.1)$$

$$v'' = \frac{v_l^3 \alpha_l (\omega^2 + \alpha_t^2 v_t^2)^2}{2v_t^3 \alpha_t (\omega^2 + \alpha_l^2 v_l^2)^2} - 1. \quad (5.1.2)$$

Відносні похибки визначення дійсної ($\varepsilon_{v'}$) та уявної ($\varepsilon_{v''}$) частин комплексного коефіцієнта Пуассона оцінимо за наступними співвідношеннями [139]:

$$\varepsilon_{v'} = \frac{\Delta v'}{v'} = \frac{\sqrt{\Delta v_l^2 \left(\frac{\partial v'}{\partial v_l} \right)^2 + \Delta v_t^2 \left(\frac{\partial v'}{\partial v_t} \right)^2 + \Delta \alpha_l^2 \left(\frac{\partial v'}{\partial \alpha_l} \right)^2 + \Delta \alpha_t^2 \left(\frac{\partial v'}{\partial \alpha_t} \right)^2 + \Delta \omega^2 \left(\frac{\partial v'}{\partial \omega} \right)^2}}{v'}; \quad (5.1.3)$$

$$\varepsilon_{v''} = \frac{\Delta v''}{v''} = \frac{\sqrt{\Delta v_l^2 \left(\frac{\partial v''}{\partial v_l} \right)^2 + \Delta v_t^2 \left(\frac{\partial v''}{\partial v_t} \right)^2 + \Delta \alpha_l^2 \left(\frac{\partial v''}{\partial \alpha_l} \right)^2 + \Delta \alpha_t^2 \left(\frac{\partial v''}{\partial \alpha_t} \right)^2 + \Delta \omega^2 \left(\frac{\partial v''}{\partial \omega} \right)^2}}{v''}, \quad (5.1.4)$$

де $\Delta v'$ – абсолютна похибка визначення дійсної частини комплексного v^* ; $\Delta v''$ – абсолютна похибка визначення уявної частини комплексного v^* ; Δv_l – абсолютна похибка вимірювання поздовжньої хвилі у зразку, Δv_t – абсолютна похибка вимірювання поперечної хвилі у зразку; $\Delta \alpha_l$ – абсолютна похибка вимірювання коефіцієнту затухання поздовжньої хвилі у зразку; $\Delta \alpha_t$ – абсолютна похибка вимірювання коефіцієнту затухання поперечної хвилі у зразку; $\Delta \omega$ – абсолютна похибка частоти УЗ-хвилі; $\frac{\partial v'}{\partial v_l}, \frac{\partial v'}{\partial v_t}, \frac{\partial v''}{\partial v_l}, \frac{\partial v''}{\partial v_t}, \frac{\partial v''}{\partial \alpha_l}, \frac{\partial v''}{\partial \alpha_t}, \frac{\partial v''}{\partial \omega}$ – відповідні частинні похідні від дійсної та уявної частин комплексного коефіцієнта Пуассона.

Оцінка відносної похибки за співвідношенням (5.1.4) показує, що $\varepsilon_{v'}$ не перевищує 6 %, при цьому відносні похибки відповідних величин рівні:

$$\frac{\Delta v_l}{v_l} = 1 \%; \quad \frac{\Delta v_t}{v_t} = 0,5\%; \quad \frac{\Delta \alpha_l}{\alpha_l} = 0,4 \%; \quad \frac{\Delta \alpha_t}{\alpha_t} = 1,7 \%; \quad \frac{\Delta \omega}{\omega} = 2,5 \% [139].$$

5.2. Поперечна та поверхнева акустичні хвилі

Рівнянням, що пов'язує швидкості поширення трьох типів хвиль (поздовжньої, поперечної та поверхневої) є рівняння Релея [142]:

$$\left(2 - \left(\frac{v_R}{v_t} \right)^2 \right)^2 = 4 \left(2 - \left(\frac{v_R}{v_l} \right)^2 \right)^{\frac{1}{2}} \left(2 - \left(\frac{v_R}{v_t} \right)^2 \right)^{\frac{1}{2}}. \quad (5.2.1)$$

Рівняння (5.2.1) можна представити у поліномному вигляді [143]:

$$\eta^6 - 8\eta^4 + 8(3 - 2\xi^2)\eta^2 - 16(1 - \xi^2) = 0, \quad (5.2.2)$$

де: $\eta = \frac{v_R}{v_t} = \frac{k_t}{k_R}$; $\xi = \frac{v_t}{v_l} = \frac{k_l}{k_t}$; k_l ; k_t ; k_R – хвильові числа відповідно

повздовжньої, поперечної та релєївської хвилі.

Додатні корені рівняння (5.2.1) менші одиниці дають значення швидкості хвилі Релея відносно швидкості поширення поперечної деформації. В силу того, що за умови $0 \leq \left(\frac{v_t}{v_l}\right)^2 < \frac{1}{2}$ всі корені рівняння (5.2.1)

є додатні, а на інтервалі (0,1) є рівно один корінь. Корені більші одиниці визначають величину кута падіння пружної хвилі, при якому проходить обмін поляризацією при відбиванні [144].

Для кореня рівняння (5.2.2), що визначає фазову швидкість хвилі Релея в межах від $0,8741v_t$ до $0,9554v_t$ при v $0 \leq v \leq 0,5$, отримано ряд співвідношень.

Вікторов [143] отримав наближений розв'язок для визначення v_R в явному вигляді:

$$\frac{v_R}{v_t} = \frac{0,87 + 1,12v}{1 + v}. \quad (5.2.3)$$

В роботі [145] співвідношення для визначення швидкості релєївської хвилі в залежності від коефіцієнта Пуассона представлено наступним чином:

$$\frac{v_R}{v_t} = 1 - \frac{\delta}{2} - \frac{5\delta^2}{8} + \frac{29\delta^3}{16}, \quad (5.2.4)$$

де $\delta = \frac{1 - \nu}{4(1 + \nu)}$.

У [146] запропоновано апроксимаційне співвідношення для визначення величини v_R з точністю до 1 % на основі методу роботи [147], де замість розв'язку кубічного рівняння пропонується розв'язувати квадратне рівняння відносно ξ при заданому η :

$$\frac{v_R}{v_t} = 0,8744 + 0,1618v + 0,0364v(1 - 2v). \quad (5.2.5)$$

В діапазоні від'ємних значень v дискримінант приведенного кубічного рівняння (5.2.2) відносно η^2 від'ємний, а тому рівняння має три дійсні корені [148]. Для величини η в межах $0 < \eta < 1$ отримаємо наступний аналітичний розв'язок [148]:

$$\frac{v_R}{v_t} = \frac{4}{3} \left(\sqrt{2(6\xi^2 - 1)^3} \cos \left(\frac{1}{3} \left(\arccos \left(\frac{45\xi^2 - 17}{2\sqrt{2(6\xi^2 - 1)^3}} \right) + 2\pi \right) \right) + 2 \right), \quad (5.2.6)$$

$$\text{де } \xi^2 = \frac{2v - 1}{2v - 2}.$$

На рис. 5.2.1 представлена залежність величини $\frac{v_R}{v_t}$ від v . Значення v_R

в діапазоні від'ємних значень коефіцієнта Пуассона монотонно зменшуються до $0,6889v_t$ при $v = -1$.

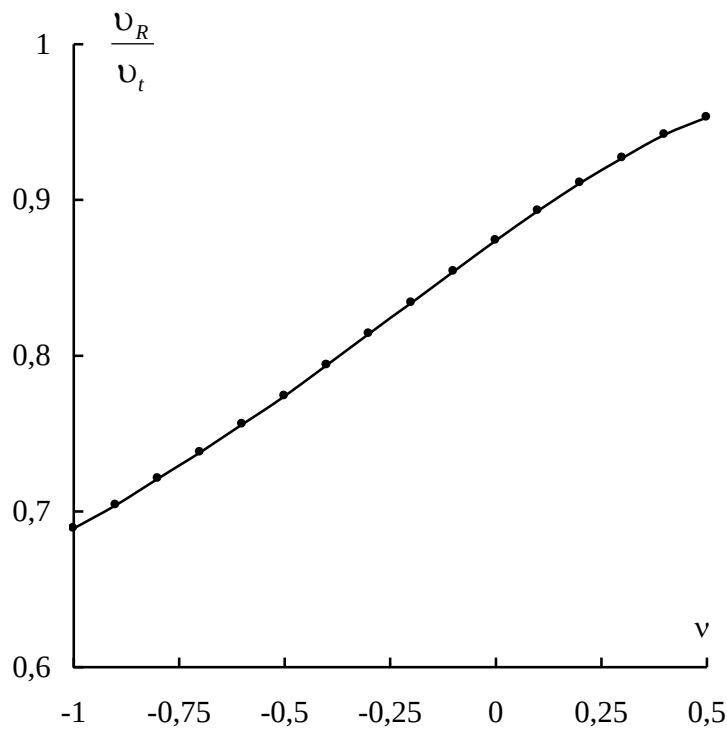


Рис. 5.2.1. Залежність відношення швидкості хвилі Релея v_R до швидкості поперечної хвилі v_t від коефіцієнта Пуассона ν середовища поширення.

З врахуванням розв'язків рівняння (5.2.6) для від'ємних значень ν апроксимаційне співвідношення для визначення фазової швидкості поверхневої хвилі Релея відносно швидкості поперечної деформації, з коефіцієнтом кореляції $R^2 = 0,999$, представимо у вигляді кубічної функції коефіцієнта Пуассона в діапазоні його значень від -1 до $0,5$:

$$\frac{v_R}{v_t} = 0,874 + 0,1916\nu - 0,0387\nu^2 - 0,0461\nu^3. \quad (5.2.7)$$

Для діапазону від'ємних значень величини ν в роботі [149] запропоновано наступне співвідношення для визначення швидкості ПАХ Релея відносно швидкості поперечної хвилі:

$$\frac{v_R}{v_t} = \frac{2}{3} \left(4 - \sqrt[3]{h_2(\xi)} + \frac{2(1-6\xi)}{\sqrt[3]{h_2(\xi)}} \right), \quad (5.2.8)$$

де $h_1(\xi) = 3\sqrt{33 - 186\xi + 321\xi^2 - 192\xi^3}$; $h_2(\xi) = 17 - 45\xi + h_1(\xi)$.

В роботах [150] та [151] запропоновані такі апроксимаційні співвідношення для визначення відношення $\frac{v_R}{v_t}$:

$$\frac{v_R}{v_t} = 0,874 + 0,196\nu - 0,043\nu^2 - 0,055\nu^3; \quad (5.2.9)$$

$$\frac{v_R}{v_t} = \frac{1}{1,14418 - 0,2577\nu + 0,12661\nu^2}. \quad (5.2.10)$$

Розглянемо пружне ауксетик-середовище з втратами, де хвильові числа є комплексними величинами:

$$k_l^* = k_l' + ik_l''; \quad (5.2.11)$$

$$k_t^* = k_t' + ik_t''; \quad (5.2.12)$$

$$k_R^* = k_R' + ik_R''. \quad (5.2.13)$$

Нехай затухання поздовжніх і поперечних хвиль мале ($k'_l \gg k''_l, k'_t \gg k''_t$) і однакове в усіх точках ауксетик-середовища. В такому випадку комплексні хвильові числа k_l^*, k_t^*, k_R^* представимо у вигляді:

$$k_l^* = k'_l(1 + i\alpha); \quad (5.2.14)$$

$$k_t^* = k'_t(1 + i\beta); \quad (5.2.15)$$

$$k_R^* = k'_R(1 + i\gamma), \quad (5.2.16)$$

де $\alpha = \frac{k''_l}{k'_l}; \beta = \frac{k''_t}{k'_t}; \gamma = \frac{k''_R}{k'_R}$ – малі дійсні поправки, що чисельно рівні коефіцієнтам поглинання α_l, α_t та ПАХ Релея (α_R) на довжині відповідної хвилі $\lambda_l; \lambda_t; \lambda_R$:

$$\alpha = \alpha_l \lambda_l = \frac{2\pi\alpha_l v_l}{\omega}; \quad (5.2.17)$$

$$\beta = \alpha_t \lambda_t = \frac{2\pi\alpha_t v_t}{\omega}; \quad (5.2.18)$$

$$\gamma = \alpha_R \lambda_R = \frac{2\pi\alpha_R v_R}{\omega}. \quad (5.2.19)$$

Для визначення v', v'' повернемося до характеристичного рівняння (5.2.2), яке при комплексних k_l^*, k_t^*, k_R^* має такий вигляд:

$$\eta'^6 \frac{(1+i\beta)^6}{(1+i\gamma)^6} - 8\eta'^4 \frac{(1+i\beta)^4}{(1+i\gamma)^4} + 8\eta'^2 \frac{(1+i\beta)^2}{(1+i\gamma)^2} (3 - 2|\xi^*|^2) - 16(1 - |\xi^*|^2) = 0, \quad (5.2.20)$$

$$\text{де } \eta^* = \eta' + i\eta''; |\eta^*|^2 = \frac{|k_t^*|^2}{|k_R^*|^2}; \xi^* = \xi' + i\xi''; |\xi^*|^2 = \frac{|k_l^*|^2}{|k_t^*|^2}.$$

Прирівнюючи до нуля дійсну і уявну частини нехтуючи члена порядку $\alpha^2, \beta^2, \gamma^2$ і вище отримаємо два рівняння. Перше з них визначає дійсну частину v^* у розглянутому середовищі, а друге – уявну частину v^* і мають такий вигляд [152]:

$$\eta'^6 - 8\eta'^4 + 8(3 - 2\xi'^2)\eta'^2 - 16(1 - \xi'^2) = 0; \quad (5.2.21)$$

$$6\eta'^6\beta - 8\eta'^4(4\beta + 2\gamma) + 24\eta'^2(2\beta + 4\gamma) - 16\eta'^2(2\beta + 4\gamma)\xi''^2 - 96\beta(1 - \xi''^2) = 0. \quad (5.2.22)$$

Маємо такі розв'язки рівнянь (5.2.21) і (5.2.22) для ξ' та ξ'' комплексного параметра ξ^* :

$$\xi'^2 = \frac{\eta'^6 - 8\eta'^4 + 24\eta'^2 - 16}{16(\eta'^2 - 1)}; \quad (5.2.23)$$

$$\xi''^2 = \frac{3\eta'^6\beta - 8\eta'^4(2\beta + \gamma) + 24\eta'^2(\beta + 2\gamma) - 48\beta}{16\eta'^2(\beta + 2\gamma) - 48\beta}. \quad (5.2.24)$$

Враховуючи, що

$$\xi'^2 = \frac{2v' - 1}{2v' - 2}, \quad (5.2.25)$$

для дійсної частини комплексного коефіцієнта Пуассона отримаємо:

$$v' = \frac{\eta'^6 - 8\eta'^4 + 16\eta'^2 - 8}{\eta'^6 - 8\eta'^4 + 8\eta'^2}. \quad (5.2.26)$$

Значення уявної частини комплексного v^* будемо визначати із рівняння [152]:

$$\xi'^2 + \xi''^2 = \frac{2\sqrt{v'^2 + v''^2} - 1}{2\sqrt{v'^2 + v''^2} - 2}. \quad (5.2.27)$$

5.3. Поздовжня та поверхнева акустичні хвилі

Розглянемо нову комплексну змінну ζ^* ($\zeta^* = \zeta' + i\zeta''$), яка рівна

$$|\zeta^*|^2 = \frac{|k_I^*|^2}{|k_R^*|^2}. \quad (5.3.1)$$

Характеристичне рівняння (5.2.2) в такому випадку буде мати такий вигляд:

$$\frac{\zeta'^6}{(|\xi^*|^2)^3} \frac{(1+i\alpha)^6}{(1+i\gamma)^6} - 8 \frac{\zeta'^4}{(|\xi^*|^2)^2} \frac{(1+i\alpha)^4}{(1+i\gamma)^4} + 8 \frac{\zeta'^2}{|\xi^*|^2} \frac{(1+i\alpha)^2}{(1+i\gamma)^2} (3 - 2|\xi^*|^2) - 16(1 - |\xi^*|^2) = 0. \quad (5.3.2)$$

Для знаходження дійсної частини та уявної частин комплексного v^* потрібно чисельно розв'язувати такі рівняння відносно ξ'^2 та ξ''^2 при відомому ζ'^2 :

$$16(\xi'^2)^4 - 16(\zeta'^2 + 1)(\xi'^2)^3 + 24\zeta'^2(\xi'^2)^2 - 8\zeta'^4(\xi'^2) + \zeta'^6 = 0; \quad (5.3.3)$$

$$48\gamma(\xi'^2)^4 - 16\zeta'^2(\alpha + 2\gamma)(\xi'^2)^3 - 48\gamma(\xi'^2)^3 + 24\zeta'^2(\alpha + 2\gamma)(\xi'^2)^2 - 8\zeta'^4(2\alpha + \gamma)(\xi'^2) + 3\alpha\zeta'^6 = 0. \quad (5.3.4)$$

Значення v' , v'' знаходимо за співвідношеннями (5.2.25) і (5.2.27).

5.4. Експериментальний стенд для збудження та прийому поверхневих акустичних хвиль

Для збудження та прийому поверхневих акустичних хвиль Релея у полімерному ауксетику із коефіцієнтом Пуассона близьким до мінус одиниці розроблена конструкція експериментального стенду [152].

Збудження та прийом ПАХ Релея проводили за допомогою гребінчастої структури, що створює на поверхні твердого тіла періодичну сукупність нормальних збурень з просторовим періодом λ_R [153].

Схема експериментального стенду та експериментальний стенд із УЗ-перетворювачами МА-300А1 фірми Murata представлені на рис. 5.4.1, 5.4.2.

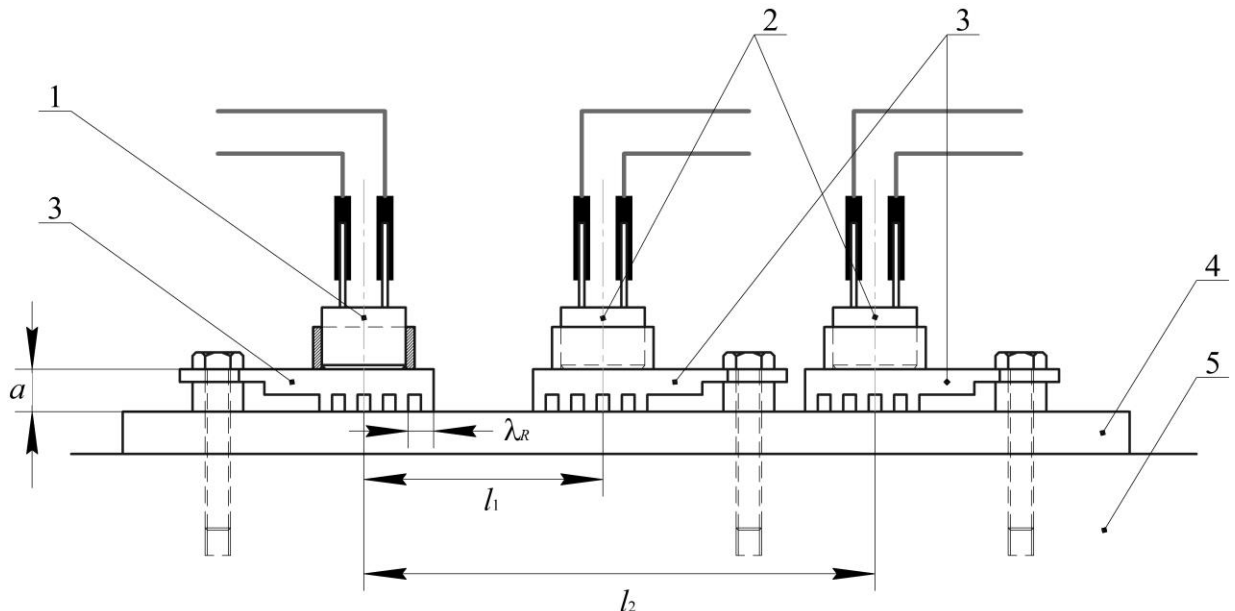


Рис. 5.4.1. Схема експериментального стенду для збудження та прийому ПАХ: 1 – УЗ-перетворювач (випромінювач) МА-300А1; 2 – УЗ-перетворювач (приймач) МА-300А1; 3 – гребінчаста структура; 4 – зразок матеріалу; 5 – поглинаюча підкладка.

Значення λ_R обчислювали за співвідношенням:

$$\lambda_R = \frac{2\pi v_R}{\omega}. \quad (5.4.1)$$

Для швидкості ПАХ Релея $v_R = 976$ м/с, визначеної із співвідношення (5.2.6) при $\nu \cong -1$, довжина хвилі рівна $\lambda_R \cong 3,3$ мм.

Експериментальне значення v_R будемо визначати за виміряним часом τ проходження релеївської хвилі по поверхні зразка і розраховувати за таким співвідношенням [153]:

$$v_R = \frac{v_l l}{v_l \tau - 2a}, \quad (5.4.2)$$

де l – між центрами УЗ-перетворювачів, v_l – швидкість поздовжньої хвилі в матеріалі гребінчастої структури; a – висота гребінчастої структури.

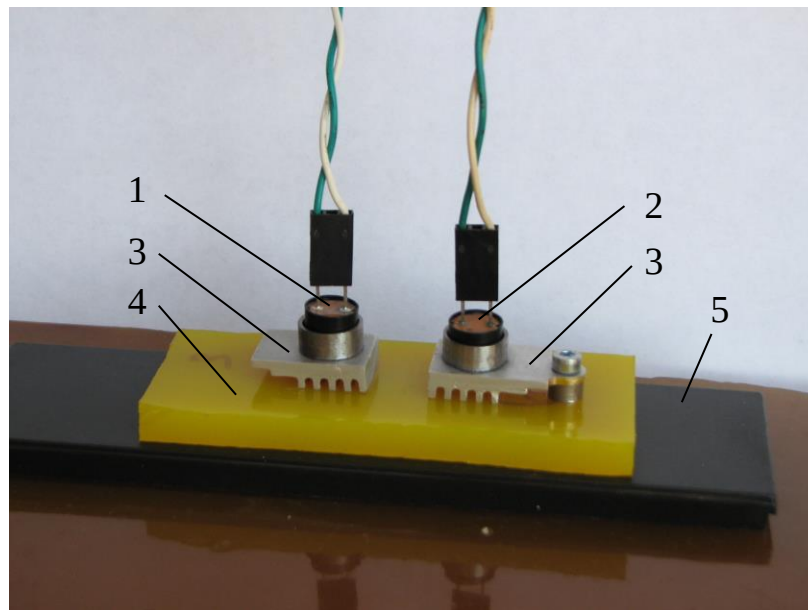


Рис. 5.4.2. Експериментальний стенд: 1 – УЗ-перетворювач (випромінювач) МА-300А1; 2 – УЗ-перетворювач (приймач) МА-300А1; 3 – гребінчаста структура; 4 – зразок матеріалу; 5 – поглинаюча підкладка.

Для оцінки похибки та перевірки адекватності отриманих значень v_R вимірювали час ($\tau_{(standart)}$) проходження імпульсу релеївської хвилі по поверхні еталонного матеріалу для якого значення $v_{R(standart)}$ відомо. При однаковій відстані між УЗ-перетворювачами для обох матеріалів значення v_R визначаємо за таким співвідношенням:

$$v_R = \frac{v_{R(standart)} l}{v_{R(standart)} (\tau - \tau_{(standart)}) + l}. \quad (5.4.3)$$

В якості еталону використовували плавлений кварц $v_{R(standart)} = 3400$ м/с [154].

Коефіцієнт поглинання α_R релеївських хвиль в матеріалі визначаємо за таким співвідношенням:

$$\alpha_R = \frac{1}{l_2 - l_1} \ln \frac{A_1}{A_2}, \quad (5.4.4)$$

де A_1 – амплітуда сигналу на УЗ-перетворювачі, що знаходиться на відстані l_1 ; A_2 – амплітуда сигналу на УЗ-перетворювачі, що знаходиться на відстані l_2 .

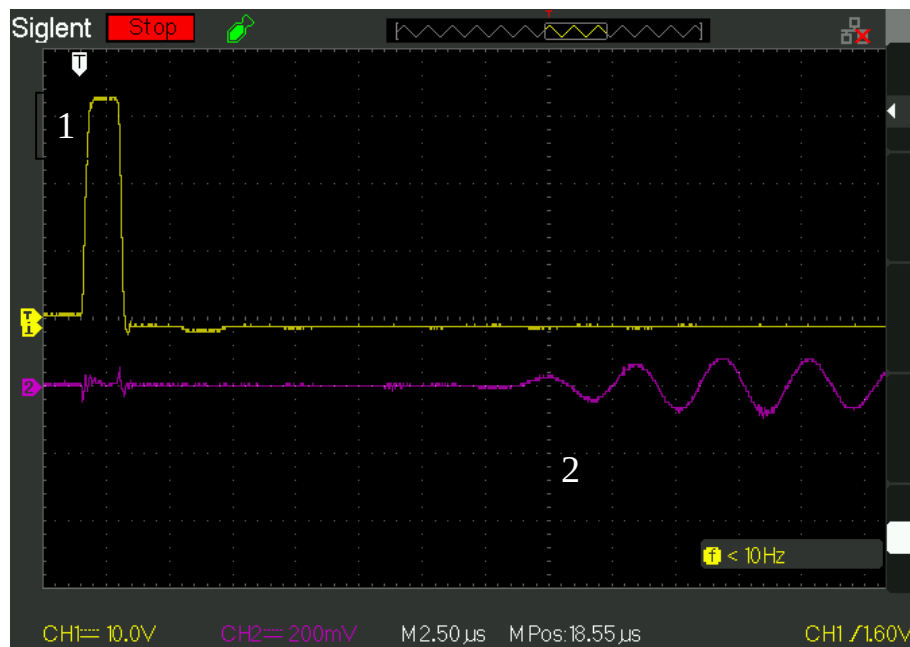


Рис. 5.4.3. Осцилограми імпульсу збудження ПАХ (1) на УЗ-перетворювачі (передавачі) та прийнятого сигналу ПАХ (2) на УЗ-перетворювачі (приймачі) експериментального стенду.

Вимірювання τ та A_1 , A_2 УЗ-сигналу при прийомі ПАХ Релея проводили за допомогою розробленого електронного блоку із аналогово-цифровим інтерфейсом на базі операційних підсилювачів та швидкодіючих компараторів, роботою яких керує однокристальний мікроконтролер Atmega48 [152]. Імпульс збудження ПАХ на УЗ-перетворювачі (передавачі) та сигнал від УЗ-перетворювача (приймача) контролювали за допомогою цифрового осцилографа (рис. 5.4.3).

Експериментальні значення v_R і α_R представлені в табл. 5.4.1. Абсолютна похибка визначення швидкості ПАХ Релея не перевищує 4 м/с, а для коефіцієнта поглинання – 2 Нп/м.

Таблиця 5.4.1.

Експериментальні значення швидкостей поширення поздовжньої, поперечної, релеївської хвиль та коефіцієнтів їх затухання і значення дійсної та уявної частин комплексного коефіцієнта Пуассона визначенні трьома способами

Параметр	Значення
v_l , м/с	1635
v_t , м/с	1415
α_l , Нп/м	36
α_t , Нп/м	197
v' (за співвідношенням (5.4.1))	– 0,99
v'' (за співвідношенням (5.1.2))	– 0,85
α	0,196
β	0,929
v_R , м/с	980
α_R , Нп/м	301
γ	0,983
v' (за співвідношенням (5.2.18))	– 0,98
v'' (розв'язок рівняння (5.2.19) із врахуванням (5.2.16))	– 1,82
v' (із співвідношення (5.2.17) з врахуванням (5.3.2))	– 0,97
v'' (із співвідношенням (5.2.19) з врахуванням (5.3.3))	– 1,60

Аналіз отриманих результатів для дійсної частини комплексного v^* показує, що для трьох випадків вимірювань відхилення v' її середнього значення рівне 0,1, що складає 1 %. Для величини v'' комплексного коефіцієнта Пуассона середнє значення рівне – 1,42. Величини абсолютних відхилень для трьох експериментальних значень v'' , визначених на основі парних експериментів ($l, t; t, R; l, R$), відповідно дорівнюють: 0,57; 0,40; 0,18.

Абсолютна похибка визначення швидкості ПАХ Релея не перевищує 4 м/с, а для коефіцієнта поглинання – 2 Нп/м.

5.5. Оцінка поверхневої енергії за результатами швидкості поширення ПАХ

Поверхневі площинні дефекти, з точки зору структурної організації гетерогенних геоматеріалів, можуть сприяти виникненню коливань великої амплітуди в локальній області, що еквівалентне поширенню пружних збурень у вигляді ПАХ Релея. В такому випадку поглинання енергії на поверхні дефектної області, яка в першу чергу є межою поділу матеріалу, що руйнується, буде визначатися коефіцієнтом поверхневого натягу (γ_s).

Дисперсійне рівняння для ПАХ Релея з врахуванням поверхневого натягу має такий вигляд [155, 156]:

$$\left(2k_R^2 - k_t^2\right)^2 - 4\left(k_R^2 - k_t^2\right)^{\frac{1}{2}}\left(k_R^2 - k_t^2\right)^{\frac{1}{2}}k_R^2 - \frac{\gamma_s}{\mu}\left(k_R^2 - k_t^2\right)^{\frac{1}{2}}k_t^2k_R^2 = 0 \quad (5.5.1)$$

μ – модуль зсуву гетерогенного геоматеріалу.

Проводячи вимірювання на фіксованій частоті швидкостей поширення поздовжньої, поперечної та релеєвської хвиль з достатньою точністю можна визначати величину поверхневого натягу γ_s із рівняння (3.3.1) із врахуванням

впливу різних факторів: температури, тиску адсорбції і т.д. Вимірювання на декількох частотах можуть бути джерелом інформації для оцінки абсолютного значення величини поверхневого натягу [157].

Пісковики є типовим прикладом таких порід, пружні і дисипативні властивості яких суттєво визначаються їх мікроструктурою, а наваність флюїдонасичення надає додатковий сильний вплив на дисперсію і дисипацію сейсмічних та акустичних хвиль. У такому випадку важливим фактором виступає частота релєєвської хвилі, що визначає її дисперсію, а відповідно і абсолютне значення величини γ_s . Теоретичні розрахунки проведені в роботі [156] показують, що дисперсія обумовлена характерною структурою поверхні пропорційна величині ω^4 і при зміні частот від 100 до 200 МГц буде на порядок меншою за дисперсії поверхневого натягу.

В експериментальних дослідженнях по розсіюванню ультразвукових хвиль в зернисто-пористих середовищах інтенсивність хвилі, що пройшла через зразок, зменшується за законом $\exp(-\alpha(\omega)x)$, x – відстань вздовж напрямку поширення; $\alpha(\omega)$ – коефіцієнт поглинання, що залежить від частоти хвилі і з врахуванням фрактальної геометрії поверхні зернисто-пористого простору визначається наступним співвідношенням [158]:

$$\alpha(\omega) \sim \omega^\gamma, \quad (5.5.2)$$

де $\gamma = s + d_f$; в області стохастичного розсіювання довжина релєєвської хвилі $\lambda_R \sim \delta$; δ – характерний розмір зерна (пори) в матеріалі ($s = 2$); d_f – фрактальна розмірність поверхні зернисто-пористого простору.

Зміну інтенсивності релєєвської хвилі на поверхні, як суперпозицію поздовжніх та поперечних хвиль, будемо характеризувати глибиною проникнення $z(v)$ у гетерогенний матеріал, що є функцією v , і визначимо таким чином [159, 160]:

$$z(v) = A(v)\lambda_R, \quad (5.5.3)$$

де λ_R – довжина хвилі Релея; $A(v)$ – число, при якому відношення амплітуди зміщення в напрямку нормалі u_z до амплітуди зміщення в напрямку нормалі на поверхні u_{z0} рівне e^{-1} (e – основа натурального логарифму).

Зміщення в напрямку нормалі, без врахування фазового множника визначимо виразом [159, 160]:

$$u_z = Aq \left(\exp(-qz) - \frac{2k_R^2}{2k_R^2 - k_t^2} \exp(-sz) \right), \quad (5.5.4)$$

де $s^2 = k_R^2 - k_t^2$; $q^2 = k_R^2 - k_l^2$.

Величина γ у співвідношенні (5.5.2) для пісковика, фрактальна розмірність поверхні якого d_f рівна 2,07 – 2,40 [158], задовільно корелює із показником степеня при частоті ПАХ Релея, що характеризує величину дисперсії хвилі. Отримані теоретичні результати вказують на те, що процеси дисперсії і дисипації сейсмічних та акустичних хвиль мають однаковий механізм в якому приймають участь одні і тіж структурні елементи (зерна, пори) співмірні із довжиною релеєвської хвилі.

Експериментальні дослідження швидкостей поширення поздовжніх і поперечних хвиль для різного класу пісковиків показали, що значення v_l і v_t відповідно лежать у діапазонах 3180–3430 м/с та 2100–1780 м/с, при цьому коефіцієнт Пуассона змінюється в межах 0,11–0,32.

За швидкістю поширення поперечних хвиль v_t і коефіцієнтом їх поглинання α_t визначався модуль зсуву за співвідношенням [162]:

$$\mu = (\mu'^2 + \mu''^2)^{\frac{1}{2}} \quad (5.5.5)$$

де μ' і μ'' – дійсна і уявна частина модуля зсуву.

При відповідних значеннях величини v швидкість поверхневої хвилі Релея знаходиться в діапазоні 1870–1590 м/с. При частотах 100 – 200 МГц довжина хвилі Релея λ_R буде лежати відповідно в межах 18–9 мкм і 16–8 мкм для інтервалу зміни величини v . Оцінка величини проникнення ПАХ за

співвідношенням (5.5.3) показує, що в інтервалі зміни величини коефіцієнта Пуассона значення $z(\nu)$ лежить в межах $(0,62-0,64)\lambda_R$ (рис. 5.5.1).

Пустотілість пісковиків досліджена методом ртутної порометрії із пластів шахт Донбасу показала, що вони мають чотири рівня структурної організації відносно пор – мікропустоти, перехідні пори, субмакропори і макропори з відповідними характерними розмірами: 0,003–0,01 мкм; 0,01–0,1 мкм; 0,1–1,0 мкм; 1–3 мкм [163]. Отримані теоретичні оцінки глибини проникнення ПАХ показують, що поверхнева релєєвська хвиля як збурення співмірна із розмірами макропор пісковиків.

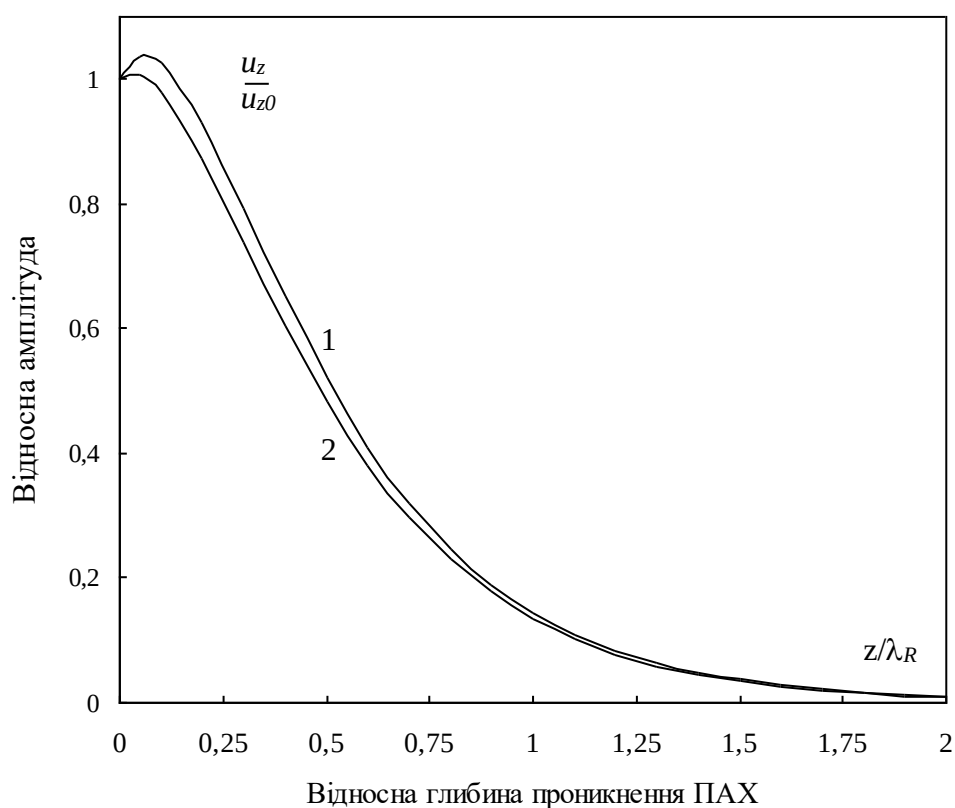


Рис. 5.5.1. Залежності відносних амплітуд у релєєвській хвилі від відносної глибини поширення ПАХ для середовищ з коефіцієнтом Пуассона (1) $\nu = 0,32$; (2) $\nu = 0,11$.

Теоретична оцінка величини γ_s для пісковиків при модулі зсуву, що знаходиться в межах $(0,8-1,1) \cdot 10^4$ МПа, залежить лінійно від частоти

релеєвської хвилі і відповідно дорівнює $(4,7-6,6) \cdot 10^4$ Дж/м² при 100 МГц і $(2,4-3,3) \cdot 10^4$ Дж/м² при частоті 200 МГц [159].

Висновки до розділу 5

Використання співвідношень теорії пружності й рівняння Релея за відомих швидкостей поширення поздовжньої, поперечної та поверхневої акустичних хвиль і коефіцієнтів їх поглинання дає можливість проводити розрахунки дійсної та уявної частин комплексного динамічного коефіцієнта Пуассона полімерного акусетика.

Запропонована експериментальна методика визначення швидкості поширення поверхневої хвилі Релея та коефіцієнта її поглинання у полімерному акусетіку. Отримані значення дійсної та уявної частин комплексного коефіцієнта Пуассона для термопластичного поліуретану вказують на адекватність запропонованих модельних представлень для процесів поширення та поглинання акустичних хвиль трьох типів і хорошу відтворюваність результатів при розрахунках на основі парних експериментів.

Експериментальний стенд при незначних конструктивних змінах може бути використаний при вимірюваннях для полімерних акусетиків із більшим значенням дійсної частини коефіцієнта Пуассона та в'язкопружних полімерних матеріалів із додатнім значенням її величини.

Теоретичні результати вказують на адекватність моделі поверхневих дефектів, у вигляді поширення поверхневих хвиль Релея, для оцінки коефіцієнта поверхневого натягу, а відповідно і поверхневої енергії, гетерогенних матеріалів.

РОЗДІЛ 6

МЕТОДИКА ВИМІРЮВАННЯ ШВИДКОСТЕЙ ПОШИРЕННЯ УЗ-ХВИЛЬ ЗА ОДНОВІСНОЇ НАПРУГИ

Для опису нелінійних пружних властивостей твердих тіл використовуються модулі пружності третього порядку. МПТП описують відхилення від закону Гука і визначають ангармонійні властивості кристалічної ґратки або надмолекулярних утворень аморфних тіл, такі як теплове розширення та високочастотне затухання ультразвуку. Модулі пружності третього порядку для більшості твердих тіл невідомі, але можуть бути використані для аналізу взаємодії акустичних хвиль в різних гетерогенних та конструкційних матеріалах [164].

В задачах, геоакустики та сейсмології розглядається достатньо широкий клас геоматеріалів, неідеальних з позиції теорії пружності, властивості яких досить сильно відрізняються від властивостей більшості консолідованих гірських порід. Інтерес до такого роду матеріалів обумовлений, в першу чергу, перспективною можливістю розробки ефективних методів моніторингу потенційно небезпечних геотехнічних об'єктів та прогнозу природних і техногенних явищ.

Крім того, в останній час з'явилася велика кількість конструкційних матеріалів, в том числі композитів, нелінійні пружні властивості яких повністю не дослідженні [165, 166]. Підвищений інтерес до визначення нелінійних властивостей конструкційних матеріалів викликаний тим, що в роботі [167] була встановлена помітна кореляція між нелінійністю і міцністю таких матеріалів. Тому визначення МПТП різного типу матеріалів має не тільки фундаментальне, але і прикладне значення [168–170].

Для вимірювання МПТП розроблено ряд експериментальних методів [171–174]. Ці методи базуються на результатах вивчення поширення пружних УЗ-хвиль у попередньо напружених середовищах. Теорія поширення поздовжніх та поперечних пружних хвиль в таких середовищах і

теорія нелінійних пружних хвиль досить добре розроблені і знайшли своє використання [164, 174]. Одночасно із експериментальними методами для оцінки величин МПТП використовують теоретичні розрахунки [165, 166, 175].

6.1. Принцип вимірювань для визначення модулів пружності третього порядку

У другому наближенні фізична нелінійність у законі Гука в ізотропних твердих тілах визначається трьома модулями пружності третього порядку A, B, C . Відповідно, для визначення МПТП ізотропного твердого тіла необхідно провести принаймні три незалежних експерименти.

Такими експериментами можуть бути, наприклад, визначення швидкостей поширення поздовжніх та поперечних УЗ-хвиль в ізотропному твердому тілі при різних напруженнях: всебічному тиску p або одновісному напруженні при різних напрямках поширення v_l та v_t .

Із експериментальних даних по всебічному стисненні матеріалів, при тиску до 10^4 МПа, Бріджменом [176] отримана емпірична залежність для відносної зміни об'єму:

$$-\frac{\Delta V}{V} = ap - bp^2, \quad (6.1.1)$$

де a і b – постійні, причому $a = \frac{1}{k_0}$, де k_0 – модуль об'ємної деформації у при атмосферному тиску.

Із (6.1.1) зв'язок між тиском p та $\frac{\Delta V}{V}$ визначається таким чином:

$$p = \frac{b}{a^3} \left(\frac{\Delta V}{V} \right)^2 - \frac{1}{a} \frac{\Delta V}{V}. \quad (6.1.2)$$

Співвідношення для модуля об'ємної деформації буде мати такий вигляд:

$$k = -\frac{dp}{d\left(\frac{\Delta V}{V}\right)} = \frac{1}{a} - \frac{2b}{a^3} \frac{\Delta V}{V} = \frac{1}{a} + \frac{2b}{a^2} p. \quad (6.1.3)$$

Із співвідношення (6.1.3) слідує, що модуль k лінійно залежить від p . Як результат маємо, що [177]:

$$\beta_k = \frac{1}{k_0} \left(\frac{dk}{dp} \right)_0 = \frac{2b}{a}. \quad (6.1.4)$$

Як показують експерименти, для більшості твердих тіл при всебічному стисненні до $\sim 10^3$ МПа модулі другого порядку (модуль Юнга, модуль зсуву, об'ємний модуль, коефіцієнт Пуассона) лінійно залежать від тиску [161, 175]:

$$E(\mu, k, \nu) = E_0(\mu_0, k_0, \nu_0)(1 + \beta_{E(\mu, k, \nu)} p), \quad (6.1.5)$$

де E_0, μ_0, ν_0 – значення модуля Юнга, модуля зсуву та коефіцієнта Пуассона

при атмосферному тиску; $\beta_{E(\mu, k, \nu)} = \frac{1}{E_0(\mu_0, k_0, \nu_0)} \left(\frac{dE(\mu, k, \nu)}{dp} \right)_0$.

Залежність модулів другого порядку від всебічного стиснення можна інтерпретувати у термінах теорії Мурнагана [176]. Її використання можливе до того часу, поки між напругами і деформаціями існує взаємно однозначна відповідність. При цьому припускають [177], що компоненти тензора деформації записують у такому вигляді:

$$\varepsilon_{ik} = \delta_{ik} \varepsilon_0 + \varepsilon'_{ik}, \quad (6.1.6)$$

де ε_0 – деформації, що викликані гідростатичним тиском p , а величина ε'_{ik} – мала поправка до компонентів тензора деформації. Тензор напруг в такому випадку дорівнює:

$$\sigma_{ik} = \delta_{ik} p + \sigma'_{ik}, \quad (6.1.7)$$

де σ'_{ik} – мала поправка.

Зв'язок між малими напругами σ'_{ik} і малими деформаціями ε'_{ik} природньо залежить від p , що може бути інтерпретовано як залежність модулів пружності другого порядку від гідростатичного тиску. Такий зв'язок може бути також виражений через модулі пружності третього порядку A, B і

С. Однак неважко бачити, що визначення залежності двох модулів другого порядку від гідростатичного тиску дає тільки дві (наприклад β_k, β_v) величини для визначення A, B і C [161, 178].

Таким чином, вимірювання модулів другого порядку в залежності від всебічного тиску не дозволяє визначити всі модулі третього порядку. Для цього у випадку ізотропного тіла необхідним є ще один незалежний експеримент. Таким незалежним експериментом може бути, експеримент із одностороннім стисненням (або розтягом) твердого тіла.

Визначення залежності будь якого із модулів другого порядку від односторонньої напруги дозволяє знайти всі модулі третього порядку ізотропного твердого тіла [178].

Залежність адіабатичних лінійних модулів від статичної напруження зазвичай визначається по швидкості поширення ультразвуку в зразках, які знаходяться при всебічному або односторонньому стисненні [178–180].

Швидкості v_l та v_t від p залежить наступним чином [161, 181]:

$$\rho v_l^2 = k_0 + \frac{4}{3}\mu_0 - \frac{p}{3k_0} \left(7k_0 + \frac{16}{3}\mu_0 + 2A + 10B + 6C \right); \quad (6.1.8)$$

$$\rho v_t^2 = \mu_0 - \frac{p}{3k_0} (3k_0 + 4\mu_0 + A + 3B). \quad (6.1.9)$$

При одновісній напрузі, що прикладена вздовж напрямку поширення хвилі, виконуються рівності:

$$\rho v_{l||}^2 = k_0 + \frac{4}{3}\mu_0 - \frac{\sigma}{3k_0} k_0 - \frac{2}{3}\mu_0 + \left(\frac{\left(k_0 + \frac{1}{3}\mu_0 \right) \left(4k_0 + \frac{22}{3}\mu_0 \right)}{\mu_0} + \right. \\ \left. + 2 \frac{k_0 + \frac{1}{3}\mu_0}{\mu_0} A + \frac{4k_0 + \frac{10}{3}\mu_0}{\mu_0} B + 2C \right), \quad (6.1.10)$$

$$\rho v_{t||}^2 = \mu_0 - \frac{\sigma}{3k_0} \left(4k_0 + \frac{4}{3}\mu_0 + \frac{k_0 + \frac{4}{3}\mu_0}{\mu_0} A + B \right), \quad (6.1.11)$$

де σ – механічна напруга.

При одновісній нарузі, що прикладена у напрямку перпендикулярному до напрямку поширення хвилі для поздовжньої хвилі виконується така рівність:

$$\begin{aligned} \rho v_{t\perp}^2 = k_0 + \frac{4}{3}\mu_0 - \frac{\sigma}{3k_0} & \left(4k_0 - \frac{8}{3}\mu_0 + 2 \frac{\left(k_0 - \frac{2}{3}\mu_0\right)^2}{\mu_0} + \right. \\ & \left. + \frac{k_0 - \frac{2}{3}\mu_0}{\mu_0} A + 2 \frac{\left(k_0 - \frac{5}{3}\mu_0\right)}{\mu_0} B - 2C \right). \end{aligned} \quad (6.1.12)$$

Для поперечної хвилі, в такому випадку, швидкість залежить від того як орієнтована напруга σ відносно поляризації поперечної хвилі. Якщо напрямок поляризації і напруги співпадають, то маємо таке співвідношення:

$$(\rho v_{t\perp}^2)_1 = \mu_0 - \frac{\sigma}{3k_0} \left(k_0 + \frac{4}{3}\mu_0 + \frac{k_0 + \frac{4}{3}\mu_0}{\mu_0} A + B \right), \quad (6.1.13)$$

якщо вони взаємно перпендикулярні, відповідно, виконується така рівність:

$$(\rho v_{t\perp}^2)_2 = \mu_0 - \frac{\sigma}{3k_0} \left(2k_0 - \frac{4}{3}\mu_0 + \frac{k_0 - \frac{2}{3}\mu_0}{\mu_0} A - B \right). \quad (6.1.14)$$

Співвідношення (6.1.10)–(6.1.14) можуть бути інтерпретовані як залежності модулів пружності другого порядку від статичної напруги. Для роздільного визначення A , B і C необхідно провести вимірювання як мінімум трьох залежностей швидкості поширення ультразвуку від σ [161, 175, 181].

6.2. Методика проведення вимірювань швидкостей поширення УЗ-хвиль за одновісної напруги

Для визначення МПТП проводили вимірювання часу (τ) проходження УЗ-імпульсу за трьома схемами (рис. 6.2.1–6.2.3) і визначали швидкості поширення відповідних УЗ-хвиль. У схемах 1 та 2 в залежності від напрямку попереднього одновісного напруження визначали швидкості поширення поздовжніх хвиль [181].

При падінні поздовжньої хвилі на поверхню зразка під кутом, що більший за критичний, у зразку поширюється тільки поперечна хвиля. Вказані умови при вимірюваннях за схемою 3 реалізовували допомогою методу клину [182].

При проведенні вимірювань за схемою 1, час проходження УЗ-імпульсу $\tau_{||}$ рівний:

$$\tau_{||} = \frac{2a}{v_{l1}} + \frac{d}{v_{l||}}, \quad (6.2.1)$$

де d – товщина зразка, v_{l1} – швидкість УЗ у металі, a – відстань у металічному пуансоні від УЗ-випромінювача до поверхні зразка.

Швидкість $v_{l||}$ в такому випадку рівна:

$$v_{l||} = \frac{v_{l1}d}{v_{l1}\tau_{||} - 2a}. \quad (6.2.3)$$

Величину $v_{l||}$ можна визначити провівши вимірювання часу $\tau_{1||}$ проходження УЗ-імпульсу через зразок еталонного матеріалу товщиною $d_{em.}$, з відомою швидкістю поширення поздовжніх хвиль $v_{lem.}$, та часу $\tau_{2||}$ проходження УЗ-імпульсу через зразок для якого проводяться вимірювання:

$$v_{l||} = \frac{v_{lem.}d}{v_{lem.}(\tau_{2||} - \tau_{1||}) + d_{em.}}. \quad (6.2.3)$$

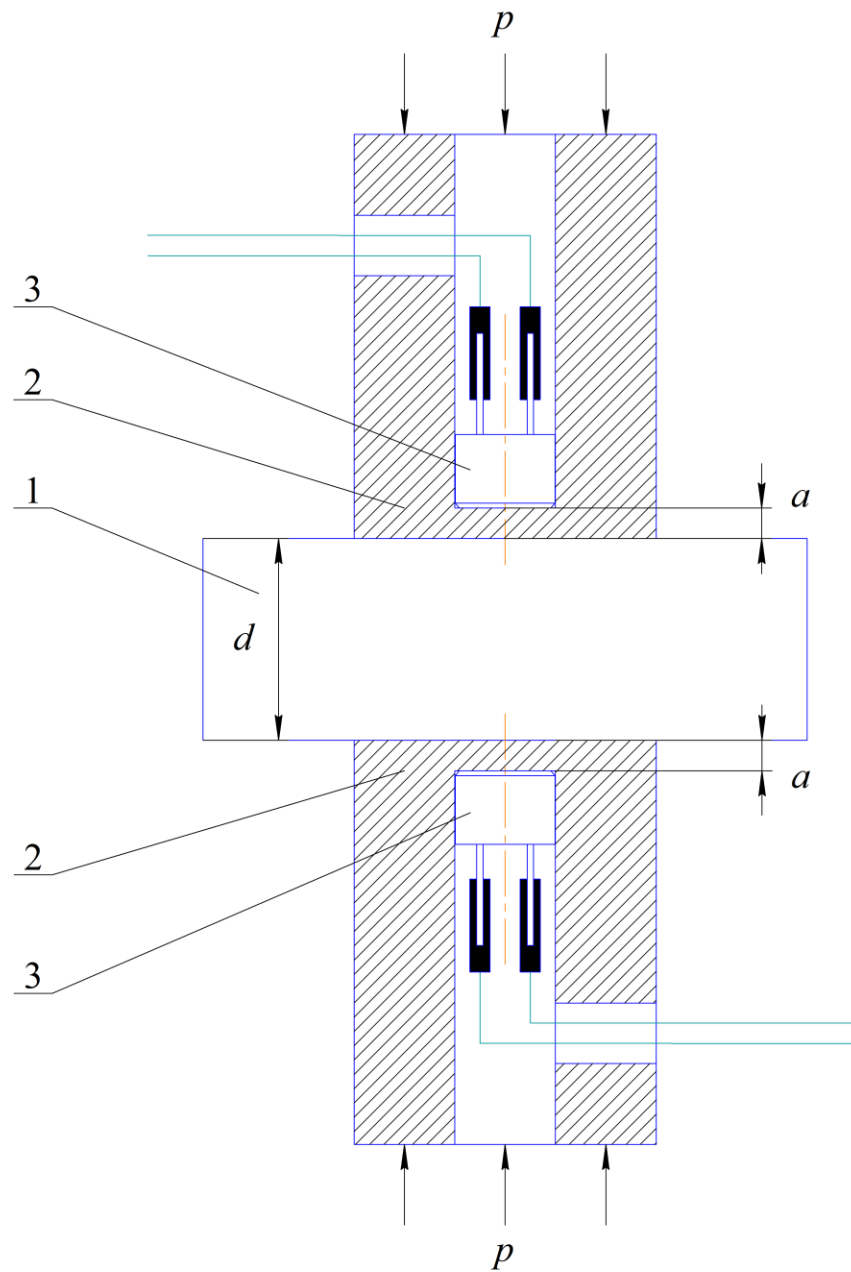


Рис. 6.2.1. Схема 1 вимірювання швидкості поздовжньої хвилі при нарузі, що прикладена вздовж напрямку поширення хвилі (1 – зразок; 2 – металеві пуансони; 3 – ультразвукові перетворювачі МА300D1–1).

Швидкість поширення $v_{l\perp}$ при вимірювання за схемою 2 визначаємо за співвідношенням:

$$v_{l\perp} = \frac{\tau_{\perp}}{l}, \quad (6.2.4)$$

де $\tau_{\perp}$ – час проходження УЗ-імпульсу в напрямку перпендикулярному до прикладеної напруги, l – довжина зразка

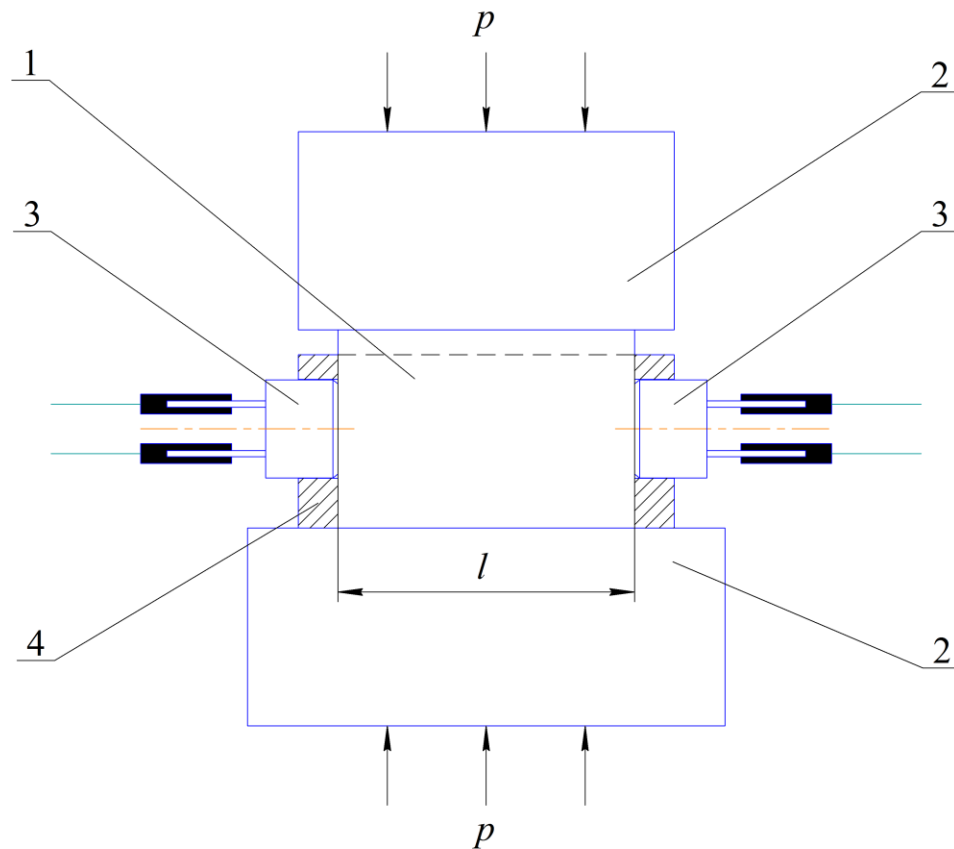


Рис. 6.2.2. Схема 2 вимірювання швидкості поздовжньої хвилі при нарузі, що прикладена перпендикулярно напрямку поширення хвилі (1 – зразок; 2 – металеві пуансони; 3 – ультразвукові перетворювачі МА300D1–1; 4 – тримач ультразвукових перетворювачів).

При проведенні вимірювань за схемою 3, час проходження УЗ-імпульсу $\tau_{\angle}$ рівний:

$$\tau_{\angle} = \frac{2b}{v_{l2}} + \frac{d}{v_{t\angle} \cos \beta}, \quad (6.2.5)$$

де b – відстань від центру УЗ-перетворювач до поверхні зразка, β – кут заломлення УЗ-хвилі у зразку, v_{l2} – швидкість поздовжньої УЗ-хвилі у клині, $v_{t\angle}$ – швидкість поперечної хвилі у зразку.

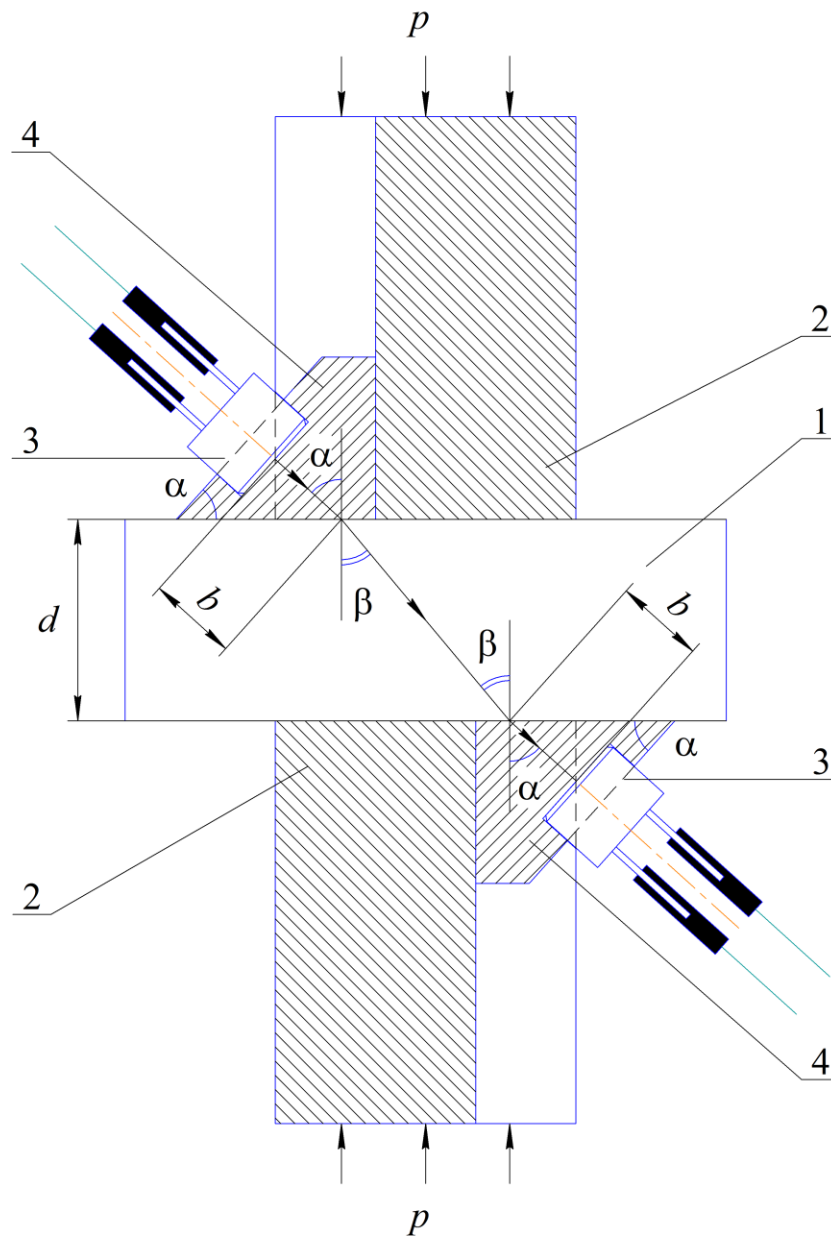


Рис. 6.2.3. Схема 3 вимірювання швидкості поперечної хвилі при нарузі, що прикладена під кутом до напрямку поширення хвилі 1 – зразок; 2 – металеві пуансони; 3 – ультразвукові перетворювачі МА300D1–1; 4 – клин)

З врахуванням закону Снеліуса на межі „клин – зразок”:

$$\frac{\sin \alpha}{v_{l2}} = \frac{\sin \beta}{v_{t\angle}}, \quad (6.2.6)$$

співвідношення (6.2.5) перепишемо таким чином:

$$\tau_{\angle} = \frac{2b}{v_{l2}} + \frac{v_{l2}d}{v_{t\angle} \sqrt{v_{l2}^2 - v_{t\angle}^2 \sin^2 \alpha}}, \quad (6.2.7)$$

де α – кут нахилу клина.

Чисельний розв'язок рівняння (6.2.7) дає змогу визначити значення величини $v_{t\angle}$.

Критичний кут $\alpha_{кр.}$ падіння поздовжньої хвилі на поверхню зразка, визначається таким чином:

$$\alpha_{кр.} = \arcsin\left(\frac{v_{l2}}{v_l}\right). \quad (6.2.8)$$

6.3. Модулі пружності третього порядку гетерогенних матеріалів

Для проведення УЗ-вимірювань із масивів осадових порід (аргіліту, алевроліту і пісковика) були вирізані зразки геоматеріалів у формі прямокутних паралелепіпедів із розмірами ребер $60 \times 30 \times 20$ мм для вимірювань за схемами 1, 3, та $30 \times 30 \times 20$ мм – за схемою 2. Протилежні грані зразків шліфувалися для досягнення максимально можливої паралельності між собою. Похибка при визначеності паралельності граней не перевищувала 1,25 %.

Модулі пружності E_0 , μ_0 та k_0 розраховувалися за співвідношеннями (4.3.17)–(4.3.19), а їх значення для аргіліта, алевроліта і пісковика представлені в табл. 6.3.1 і добре узгоджуються із експериментальними даними отриманими іншими авторами [178].

Вимірювання швидкостей поздовжніх та поперечних хвиль у зразках осадових порід при одновісній напрузі 100 МПа проводилось при частоті ультразвуку 300 КГц. В якості еталонного матеріалу для вимірювань за схемою 1 брали зразок плавленого кварцу $v_{l\text{ем.}} = 5750$ м/с.

При вимірювань за схемою 3 у якості матеріалу клина використовували полівінілхлорид $v_{l2} = 2310$ м/с. Оцінки величини $\alpha_{кр.}$ за співвідношенням

(6.2.8) показують, що її значення рівне, відповідно, для аргіліта, алевроліта та пісковика: 41° , 48° і 43° . В такому випадку кут нахилу клина можна вибрати із умови $41 \leq \alpha \leq 48^\circ$.

Експериментальні дослідження швидкостей поширення поздовжніх та поперечних хвиль під тиском у пісковиках у діапазоні $0,17 \leq \nu \leq 0,32$ показали, що значення величин v_l та v_t зростають у порівнянні із відповідними значення без напруження, а їх варіації Δv_l , Δv_t відповідно рівні 800–820 м/с, 266–360 м/с [181]. Це вказує на те, що при одновісному напруженні за схемою 3 величина $\alpha_{кр}$ буде зменшуватися, а кут β відповідно зростати. Такі умови цілком прийнятні для проведення вимірювань.

Значення величин $v_{l\parallel}$, $v_{l\perp}$ та $v_{t\angle}$ для аргіліта, алевроліта і пісковика представлені в табл. 6.3.1.

Таблиця 6.3.1

Швидкості поширення поздовжніх та поперечних хвиль у зразках деяких гетерогенних матеріалів ізотропних осадових порід

Зразок	ρ , кг/м ³	v_l , м/с	v_t , м/с	ν	$v_{l\parallel}$, м/с	$v_{l\perp}$, м/с	$v_{t\angle}$, м/с
Аргіліт	2370	3440	2030	0,21	4145	3825	2335
Алевроліт	2455	3475	1960	0,27	4045	3880	2280
Пісковик	2320	3390	1995	0,24	4190	3875	2315

При відомих швидкостях поширення $v_{l\parallel}$, $v_{l\perp}$ та $v_{t\angle}$ проведемо розрахувати МПТП A , B і C . Співвідношення (6.1.4), (6.1.6) та (6.1.7) отримані для паралельного і перпендикулярного поширення поперечної хвилі відносно напрямку прикладеної напруги, а у нашому експерименті поперечна хвиля поширюється під кутом β . В такому випадку при розрахунках будемо проводити усереднення за співвідношеннями (6.1.4) та (6.1.6) вважаючи, що напрямки поляризації напруги і поперечної хвилі співпадають. Розв'язки систем рівнянь (6.1.3)–(6.1.5) та (6.1.3), (6.1.5), (6.1.6)

відносно величин A , B і C для аргіліту, алевроліту та пісковика після усереднення представлені у табл. 6.3.2.

Аналіз отриманих результатів для МПТП показує, що величини A , B і C на два порядки вищі за модулі пружності другого порядку зразків осадових порід.

Окремо слід відмітити, що практично при однакових значеннях модулів E_0 , μ_0 та k_0 для досліджуваних зразків осадових порід, між величинами A , B і C існує суттєва різниця. Так для A різниця між максимальним і мінімальним значенням абсолютних величин рівна $114,5 \cdot 10^{10}$ Н/м², відповідно, для B і C вона дорівнює $63,9 \cdot 10^{10}$ Н/м² та $93,3 \cdot 10^{10}$ Н/м², що у відсотковому відношенні складає: 15,4; 18,1 та 16,9.

Значення МПТП дозволяють оцінити величину відносного параметру нелінійності $\frac{-(A + 3B + C)}{\rho v_l^2}$.

Для аргіліту, алевроліту та пісковика відповідно отримаємо: 90,7; 89,9; 94,5. Аналіз результатів вказує на невелику розбіжність значень для різних осадових порід. Відносний параметр нелінійності визначає спотворення форми профілю поздовжньої хвилі у твердому тілі і для подібних за структурною організацією матеріалів повинен мало відрізнятися.

Таблиця 6.3.2

Модулі пружності зразків деяких ізотропних гетерогених геоматеріалів

Зразок	$E_0 \cdot 10^{-10}$, Н/м ²	$\mu_0 \cdot 10^{-10}$, Н/м ²	$k_0 \cdot 10^{-10}$, Н/м ²	$A \cdot 10^{-10}$, Н/м ²	$B \cdot 10^{-10}$, Н/м ²	$C \cdot 10^{-10}$, Н/м ²
Аргіліт	2,4	1,0	1,1	$-654,5 \pm 14,0$	$294,9 \pm 7,1$	$-484,7 \pm 7,1$
Алевроліт	2,4	0,9	1,1	$-742,0 \pm 15,6$	$352,8 \pm 6,5$	$-583,0 \pm 6,4$
Пісковик	2,3	0,9	1,1	$-627,5 \pm 13,5$	$288,9 \pm 6,7$	$-491,2 \pm 6,7$

6.4. Особливості деформації та визначення модулів пружності неідеально пружних геоматеріалів

Із усієї різноманітності гірських порід як гетерогенних матеріалів із неідеальними акустичними властивостями можна виділити декілька класів, що представляють інтерес з практичної точки зору. По-перше, це породи, для яких ефекти, що пов'язані з внутрішнім тертям, можуть проявлятися при експериментальних дослідженнях у реальних умовах. До таких ефектів, крім інтенсивного затухання швидкостей поширення акустичних хвиль, можна віднести власну дисперсію швидкостей об'ємних (поздовжніх, поперечних) акустичних хвиль, вплив контрасту поглинальних властивостей суміжних середовищ на процеси відбивання та заломлення, а також більш складний, ніж у лінійній акустиці, взаємозв'язок характеристик об'ємних хвиль і хвиль в об'єктах з малими, у порівнянні з довжиною хвилі, розмірами.

Ще один клас неідеально-пружних середовищ – породи, включаючи неконсолідовані ґрунти, що знаходяться під дією руйнуючих навантажень. Перебіг стадії попереднього руйнування в таких породах призводять до переходу середовища, що деформується, у метастабільний стан.

Розглянемо модель мікронеоднорідного середовища де властивості дефектів будемо описувати параметрами стислості, які не пов'язані безпосередньо із конкретною фізичною моделлю [183]. Середовище представимо у вигляді пружної однорідної матриці, що містить „м'які” планарні дефекти-включення, яким можуть відповідати реальні пори, тріщини, контакти або їх комбінації, поблизу яких при навантаженні проходить концентрація пружної енергії. При цьому „м'якість” дефектів є значно більшою у порівнянні із стисливістю однорідного середовища-матриці.

Будемо вважати, що дефекти ізотропно-орієнтовані у середовищі-матриці, а їх розміри (приведені радіуси включень), і відстані між ними

менші за характерну довжину поздовжньої та поперечної пружних хвиль в середовищі.

В такому випадку ефективні модулі (E_{eff} , μ_{eff}) мікронеоднорідного середовища знайдені методом енергетичного балансу – сумуванням пружної енергії однорідного середовища-матриці і енергії, що поглинається дефектами у відповідному полі пружних напруг, визначаються наступним чином [182]:

$$E_{eff} = \frac{E}{1 + \frac{1}{5} N_1 + \frac{4}{15} (1 + \nu) N_2}, \quad (6.4.1)$$

$$\mu_{eff} = \frac{\mu}{1 + \frac{2}{15(1 + \nu)} N_1 + \frac{2}{5} N_2}, \quad (6.4.2)$$

де E – модуль Юнга середовища-матриці, μ – модуль зсуву середовища-матриці ν – коефіцієнт Пуассона середовища-матриці.

Параметри N_1 і N_2 у співвідношеннях (6.4.1) та (6.4.2) визначають спільно концентрацію і податливість дефектів (нормальну для N_1 і тангенціальну для N_2) [184].

Співвідношення між тангенціальною і нормальною податливостями в загальному випадку є достатньо довільним, так що параметр N_2 може бути меншим, більшим і співмірним із параметром N_1 .

Незалежно від відношення N_1 і N_2 ефективні модулі мікронеоднорідного середовища є меншими за величини E і μ , а ефективний коефіцієнт Пуассона може бути як більшим, так і меншим, ніж в середовищі-матриці.

Ефективні модулі мікронеоднорідного середовища за швидкостями поширення поздовжньої v_l та поперечної v_t акустичних хвиль визначимо таким чином:

$$E_{eff} = \rho_{eff} v_l^2, \quad (6.4.3)$$

$$\mu_{eff} = \rho_{eff} v_t^2, \quad (6.4.4)$$

а модулі E і μ відповідно [184]:

$$E = \rho(v_l + \Delta v_l)^2, \quad (6.4.5)$$

$$\mu = \rho(v_t + \Delta v_t)^2, \quad (6.4.6)$$

де ρ_{eff} , – ефективна густина мікронеоднорідного середовища, ρ – середовища-матриці, Δv_l , Δv_t – відповідно, варіації швидкостей поширення поздовжньої та поперечної хвиль.

Величини N_1 і N_2 визначимо із співвідношень (6.4.1), (6.4.2) наступним чином [185]:

$$N_1 = 15 \left(2 \frac{\mu}{\mu_{eff}} (1 + \nu) - \frac{E}{E_{eff}} - 2\nu - 1 \right), \quad (6.4.7)$$

$$N_2 = \frac{15 \left(2 \frac{E}{E_{eff}} - 3 \frac{\mu}{\mu_{eff}} (1 + \nu) + 3\nu + 1 \right)}{2(1 + \nu)}. \quad (6.4.8)$$

Вимірювання проводили для зразки пісковикив порід Прикарпаття, Криму, поліської серії та модельні пісковики Navajo, Weber, Nugget в широкому інтервалі значень ефективного коефіцієнта Пуассона середовища.

Ефективну густина ρ_{eff} пісковикив визначали методом гідростатичного зважування. Густина ρ середовища-матриці визначали за ефективною пористістю зразків, яку досліджували методом водонасичення згідно [186].

Відношення величин $\frac{\rho_{eff}}{\rho}$ для серії зразків представлено в табл. 6.3.1 і свідчить про їх статистичну збіжність.

Експериментальні вимірювання швидкостей поширення поздовжніх і поперечних хвиль проводили в імпульсному режимі у поєднанні із методом обертаючої пластини під час поздовжньої і зсувних деформацій за методикою роботи [184]. Для зразків геоматеріалів значення v_l і v_t відповідно лежали у діапазонах 3180–3430 м/с та 2090–1780 м/с, при цьому ефективний коефіцієнт Пуассона змінювався в межах 0,12–0,32 (табл. 6.4.1).

Ефективний коефіцієнт Пуассона (ν_{eff}) мікронеоднорідного середовища будемо визначимо за співвідношенням (4.2.13).

Експериментальні значення ν_l і ν_t для пісковиків Navajo, Weber, Nugget взяті із роботи [186].

Вважаючи, що варіації $\Delta\nu_l$, $\Delta\nu_t$ для всіх пісковиків дорівнюють зміні відповідних швидкостей при тисках 50–100 МПа на зразок, при яких високостискаємі дефекти будуть практично закриті, коефіцієнт Пуассона середовища-матриці обчислювали за співвідношенням [184]:

$$\nu = \frac{2 - \left(\frac{\nu_l + \Delta\nu_l}{\nu_t + \Delta\nu_t} \right)^2}{2 \left(1 - \left(\frac{\nu_l + \Delta\nu_l}{\nu_t + \Delta\nu_t} \right)^2 \right)}. \quad (6.3.9)$$

Розрахунки відношень ефективних модулів до модулів середовища-матриці $\left(\frac{E_{eff}}{E}, \frac{\mu_{eff}}{\mu} \right)$ представлені в табл. 6.4.1. Аналіз результатів показує, що максимум відношень модулів характерний для пісковика Nugget, а мінімум для пісковика Weber. Із зростанням величини ефективного коефіцієнта Пуассона зразків пісковиків від 0,04 величина відношення для модулів Юнга зменшується і при $\nu_{eff} \geq 0,12$ залишається практично постійною величиною. Неоднозначно змінюється відношення модулів зсуву при збільшення величини ν_{eff} для ряду пісковиків. Для піковика 1, при $\nu_{eff} = 0,12$, має локальний мінімум. В подальшому при збільшенні ефективного коефіцієнта Пуассона величина відношення $\frac{\mu_{eff}}{\mu}$ зростає.

Залежність параметра N_2 від значення ефективного коефіцієнта Пуассона є нелінійною. Максимум величини N_2 спостерігається для пісковика відношенню Weber, а мінімум для пісковика Nugget. Із зростанням величини ν_{eff} від 0,04 величина N_2 зростає.

Таблиця 6.4.1.

Структурно-механічні параметри ряду пісковиків

Зразок	v_l , м/с	v_t , м/с	v_{eff}	Δv_l , м/с	Δv_t , м/с	ν	$\frac{\rho_{eff}}{\rho}$	$\frac{E_{eff}}{E}$	$\frac{\mu_{eff}}{\mu}$
Піскови́к Weber	2450	1800	– 0,09	2100	1250	0,09	0,82	0,44	0,48
Піскови́к Nugget	3760	2610	0,04	760	410	0,1	0,91	0,76	0,79
Піскови́к Navajo	4100	2780	0,07	760	430	0,11	0,87	0,73	0,75
Піскови́к 1	3180	2090	0,12	680	370	0,16	0,83	0,68	0,71
Піскови́к 2	3280	2060	0,17	800	360	0,23	0,85	0,68	0,72
Піскови́к 3	3390	1995	0,24	800	320	0,28	0,85	0,69	0,73
Піскови́к 4	3430	1780	0,32	820	260	0,35	0,86	0,69	0,75

Таблиця 6.4.2.

Структурно-механічні параметри моделі мікронеоднорідного середовища

Зразок	N_1	N_2	$\frac{N_1}{N_2}$	$v_{eff}, (4.2.13)$	$\frac{N_1}{N_2}, (6.4.12)$	$\alpha N_0, (6.4.13)$	$\alpha N_0, (6.4.14)$	$\alpha N_0, (6.4.15)$
Пісковик Weber	13,21	1,94	6,8	– 0,12	0,57	6,26	12,31	9,73
Пісковик Nugget	2,22	0,51	4,3	0,01	0,58	0,77	1,21	1,22
Пісковик Navajo	1,9	0,79	2,4	0,06	0,59	0,45	0,56	0,58
Пісковик 1	1,76	1,37	1,3	0,15	0,63	0,37	0,14	0,03
Пісковик 2	1,7	1,47	1,2	0,2	0,69	0,48	0,25	0,14
Пісковик 3	1,35	1,54	0,9	0,25	0,74	0,26	0,18	0,13
Пісковик 4	0,92	1,67	0,6	0,33	0,82	0,16	0,11	0,07

Аналіз відношення величин $\frac{N_1}{N_2}$ показує, що у межах значень ефективного коефіцієнта Пуассона 0,12–0,24 пісковиків концентрації і податливості нормальних і тангенціальних дефектів в цілому співмірні (величина $\frac{N_1}{N_2} \cong 1$). Для зразка пісковика 4 із величиною $\nu_{eff} = 0,32$ відношення $\frac{N_1}{N_2} = 0,6 < 1$, що вказує на більшу зсувну податливість дефектів відносно нормальної податливості.

Для пісковиків із ефективним коефіцієнтом Пуассона від – 0,09 до 0,07 відношення $\frac{N_1}{N_2} > 1$, що вказує на високу податливість дефектів по відношенню до нормального стиску.

Характерною особливістю величини $\frac{N_1}{N_2}$ є те, що із збільшенням ν_{eff} відношення зменшується від 6,8 (для пісковика Weber) до 0,6 (пісковик 4).

Зміна швидкостей поширення поздовжніх і поперечних хвиль під дією зовнішнього тиску носить нелінійний характер при зміні ефективного коефіцієнта Пуассона зразків і визначається в першу чергу орієнтацією планарних дефектів відносно напрямку поширення [188]. Аналіз експериментальних даних зміни швидкостей, що в теоретичних оцінках визначає коефіцієнт Пуассона середовища-матриці, показує, що величина ν для всіх зразків вища за відповідні значення ν_{eff} .

В діапазоні значень ефективного коефіцієнта Пуассона від – 0,09 до 0,12 різниця між відповідними значеннями зменшується від 0,18 до 0,04. Для пісковика 2 різниця між відповідними значеннями ν і ν_{eff} складає 0,06 і в подальшому при збільшенні величини ν_{eff} до 0,24 різниця дорівнює 0,04, а при максимальному значенні $\nu_{eff} = 0,32$ є мінімальною 0,03.

Ефективний коефіцієнт Пуассона виражений через податливості N_1 і N_2 дорівнює [184]:

$$\nu_{eff} = \frac{\nu - \frac{1}{15} N_1 + \frac{2}{15} (1 + \nu) N_2}{1 + \frac{1}{5} N_1 + \frac{4}{15} (1 + \nu) N_2}. \quad (6.4.10)$$

Розрахунок величини ν_{eff} за співвідношенням (6.4.10) представлені в табл. 1. Для зразків пісковиків Navajo, Weber, Nugget теоретичне значення нижче за експериментальне, а для зразків пісковиків 1–4 розрахунок дає вище значення ефективного коефіцієнта Пуассона у порівнянні із експериментом.

Для моделі еліптичних тріщин відношення податливостей виражених через коефіцієнт Пуассона матриці буде [184]:

$$\frac{N_1}{N_2} = \frac{1 + \nu}{2 - \nu}. \quad (6.4.11)$$

Оцінка величини відношення показує, що модель еліптичних тріщин як планарних дефектів задовільно описує характер податливостей для зразків пісковиків 3, 4 (табл. 6.4.2). Відповідно для інших зразків модель практично не прийнятна.

В роботі [189] отримано співвідношення для оцінки величини ν_{eff} тріщинуватого середовища:

$$\nu_{eff} = \frac{\nu - \frac{\alpha N_0}{16}}{1 + \frac{3}{8} \alpha N_0}, \quad (6.4.12)$$

де α – коефіцієнт пропорційності, що визначається параметрами тріщини,

$\alpha \cong \Delta V \frac{E}{\sigma_n} > 0$, ΔV – зміна об'єму тріщини, N_0 – концентрація першочергово

розкритих тріщин, σ – нормальна напружка

Теоретична оцінка величини αN_0 із співвідношенням (6.4.12) для ряду пісковиків представлена в табл. 6.4.2. Аналіз отриманих даних показує, що із збільшенням ефективного коефіцієнта Пуассона пісковиків, а відповідно і

коефіцієнта Пуассона середовища-матриці, значення αN_0 зменшується в ряді за виключенням для пісковику 2.

Визначимо величину αN_0 із співвідношень (6.4.10) і (6.4.12) відповідно через коефіцієнт Пуассона середовища-матриці і ефективний коефіцієнт Пуассона та величини N_1, N_2 :

$$\alpha N_0 = \frac{16(N_1(1+3\nu)+2N_2(2\nu^2+\nu-1))}{15+90\nu-3N_1+16(1+\nu)}, \quad (6.4.13)$$

$$\alpha N_0 = \frac{16(N_1(1+3\nu_{eff})+2N_2(2\nu_{eff}^2+\nu_{eff}-1))}{(15+2N_2(1-4\nu_{eff}))(1+6\nu_{eff})}. \quad (6.4.14)$$

Теоретична оцінка за співвідношеннями (6.4.13) і (6.4.14) для різних пісковику представлена в табл. 6.4.2.

Аналіз отриманих розрахунків вказує на неоднозначність характеру поведінки величини αN_0 в залежності від величини ν (ν_{eff}) при визначених значеннях нормальної і тангенціальної податливостей. При цьому слід відмітити наступне, що отримані теоретичні оцінки величини αN_0 за співвідношеннями (6.4.13) і (6.4.14) для модельних пісковику Navajo, Weber, Nugget вищі за розраховане значення за співвідношенням (6.4.12), а відповідно для пісковику 1–4 нижчі. Отримані результати можна пояснити різним характером дефектів структури ряду пісковику і їх взаємною орієнтацією в середовищі-матриці та обмеженість модельних представлень тріщинуватого середовища.

Наявність від'ємного значення ν_{eff} для пісковику Weber можна розглянути на основі моделі контактів випадково упакованих сфер (або дисків у двовимірному просторі), де взаємодія відбувається у місті контакту за рахунок нормальної (f_n) і тангенціальної (f_t) сил. В такому випадку ефективний коефіцієнт Пуассона для трьохвимірною середовища рівний [184]:

$$\nu_{eff} = \frac{1-\lambda}{4+\lambda}, \quad (6.4.15)$$

тоді як для двохвимірною середовища дорівнює:

$$v_{eff} = \frac{1-\lambda}{3+\lambda}, \quad (6.4.16)$$

де $\lambda = \frac{k_{tang}}{k_{norm}}$; k_{norm} , (k_{tang}) – нормальна і тангенціальна жорсткості, які

пропорційні зміщенням від положення рівноваги для відповідних сил.

Вважаючи, що жорсткість обернено пропорційна податливостям оцінка величини v_{eff} моделі за співвідношеннями (6.4.15) і (6.4.16) дають відповідно значення – 0,54 і – 0,59, що значно менші у порівнянні із експериментом [184].

Висновки до розділу 6

Запропоновано метод визначення МПТП на основі вимірювань швидкостей поширення поздовжніх та поперечних УЗ-хвиль у гетерогенних матеріалах під одновісним напруженням. Порівняльний аналіз величин МПТП зразків деяких ізотропних осадових порід показав, що похибка експерименту практично співпадає, а значення величин МПТП в цих матеріалах відрізняються. З цього випливає, що МПТП більш чутливі до складу, структури і стереохімії гетерогенних матеріалів, ніж модулі пружності другого порядку.

Інтерпретація експериментальних даних швидкостей поширення поздовжніх і поперечних акустичних хвиль, стосовно податливості дефектних структур неідеально-пружних гірських порід, вказує на адекватність розглянутої моделі мікронеоднорідного середовища.

Наявність від'ємного коефіцієнта Пуассона характеризується високою нормальною стисливістю по відношенню до тангенціальної із внеском контактних взаємодій.

Використаний модельний підхід може бути реалізований для моделювання зміни пружних модулів зі зміною концентрації дефектів при зовнішніх збуреннях в структурно-неоднорідному гетерогенному геоматеріалі.

ВИСНОВКИ

На основі виконаних досліджень отримані такі наукові та практичні результати:

1. Проведено аналіз сучасного стану розвитку методів і засобів вимірювання модулів пружності та коефіцієнта Пуассона різних типів матеріалів, на основі якого проаналізовано фактори, що визначають вибір методу для вимірювання необхідних величин із заданою точністю.

2. Розроблений алгоритм керування апаратними засобами в інформаційно-вимірювальній приладовій системі розширює можливості автоматизації процесу вимірювання амплітуди в резонансному методі консольно закріпленого стрижня.

3. Запропонований метод отримання зображень коливання зразка за зміни частоти його збудження та алгоритмів цифрової обробки й аналізу зображення дає можливість мінімізувати похибку та компенсувати небажані завади під час визначення лінійних розмірів області бінарного зображення, що відповідає амплітуді коливань вільного кінця зразка на визначеній горизонтальній базовій лінії.

4. Отримані значення відносної амплітуди від частоти збудження коливань зразків конструкційних полімерних матеріалів та оцінка відносної похибки вимірювань на основній резонансній частоті показали, що запропонована інформаційно-вимірювальна приладова система реалізує покладені на неї функції з граничною відотною похибкою 1,9 %.

5. Залежності коефіцієнтів відбивання, трансформації та збудження під час падіння поздовжньої та поперечної хвиль на межу поділу ауксетик-середовища та рідини залежить від коефіцієнта Пуассона та акустичних жорсткостей контактних середовищ. Критичні кути, при яких відбувається обмін поляризацією та повне внутрішнє відбивання від межі рідини та ауксетик-середовища, визначаються величиною коефіцієнту Пуассона.

6. Характер кутових залежностей коефіцієнтів відбивання, трансформації та збудження під час падіння акустичної хвилі на межу поділу залежить від величини коефіцієнта Пуассона та акустичних жорсткостей контактних середовищ, водночас існують суттєві відмінності під час падіння хвилі на поверхню ауксетика порівняно з середовищем, де коефіцієнт Пуассона більший нуля. Критичні кути, при яких відбиті та заломлені хвилі стають неоднорідним, залежать від співвідношень швидкостей поширення поздовжніх поперечних хвиль в контактних середовищах.

7. Запропонована конструкція приладової системи для вимірювань швидкостей поширення ультразвукових хвиль у зразках забезпечує граничне значення відносної похибки 1,1 % для поздовжньої хвилі та 0,5 % для поперечної хвилі.

8. Проведені експериментальні дослідження та порівняльний аналіз показали, що імерсійний ультразвуковий метод вимірювання швидкостей поширення поздовжньої та поперечної УЗ-хвиль у зразках ряду конструкційних полімерних матеріалів та гетерогенних геоматеріалів має перспективи технологічного застосування для визначення коефіцієнта Пуассона, модуля Юнга з граничним значенням відносної похибки 2,5 % та модуля зсуву – 1,8 %. Практичне впровадження імерсійного ультразвукового методу може бути використане в промисловості та державних органах метрологічного контролю для створення бази даних конструкційних матеріалів.

9. Використання співвідношень теорії пружності і рівняння Релея за відомих швидкостей поширення поздовжньої, поперечної та поверхневої акустичних хвиль і коефіцієнтів їх поглинання дає можливість проводити розрахунки дійсної та уявної частин комплексного динамічного коефіцієнта Пуассона полімерного ауксетика. Запропонована експериментальна методика визначення швидкості поширення поверхневої хвилі Релея та коефіцієнта її поглинання в полімерному ауксетику. Отримані значення дійсної та уявної частин комплексного коефіцієнта Пуассона для ауксетика з коефіцієнтом

Пуассона, рівним -1 , указують на адекватність запропонованих модельних представлень для процесів поширення та поглинання акустичних хвиль трьох типів і хорошу відтворюваність результатів під час розрахунків на основі парних експериментів.

10. Запропонований метод визначення модулів пружності третього порядку на основі вимірювань швидкостей поширення поздовжніх та поперечних УЗ-хвиль у гетерогенних геоматеріалах під одновісним напруженням показав, що для отриманих значень похибка їх визначення задовольняє умови експерименту. Модулі пружності третього порядку більш чутливі до складу, структури й стереохімії гетерогенних геоматеріалів, ніж модулі пружності другого порядку. Метод із відповідними поправками може бути використаний для визначення залишкових напруг у різного типу конструкційних та гетерогенних матеріалах.

11. Отримані експериментальні значення модулів пружності та коефіцієнта Пуассона ряду конструкційних полімерних та гетерогенних геоматеріалів дозволили розв'язати ряд фундаментальних проблем і практичних задач у фізиці полімерів, прикладному матеріалознавстві та геомеханіці щодо пружних і непружних деформацій, перколяційних та фрактальних підходів до аналізу механічних параметрів матеріалів, енергетичного стану матеріалу, стійкості об'єктів геотехнічних систем та процесів руйнування на основі дефектів структури.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Божедарник В. В. Елементи теорії пружності / В. В. Божедарник, Г. Т. Сулим. – Львів: Світ, 1994. – 560 с.
2. Pisarenko G. S. Deformation and strength of materials under complex stress state / G. S. Pisarenko, A. A. Lebedev. – Kyiv: Naukova dumka, 1976. – 515 p.
3. Landau L. D. Theory of elasticity / L. D. Landau L. D, E. M. Lifshitz. – Oxford, London, Edinburgh, New York, Toronto, Sydney, Paris, Braunschweig: Pergamon Press, 1970. – 165 p.
4. Timoshenko S. P. Theory of elasticity / S. P. Timoshenko, D. Goodier. – Mcgraw Hill, 1970. – 591 p.
5. Parton V. Z. Mathematical methods of the theory of elasticity [Two volumes] / V. Z. Parton, P. I. Perlin. – Imported Pubn, 1985. – 317 p. – 356 p.
6. Yatsenko V. F. Strength of composite materials / V. F. Yatsenko. – Kyiv: High school, 1988. – 191 p.
7. Мащенко В. А. Енергетичні закономірності геомеханічних процесів в масиві гірських порід при динамічних явищах техногенного характеру / В. А. Мащенко // Вісник Національного університету водного господарства та природокористування. Збірник наукових праць. Технічні науки. – Рівне: НУВГП, 2013. – Вип. 1 (61). – С. 12–19.
8. Atkin R. J. An Introduction to the Theory of Elasticity / R. J. Atkin, N. Fox. – Courier Corporation. – 2005. – 245 p.
9. Maceri A. Theory of elasticity / A. Maceri. – Berlin, Heidelberg: Springer, 2010. – 716 p.
10. Leipholz H. Theory of elasticity / H. Leipholz. – Leyden: Noordhoff International Publishing, 1974. – 400 p.
11. Slaughter W. S. The Linearized Theory of Elasticity / W. S. Slaughter. – Boston: Birkhäuser, 2002. – 543 p.
12. Lakes R. S. Negative compressibility, negative Poisson's ratio, and stability / R. S. Lakes; K. W. Wojciechowski // Physica Status Solidi. – 2008 (B). – V. 245. – N 3. – P. 545–551.

13. Greaves G. N. Poisson's ratio and modern materials / G. N. Greaves, A. L. Greer, R. S. Lakes, T. Rouxel // *Nature Materials*. – 2011. – V. 10. – P. 823–837.
14. Malmeister A. K. Resistance to rigid polymer materials // A. K. Malmeister, V. P. Tamuzh, G. A. Tetere. – Riga: Zinatne, 1972. – 498 p.
15. Abramchuk A. A. Permissible values of Poisson's ratios of anisotropic materials / A. A. Abramchuk, V. P. Buldakov // *Mechanics of Composite Materials*. – 1979. – N 2. – P. 235–239.
16. Bakulin V. N. Methods of testing fibres and reinforced plastics / V. N. Bakulin, V. I. Kostikov, A. A. Rassokha; edd. V. I. Kostikov *Fibre Science and Technology* // *Soviet Advanced Composites Technology Series*. – 1995. – V. 5. – PP. 607–671.
17. Karapetyants A. N. *Methods of Mathematical Physics* / A. N. Karapetyants, V. V. Kravchenko. – Cham: Birkhäuser, 2022. – 405 p.
18. Starovoitov E. I. *Foundations of the Theory of Elasticity, Plasticity, and Viscoelasticity* / E. I. Starovoitov, F. B. Nagiyev. – APPLE ACADEMIC, 2021. – 364 p.
19. Ruschitskii Ya. Ya. On the restrictions on the values of displacement gradients for elastic materials / Ya. Ya. Ruschitskii // *Applied Mechanics*. – 2016. – V. 52. – N. 2. – P. 20–35.
20. Bjørnø L. Introduction to nonlinear acoustics / L. Bjørnø // *Physics Procedia*. – 2010. – V. 3. – Iss. 1. – P. 5–16.
21. Gurtin M. E. On the Nonlinear Theory of Elasticity / M. E. Gurtin // *North-Holland Mathematics Studies*. – 1978. – V. 30. – P. 237–253.
22. Saracibar C. A. *Nonlinear Continuum Mechanics* / C. A. Saracibar. – Cham: Springer, 2023. – 344 p.
23. Antman S. S. *Nonlinear Problems of Elasticity* / S. S. Antman. – New York: Springer–Verlag, 2005. – 759 p.
24. Murnaghan F. D. *Finite deformation of an elastic solid* / F. D. Murnaghan. – New York: John Willey, 1967. – 218 p.
25. Zabolotskaya E. A. Modeling of non linear shear waves in soft solids / E. A. Zabolotskaya // *J. Acoust. Soc. Am.* – 2004. – V. 116. – Iss. 5. – P. 2807–2813.

26. Nonlinear shear elastic moduli in quasiincompressible soft solids / M. Rénier, J.-L. Gennisson, M. Tanter, S. Catheline, C. Barrière, D. Royer, M. Fink // IEEE Ultrasonics Symposium. – 2007. – P. 554–557.
27. Takahashi S. Measurement of third-order elastic constants and applications to loaded structural materials / S. Takahashi, R. Motegi // SpringerPlus 4. – 2015. – Article number: 325. DOI 10.1186/s40064-015-1019-2.
28. Pethrick R. A. Static and Dynamic Properties of the Polymeric Solid State / R. A. Pethrick, R. W. Richards. – Dordrecht: Springer, 1981. – 461 p.
29. Ferry J. D. Viscoelastic properties of polymers / J. D. Ferry // John Wiley & Sons, INC., New York, Chichester, Brisbane, Toronto, Singapore, 1980. – 672 p.
30. ISO 18437-1:2012 Mechanical vibration and shock – Characterization of the dynamic mechanical properties of viscoelastic materials – Part 1: Principles and guidelines.
31. ISO 18437-2:2012 Mechanical vibration and shock – Characterization of the dynamic mechanical properties of viscoelastic materials – Part 2: Resonance method.
32. Madigosky W. M. Improved resonance technique for material characterisation / W. M. Madigosky, G. F. Lee // Journal of the Acoustical Society of America. – 1983. – V. 73. – N. 4. – P. 1374–1377.
33. Buchanana J. L. Numerical solution for the dynamic moduli of a visco-elastic bar / J. L. Buchanana Journal of the Acoustical Society of America. – 1987. – V. 81. – N. 6. – P. 1775–1786.
34. Мащенко В. А. Аналіз резонансних методів визначення динамічного модуля пружності конструкційних полімерних матеріалів / В. А. Мащенко, В. П. Квасніков, В. В. Кривцов // Вісник Інженерної академії наук. – 2019. – Вип. 3. – С. 106–113.
35. Parzen E. Stochastic Processes / E. Parzen. – Dover Publications, 2015. – 336 p.
36. Bendat J. S. Random Data Analysis and Measurement Procedures / J. S. Bendat, A. G. Piersol. – New York: Wiley, 2010. – 594 p.
37. ISO 18437-3:2012 Mechanical vibration and shock – Characterization of the dynamic mechanical properties of viscoelastic materials – Part 3: Cantilever shear beam method.

38. Sound and Vibration Damping with Polymers / J. J. Dlubac, G. F. Lee, J. V. Duffy, R. J. Deigan, J. D. Lee. Edited by R. D. Corsatro and L. H. Sperling // ACS Symposium Series. – 1990. – No. 424. – P. 49–62.
39. ASTM E1875-13 „Standard Test Method for Dynamic Young’s Modulus, Shear Modulus, and Poisson’s Ratio by Sonic Resonance”. [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <https://www.astm.org/e1875-13.html>.
40. A Fiber-coupled self-nixing laser diode for the measurement of Young’s modulus / Lin K., Yu Y., Xi J., Li H., Guo Q., Tong J., Su L. // Sensors. – 2016. – V. 16. – Iss. 6. – P. 928. [DOI:10.3390/s16060928]
41. Мащенко В.А. Резонансні методи вимірювання та приладові системи для визначення динамічних модулів пружності полімерних матеріалів / В.А. Мащенко, В.П. Квасніков // Вісник Інженерної академії України. – 2020. – Вип. 1. – С. 144–153.
42. ASTM E1876–01, Standard test method for dynamic Young’s modulus, shear modulus, and Poisson’s ratio by impulse excitation of vibration. 2005, ASTM International, West Conshohocken, PA. [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <https://www.astm.org>
43. ISO 18437-4:2012 Mechanical vibration and shock – Characterization of the dynamic mechanical properties of viscoelastic materials – Part 4: Dynamic stiffness method.
44. ISO 6721-6:2019 Plastics – Determination of dynamic mechanical properties – Part 6: Shear vibration – Non-resonance method.
45. Mokrzan D. Using vibroacoustic methods to describe the dynamic properties of composite elements to assess their technical condition / D. Mokrzan, J. Milewic, G. M. Szymański / Rail Vehicles. – 2021. – N. 7. – P. 41–51.
46. Kulil V. M. Measurement of Dynamic Properties of Viscoelastic Materials / V. M. Kulil, B. N. Semenov, A. V. Boiko, B. M. Seoudi // Experimental Mechanics. – 2009. – V. 49. – N 3. – P. 417–425.
47. Snowdon J. C. Vibration isolation: Use and characterization / J. C. Snowdon // J. Acoust. Soc. Am. – 1979. – V. 66. – P. 1245–1274.
48. Poturaev V. N., Prikladnaia mekhanika reziny [Rubber's applied mechanics] / V. N. Poturaev, V. I. Dyrda, I. I. Krush. – Kiev: Naukova dumka publ., 1977. – 216 p.

49. Sim S. A method to determine the complex modulus and Poisson's ratio of viscoelastic materials for FEM applications / S. Sim, K. J. Kim // *J. Sound Vibration*. – 1990. – V. 141. – P. 71–82.
50. Langlois C. Polynomial relations for quasistatic mechanical characterization of isotropic poroelastic materials. / C. Langlois, R. Panneton, N. Atalla // *J. Acoust. Soc. Am.* – 2001. – V. 110. – P. 3031–3040.
51. Мащенко В. А. Визначення модулів пружності конструкційних та гетерогенних матеріалів ультразвуковим методом / В. А. Мащенко // *Міжвузівський збірник наукових праць „Наукові нотатки”*. – 2019. – Вип. 65. – С. 165–169.
52. *Physical acoustics* / Editor W. P. Mason. V. I. Principles and Methods. – Academic Press, 1964. – 532 p.
53. Використання ультразвукових хвиль для визначення динамічних модулів пружності полімерних ауксетиків / В. А. Мащенко, М. А. Бордюк, Т. М. Шевчук, В. В. Кривцов / *Матеріали VIII Міжнародної науково-практичної конференції „Технічне регулювання, метрологія та інформаційні технології: європейський вибір”*. – Одеса: Бондаренко М. О., 2018. – С. 69–72.
54. Raichel D. R. The science and applications of acoustics / D. R. Raichel. – Springer, 2006 – 660 p.
55. Malver L. E. Introduction to the mechanics of continuous media / L. E. Malver. – Prentice-Hall, Inc, 1969. – 713 p.
56. Експериментальна установка для вимірювання пружних параметрів гірських порід / В. А. Мащенко, О. О. Панчук, І. О. Садовенко, М. А. Бордюк // *Вісник Інженерної академії України*. – 2012. – Вип. 3–4. – С. 60–64.
57. Ginzel E. Determining Approximate Acoustic Properties of Materials / E. Ginzel, B. Turnbull // *e-Journal of Nondestructive Testing*. – 2016. – N. 12. [Електронний ресурс]. – Режим доступу: https://www.ndt.net/article/ndtnet/2016/17_Ginzel.pdf.
58. Acoustic properties of the elastomeric materials aqualene and ACE / E. Ginzel, R. MacNeil, R. Ginzel, M. Zuber, A. N. Sinclair // *e-Journal of Nondestructive Testing*. – 2015. – V. 20. – N. 12. – Режим доступу: www.ndt.net/?id=18656.

59. Бордюк М. А. Фізика полімерів. Спеціальний курс. Теорія: Навчальний посібник для вищих навчальних закладів / М. А. Бордюк, Т. А. Шевчук, Б. С. Колупаєв. – Рівне: РДГУ, 2012. – 488 с.
60. Pritz T. Measurement methods of complex Poisson's ratio of viscoelastic materials / T. Pritz // *Applied Acoustics*. – 2000. – V. 60. – P. 279–292.
61. Tschoegl N. W. The phenomenological theory of linear viscoelastic behaviour: an introduction / N. W. Tschoegl. – Berlin: Springer-Verlag; – New York: Heidelberg, 1989. – 769 p.
62. Pritz T. Frequency dependences of complex moduli and complex Poisson's ratio of real solid materials / T. Pritz // *Journal of Sound and Vibration*. – 1998. – V. 214. – P. 83–104.
63. Mead D. J. Measurement of the dynamic moduli and Poisson's ratio of a transversely isotropic fibre-reinforced plastic / D. J. Mead, R. J. Joannides // *Composites*. – 1991. – V. 22. – N. 15. – P. 1529.
64. Giovagnoni M. On the direct measurement of the dynamic Poisson's ratio / M. Giovagnoni // *Mechanics of Materials*. – 1994. – V. 17. – P. 33–46.
65. Kulik V. M. Physical principles of methods for measuring viscoelastic properties / V. M. Kulik, A. V. Boiko // *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*. – 2018. – V. 59. – N. 5. – P. 874–885.
66. ISO 18437-5:2012 Mechanical vibration and shock – Characterization of the dynamic mechanical properties of viscoelastic materials – Part 5: Poisson ratio based on comparison between measurements and finite element analysis.
67. Freakley P. Theory and practice of engineering with rubber / P. Freakley, A. Payne. – London: Applied Science, 1978. – 666 p.
68. Koblar D. Evaluation of the frequency-dependent Young's modulus and damping factor of rubber from experiment and their implementation in a finite-element analysis / D. Koblar, M. Boltežar // *Experimental Techniques*. – 2016. – V. 40. – P. 235–244.
69. ISO 18437-5:2012 Mechanical vibration and shock – Characterization of the dynamic mechanical properties of viscoelastic materials – Part 5: Poisson ratio based on comparison between measurements and finite element analysis.
70. Мащенко В. А. Методи вимірювань та приладові системи для визначення модулів пружності конструкційних та гетерогенних матеріалів. Монографія / В. А. Мащенко, В. П. Квасніков. – Рівне: „Волинські обереги”, 2020. – 180 с.

71. Kolupaev B. B. The acoustic spectroscopy of the PVC-based composition materials in audio frequency range / B. B. Kolupaev, V. V. Krivcov, E. V. Malynovs'kii // *Acoustic bulletin*. – 2014. – V. 16. – N. 2. – PP. 3–7.
72. Madigosky W. M. Improved resonance technique for material characterisation / W. M. Madigosky, G. F. Lee // *Journal of the Acoustical Society of America*. – 1983. – V. 73. – N. 4. – PP. 1374–1377.
73. Buchanana J. L. Numerical solution for the dynamic moduli of a viscoelastic bar / J. L. Buchanana *Journal of the Acoustical Society of America*. – 1987. – V. 81. – N. 6. – PP. 1775–1786.
74. *Sound and Vibration Damping with Polymers* / J. J. Dlubac, G. F. Lee, J. V. Duffy, R. J. Deigan, J. D. Lee. Edited by R. D. Corsatro and L. H. Sperling // *ACS Symposium Series*. – 1990. – No. 424. – PP. 49–62.
75. Simple vibrating reed apparatus for determination of thin film elastic modulus / F. Gamboa, J. E. Corona, J. A. Hoy-Benitez, F. Aviles, A. I. Oliva, V. Sosa // 1st International Congress on Instrumentation and Applied Sciences 2014 [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://www.researchgate.net/publication/265975755_Simple_vibrating_reed_apparatus_for_determination_of_thin_film_elastic_modulus.
76. Mashchenko V. Simulation of resonance oscillations of a cantilever-fixed polymer rod / V. Mashchenko, V. Krivtsov V. Kvasnikov // *Proceedings of III International scientific and practical conference “2019: Modeling, control and information technologies”* [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://itconfdoc.nuwm.edu.ua/index.php/ITConf/article/view/60/29>. [doi.org/10.31713/MCIT.2019.46]
77. Ferry J. D. *Viscoelastic properties of polymers* / J. D. Ferry // John Wiley & Sons, INC., New York, Chichester, Brisbane, Toronto, Singapore, 1980. – 672 p.
78. Bloch S. S. I. *The Physics of Oscillations and Waves: With Applications in Electricity and Mechanics (Technology)* / S. S. I. Bloch. – Springer, 1997. – 412 p.

79. Zubov V. A. Theory of oscillations (Optimization) / V. A. Zubov. – World Scientific Publishing Company, 1999. – 412 p.
80. Мащенко В. А. Інформаційна система для визначення амплітуди резонансних коливань консольно-закріпленого полімерного стрижня / В. А. Мащенко, В. В. Кривцов // Матеріали IX Міжнародної науково-практичної конференції „Технічне регулювання, метрологія, інформаційні та транспортні технології” / ред. Л. В. Коломієць, Г. Д. Братченко, В. Д. Постоварова; Одеська державна академія технічного регулювання та якості. – Одеса: Бондаренко М. О., 2019. – С. 97–99.
81. Мащенко В. А. Інформаційно-вимірjuвальна система для визначення амплітуди коливань закріпленого полімерного стрижня на основі цифрової обробки сигналів / В. А. Мащенко, П. В. Кіндрат // Збірник наукових праць ОДАТРЯ. – 2019. – № 2(15). – С. 49–57. DOI: <https://doi.org/10.32684/2412-5288-2019-2-15-49-57>
82. Патент № 144077 (Україна) МПК G01B 3/1061 5/04 G06T 5/00 7/13 7/136. Спосіб визначення резонансної частоти коливань вільного кінця закріпленого зразка у вигляді стрижня [Текст] / В. А. Мащенко, В. П. Квасніков, В. В. Кривцов, В. П. Древецький, М. А. Бордюк, В. В. Кривцов. – Реєстрац. номер заявки u 2020 02719. Опубліковано в бюлетені № 16 від 26.08.2020.
83. USB Instrument Control Tutorial [Electronic resource]. – Access mode: <https://www.ni.com>
84. Gonzalez R. Digital image processing in MATLAB / R. Gonzalez, R. Woods, S. Eddins. – Moscow: Technosphere, 2006. – 616 p.
85. Image Processing Toolbox [Electronic resource]. – Access mode: <https://www.mathworks.com/products/image.html>
86. Determination of Young’s dynamic module of polymer materials by resonance vibrating-reed method / V. Mashchenko, V. Krivtsov, V. Kvasnikov, V. Drevetskiy // Informatyka, Automatyka, Pomiarы w

- Gospodarce i Ochronie Środowiska. – 2019. – Vol. 9. – No. 4. – P. 34–37.
DOI: 10.35784/IAPGOS.244.
87. Мащенко В.А. Частотно-температурні вимірювання динамічного модуля пружності конструкційного полівінілхлориду / В. А. Мащенко, В. В. Кривцов, В. П. Квасніков // Міжвузівський збірник наукових праць „Наукові нотатки”. – 2019. – Вип. 68. – С. 68–73.
 88. Interrelationship between thermophysical and electrophysical properties of polymer-tungsten systems / B.S. Kolupaev, N.A. Bordyuk, V.A. Sidletskij, V.A. Mashchenko // Inzhenerno-Fizicheskii Zhurnal. – 1998. – V. 71. – N. 5. – P. 819–822.
 89. Мащенко В. А. Методи вимірювань та автоматизовані приладові системи для визначення модулів пружності. Монографія / В. А. Мащенко, В. П. Квасніков. – Рівне: „Волинські обереги”, 2023. – 196 с.
 90. Brekhovskikh L. Waves in layered media / L. Brekhovskikh. – Academic Press, 2012. – 343 p.
 91. Brekhovskikh L. M. Acoustics of layered media / L. M. Brekhovskikh, O. A. Godin. – Berlin: Springer-Verlag, 1990. – 240 p.
 92. Pierce A. D. Acoustics / A. D. Pierce. – McGraw-Hill, Inc., 1989. – 753 p.
 93. Плоскі хвилі на вільній поверхні полімерного пружного тіла з від’ємним коефіцієнтом Пуассона / Мащенко В. А., Волошин О. М., Колупаєв Б. Б., Іваніщук С. М. // Фізика конденсованих високомолекулярних систем. Наукові записки Рівненського державного гуманітарного університету. – Вип. 9. – Рівне: РДГУ, 2002. – С. 36–38.
 94. Arenberg D. L. Ultrasonic solid lines / D. L. Arenberg // J. Acoust. Amer. – 1948. – V. 20. – N. 1. – P. 1–26.
 95. Mavko G. Estimating grain-scale fluid effects on velocity dispersion in rocks / G. Mavko, D. Jizba // Geophysics. – 1991. – V. 56. – P. 1940–1949.

96. Composite materials with negative Poisson ration / B. S. Kolupaev, Yu. S. Lipatov, V. I. Nikitchuk, N. A. Borduyk, O. M. Volochin // ДАН України. – 1993. – № 12. – С. 130–134.
97. Мащенко В.А. Відбивання та збудження акустичних хвиль на межі рідини і пружного середовища з від'ємним коефіцієнтом Пуассона В.А. Мащенко // Міжвузівський збірник наукових праць „Наукові нотатки”. – 2016. – Вип. 54. – С. 209–213.
98. Мащенко В.А. Акустичні хвилі на вільній поверхні ізотропного твердого тіла з від'ємним коефіцієнтом Пуассона / В.А. Мащенко, Б.Б. Колупаєв // Тези доповідей V Української конференції молодих вчених з високомолекулярних сполук. – Київ, 2003. – С. 133.
99. Scholte J. G. J. The range of existence of Rayleigh and Stoneley waves / J. G. J. Scholte // Monthly Notices Roy. Astron. Soc., Geophys. Suppl. – 1947. – V. 5. – N. 3. – P. 120–126.
100. Yonug G. B. A computer program for the application of Zoeppritz's amplitude equations and Knott's energy equations / G. B. Yonug, L. W. Braile // Bull. Seismol. Soc. Amer. – 1976. – V. 66. – N. 6. – P. 1881–1885.
101. Кривцов В.В. Матеріали на основі полімерних матриць з масивом прецизійних включень / В.В. Кривцов, В.А. Мащенко // IX Міжнародна наукова конференція „Фундаментальна база наноелектроніки”. Збірник наукових праць. – Харків: ХНУРЕ, 2017. – С. 71–74.
102. Мащенко В. А. Відбивання та заломлення акустичних хвиль на межі пружних середовищ з від'ємним коефіцієнтом Пуассона / В. А. Мащенко // Вісник Національного університету водного господарства та природокористування. Збірник наукових праць. Технічні науки. – Вип. 3(71). – Частина 2. – Рівне: НУВГП, 2015. – С. 382–387.
103. Мащенко В., Відбивання акустичних хвиль від межі пружних півпросторів з від'ємним коефіцієнтом Пуассона / В. Мащенко,

- М. Петрина, І. Панченко // Матеріали міжнародної науково-технічної конференції „Фундаментальні та прикладні проблеми сучасних технологій” присвяченій 50-річчю заснування ТНТУ та 165-річчю з дня народження Івана Пулюя. – Тернопіль: ТНТУ, 2010. – С. 73.
104. Грінченко В. Т. Основи акустики / В. Т. Грінченко, В. І. Вовк, В. Т. Маципура. – Київ: Наукова думка, 2007. – 640 с.
 105. Jacobsen F. Fundamentals of General Linear Acoustics / F. Jacobsen, P. M. Juhl. – Wiley, 2013. – 304 p.
 106. Мащенко В. А. Відбивання акустичних хвиль від межі рідини та ауксетик-середовища / В. А. Мащенко // Міжвузівський збірник наукових праць „Наукові нотатки”. – 2018. – Вип. 64. – С. 113–118.
 107. Viscoelastic Properties of Filled Polyurethane Auxetics / Т. М. Shevchuk, М. А. Bordyuk, V. V. Krivtsov, V. V. Kukla, V. A. Mashchenko // Physics and chemistry of solid state. – 2021. – V. 22. – N. 2. – P. 328–335.
 108. Grigoriev I. S. Handbook of physical quantities / I. S. Grigoriev, E. Z. Meilikhov. – CRC Press, 1997. – 1548 p.
 109. Ergin K. Energy ratio the seismic waves reflected and refracted at a rock-water boundary / K. Ergin // Bull. Seismol. Soc. Amer. – 1952. – V. 42. – N. 10. – P. 349–372.
 110. Мащенко В. А. Аналіз параметрів моделі проходження ультразвукових хвиль через пластину занурену у рідину / В. А. Мащенко, В. П. Квасніков // Збірник наукових праць ОДАТРЯ. – 2018. – № 2(13). – С. 27–32.
 111. Поширення поздовжніх ультразвукових хвиль у шарі дисипативного ауксетик-середовища / В. А. Мащенко // Збірник тез XVIII Міжнародної науково-технічної конференції „ПРИЛАДОБУДУВАННЯ: стан і перспективи”. – Київ: ПБФ, КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2019. – С. 159.
 112. Мащенко В. А. Проектування інформаційно-вимірювальної системи для визначення пружних параметрів гетерогенних матеріалів / Тези VII

- Міжнародної науково-технічної конференції „ДАТЧИКИ, ПРИЛАДИ ТА СИСТЕМИ”. – Черкаси: видавець ФОП Гордієнко Є. І., 2018. – С. 16–18.
113. Мащенко В. А. Конструктивно-технічні параметри приладової системи для імерсійного методу вимірювання швидкостей ультразвукових хвиль // В. А. Мащенко, В. П. Квасніков // Вісник Інженерної академії наук. – 2018. – Вип. 3. – С.158–162.
 114. Mashchenko V. A., Information-measuring system for determination of elastic parameters of composite polymeric and heterogeneous materials / V. A. Mashchenko, V. P. Kvasnikov // The Eighth World Congress “AVIATION IN THE XXI-st CENTURY” [Електронний ресурс]. – National Aviation University, Kyiv, Ukraine, 2018. – Режим доступу: <http://conference.nau.edu.ua/index.php/Congress/Congress2018/paper/viewFile/5180/4067>
 115. Murata Manufacturing Co., Ltd. [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <http://www.murata.com>.
 116. The Measurement, Instrumentation and Sensors Handbook (Electrical Engineering Handbook) / Editor J. G. Webster. – Academic Press, 1998. – 2630 p.
 117. Мащенко В. А. Аналогово-цифровий інтерфейс для вимірювання амплітуди та часу проходження ультразвукового сигналу / В. А. Мащенко // Міжнародний науково-технічний журнал „Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах”. – 2019. – № 2 (64).– С. 35–40.
 118. Trevennor A. Practical AVR Microcontrollers / A. Trevennor. – Apress Berkeley, CA, 2012. – 416 p.
 119. Mashchenko V. A. Positioning device in the immersion measurement of the propagation velocities of longitudinal and transverse waves in a solid state sample / V. A. Mashchenko, V. P. Kvasnikov // XIV Міжнародна науково-технічна конференція „ABIA-2019”. [Електронний ресурс].

- Національний авіаційний університет, Київ, Україна, 2019. – Режим доступу: <http://conference.nau.edu.ua/index.php/AVIA/AVIA2019/paper/view/5989/4473>
120. Мащенко В. А. Вимірювальний канал приладової системи для вимірювання часу проходження УЗ-імпульсу та його амплітуди / В. А. Мащенко, В. П. Квасніков // Інтегровані інтелектуальні робототехнічні комплекси (ІРТК-2022). XV міжнародна науково-практична конференція. – Київ: НАУ, 2022. – С. 105–107.
 121. Мащенко В. А. Методика вимірювання швидкостей поширення поздовжньої та поперечної УЗ-хвиль іммерсійним методом у твердих тілах / В. А. Мащенко, В. С. Купко // Тези доповідей XI Міжнародної науково-технічної конференції „МЕТРОЛОГІЯ ТА ВИМІРЮВАЛЬНА ТЕХНІКА” (МЕТРОЛОГІЯ – 2018). – Харків: ННЦ „Інститут метрології”, 2018. – С. 40.
 122. Kolupaev B. S. Relaxation and thermal properties of filled polymer systems / B. S. Kolupaev. – Lviv: Higher school, 1980. – 204 p.
 123. Ginzl E. Determining Approximate Acoustic Properties of Materials / E. Ginzl, B. Turnbull // e-Journal of Nondestructive Testing. – 2016. – N. 12. [Електронний ресурс]. – Режим доступу: https://www.ndt.net/article/ndtnet/2016/17_Ginzl.pdf.
 124. Патент № 136643 (Україна) МПК (2006) G01H 5/00. Спосіб визначення швидкостей поширення поздовжньої та поперечної ультразвукових хвиль у зразках твердих тіл [Текст] / В. А. Мащенко, В. П. Квасніков, В. П. Древецький, В. В. Кривцов, Т. М. Шевчук. – Реєстрац. номер заявки u 2019 02701. Опубліковано в бюлетені № 16 від 27.08.2019.
 125. Truell R. Ultrasonic methods in solid state physics / R. Truell, Ch. Elbaum, B. B. Chick. – Academic Press, 1969. – 478 p.
 126. Blitz J. Ultrasonic methods of non-destructive testing / J. Blitz, G. Simpson. – Springer, 1995. – 274 p.

127. Percolation characteristics of filled polyurethane auxetics / T. M. Shevchuk, M. A. Bordyuk, V. A. Mashchenko, V. P. Kvasnikov, V. V. Krivtsov // *Physics and Chemistry of Solid State*. – 2022. – V. 23. – No. 3. – P. 590–596.
128. Advanced UT [Електронний ресурс]. – Режим доступу: http://www.advanced-ndt.co.uk/index_html_files/Reference%20Chart%20-%20Velocity%20Chart.pdf
129. GE Sensing [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <http://www.instrumart.com/assets/ge-sound-speeds-and-pipe-size-data.pdf>
130. Mashchenko V. A. Thermodynamic aspect of destruction rock / V. A. Mashchenko, O. Y. Khomenko, V. P. Kvasnikov // *Науковий вісник Національного гірничого університету*. – 2020. – № 1. – С. 25–30.
131. Визначення динамічних модулів пружності полімерних ауксетиків за допомогою імпульсних іммерсійних вимірювань швидкостей поширення ультразвукових хвиль / В. А. Мащенко, В. П. Квасніков, М. А. Бордюк, Т. М. Шевчук // *Збірник наукових праць Одеської державної академії технічного регулювання та якості*. – 2019. – № 1(14). – С. 5–11.
132. Fractal percolation approach in determining structured and mechanical properties of metal filled polyurethane auxetics / T. M. Shevchuk, M. A. Bordyuk, V. V. Krivtsov, V. A. Mashchenko // *Металофізика і новітні технології*. – 2020. – Т. 42. – № 9. – Р. 1293–1302.
133. Мащенко В. А. Дослідження звукопоглинаючих властивостей металонаповнених композитів на сонові полімерного ауксетик-середовища / В. А. Мащенко, В. В. Кривцов // *Структурна релаксація у твердих тілах: матеріали VI Міжнародної науково-практичної конференції*. – Вінниця: ТОВ «Нілан-ЛТД», 2018. – С. 255–258.
134. Мащенко В. А. Модуляція показника заломлення поверхневою акустичною хвилею в матеріалах з від'ємним коефіцієнтом Пуассона / В. А. Мащенко, В. О. Сідлецький, О. М. Волошин // *Релаксацийні, нелінійні й акустооптичні процеси та матеріали: матеріали VIII*

- Міжнародної наукової конференції. – Луцьк: Вежа-Друк, 2016. – С. 36–38.
135. Viktorova R. N. Physical Foundations for Synthesis of Sound Absorbers Using Complex-Density Composites / R. N. Viktorova, V. V. Tyutekin // *Akusticheskij Zhurnal*. – 1998. – V. 44. – Iss. 3. – P. 331–336.
 136. Нікітчук В. І. Моделі композиційного матеріалу з від'ємним коефіцієнтом Пуассона / В. І. Нікітчук, В. А. Мащенко, В. О. Сідлецький // *Композиційні матеріали: Тези доповідей III Міжнародної науково-технічної конференції*. – Київ: ІВЦ „Видавництво «Політехніка»”, 2004. – С. 113.
 137. Вплив критичного вмісту наповнювача на структурні та характеристики наповнених полімерів вінілового ряду / Т. М. Шевчук, М. А. Бордюк, В. В. Кривцов, В. А. Мащенко // *Полімерний журнал*. – 2019. – № 4. – С. 264–270.
 138. Мащенко В. А. Аналіз методів вимірювання комплексних динамічних модулів пружності в'язкопружних полімерних матеріалів / В. А. Мащенко, В. П. Квасніков // *Вісник Інженерної академії України*. – 2019. – Вип. 4. – С. 144–153.
 139. Мащенко В. А. Фізичні принципи та методи вимірювання коефіцієнта Пуассона в'язкопружних полімерних матеріалів / В. А. Мащенко, В. П. Квасніков // *Збірник наукових праць „Перспективні технології та прилади”*. – 2020. – Вип. 16. – С. 73–81.
 140. Фрактально-перколяційне моделювання структурної організації наповненого полівінілхлориду / Т. М. Шевчук, М. А. Бордюк, В. В. Кривцов, В. А. Мащенко // *Полімерний журнал*. – 2019. – № 2. – С. 109–115.
 141. Debye temperatures and nanostructuring of polyurethane auxetics / T. M. Shevchuk, M. A. Bordyuk, V. A. Mashchenko, V. V. Krivtsov, L. V. Mashchenko // *Physics and chemistry of solid state*. – 2024. – V. 25. – N. 2. – P. 316–323.

142. Physical acoustics / Editors W. P. Mason, R. N. Thurston. V. VI. – Academic Press, 1988. – 528 p.
143. Viktorov I. A. Types of sound surface waves in solids (Review). / I. A. Viktorov // Acoustic Logging. – 1979. – V. 15. – N. 1. – P. 1–17.
144. Brekhovskikh L. M. On surface waves in solids held by the curvature of the boundary / L. M. Brekhovskikh // Acoust J. – 1967. – V. 13. – N. 4. – P. 541–555.
145. Knopoff L. On Rayleigh wave velocities / L. Knopoff // Bull. Siesm. Soc. Am. – 1952. – V. 42. – P. 307–308.
146. Rose L. R. F. On the energy radiated by Rayleigh waves / L. R. F. Rose L. R. F. // Wave Motion. – 1984. – V. 6. – N. 4. – P. 359–361.
147. Achenbach J. D. Wave Propagation in Elastic Solids / J. D. Achenbach. North-Holland Publishink Company Amsterdam, Elsevier, 2016. – 440 c.
148. Мащенко В. А. Дослідження властивостей хвиль Релея на вільній поверхні ізотропного твердого тіла з від'ємним коефіцієнтом Пуассона / В. А. Мащенко, Б. Б. Колупаєв // Фізика конденсованих високомолекулярних систем. Наукові записки Рівненського державного гуманітарного університету. – Вип. 8. – Рівне: РДГУ, 2000. – С. 62–64.
149. Scarpa F. Some new considerations concerning the Rayleigh-wave velocity in auxetic materials / F. Scarpa, P. G. Malischewsky // Physic Status Solidi. – 2008. – V. 245. – No. 3. – P. 578–583.
150. Vinh P. C. Explanation for Malischewsky's approximate expression for the Rayleigh wave velocity / P. C. Vinh, P. G. Malischewsky // Ultrasonics. – 2006. – V. 45. – Iss. 1–4. – P. 77–81.
151. Malischewsky P. G. Comparison of approximated solutions for the phase velocity of Rayleigh waves (Comment on 'Characterization of surface damage via surface acoustic waves') / P. G. Malischewsky // Nanotechnology. – 2005. – V. 16. – N. 6. – P. 995.
152. Мащенко В. А. Метод визначення динамічного коефіцієнта Пуассона полімерного ауксетика за допомогою трьох типів акустичних хвиль /

- В. А. Мащенко // Міжнародний науково-технічний журнал „Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах”. – 2020. – № 1 (65). – С. 16–22.
153. Мащенко В.А. Вимірювання швидкості поширення поверхневої хвилі Релея в полімерному ауксетику / В. А. Мащенко, В.П. Квасніков // Інтегровані інтелектуальні робототехнічні комплекси (ІРТК-2023). XVI Міжнародна науково-практична конференція. – Київ: НАУ, 2023. – С. 147–149.
 154. Kulakov M. A. Some features, of PAV velocity measurement using an acoustic microscope / M. A. Kulakov, A. I. Morozov // *Akusticheskij Zhurnal*. – 1985. – V. 31. – N 6. – С. 817–820.
 155. Blackstock D. T. *Fundamentals of Physical Acoustics* / D. T. Blackstock. – John Wiley & Sons, 2000. – 576 p.
 156. Krasil'nikov V. A. Velocity dispersion of Rayleigh waves due to surface tension / V. A. Krasil'nikov, V.V. Krilov // *Akusticheskij Zhurnal*. – 1979. – V. 25, – Iss. 3. – P. 408–413.
 157. ONDT [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <http://www.olympus-ims.com/en/ndt-tutorials/thickness-gage/appendices-velocities/>
 158. A fractal scaling law between tortuosity and porosity si porous media / P. Xu, L. Zhang, B. Rao and othe // *Fractals*. – 2020. – Vol. 28. – No. 02. 2050025.
 159. Садовенко І.О. Метод оцінки величини поверхневої енергії гірських / І. О. Садовенко, В. А. Мащенко // Геотехнічна механіка: міжвід. зб. наук. праць. Ін-т геотехнічної механіки ім. М. С. Полякова НАН України. – Дніпропетровськ, 2012. – Вип. 107. – С. 58–63.
 160. Поверхневі акустичні хвилі в насичених рідиною пористо-пружних середовищах з від'ємним коефіцієнтом Пуассона / В. А. Мащенко // Релаксаційні, нелінійні й акустооптичні процеси та матеріали: матеріали VII Міжнародної наукової конференції. – Луцьк: Вежа-Друк, 2014. – С. 194–196.

161. Дослідження внеску хвиль Релея в теплоємність аморфних полімерів / В. А. Мащенко, Б. С. Колупаєв, Б. Б. Колупаєв // Тези доповідей XI Української конференції з високомолекулярних сполук. – Дніпропетровськ: ДХТУ, 2007. – С. 50.
162. Contribution of surface Rayleigh waves to the heat capacity of poly(vinyl chloride) / V. V. Klepko, B. B. Kolupaev, E. V. Lebedev, V. A. Mashchenko // Polymer Science. – Ser. A. – 2009. – V. 51. – N. 9. – P. 986–990.
163. Bulat A. M. Fractals in geomechanics / A. M. Bulat, V. I. Dyrda. – Kyiv: Naukova Dumka, 1995. – 358 p.
164. Measurement of Nonlinear Ultrasonic Characteristics / K.-Y. Jhang, C. J. Lissenden, I. Solodov, Y. Ohara, V. Gusev. – Singapore: Springer, 2020. – 287 p.
165. Davydov S. Yu. Elastic moduli of the third order of single-layer graphene / S. Yu. Davydov // Physics of the Solid State. – 2011. – V. 53, – Iss. 3. – P. 617–619.
166. Korobov A. I. Elastic constants of the second and third orders of aluminum alloy B95 and composite B95/nanodiamond / A. I. Korobov, V. M. Prokhorov, D. M. Mekhedov // Physics of the Solid State. – 2013. – V. 55. – Iss. 1. – P. 10–13.
167. Haller K. Nonlinear Acoustics Applied to Nondestructive Testing PhD. Thesis / Sweden: Blekinge Institute of Technology, 2007. – 97 p.
168. Rudenko O. V. Giant nonlinearities in structurally inhomogeneous media and the fundamentals of nonlinear acoustic diagnostic techniques / O. V. Rudenko // Physics–Uspekhi. – 2006. – V. 176. – P. 77–95.
169. Dielesan E. Elastic Waves in Solids. Application to Signal Processing / E. Dielesan, D. Royer. – John Wiley & Sons, 1980. – 511 p.
170. Destrade M. Third- and fourth-order constants of incompressible soft solids and the acousto-elastic effect / M. Destrade, M. D. Gilchrist // J. Acoust. Soc. Am. – 2010. – Vol. 127. – N 5. – P. 2759–2763.

171. Breazeale M. A. Physical acoustics. Principles and methods / M. A. Breazeale, J. Philip. Eds. W. P. Mason, R. N. Thurston. – N. Y.– London: Academic Press, 1964. – 532 p.
172. Thurston R. N. Third-order elastic constants and the velocity of small amplitude elastic waves in homogeneously stressed media / R. N. Thurston, K. Brugger // *Phys. Rev.* – 1964. – Vol. 133. – PA1604.
173. Takahashi S. Measurement of third-order elastic constants and applications to loaded structural materials / S. Takahashi, R. Motegi // *SpringerPlus.* – 2015. – P. 1–20.
174. Guz A. N. Elastic waves in bodies with initial stresses: in 2 volumes. Volume 2. Propagation patterns / A. N. Guz. – Kyiv: Naukova Dumka, 1986. – 536 p.
175. Kuliev G. G. Determination of third-order elastic moduli for sedimentary rocks based on borehole geophysical data / G. G. Kuliev, H. B. Agaev, G. G. Gasanova // *Physics of the Earth.* – 2016. – N. 6. – P. 54–60.
176. Bridgman P. W. Physics of high pressures / P. W. Bridgman. – London: Dover publications, 1971. – 402 p.
177. Murnaghan F. D. Finite deformation of an elastic solid / F. D. Murnaghan. – New York, John Wiley, 1967. – 218 p.
178. Birch F. The effect of pressure upon the elastic parameters of isotropic solids, according to Murnaghan's theory of finite strain / F. Birch // *Journal of Applied Physics.* – 1938. – V. 9. – N 4. – P. 279–288.
179. Hughes D. S. Second-order elastic deformation of solids / D. S. Hughes, J. L. Kelly // *Phys. Rev.* – 1953 – V. 92. – N. 5. – P. 1145–1149.
180. Hughes D. S. Dynamic elastic moduli of iron, aluminum, and fused quartz / D. S. Hughes, C. Maurette // *Journal of Applied Physics.* – 1956. – V. 27. – N 10. – P. 1184–1186.
181. Мащенко В. А. Визначення модулів пружності третього порядку гетерогенних геоматеріалів за допомогою імпульсних ультразвукових

- вимірювань / В. А. Мащенко, В. П. Квасніков // Вісник Інженерної академії України. – 2019. – Вип. 2. – С. 12–18.
182. Мащенко В. А. Метод та приладова система для визначення модулів пружності третього порядку твердих тіл / В. А. Мащенко // Інтегровані інтелектуальні робототехнічні комплекси (ІРТК-2020). XIII Міжнародна науково-практична конференція. – Київ: НАУ, 2020. – С. 116–118.
 183. Crecraft D. J. Ultrasonic wave velocities in stressed nickel steel / D. J. Crecraft. – Nature, 1962. – V. 195, – No. 4847. – P. 1193–1194.
 184. Мащенко В. А. Дослідження особливостей деформації неідеально-пружних гірських порід / В. А. Мащенко, І. О. Садовенко // Науковий вісник Національного гірничого університету, 2014. – № 6. – С. 80–86.
 185. Zaitsev V. Elastic moduli and dissipative properties of microinhomogeneous solids with isotropically oriented defects. / V. Zaitsev, P. Sas // Acustica-Acta Acustica. – 2000. – V. 86. – N. 2. – P. 216–228.
 186. ДСТУ Б В.2.7–231:2010 Будівельні матеріали. Методи випробувань природного каменю. Визначення дійсної густини, об'ємної щільності, загальної та відкритої пористості (EN 1936:2006, MOD) [Електронний ресурс]. – Режим доступу: https://online.budstandart.com/ua/catalog/doc-page.html?id_doc=26320.
 187. Mavko G. The relation between seismic P- and S-velocity dispersion in saturated rocks / G. Mavko // Geophysics. – 1994. – V. 59. – N. 1. – P. 87–92.
 188. Мащенко В. А. Прогнозування стійкості вертикальної свердловини великого діаметру при розробці алмазоносних родовищ корисних копалин / В. А. Мащенко, В. О. Рачковський, В. П. Крайчук // Вісник Криворізького національного університету: збірник наукових праць. – Кривий Ріг: КНУ, 2012. – Т. 33. – С. 24–28.
 189. Nazarov V. E. Poisson's ratio of cracked media / V. E. Nazarov, A. M. Sutin // Akusticheskij Zhurnal, – 1995. – V. 41. – Iss. 6. – P. 932–934.

ДОДАТОК А

Програмний код функції USBTMC_SDG()

```
function USBTMC_SDG()
% Функція для керування роботою генератора Siglent SDG-
1010 за допомогою NI-VISA
global img;
global cam;
cam=webcam(1);
preview(cam);
pause(10.0);
% Створюємо VISA-USB підключений до USB-інструменту
vu=visa('ni','USB0::0xF4ED::0xEE3A::SDG10GAD2R1769::
INSTR');
% Відкриваємо створений об'єкт VISA.
fopen(vu);
% Відправляє строчку "*IDN?" із запитом ідентифікації
пристрою
fprintf(vu,'*IDN?');
%
outputbuffer=fscanf(vu);
disp(outputbuffer)
% Відправляє строчку "*TST?" із
fprintf(vu,'*TST?');
outputbuffer=fscanf(vu);
disp(outputbuffer)
%
fprintf(vu,'C1:BSWV WVTP,SQUARE');
%pause(1.0);
frequency=10;
str=num2str(frequency);
str=strcat('C1:BSWV FRQ,',str);
fprintf(vu,str);
%pause(1.0);
fprintf(vu,'C1:BSWV AMP,12)');
%pause(1.0);
fprintf(vu,'C1:OUTP ON');
pause(5.0);
fprintf(vu,str);
while frequency<=140
    img=snapshot(cam);
    imshow(img);
```

```
    pause(5.0);  
    frequency=frequency+0.1;  
    str=num2str(frequency);  
    str=strcat('C1:BSWV FRQ,',str);  
end  
fprintf(vu,'C1:OUTP OFF');  
% Закриваемо об'єкт VISA  
clear('cam');  
fclose(vu);  
delete(vu);  
end
```

ДОДАТОК Б

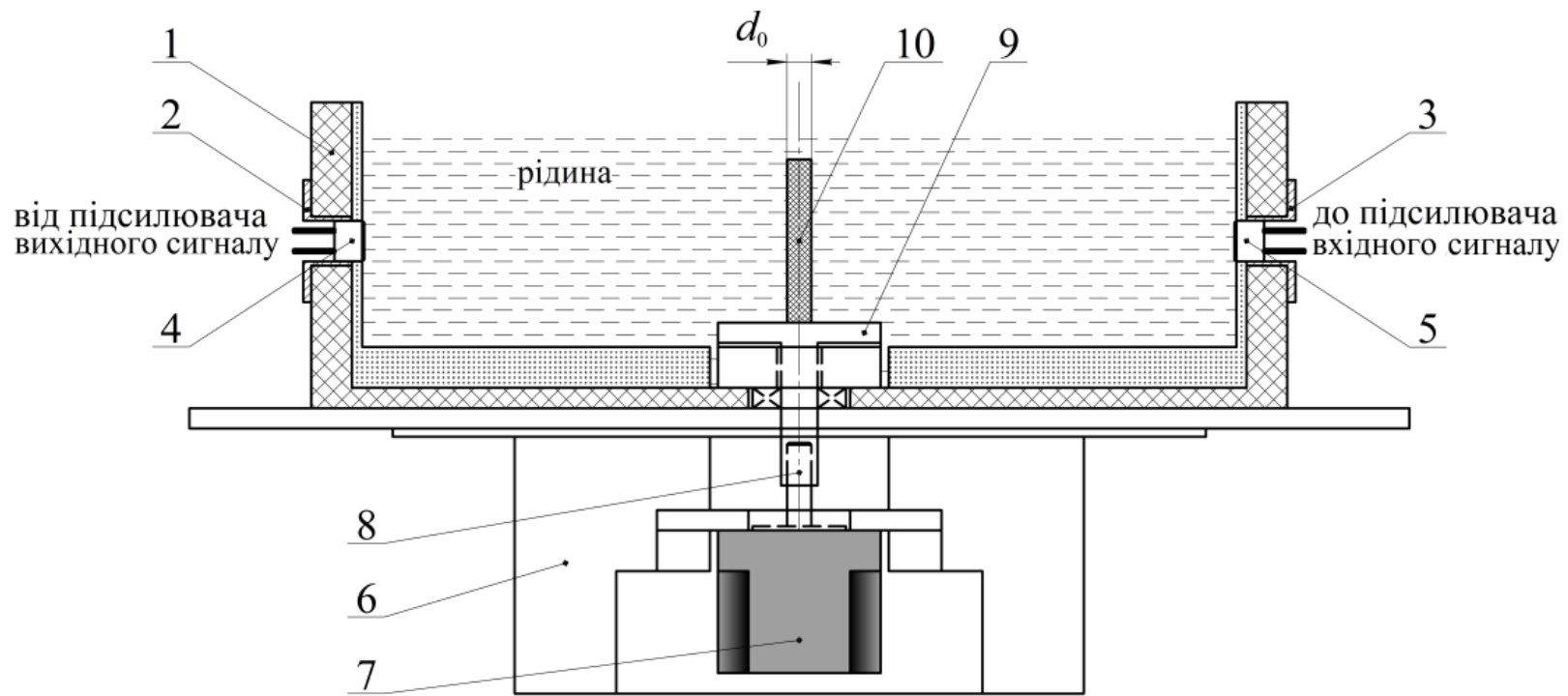


Рис. 1. Конструкція експериментальної кювети: 1 – кювета із склотекстоліту; 2, 3 – металеві триймачі; 4 – випромінювач УЗ-коливань; 5 – приймач УЗ-коливань; 6 – кріплення; 7 – крокуючий двигун; 8 – вал крокового двигуна; 9 – тримач зразка; 10 – зразок.



НАУКОВО-ВИРОБНИЧА ФІРМА **ПРОДЕКОЛОГІЯ**

вул. Млинівська 32, м. Рівне, 33030, Україна
тел.: +38(0362) 630877, факс: +38(0362) 640515.
E-mail: separator@prodecolog.com.ua
www.prodecolog.com.ua

ЗАТВЕРДЖУЮ

Виконавчий директор
НВФ «Продекологія»



Володимир ГАВРИЛЮК
_____ 2025 р.

АКТ

впровадження результатів дисертаційної роботи

Ми, що нижче підписалися, заступник директора з науки В. Нітяговський, головний конструктор А. Середюк, склали цей акт про те, що результати дисертаційної роботи доцента кафедри автоматизації, електротехнічних та комп'ютерно-інтегрованих технологій Національного університету водного господарства та природокористування Мащенка Володимира Андрійовича впровадженні у практику вимірювання фізико-механічних характеристик конструкційних полімерних матеріалів.

У дисертаційній роботі:

- розроблено методологію вимірювання амплітуди резонансних коливань консольно-закріпленого полімерного стрижня на звукових частотах, що базується на обробці цифрового зображення;
- отримані регресійні аналітичні залежності амплітуди резонансних максимумів зразків конструкційного полівінілхлориду від частоти при різних температурах, та регресійну залежність частоти головного максимуму від температури;
- розроблено концепцію приладової системи на основі імерсійного методу вимірювання швидкостей поширення поздовжньої та поперечної ультразвукових хвиль і коефіцієнтів їх поглинання у конструкційних полімерних матеріалах.

Використання цих результатів дисертаційної роботи Мащенка В.А. на здобуття наукового ступеня доктора технічних наук забезпечило для НВФ «Продекологія» такі результати:

- використання алгоритму обробки цифрових зображень дало можливість зменшити похибку визначення резонансної частоти коливань стрижня, що збільшує точність вимірювання його модуля пружності;

31 рік досвіду та інновацій

• Споживачі 58 галузей у 51 країні світу • 112 патентів на винаходи і свідоцтво на наукове відкриття
Ми краще знаємо, що потрібно замовнику! Магнітна, електрична сепарація та металодетекція - наш профіль!

- можливість комплексного підходу до вимірювання модулів пружності на звукових ультразвукових частотах конструкційних полімерних матеріалів, які використовуються в окремих вузлах і елементах конструкцій промислових апаратів, що виготовляються на фірмі;
- можливість прогнозування значень динамічних модулів пружності для конструкційних полімерних матеріалів при різних температурах в умовах динамічного навантаження.

Зазначаємо, що даним актом підтверджується значний науковий внесок результатів дисертаційної роботи Машенка В.А. в розробку методів і засобів вимірювання механічних величин, які мають практичний інтерес для фахівців НВП «Продуктологія».

Взаємних фінансових претензій організації не мають.

/ Заступник директора з науки
НВП «Продуктологія»



Валентин НІТЯГОВСЬКИЙ

Головний конструктор
НВП «Продуктологія»



Андрій СЕРЕДЮК

31 рік досвіду та інновацій

- Споживачі 58 галузей у 51 країні світу
 - 112 патентів на винаходи і свідоцтво на наукове відкриття
- Ми краще знаємо, що потрібно замовнику! Магнітна, електрична сепарація та металодетекція - наш профіль!



**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ВОДНОГО ГОСПОДАРСТВА ТА
ПРИРОДОКОРИСТУВАННЯ
(НУВГП)**

вул. Соборна, 11, м. Рівне, 33028, тел. (0362) 63 30 98, факс (0362) 63 32 09,
e-mail: mail@nuwm.edu.ua, web: https://nuwm.edu.ua
код ЄДРПОУ 02071116

Від 20.01.2025 № 04-02 На № _____ від _____

ДОВІДКА

про використання у навчальному процесі
Національного університету водного господарства та природокористування
результатів досліджень і розробок,
одержаних при виконанні дисертаційної роботи
МАЩЕНКА Володимира Андрійовича
на здобуття наукового ступеня доктора технічних наук за спеціальністю
05.11.01 – прилади та методи вимірювання механічних величин

Використання у навчальному процесі Національного університету водного господарства та природокористування науково-методичних розробок та результатів досліджень доцента кафедри автоматизації, електротехнічних та комп'ютерно-інтегрованих технологій Машенка В. А., що викладені в його дисертації, забезпечують набуття теоретичних знань та практичних навичок щодо вимірювання механічних величин із використанням інформаційно-вимірювальних систем, моделювання роботи складних систем із використанням інформаційних технологій, використанням чисельних методів для моделювання процесів при виборі методів вимірювання, задачах обробки вимірювальної інформації та визначенню механічних характеристик електротехнічних матеріалів, сприяють розвитку у майбутніх фахівців творчого та науково-дослідницького мислення, забезпечують основу для формування нової тематики магістерських та бакалаврських робіт, під час викладання таких курсів для здобувачів освіти спеціальностей 174 «Автоматизація, комп'ютерно-інтегровані технології та робототехніка», 141 «Електроенергетика, електротехніка, електромеханіка»:

– під час викладання навчальної дисципліни «Моделювання кіберфізичних систем» для здобувачів вищої освіти другого (магістерського) рівня, які навчаються за ОПП «Автоматизація, комп'ютерно-інтегровані технології та робототехніка» за спеціальністю 174 «Автоматизація, комп'ютерно-інтегровані технології та робототехніка»: Тема 2. Особливості та архітектура кіберфізичних систем; Тема 8. Комунікаційні засоби нижніх рівнів кіберфізичних систем;

– під час викладання навчальної дисципліни «Технологічні вимірювання» для здобувачів вищої освіти першого (бакалаврського) рівня, які навчаються за ОПП «Автоматизація, комп'ютерно-інтегровані технології та робототехніка» за спеціальністю 174 «Автоматизація, комп'ютерно-інтегровані технології та робототехніка»: Тема 3. Цифрові засоби вимірювальної техніки; Тема 4. Інформаційно-вимірювальні системи; Тема 7. Давачі положення, наближення та переміщення;

– під час викладання навчальної дисципліни «Чисельні методи та моделювання» для здобувачів вищої освіти першого (бакалаврського) рівня, які навчаються за ОПП «Автоматизація, комп'ютерно-інтегровані технології та робототехніка» за спеціальністю 174 «Автоматизація, комп'ютерно-інтегровані технології та робототехніка»: Тема 1. Розв'язок нелінійних рівнянь. Розв'язок систем нелінійних рівнянь; Тема 3. Інтерполяція і наближення поліномами; Тема 6. Чисельне розв'язування звичайних диференціальних рівнянь; Тема 7. Чисельне розв'язування диференціальних рівнянь в частинних похідних;

– під час викладання навчальної дисципліни «Електротехнічні матеріали та комплектуючі» для здобувачів вищої освіти першого (бакалаврського) рівня, які навчаються за ОПП «Електроенергетика, електротехніка, електромеханіка» за спеціальністю 151 «Електроенергетика, електротехніка, електромеханіка»: Тема 2. Електрофізичні характеристики матеріалів; Тема 5. Тверді діелектричні матеріали.

Проректор з наукової роботи
та міжнародних зв'язків,
д. е. н., професор

Виконавець: Володимир ДРЕВЕЦЬКИЙ



Наталія САВІНА