

ПРОГРАМА
вступного іспиту зі спеціальності
Е7 «Математика»
для здобувачів вищої освіти
третього (освітньо-наукового) рівня

Вступне слово

Програма складена з урахуванням програми рівня вищої освіти магістра зі спеціальності 111 Математика (Е7 Математика). Вона містить 6 розділів, у яких відображені базові питання на оцінку професійного рівня магістрів, спрямовані на виявлення знань та умінь здобувачів вищої освіти третього (освітньо-наукового) рівня зі спеціальності 111 Математика (Е7 Математика).

1. Математичний аналіз

1. Функції однієї змінної: границя функції в точці; дослідження локальної поведінки функції; неперервні функції та їх основні властивості. Обернена функція та умови її існування.

2. Похідна та її застосування: означення та правила обчислення похідних; теореми про функції, що мають похідну; диференціал функції, похідні та диференціали старших порядків; формула Тейлора; дослідження функцій на екстремум.

3. Невизначений інтеграл: означення, властивості та методи інтегрування.

4. Визначений інтеграл: означення, основні властивості.

5. Числові ряди: означення збіжності, критерій Коші; критерій та ознаки збіжності рядів з невід'ємними членами; абсолютно і умовно збіжні ряди.

6. Функціональні ряди: означення, критерій та ознаки рівномірної збіжності; властивості рівномірно збіжних рядів, почленне диференціювання та інтегрування; степеневі ряди та їх основні властивості, розвинення елементарних функцій у степеневі ряди.

7. Функції кількох змінних: границя в точці; неперервність; властивості неперервних функцій на компактах; частинні похідні; диференційованість; формула Тейлора; дослідження на екстремум; градієнт, похідна за напрямом; теорема про існування неявної функції.

8. Невластиві інтеграли: означення, властивості, ознаки збіжності; властивості функцій, що визначаються невластивими інтегралами. Інтеграли, що залежать від параметра: неперервність, диференціювання та інтегрування по параметру.

9. Кратні інтеграли: означення, властивості, обчислення; невластиві кратні інтеграли,

10. Криволінійні та поверхневі інтеграли; означення, властивості,

обчислення; формула Гріна, Гауса-Остроградського і Стокса.

11. Ряди і інтеграл Фур'є: означення, властивості рядів Фур'є відносно ортонормованих систем функцій; ознаки збіжності тригонометричних рядів Фур'є; розклад функцій в тригонометричні ряди Фур'є; інтегральна формула Фур'є; перетворення Фур'є.

2. Алгебра

1. Означення групи, підгрупи, кільця і поля. Приклади. Поняття фактор-групи.

2. Лінійні простори: означення, лінійна незалежність, базис, розмірність; евклідові та унітарні скінченновимірні простори; приклади.

3. Лінійні оператори у скінченновимірних просторах: означення, матричний опис; ядро і образ, ранг і дефект; простір лінійних операторів.

4. Системи лінійних алгебраїчних рівнянь; необхідна та достатня умова розв'язності (теорема Кронекера-Капеллі); теорема про структуру розв'язків. Формула для обчислення оберненої матриці.

5. Канонічна форма матриці лінійного оператора: жорданова форма матриці; теорема Гамільтона-Келі.

3. Функціональний аналіз

1. Міра множин: означення та властивості; міра Лебега на прямій і в просторі $\mathbb{R}^n$.

2. Вимірні функції: означення, основні властивості.

3. Інтеграл Лебега: означення, основні властивості; теореми про граничний перехід під знаком інтеграла.

4. Метричні простори: означення, приклади, повнота, сепарабельність; принцип нерухомої точки та його застосування.

5. Банахові і гільбертові простори: означення, приклади, властивості норми і скалярного добутку.

6. Лінійні неперервні функціонали і оператори: означення, властивості, норма; обернені оператори.

7. Компактні множини і компактні оператори в банахових просторах: означення, властивості; теореми Фредгольма для операторних рівнянь 2-го роду з компактними операторами.

8. Резольвента і спектр оператора: означення, властивості, спектр компактних і самоспряжених операторів.

4. Аналітичні функції комплексної змінної

1. Означення та приклади аналітичних функцій.

2. Інтегральна теорема і формула Коші.
3. Розклад аналітичної функції в ряд Тейлора.
4. Ряд Лорана. Теорема Лорана. Класифікація особливих точок.
5. Лишки: означення; основна теорема; обчислення інтегралів з допомогою лишків.

5. Звичайні диференціальні рівняння

1. Основні поняття та означення теорії диференціальних рівнянь; означення типу та класифікація розв'язків; розв'язність елементарних квазілінійних рівнянь першого порядку.
2. Теорема існування та єдності розв'язків задачі Коші для рівнянь та системи рівнянь. Особливі точки і особливі розв'язки диференціальних рівнянь.
3. Лінійні диференціальні рівняння: структура загального розв'язку; знаходження розв'язків лінійних рівнянь та систем зі сталими коефіцієнтами; методи знаходження частинних розв'язків неоднорідних рівнянь та систем.
4. Стійкість розв'язків систем нелінійних рівнянь: означення; метод функцій Ляпунова; дослідження на стійкість за першим наближенням.
5. Диференціальні рівняння з частинними похідними першого порядку: побудова загального розв'язку; розв'язність задачі Коші.

6. Рівняння з частинними похідними

1. Класифікація рівнянь з частинними похідними: рівняння 2-го порядку, їх типи та зведення до канонічної форми; гіперболічні, еліптичні та параболічні рівняння довільного порядку.
2. Задача Коші для рівнянь довільного порядку в класах аналітичних функцій: теорема Ковалевської; доведення єдиності методом Хольмгрена.
3. Основні задачі для рівнянь математичної фізики: задача Коші; крайові задачі; початково-крайові задачі; поняття про коректність; приклад Адамара.
4. Задача Коші та початково-крайові задачі для рівнянь гіперболічного типу: розв'язування задачі Коші для гіперболічних рівнянь методом характеристик; формула Кірхгофа; методи розв'язування початково-крайових задач; загальна схема методу Фур'є розв'язання змішаної задачі для гіперболічних рівнянь.
5. Гармонічні функції: означення, принцип максимуму та його застосування до доведення єдиності розв'язку задачі Діріхле; розв'язування задач Діріхле і Неймана для рівняння Лапласа методом потенціалу.
6. Параболічні рівняння 2-го порядку: принцип максимуму та його застосування до доведення єдиності розв'язків задач Коші і Діріхле; розв'язування задачі Коші; інтеграл Пуассона; методи розв'язування початково-крайових задач.
7. Класифікація за І. Г. Петровським систем диференціальних рівнянь із

частинними похідними довільного порядку (гіперболічні, еліптичні, параболічні).

Форми контролю та критерії оцінювання

Організування та проведення вступних випробувань до аспірантури здійснюється відповідно до Правил прийому до аспірантури Національного університету «Львівська політехніка» у відповідному році.

Вступний іспит зі спеціальності Е7 «Математика» проводиться у письмовій формі згідно з окремим графіком, який затверджується Ректором Університету та оприлюднюється на інформаційному стенді відділу докторантури та аспірантури й офіційному веб-сайті Університету не пізніше, ніж за 3 дні до початку прийому документів.

Екзаменаційні білети вступного іспиту зі спеціальності Е7 «Математика» формуються в обсязі програми рівня вищої освіти магістра зі спеціальності та затверджуються на засіданні Вченої ради ІМФН.

Екзаменаційний білет вступного іспиту до аспірантури зі спеціальності Е7 «Математика» містить письмову компоненту з п'яти питань: одне питання з розділу 1, одне питання з розділів 2 або 4, одне питання з розділу 3, одне питання з розділу 5 та одне питання з розділу 6 (максимальна сумарна кількість балів-100).

Критерії оцінювання кожного питання вступного іспиту є такими:

- Оцінка «відмінно» (18-20 балів): вступник в аспірантуру бездоганно засвоїв теоретичний матеріал щодо змісту питання; самостійно, грамотно і послідовно з вичерпною повнотою відповів на питання; демонструє глибокі та всебічні знання, логічно будує відповідь; висловлює своє ставлення до тих чи інших проблем; вміє встановлювати причинно-наслідкові зв'язки, логічно та обґрунтовано будувати висновки.

- Оцінка «добре» (14-17 балів): вступник в аспірантуру добре засвоїв теоретичний матеріал щодо змісту питання, аргументовано викладає його; розкриває основний зміст питання, дає неповні визначення понять, допускає незначні порушення в послідовності викладення матеріалу та неточності при використанні наукових термінів; нечітко формулює висновки, висловлює свої міркування щодо тих чи інших проблем, але припускається певних похибок у логіці викладу теоретичного змісту.

- Оцінка «задовільно» (10-13 балів): вступник в аспірантуру в основному засвоїв теоретичний матеріал щодо змісту питання; фрагментарно розкриває зміст питання і має лише загальне його розуміння; при відтворенні основного змісту питання допускає суттєві помилки, наводить прості приклади, непереконливо відповідає, плутає поняття.

- Оцінка «незадовільно» (0-9 балів): вступник не засвоїв зміст питання, не знає основних його понять; дає неправильну відповідь на запитання.

Виконання завдань вступного іспиту зі спеціальності Е7 «Математика» передбачає необхідність неухильного дотримання норм та правил академічної доброчесності відповідно до Положення про академічну доброчесність у Національному університеті «Львівська політехніка». За порушення зазначених норм та правил вступники в аспірантуру притягаються до відповідальності згідно з вимогами чинного законодавства.

Література

1. Дороговцев А.Я. Математичний аналіз, Частина 1. – Київ, Либідь, 1993. – 320 с.
2. Дороговцев А.Я. Математичний аналіз, Частина 2. – Київ, Либідь, 1994. – 304 с.
3. Каленюк П.І., Костробій П.П., Мохонько А.З., Нитребич З.М., Ільків В.С., Олексів І.Я., Кучма М.І., Бугрій Н.В., Сохан П.Л. Математичний аналіз, частина 1. – Львів: Растр-7, 2021. – 328 с.
4. Костробій П.П., Строчик М.М. Математичний аналіз II. – Львів: Растр-7, 2022. – 392 с.
5. Давидов М.О. Курс математичного аналізу, ч. 1, 2, 3. – К.: Вища школа, 1990, 1991, 1992.
6. Березанський Ю.М., Ус Г.Ф., Шефтель З.Г. Функціональний аналіз. – Львів: Видавець І.Е. Чижиков, 2014. – 559 с.
7. Кадець В.М. Курс функціонального аналізу та теорії міри. – Львів: Видавець І.Е. Чижиков, 2012. – 590 с.
8. Степанов В.В. Курс диференціальних рівнянь – К.: Радянська шк., 1953. – 444 с.
9. Самойленко А. М., Перестюк М. О., Парасюк І. О. Диференціальні рівняння. – К.: Либідь, 2003.
10. Ляшко І.І., Боярчук О.К., Гай Я.Г., Калайда О.Ф. Диференціальні рівняння. – К.: Вища шк., 1981. – 504 с.
11. Перестюк М. О., Маринець В. В. Теорія рівнянь математичної фізики. – К.: Либідь, 2001.
12. Маркович Б.М. Рівняння математичної фізики. – Львів: Видавництво Львівської політехніки, 2009. – 387 с.
13. Забавський Б., Андрійчук В., Гаталевич А., Пігура О. Загальна алгебра. – Львів: ЛНУ імені Івана Франка, 2018. – 186 с.
14. Шапочка І. В.. Курс лекцій з алгебри. – Ужгород : Говерла, 2013. – 221 с.
15. Єжов С.М., Разумова М.А. Теорія функцій комплексної змінної. – К.: Видавничо-поліграфічний центр "Київський університет", 2012. – 191 с.
16. Грищенко О.Ю., Ляшко С.І. Теорія функцій комплексної змінної. – К.: ВПЦ "Київський університет", 2009. – 495 с.