

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЛЬВІВСЬКА ПОЛІТЕХНІКА»

СЕНИК ЮЛІЯ АНДРІЇВНА



УДК 539.3

**МОДЕЛЮВАННЯ ТА ДОСЛІДЖЕННЯ РОЗМІРНИХ
ЕФЕКТІВ У ЕЛЕКТРОПРОВІДНИХ ТІЛАХ**

01.05.02 – математичне моделювання
та обчислювальні методи

Автореферат

дисертації на здобуття наукового ступеня
кандидата технічних наук

Львів – 2023

Дисертацією є рукопис

Роботу виконано у Інституті прикладних проблем механіки і математики ім.Я.С.Підстригача НАН України, м. Львів.

Науковий керівник: доктор фізико-математичних наук, професор
Маркович Богдан Михайлович,
Національний університет “Львівська політехніка”,
завідувач кафедри прикладної математики.

Офіційні опоненти: доктор технічних наук, професор
Пукас Андрій Васильович,
Західноукраїнський національний університет,
м. Тернопіль, завідувач кафедри комп'ютерних наук;

кандидат фізико-математичних наук, доцент
Кузь Ігор Степанович, Львівський національний
університет імені Івана Франка, м. Львів, заступник
декана механіко-математичного факультету з наукової і
навчально-виховної роботи.

Захист відбудеться 14 вересня 2023 року о 16 годині на засіданні докторської ради Д 35.052.05 у Національному університеті «Львівська політехніка» (79013, м. Львів, вул. С. Бандери, 12, 226 ауд. головного корпусу).

З дисертацією можна ознайомитися у науково-технічній бібліотеці Національного університету «Львівська політехніка» (79013, м. Львів, вул. Професорська, 1).

Автореферат розіслано 13 серпня 2023 року.

Вчений секретар
спеціалізованої вченої ради,
доктор технічних наук, професор



Р.А. Бунь

ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

Актуальність теми. Мікро та нанотехнології досить швидко увійшли в науковий світ і завдяки своїм унікальним властивостям набули застосування майже в усіх галузях виробництва і промисловості, починаючи від військових потреб (матеріали, що роблять літаки невидимими для радіолокації; бронезилети тощо), електроніки (підвищення інтеграції електронних компонент); нові матеріали з підвищеними характеристиками стійкості до температури, збереження своїх структурних, діелектричних, електрофізичних і магнітних властивостей; розроблення нових датчиків: газу, тиску, випромінювання (з широким діапазоном хвиль) на основі мембран з атомарною товщиною), машинобудування (зносостійкі, антикорозійні, захисні матеріали), будівництва (полегшені конструкції будівель, покращені бетоносуміші), сонячної, космічної, медичної галузей та закінчуючи побутом (нанопокриття для збереження чистоти вікон, акваріумів; незабруднювальний та водонепроникний одяг). Зважаючи на це залишається актуальним розрахунок та прогнозування експлуатаційних, міцнісних та деформаційних параметрів деталей. Науковою базою визначення цих параметрів є побудовані на основі механіки деформівного твердого тіла математичні моделі об'єктів дослідження, що в належній мірі враховують структуру та властивості матеріалу реальних твердих тіл, які зазвичай є локально неоднорідними. Особливо це стосується тонкоплівкових та тонковолокнистих систем, що мають широке застосування в нанотехнологіях. Як відомо, для таких систем внесок поверхневого та об'ємного факторів у розподілі внутрішньої енергії є співвимірним. До особливостей поведінки близьких до поверхні областей належать розмірні або масштабні ефекти границь міцності та текучості, параметри довговічності, модулі пружності тощо. Тож побудова математичних моделей, що коректно, з врахуванням мікроструктури матеріалу і достатньою точністю, описують приповерхневі та приконтактні явища, набуває вагомого значення і є актуальним науковим завданням, яке потребує нагального вирішення. Тому тема дисертаційної роботи є актуальною.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами. Дисертаційна робота виконувалась у рамках планових науково-дослідних робіт Центру математичного моделювання Інституту прикладних проблем механіки і математики ім.Я.С.Підстригача НАН України, а саме:

- розробка та дослідження математичних моделей процесів деформування та переносу в неоднорідних середовищах з урахуванням локальної структури та зосереджених джерел і стоків у рамках цільової програми наукових досліджень Відділення математики НАН України «Розробка математичних моделей та чисельно-аналітичних методів розв'язування сучасних задач фізико-технічних і медико-біологічних наук та інформаційних технологій» (№ держреєстрації 0111U009748, 2012-2016 р.);

- розробка математичних моделей та методів дослідження зв'язаних полів у пористих середовищах, твердих тілах та нанoeлементax у рамках цільової програми наукових досліджень Відділення математики НАН України «Розробка та дослідження сучасних математичних моделей у галузі фізико-технічних та медико-біологічних наук» (№ держреєстрації 0117U004156, 2017-2021 р.).

Мета і задачі дослідження. Метою роботи є розроблення математичних моделей механічних та фізичних процесів у пружному тілі, які враховують структурну неоднорідність матеріалу та геометричну неоднорідність реальної поверхні тіла.

Для досягнення поставленої мети передбачено вирішення таких задач:

- сформуванати математичну модель, що з врахуванням структури матеріалу та неоднорідності приповерхневої густини описує стаціонарний стан електропровідного неферромагнітного термопружного твердого тіла; при цьому густина, заряд і розподіли напружень у вільному півпросторі є неоднорідними і мають три характерні розміри;
- сформуванати систему рівнянь, яка описує стаціонарний стан електропровідного неферромагнітного термопружного твердого тіла; при цьому врахування джерел маси дозволяють коректно врахувати «приповерхневий дефект маси», властивий відомим моделям, побудованим за локально градієнтного підходу у термомеханіці;
- у межах моделі локально неоднорідного електропровідного неферромагнітного пружного тіла проаналізувати закономірності приповерхневої неоднорідності у півпросторі;
- продемонструвати, що ненульовий напружено-деформований стан зумовлений врахуванням у рамках моделі структурної неоднорідності матеріалу, джерел маси, а також сил кулонівської взаємодії, а значення термодинамічного електричного потенціалу, що встановлюється на поверхні тіла, однозначно визначається характеристиками матеріалу, у тому числі характерними розмірами структурної неоднорідності матеріалу, геометричної неоднорідності реальної поверхні тіла та сил кулонівської взаємодії;
- за локально градієнтного підходу у термомеханіці провести дослідження рівноважного стану електропровідного неферромагнітного шару з врахуванням геометричної неоднорідності його поверхні;
- провести аналіз впливу параметрів геометричної неоднорідності реальної поверхні тіла на розмірні ефекти поверхневих напружень і міцності;
- дослідити вплив електронної підсистеми тіла на розмірний ефект міцності товстих плівок та їх вплив на значення силового навантаження;
- сформуванати ключову систему рівнянь моделі твердого тіла із врахуванням структурної неоднорідності матеріалу та шорсткості реальної поверхні, для вивчення взаємозв'язаних полів у необмеженому гетерогенному електропровідному шарі;

- проаналізувати вплив врахування залежностей від густини локальних модуля Юнга та коефіцієнта Пуассона на розмірні ефекти поверхневих напружень у шарі та межі його міцності;
- дослідити вплив врахування нелінійності модуля Юнга та коефіцієнта Пуассона на величину межі міцності та на її розмірний ефект.

Об'єктом дослідження є напружено-деформований стан півпростору та шару, що визначений із урахуванням структури матеріалу та неоднорідності приповерхневої густини.

Предметом дослідження є формування математичних моделей, що описують напружено-деформований стан тіл, з урахуванням структури матеріалу та неоднорідності приповерхневої густини, розв'язування крайових задач для півпростору та шару і дослідження ефектів, що пов'язані з приповерхневою неоднорідністю.

Методи дослідження. У дисертаційній роботі для досягнення сформульованої мети використано методи та підходи термодинаміки нерівноважних процесів і механіки деформівного твердого тіла, а також аналітичні методи побудови розв'язку відповідних крайових задач.

Наукова новизна одержаних результатів полягає у такому:

- вперше побудовано математичну модель для опису стаціонарного стану електропровідного неферромагнітного твердого тіла, яка враховує структуру матеріалу та неоднорідність приповерхневої густини;
- вперше, виходячи з нелінійної постановки задачі, проаналізовано розподіли густини, термодинамічного електричного потенціалу, заряду та напружень з врахуванням степеневі залежності пружних властивостей матеріалу від густини;
- вперше досліджено вплив модулів пружності на розмірний ефект межі міцності шару і визначено, що врахування електронної підсистеми приводить до зміни отриманих розподілів механічних полів в усій області тіла та характеру їх значень у вузькій приповерхневій області;
- вперше обґрунтовано, що врахування залежності модулів пружності від густини є важливим з точки зору опису поведінки наноелементів, а густина та модулі пружності є рівнозначними характеристиками тіла;
- вперше продемонстровано, що в рамках моделі, яка враховує залежності локальних модулів пружності від густини, розмірні ефекти модулів пружності відрізняються від результатів, отриманих при лінійній постановці задачі.

Практичне значення одержаних результатів. Результати математичного моделювання, виконаного в цій роботі, мають вагоме практичне значення. Із застосуванням побудованої в роботі математичної моделі стаціонарного стану електропровідного неферромагнітного гетерогенного електропровідного шару проведено чисельні дослідження та

візуалізовано розподіли густини, термодинамічного електричного потенціалу та напруженого стану в тілі.

Одержані в дисертаційній роботі результати дали можливість:

- продемонструвати, що значення термодинамічного електричного потенціалу, яке встановлюється на поверхні тіла, однозначно визначається характеристиками матеріалу, у тому числі характерними розмірами структурної неоднорідності матеріалу, геометричною неоднорідністю реальної поверхні тіла та силами кулонівської взаємодії;
- встановити, що електронна підсистема тіла не впливає на розмірний ефект міцності товстих плівок, однак впливає на значення силового навантаження, що призводить до їх крихкого руйнування;
- показати, що врахування нелінійності модуля Юнга суттєво змінює визначену величину межі міцності та впливає на її розмірний ефект, тоді як врахування впливу нелінійності коефіцієнта Пуассона впливає значно слабше.

До дисертації додано акти про те, що використання отриманих результатів досліджень та алгоритмів розрахунку дало можливість удосконалити деякі складові технологічного процесу виробництва конструктивних елементів «чистих приміщень».

Особистий внесок здобувача. Особистий внесок здобувача в роботах, виконаних у співавторстві, може бути визначений як: побудова розв'язку задачі математичної фізики, що описує локальні неоднорідності в електропровідному неферромагнітному термопружному твердому тілі [1,4,5]; визначення та дослідження напруженого стану і міцності в електропровідному неферромагнітному шарі з врахуванням розмірного ефекту [2]; побудова математичної моделі для дослідження напружено-деформованого стану і міцності локально неоднорідного електропровідного шару [3,6]; побудова розв'язку задач, що використовуються для дослідження напружено-деформованого стану локально неоднорідних електропровідних півпростору [7,8,18,19] і шару [10,12]; способи визначення нелінійності модуля Юнга та коефіцієнта Пуассона на поверхневі напруження [16]. У всіх опублікованих у співавторстві працях автор брала участь у постановці задач.

Апробація результатів дисертації. Ключові результати досліджень доповідались на таких наукових конференціях: 1-а міжнародна конференція “Сучасні проблеми прикладної математики та інформатики”, Львів, ЛНУ ім. І. Франка, 2014; 9-а міжнародна наукова конференція. “Математичні проблеми механіки неоднорідних структур”, Львів, ЛНУ ім. І. Франка, 2014; Конференція молодих вчених «Підстригачівські читання-2016», Львів, ІППММ ім. Я.С.Підстригача НАН України, 2016; «Сучасні проблеми термомеханіки», Львів, ІППММ ім. Я.С.Підстригача НАН України, 2016; Конференція молодих вчених «Підстригачівські читання-2017», Львів, ІППММ ім. Я.С.Підстригача НАН України, 2017; Міжнародна наукова конференція «Сучасні проблеми механіки та математики», Львів, ІППММ ім. Я.С.Підстригача НАН України, 2018; Конференція молодих вчених «Підстригачівські читання-2019», Львів, ІППММ ім. Я.С.Підстригача НАН

України, 2019; Конференція молодих вчених «Підстригачівські читання - 2020», Львів, ІППММ ім. Я.С.Підстригача НАН України, 2020; Конференція молодих вчених «Підстригачівські читання-2021», Львів, ІППММ ім. Я.С.Підстригача НАН України, 2021; Міжнародна наукова конференція "Сучасні проблеми термомеханіки-2021", Львів, ІППММ ім. Я.С.Підстригача НАН України, 2021; Конференція молодих вчених «Підстригачівські читання-2022», Львів, ІППММ ім. Я.С.Підстригача НАН України, 2022; IEEE 16th International Conference on Advanced Trends in Radioelectronics, Telecommunications and Computer Engineering (TCSET-2022), Lviv, 2022, Міжнародна наукова конференція «Сучасні проблеми механіки та математики – 2023», присвячена 95-річчю від дня народження академіка НАН України Я.С.Підстригача, Львів, ІППММ ім. Я.С.Підстригача НАН України, 2023.

Публікації. Результати проведених наукових досліджень відображені у 19 наукових працях, з них 3 статті опубліковано у періодичних виданнях, індексованих міжнародною наукометричною базою даних Scopus квартилю Q3, три статті у фахових наукових виданнях України, а також опубліковано 13 тез доповідей та матеріалів конференцій, одна з яких індексована міжнародною наукометричною базою даних Scopus.

Структура та обсяг роботи. Дисертаційна робота загальним обсягом 151 сторінок складається зі вступу, чотирьох розділів, висновків, списку використаних джерел з 280 найменувань та двох додатків. Основний текст викладено на 110 сторінках.

ОСНОВНИЙ ЗМІСТ РОБОТИ

У **вступі** обґрунтовано актуальність теми дисертаційної роботи, сформульовано мету та завдання дослідження, охарактеризовано наукову новизну і практичне значення результатів, наведено дані про публікації та апробацію результатів досліджень, відзначено особистий внесок автора, подано структуру та обсяг роботи.

У **першому розділі** проведено критичний аналіз відомих підходів у області математичного моделювання електропровідних неферромагнітних тіл. Показано, що побудова математичних моделей, які коректно, з врахуванням мікроструктури матеріалу і достатньою точністю описували б приповерхневі та приконтатні явища у електропровідних неферромагнітних тілах є, актуальною науковою задачею. Здійснено аналіз інформаційних джерел з відомими підходами до моделювання напружено-деформованого стану структурно неоднорідних тіл та у суміжних областях. Встановлено істотне зростання актуальності дослідження закономірностей зміни фізичних властивостей речовини під час переходу до плівкового стану, що пов'язано зі створенням матеріалів та пристроїв на основі наноструктур. Виявлено необхідність врахування описаної в літературі залежності інтенсивності силового навантаження, що приводить до руйнування тіла, від характерного розміру тіла, яку називають розмірним ефектом межі міцності, а також масштабним ефектом або ефектом шкали.

Аналіз інформаційних джерел показав, що один з важливих напрямів у дослідженні наноматеріалів — вивчення розмірної залежності механічних характеристик наноматеріалів (твердості, міцності, пластичності, пружності та ін.). Експериментальні дослідження механічних властивостей наноматеріалів демонструють, що межа міцності та твердість багатьох металів (Pd, Si, Ag, Ni та ін.) є значно вищою, ніж у відповідних крупнозернистих аналогах. Розмірна залежність найбільш значущих для даного матеріалу властивостей дає можливість відповісти на такі фундаментальні питання: чи відноситься аналізований матеріал до класу наноматеріалів і за яких розмірів структурних елементів досягається максимальний вигравш властивостей наноматеріалів. Важливим фактором, що визначає механічну поведінку наноматеріалів, є внутрішні напруження. Вони завжди є в наноматеріалах через велику кількість близько розташованих зерен і їх стиків. Крім того, внутрішні напруження можуть виникати внаслідок особливостей методів одержання наноматеріалів. Наявність напружень у тонких плівках і функціональних покриттях є серйозною проблемою в багатьох технологічних застосуваннях оскільки надмірний рівень залишкового напруження може різко вплинути на продуктивність, надійність і довговічність компонентів матеріалу і пристроїв. Визначення деформаційних та міцнісних параметрів твердих тіл ґрунтується на задачах механіки суцільного середовища, що описують взаємопов'язані фізичні процеси в досліджуваних тілах. Основою таких досліджень є використання відповідних моделей фізико-механічних процесів у тілах, які враховують локальні варіації густини і пружні властивості матеріалу. При моделюванні напружено-деформованого стану поверхневого шару використовують розмірні ефекти координатних залежностей модулів пружності меж міцності, текучості, параметрів довговічності тощо.

У **другому розділі** наведено основні співвідношення термодинаміки локально неоднорідного твердого тіла. Використано базові співвідношення термодинаміки нерівноважних процесів. Прийнято, що довільний, малий у порівнянні з розміром тіла, його елемент, розглядається як відкрита термодинамічна система, густина якої за рахунок потоку маси є змінною величиною. За ключові функції вибрано: вектор переміщення (тензор напружень), і густину або вектор переміщення (тензор напружень), і вектор збурення маси. Записано крайові умови, що відповідають властивостям поверхонь досліджуваних твердих тіл. Сформульовано постановку задач, що описує напружено-деформований стан з врахуванням геометричної неоднорідності поверхні, а також залежності локальних модуля Юнга та коефіцієнта Пуассона від густини матеріалу тіла. Визначено, що для прийнятих крайових умов система рівнянь, записана відносно вектора переміщення (тензора напружень) і вектора збурення маси, є найбільш прийнятна.

Вагомою особливістю опису неоднорідних тіл є потреба врахування залежності параметрів локального стану від змінної густини тіла. У межах класичної лінійної теорії, коли густина матеріалу тіла ρ у заданій точці

визначається густиною розподілу мас у початковому стані ρ_* та кульовою складовою тензора деформації e , приймають $\rho = \rho_* (1 - e)$, що тотожно задовольняє балансове рівняння для густини. До балансових співвідношень входить: рівняння для повної енергії, рівняння балансу імпульсу поступального руху, рівняння балансу ентропії, рівняння балансу заряду та рівняння балансу маси. Напруженості електричного \vec{E} та магнітного $\vec{H} = \vec{B}/\mu_0$ полів у області тіла задовольняють рівняння Максвела для повільно рухомих середовищ. Подальший розвиток моделі полягає у формулюванні визначальних співвідношень: кінетичних рівнянь та рівнянь стану. За розв'язуючі функції вибрано вектор переміщення \vec{u} , густину ρ , температуру T та термодинамічний електричний потенціал Φ . Така система рівнянь описує рівноважний стан деформівного електропровідного неферромагнітного тіла у термінах переміщень, збурення температури, електричного потенціалу та густини. Ця система має бути доповнена відповідними початковими й крайовими умовами.

У **третьому розділі** в рамках моделі локально неоднорідного електропровідного твердого тіла вивчено закономірності приповерхневої неоднорідності у гетерогенному півпросторі.

Проаналізовано закономірності приповерхневої неоднорідності у гетерогенному півпросторі. Прийнято суттєву залежність пружних властивостей від характеру неоднорідності і відображено їх шляхом врахування залежності модуля Юнга та коефіцієнта Пуассона від густини у точці тіла. Разом із тим, експериментально вимірюваними величинами є модуль Юнга E та коефіцієнт Пуассона ν , для яких накопичено значний об'єм експериментальних досліджень, зокрема щодо їх залежності від характеристики тіла та розмірних ефектів. При цьому враховано степеневу залежність пружних модулів E, ν від густини

$$E(x) = E_0 \left(\frac{\rho}{\rho_*} \right)^{\beta_E}, \nu(x) = \nu_0 \left(\frac{\rho}{\rho_*} \right)^{\beta_\nu}, \quad (1)$$

де E_0, ν_0 – модуль Юнга та коефіцієнт Пуассона матеріалу тіла у відліковому стані, β_E, β_ν – сталі. Такого вигляду залежність пружних властивостей неоднорідного тіла від густини є характерною для пористих середовищ.

Розглянуто електропровідний неферромагнітний півпростір, пружні властивості матеріалу якого залежні від густини. Вважається, що півпростір вільний від зовнішнього силового навантаження, а на його поверхнях задано постійне значення густини ρ_a , що відрізняється від відлікового значення ρ_* . Шар у цілому електронейтральний, його поверхні є вільними від зовнішнього силового навантаження і на них задано стале значення густини ρ_a , відмінне від відлікового значення ρ_* , котре характерне для безмежного однорідного

середовища. За наявної зовнішньої дії рівноважний стан півпростору залежить лише від координати x і описується ключовою системою рівнянь для визначення: густини ρ , термодинамічного електричного потенціалу ϕ та компонент тензора напружень $\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{zz}$. Система рівнянь доповнена умовами на поверхні $x=0$ півпростору, умовами обмеженості розв'язку на безмежності, а також умовою електронейтральності тіла $\int_0^{+\infty} \omega(x) dx = 0$.

Чисельна реалізація розв'язку поставленої задачі для безрозмірних змінних, дозволила провести аналіз розподілу густини (рис.1) та відповідно при різних значеннях параметрів нелінійності для компонент тензора напружень (рис.2) в тілі.

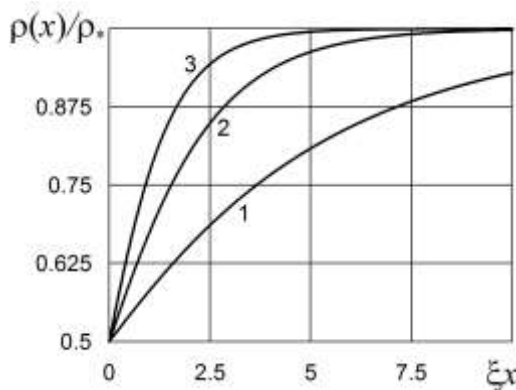


Рис. 1.

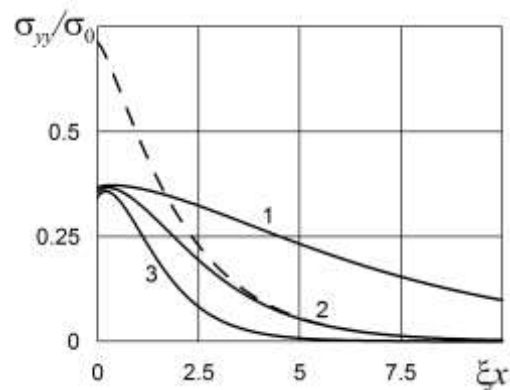


Рис. 2.

Таким чином в розділі за допомогою нелінійної математичної моделі досліджено розподіл у півпросторі густини, термодинамічного електричного потенціалу, електричного заряду та напружень. Поверхневі значення електричних потенціалу та заряду визначено із умови електронейтральності півпростору. Проаналізовано вплив параметрів нелінійності на напружено-деформований стан та поверхневі напруження. Встановлено, що врахування зменшення модуля Юнга матеріалу із зменшенням його густини спричинює зменшення поверхневих напружень. Подібний ефект спостерігаємо у меншій мірі і для коефіцієнта Пуассона. Тож врахування нелінійності та структурної неоднорідності приводить до суттєвих кількісних змін значень полів, які є необхідними при розрахунку експлуатаційних характеристик конструкцій.

У **четвертому розділі** розглянуто безмежний ізотропний деформівний електропровідний неферромагнітний твердий шар, що займає область $-l \leq x \leq l$ у прямокутній декартовій системі координат $\{x, y, z\}$. У випадку вказаної вище зовнішньої дії рівноважний стан тіла залежить лише від координати x і описується ключовою системою рівнянь для визначення: густини ρ , термодинамічного електричного потенціалу ϕ , компонент тензора напружень $\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{zz}$.

Долучивши до вказаної системи рівнянь крайові умови для густини, електричного потенціалу, напружень, умови для головних вектора і моменту зусиль, а також умови електронейтральності, яка для шару набуває вигляду $\int_{-l}^l \omega(x) dx = 0$, отримано крайову задачу, що моделює стан безмежного ізотропного деформівного електропровідного неферромагнітного твердого шару.

Аналіз сформульованої вище задачі моделювання показує, що можна послідовно визначити густину $\rho(x)$, термодинамічний електричний потенціал $\phi(x)$ та напруження $\sigma_{xx}(x)$, $\sigma_{yy}(x)$, $\sigma_{zz}(x)$.

Розподіл густини є симетричний за товщиною шару, залежить від характерних розмірів та поверхневого збурення ρ_a/ρ_* . На рис. 3 показано розподіл густини у шарі для значень $\rho_a/\rho_* = 0.5$, при різних характерних розмірах. На поверхні тіла збурення густини щодо відлікового значення є максимальне і зменшується в глибину тіла. У серединних областях товстих шарів густина наближається до відлікового значення густини ρ_* . У випадку гетерогенного тіла густина є функцією, що описує неоднорідну структуру тіла, а тому є природнім, що на неї не впливає електронна система.

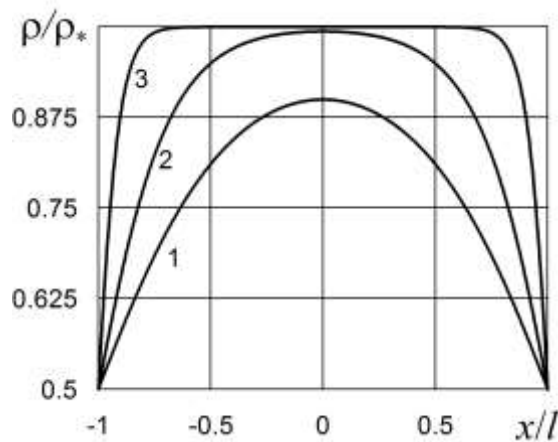


Рис. 3. Розподіл густини у шарі різної товщини

На серединній поверхні значення густини $\rho(0)$ швидко наближається до густини у відліковому стані із зростанням товщини шару та зменшенням характерних розмірів, як показано на рис. 4. Як видно, шари із $3 < \xi l < 10$ можна вважати тонкими плівками – у них поверхня суттєво впливає на стан усіх точок тіла.

На рис. 5 показано розподіл напружень σ_{yy}/σ_0 ($\sigma_0 = E_0 \rho_* a_m / (1 - \nu_0)$) за товщиною вільного від силового навантаження ($\sigma_a = 0$) шару при $\rho_a/\rho_* = 0.5$, $\nu_0 = 0.33$, $\beta_e = 1$, $\beta_n = 0$ для різних значень параметрів: (криві 1-3),

Пунктирна лінія на цьому рисунку відповідає випадку нехтування залежністю модулів пружності від густини ($\beta_e = \beta_n = 0$).

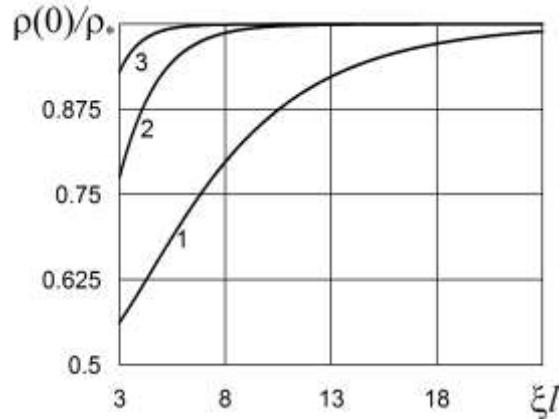


Рис. 4. Збурення густини на серединній поверхні: вплив джерел маси (шорсткості)

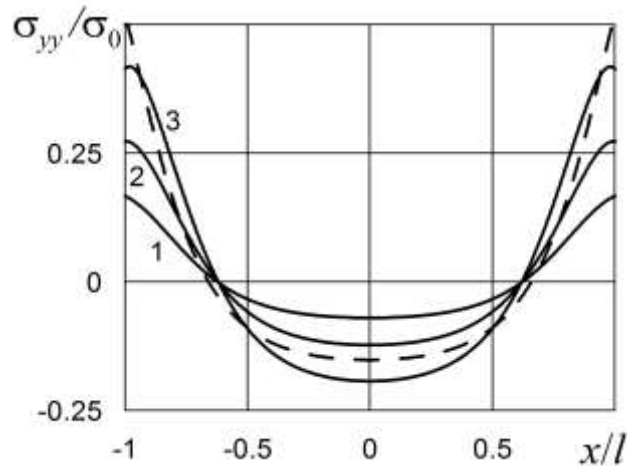


Рис. 5. Розподіл напружень у шарі: вплив електричної підсистеми

Вплив нелінійності на розподіл напружень у моделі проявляється у відмінності від нуля показників β_e, β_n . Врахування нелінійності модуля Юнга призводить до зменшення поверхневих напружень порівняно із випадком сталого модуля, а врахування електронної підсистеми суттєво змінює величину напружень як біля поверхні, так і у внутрішніх областях шару. Рис 6 ілюструє вплив нелінійності:

Крива 1 – $\beta_e = \beta_n = 0$ – модуль Юнга та коефіцієнт Пуассона не залежать від густини матеріалу тіла; крива 2 – $\beta_e = 1, \beta_n = 0$ – модуль Юнга зменшується лінійно із зменшенням густини тіла, а коефіцієнт Пуассона не залежать від густини матеріалу тіла; крива 3 – $\beta_e = 0, \beta_n = 1$ – коефіцієнт Пуассона зменшується лінійно із зменшенням густини тіла, а модуль Юнга не залежать від густини матеріалу тіла; крива 4 – $\beta_e = \beta_n = 1$ – модуль Юнга та коефіцієнт Пуассона пропорційні до густини матеріалу тіла.

При цьому інші параметри матеріалу такі ж, як прийнято вище. Як видно з рисунку, відхилення напружень від лінійного випадку ($E = E_0$, $\nu = \nu_0$, крива 1), зростає у приповерхневій області, де збурення густини відносно відлікового значення ρ_* є максимальним. У цілому, врахування залежності локальних модулів пружності від густини призводить до зменшення поверхневих напружень.

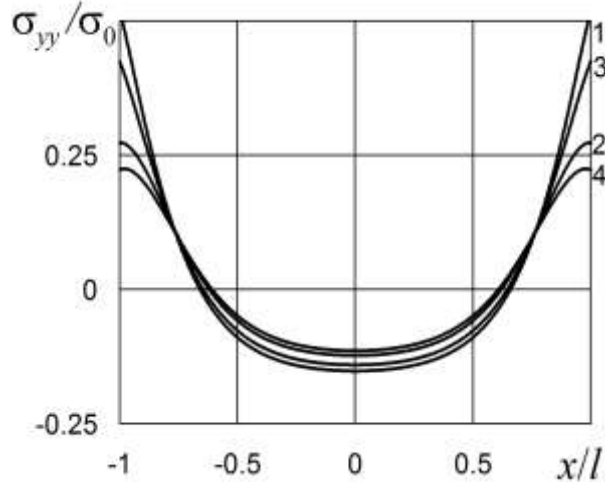


Рис. 6. Розподіл напружень у шарі:
вплив нелінійності модулів пружності

На рис. 7 показано залежність приведенного критичного навантаження σ_{cr}/σ_+ від товщини шару.

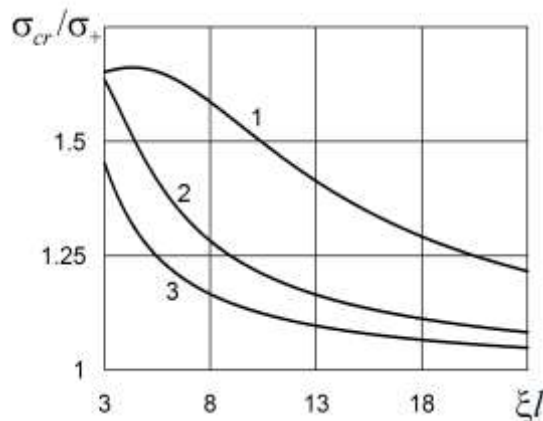


Рис.7. Розмірний ефект критичного навантаження шару:
вплив неоднорідності поверхні

Варто відзначити, що критичне значення силового навантаження тонкого шару σ_{cr} є більшим за таке навантаження товстих шарів σ_+ і зменшується, прямуючи до останнього, із зростанням товщини шару. У шарів із порівняно гладкою поверхнею таке зменшення відбувається повільніше, ніж у тілах із більш значною шорсткістю поверхні.

На рис. 8 показано залежність σ_{cr}/σ_+ від товщини шару при $\beta_e = 0.0, 0.5, 1.0, 1.5$ (криві 1-4, відповідно), $\beta_n = 0, .$

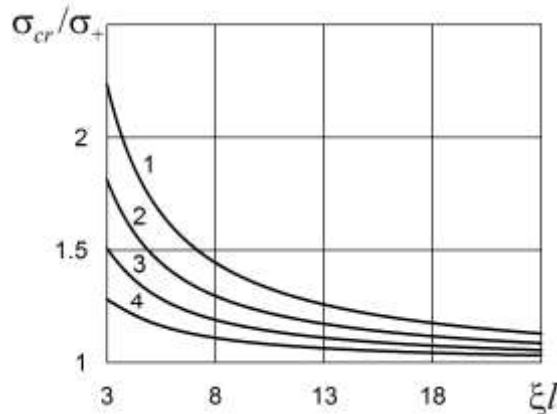


Рис. 8. Розмірний ефект критичного навантаження шару: вплив нелінійності модуля Юнга

Порівняно значення силового навантаження, яке приводить до крихкого руйнування шару, одержаного на основі лінеаризованої моделі, коли не враховується залежність модулів пружності від густини (крива 1 на рис. 8), з результатами, одержаними при врахуванні такої залежності. Бачимо їх суттєву кількісну відмінність, особливо, у випадку тонких плівок.

Таким чином в рамках моделі локально неоднорідного електропровідного твердого тіла досліджено закономірності приповерхневої неоднорідності у безмежному гетерогенному шарі. Прийнято суттєву залежність пружних властивостей від неоднорідності матеріалу тіла і відображено це шляхом врахування степеневі залежності модуля Юнга та коефіцієнта Пуассона від відносної зміни густини у точці тіла.

Висновки

У дисертаційній роботі розв'язано важливе наукове завдання розроблення математичних моделей механічних та фізичних процесів у пружних електропровідних неферромагнітних твердих тілах, які враховують структурну неоднорідність матеріалу та геометричну неоднорідність реальної поверхні тіла. При цьому отримано такі наукові та практичні результати:

1. Сформульовано основні співвідношення моделі неоднорідного електропровідного неферромагнітного твердого тіла із врахуванням геометричної неоднорідності реальної поверхні тіла та структурної неоднорідності його матеріалу за лінійних визначальних співвідношень. Обґрунтовано повну нелінійну систему рівнянь моделі для електропровідного термомпружного тіла та проведено її аналіз.
2. З допомогою математичної моделі досліджено фізико-механічні поля у неоднорідному, вільному від зовнішнього силового навантаження електропровідному неферромагнітному півпросторі. Прийнято степеневу

- залежність пружних властивостей матеріалу від густини для такого матеріалу, а саме відпаленого алюмінію, що має наслідком нелінійну постановку задачі для півпростору.
3. На основі аналізу розв'язків рівнянь математичної моделі досліджуваних процесів встановлено, що існують три властиві характерні розміри, пов'язані із структурною неоднорідністю матеріалу, геометричною неоднорідністю поверхні та із силами кулонівської взаємодії.
 4. Поверхневі значення електричних потенціалу та заряду визначено із умови електронейтральності півпростору. Показано, що врахування залежності модуля Юнга та коефіцієнта Пуассона матеріалу тіла від густини має наслідком зменшення поверхневих напружень.
 5. Обґрунтовано математичну модель та з її допомогою досліджено рівноважний стан та експлуатаційні характеристики безмежного неоднорідного електропровідного неферромагнітного шару. Показано, що значення електричного потенціалу, заряду і напружень, які встановлюються на поверхні тіла, визначаються фізичними та геометричними параметрами тіла, а також умовами його навантаження.
 6. З використанням розробленої математичної моделі досліджено розмірний ефект межі міцності розтягнутого шару. У результаті числового аналізу встановлено, що міцність тонкої плівки зростає зі зменшенням її товщини тіла. Врахування електронної підсистеми тіла приводить до зміни значень механічних полів в усій області тіла та характеру їх розподілу у вузькій приповерхневій області.
 7. Встановлено, що електрична підсистема тіла у рамках прийнятого модельного наближення не впливає на розмірні ефекти ефективних модулів Юнга та коефіцієнта Пуассона. Поверхневим напруженням та міцності властивий багатошкільний розмірний ефект.

СПИСОК ОПУБЛІКОВАНИХ ПРАЦЬ ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ

1. Nahirnyj T., Senyk Y., Tchervinka K. Modeling local non-homogeneity in electroconductive non-ferromagnetic thermoelastic solid. *Mathematical Modeling and Computing*. 2014. Vol. 1, No. 2. P. 214–223.
2. Nahirnyi T, Tchervinka K., Senyk Y. Strength of a conducting nonferromagnetic layer. Size effect. *Journal of Mathematical Sciences*. 2022. № 265. P. 489–497.
3. Markovych B., Senyk Y., Nodzhak L. Stress-deformed state and strength of a locally heterogeneous electrically conductive layer. *Mathematical Modeling and Computing*. 2022. Vol. 9, No. 3. P. 750–756.
4. Нагірний Т., Червінка К., Сенік Ю. Моделювання стаціонарного стану локально неоднорідного електропровідного неферромагнітного термопружного тіла. *Фізико-математичне моделювання та інформаційні технології*. 2014. Вип. 19. С. 127-135.

5. Нагірний Т., Сенік Ю. Приповерхнева неоднорідність в електропровідному неферомагнітному півпросторі. *Фізико-математичне моделювання та інформаційні технології*. 2015. Вип. 22. С. 111-116.
6. Нагірний Т., Сенік Ю. Рівноважний стан електропровідної неферомагнітної тонкої плівки. *Фізико-математичне моделювання та інформаційні технології*. 2016. Вип. 24. С. 66-72.
7. Нагірний Т.С., Червінка К. А., Сенік Ю.А. До опису рівноважного стану електропровідного неферомагнітного локально неоднорідного твердого тіла. *Матеріали 1-ої міжнародної 20-ї всеукраїнської конференції "Сучасні проблеми прикладної математики та інформатики". Тези доповідей*. Львів: ЛНУ ім. І. Франка, 2014. С. 111-113.
8. Нагірний Т.С., Червінка К. А., Сенік Ю.А. Дослідження структурної та приповерхневої неоднорідностей у електропровідному півпросторі. *Матеріали 9-ї міжнародної наукової конференції "Математичні проблеми механіки неоднорідних структур"*. Львів: ЛНУ ім. І. Франка, 2014. С.78-80.
9. Сенік Ю.А. Рівноважний стан структурного неоднорідного електропровідного неферомагнітного півпростору. *Матеріали конференції молодих вчених «Підстригачівські читання -2016»*. Львів: ІППММ ім. Я.С.Підстригача НАН України, 2016.
URL:<http://iapmm.lviv.ua/chyt2016/theses/Senik.pdf>
10. Нагірний Т., Сенік Ю. Рівноважний стан електропровідної неферомагнітної тонкої плівки. *«Сучасні проблеми термомеханіки»: Збірник наукових праць*. Львів: ІППММ ім. Я.С.Підстригача НАН України. 2016. С. 105-106.
11. Сенік Ю.А. Міцність електропровідного неферомагнітного шару. Розмірний ефект. *Матеріали конференції молодих вчених «Підстригачівські читання -2017»*. Львів: ІППММ ім. Я.С.Підстригача НАН України. 2017. URL:<http://iapmm.lviv.ua/chyt2017/abstracts/Senyk.pdf>
12. Нагірний Т., Сенік Ю. Напружено-деформований стан електропровідного неферомагнітного шару із урахування геометричної неоднорідності його поверхні. *Матеріали міжнародної наукової конференції «Сучасні проблеми механіки та математики»*. Львів: ІППММ ім. Я.С.Підстригача НАН України. 2018. С. 116.
13. Сенік Ю.А. Моделювання напружено-деформованого стану локально неоднорідного електропровідного шару. *Матеріали конференції молодих вчених «Підстригачівські читання -2019»*. Львів: ІППММ ім. Я.С.Підстригача НАН України. 2019.
URL:<http://iapmm.lviv.ua/chyt2019/abstracts/Senyk.pdf>
14. Сенік Ю.А. Напружено-деформований стан локально неоднорідного електропровідного півпростору. *Матеріали конференції молодих вчених «Підстригачівські читання -2020»*. Львів: ІППММ ім. Я.С.Підстригача НАН України. 2020. URL:<http://iapmm.lviv.ua/chyt2020/abstracts/Senyk.pdf>.

15. Сенік Ю.А. Дослідження ефективних модуля Юнга та коефіцієнта Пуассона на прикладі неоднорідного електропровідного шару. *Матеріали конференції молодих вчених «Підстригачівські читання - 2021»*. Львів: ІППММ ім. Я.С.Підстригача НАН України. 2021. URL:<http://iapmm.lviv.ua/chyt2021/abstracts/Senyk.pdf>.
16. Сенік Ю.А. Вплив нелінійності модулів пружності на поверхневі напруження. *Матеріали міжнародної наукової конференції "Сучасні проблеми термомеханіки- 2021"*. Львів: ІППММ ім. Я.С.Підстригача НАН України. 2021. С. 23-24.
17. Сенік Ю.А. Дослідження впливу модулів пружності на розмірний ефект межі міцності шару. *Матеріали конференції молодих вчених «Підстригачівські читання -2022»*. Львів: ІППММ ім. Я.С.Підстригача. URL:<http://iapmm.lviv.ua/chyt2022/abstracts/Senyk.pdf>
18. Senyk A., Pabyrivskiy V., Ukhanska O., Futryk Y., Senyk Y., Stepanyuk O. Methodology of specification of parameters of strengthening of elements of bearing surfaces of aircraft. *2022 IEEE 16th International Conference on Advanced Trends in Radioelectronics, Telecommunications and Computer Engineering (TCSET-2022)*. Lviv, 2022. P. 746-750.
19. Маркович Б., Сенік Ю. Рівноважний стан деформівного електропровідного неферромагнітного півпростору. *Матеріали міжнародної наукової конференції «Сучасні проблеми механіки та математики – 2023»*, присвячена 95-річчю від дня народження академіка НАН України Я.С.Підстригача, 23–25 травня 2023 р. Львів, 2023. С. 89-90. http://iapmm.lviv.ua/mpmm2023/materials/me01_37.pdf

АНОТАЦІЇ

Сенік Ю.А. Моделювання та дослідження розмірних ефектів в електропровідних тілах. – На правах рукопису. Дисертація на здобуття наукового ступеня кандидата технічних наук за спеціальністю 01.05.02 - математичне моделювання та обчислювальні методи. Національний університет «Львівська політехніка», Міністерство освіти і науки України, Львів, 2023.

Дисертація присвячена математичному моделюванню та дослідженню виникаючих в електропровідних неферромагнітних тілах розмірних ефектів і пов'язаних з цим питань міцності.

Тонкі металеві та напівпровідникові плівки за своєю природою є об'єктами з дуже різноманітними фізичними властивостями; причому фізичні характеристики речовини у вигляді плівки можуть істотно відрізнятися від властивостей цих матеріалів у масивному стані. Це створює додаткові проблеми при використанні плівок як технічні матеріали та елементи апаратури, але одночасно різноманіття та мінливість властивостей тонких плівок істотно розширюють можливості їх практичного застосування. Знання основних закономірностей зміни властивостей тонких плівок необхідно при створенні плівкових матеріалів із заданими властивостями.

Останнім часом актуальність дослідження закономірностей зміни фізичних властивостей речовини під час переходу до плівкового стану істотно зросла. Це пов'язано з роботами зі створення активних матеріалів та пристроїв на основі наноструктур. Зміна фізичних властивостей речовини у плівковому стані відбувається під впливом кількох основних причин. Однією з таких причин є різноманітність структурних характеристик тонких плівок, які отримують методом конденсації молекулярних пучків у високому вакуумі.

При варіюванні умов конденсації структура плівок, що утворюються, може змінюватися від гранично невпорядкованого дрібнодисперсного стану (гранулярні шари) до структури досконалого монокристалічного шару (епітаксіальні плівки). Іншою причиною, що призводить до відмінності фізичних властивостей тонких плівок від властивостей масивної речовини, є вплив тріщини її товщини в порівнянні з різними параметрами, що визначають ті чи інші фізичні властивості. Це призводить до виникнення розмірних ефектів. Зокрема, в електропровідності, гальваноманітних та інших властивостях проявляється класичний розмірний ефект, пов'язаний з обмеженням довжини вільного пробігу електронів товщиною плівки.

До обставин, що обґрунтовують значний сплеск досліджень у галузі наноматеріалів належить можливість реалізації високого рівня фізико-хімічних і механічних властивостей матеріалів у наностанні і відповідно технологічне застосування таких властивостей та особливостей цього стану.

Оскільки наноструктура – це дуже маленький фрагмент твердого тіла, то моделювання твердотільних наноструктур утворює місток між властивостями окремих атомів, та механікою суцільного середовища, в рамках якого вивчають тверdotілі речовини, кількість атомів у яких практично нескінченна. Але за таких малих розмірах властивості наноструктур дуже сильно відрізняються від властивостей об'ємних матеріалів. Завдання нанотехнології, якщо сформулювати її коротко, це створення низькорозмірних систем з розмірами структурних елементів від часток до кількох десятків нанометрів. При цьому маються на увазі як окремі частинки із зазначеним діаметром, так і двовимірні (наприклад плівки) та одновимірні (наприклад, квантові нитки) структури. Із зменшенням розміру частинок поняття фази виражено менш чітко: межі між гомогенною та гетерогенною фазами, між аморфними та кристалічними станами визначити важко. Відносна стабільність окремих частин наноструктури знаходиться в залежності від кінетичних та термодинамічних факторів. Наносистеми мають багато особливостей фізико-хімічних властивостей, які не спостерігаються в твердих тілах. Виділяються два основних фактори, що впливають на формування властивостей наносистем - це зміна термодинамічного стану наносистем у порівнянні з класичним і поява квантово-розмірних ефектів із зменшенням характеристичних розмірів структурні елементи. Теоретичні дослідження термодинаміки малих частинок показують, що розмір часток є активним термодинамічної змінної, що визначає разом з іншими термодинамічний змінний стан системи, оскільки внаслідок мінімальних розмірів вони мають високу величину поверхні розділу і виявляють високу фізико-хімічну активність.

В дисертації побудовано математичні моделі твердого тіла, що враховують структурну неоднорідність матеріалу та геометричну неоднорідність реальної поверхні тіла. Із застосуванням запропонованих математичних моделей досліджено ефекти, що викликані локальною неоднорідністю у пружних, електропровідних неферромагнітних твердих тілах простої геометричної конфігурації.

Методами необоротної термодинаміки сформульовано систему рівнянь, що описують стаціонарний стан електропровідного неферромагнітного термопружного твердого тіла. Модель враховує структуру матеріалу та неоднорідність приповерхневої густини. Введені джерела маси дозволяють враховуючи «приповерхневий дефект маси», який властивий відомим моделям, створеним у межах локально градієнтного підходу. При цьому густина, заряд і розподіли напружень у вільному півпросторі є неоднорідними і мають три характерні розміри.

Із використанням методів термодинаміки нерівноважних процесів сформульовано систему рівнянь, яка описує стаціонарний стан електропровідного неферромагнітного термопружного твердого тіла. Виникнення структури матеріалу враховано шляхом постулювання необоротного складника вектора потоку маси. Врахування джерел маси дозволяють коректно врахувати «приповерхневий дефект маси», властивий відомим моделям, побудованим за локально градієнтного підходу у термомеханіці. Продемонстровано, що у разі нехтування впливом деформації та напружень на термодинамічний електричний потенціал, дослідження рівноважного стану електропровідного неферромагнітного пружного тіла зводиться до послідовного визначення густини та термодинамічного електричного потенціалу на основі взаємозв'язаної системи рівнянь і подальшого аналізу напружено-деформованого стану.

У рамках моделі локально неоднорідного електропровідного неферромагнітного пружного тіла вивчено закономірності приповерхневої неоднорідності у півпросторі. Показано, що ненульовий напружено-деформований стан зумовлений врахуванням у рамках моделі структурної неоднорідності матеріалу, джерел маси, а також сил кулонівської взаємодії, а значення термодинамічного електричного потенціалу, що встановлюється на поверхні тіла, однозначно визначається характеристиками матеріалу, у тому числі характерними розмірами структурної неоднорідності матеріалу, геометричної неоднорідності реальної поверхні тіла та сил кулонівської взаємодії. Відзначено, що подвійний електричний шар однозначно визначається приповерхневими неоднорідностями густини та термодинамічного електричного потенціалу.

Представлено результати дослідження за локально градієнтного підходу у термомеханіці рівноважного стану електропровідного неферромагнітного шару за врахування геометричної неоднорідності його поверхні. Показано, що поверхневим напруженням та міцності властивий багатозначний розмірний ефект; характерні розміри приповерхневої неоднорідності пов'язані зі структурною неоднорідністю матеріалу, геометричною неоднорідністю реальної поверхні тіла та силами кулонівської взаємодії. Значення термодинамічного електричного потенціалу та заряду, що встановлюються на поверхні, однозначно визначаються фізичними та геометричними характеристиками тіла. Проаналізовано вплив параметрів

геометричної неоднорідності реальної поверхні тіла на розмірні ефекти поверхневих напружень і міцності.

Встановлено, що електронна підсистема тіла не впливає на розмірний ефект міцності товстих плівок, однак впливає на значення силового навантаження, що призводить до їх крихкого руйнування. Представлено ключову систему рівнянь моделі твердого тіла із врахуванням структурної неоднорідності матеріалу та шорсткості реальної поверхні, яку застосовано до вивчення взаємозв'язаних полів у необмеженому гетерогенному електропровідному шарі. Розглянуто вплив врахування залежностей від густини локальних модуля Юнга та коефіцієнта Пуассона на розмірні ефекти поверхневих напружень у шарі та межі його міцності. Продемонстровано, що врахування нелінійності модуля Юнга суттєво змінює визначену величину межі міцності та впливає на її розмірний ефект, тоді як врахування впливу нелінійності коефіцієнта Пуассона впливає значно слабше.

Ключові слова: електропровідне тіло, напруження, модулі пружності, розмірні ефекти, міцність, математичне моделювання.

Senyk Yu.A. Modeling and research of size effects in electrically conductive bodies. On the rights of the manuscript. Dissertation for obtaining the scientific degree of candidate of technical sciences in the specialty 01.05.02 - mathematical modeling and computational methods. Lviv Polytechnic National University, Ministry of Education and Science of Ukraine, Lviv, 2023.

The dissertation is devoted to mathematical modeling and research of size effects arising in electrically conductive non-ferromagnetic bodies and the related issue of strength.

Thin metal and semiconductor films are inherently objects with very diverse physical properties; moreover, the physical characteristics of the substance in the form of a film may differ significantly from the properties of these materials in a massive state. This creates additional problems when using films as technical materials and equipment elements, but at the same time, the diversity and variability of the properties of thin films significantly expands the possibilities of their practical application.

Knowledge of the basic laws of changing the properties of thin films is necessary when creating film materials with given properties. Recently, the relevance of studying the patterns of changes in the physical properties of matter during the transition to the film state has increased significantly. This is related to works on the creation of active materials and devices based on nanostructures. The change in the physical properties of the substance in the film state occurs under the influence of several main reasons.

One of these reasons is the variety of structural characteristics of thin films obtained by the method of condensation of molecular beams in a high vacuum. When the condensation conditions are varied, the structure of the formed films can change from a highly disordered finely dispersed state (granular layers) to the structure of a perfect single crystal layer (epitaxial films).

Another reason that leads to the difference between the physical properties of thin films and the properties of a massive substance is the effect of a crack on its thickness in comparison with various parameters that determine certain physical

properties. This leads to size effects. In particular, in electrical conductivity, galvanomagnetic, and other properties, the classic size effect associated with the limitation of the length of the free path of electrons by the thickness of the film is manifested.

The circumstances justifying a significant surge of research in the field of nanomaterials include the possibility of realizing a high level of physicochemical and mechanical properties of materials in the nanostate and, accordingly, the technological application of such properties and features of this state.

Since a nanostructure is a very small fragment of a solid body, the modeling of solid nanostructures forms a bridge between the properties of individual atoms and the mechanics of a continuous medium, within the framework of which solid substances with an almost infinite number of atoms are studied. But at such small sizes, the properties of nanostructures are very different from the properties of bulk materials.

The task of nanotechnology, to put it briefly, is the creation of low-size systems with the size of structural elements from particles to several tens of nanometers. This includes individual particles with the specified diameter, as well as two-size (for example, films) and one-size (for example, quantum threads) structures. It should be noted that with decreasing particle size, the concept of phase is expressed less clearly: the boundaries between homogeneous and heterogeneous phases, between amorphous and crystalline states are difficult to define.

The relative stability of individual parts of the nanostructure depends on kinetic and thermodynamic factors. Nanosystems have many specific physical and chemical properties that are not observed in solids. Two main factors influencing the formation of the properties of nanosystems are distinguished - this is a change in the thermodynamic state of nanosystems compared to the classical one and the appearance of quantum-size effects with a decrease in the characteristic sizes of structural elements.

Theoretical studies of the thermodynamics of small particles show that the size of the particles is an active thermodynamic variable that determines, together with others, the thermodynamic variable state of the system, because due to their minimal size, they have a high interface and exhibit high physicochemical activity.

In the dissertation, mathematical models of a solid body are built, taking into account the structural heterogeneity of the material and the geometric heterogeneity of the real surface of the body. Using the proposed mathematical models, the effects caused by local inhomogeneity in elastic, electrically conductive non-ferromagnetic solids of a simple geometric configuration were studied. Using the methods of irreversible thermodynamics, a system of equations describing the stationary state of an electrically conductive nonferromagnetic thermoelastic solid was formulated. The model takes into account the structure of the material and the heterogeneity of the near-surface density. The introduced mass sources allow taking into account the "near-surface mass defect", which is characteristic of known models created within the limits of the locally gradient approach. At the same time, the density, charge, and stress distributions in the free half-space are heterogeneous and have three characteristic dimensions.

Using the methods of thermodynamics of non-equilibrium processes, a system of equations was formulated that describes the steady state of an electrically

conductive non-ferromagnetic thermoelastic solid. The emergence of the material structure is taken into account by postulating an irreversible component of the mass flow vector. Taking into account the sources of mass allows you to correctly take into account the "near-surface mass defect" characteristic of well-known models built according to the locally gradient approach in thermomechanics.

It has been demonstrated that in the case of neglecting the influence of deformation and stresses on the thermodynamic electric potential, the study of the equilibrium state of an electrically conductive non-ferromagnetic elastic body is reduced to the sequential determination of the density and thermodynamic electric potential based on an interconnected system of equations and further analysis of the stress-strain state.

Within the framework of the model of a locally inhomogeneous electrically conductive non-ferromagnetic elastic body, the patterns of near-surface inhomogeneity in the half-space were studied. It is shown that the non-zero stress-strain state is caused by taking into account the structural heterogeneity of the material, mass sources, and Coulomb interaction forces within the model, and the value of the thermodynamic electric potential established on the surface of the body is uniquely determined by the characteristics of the material, including the characteristic dimensions of the structural heterogeneity material, geometric inhomogeneity of the real body surface and Coulomb interaction forces.

It is noted that the electric double layer is uniquely determined by near-surface inhomogeneities of density and thermodynamic electric potential.

The results of the study using the locally gradient approach in the thermomechanics of the equilibrium state of an electrically conductive non-ferromagnetic layer, taking into account the geometric heterogeneity of its surface, are presented. It is shown that surface stresses and strength are characterized by a multiscale size effect; characteristic size of near-surface inhomogeneity are related to the structural inhomogeneity of the material, the geometric inhomogeneity of the real surface of the body, and the Coulomb interaction forces.

The values of the thermodynamic electric potential and charge established on the surface are uniquely determined by the physical and geometric characteristics of the body. The influence of the parameters of the geometric heterogeneity of the real body surface on the size effects of surface stresses and strength is analyzed. It was established that the electronic subsystem of the body does not affect the size effect of the strength of thick films, but it affects the value of the force load, which leads to their brittle destruction.

The key system of equations of the solid body model is presented, taking into account the structural heterogeneity of the material and the roughness of the real surface, which is applied to the study of interconnected fields in an unbounded heterogeneous conductive layer. The effect of taking into account the dependences on the density of local Young's modulus and Poisson's ratio on the dimensional effects of surface stresses in the layer and its strength limit is considered.

It is demonstrated that taking into account the nonlinearity of the Young's modulus significantly changes the determined value of the strength limit and affects its dimensional effect, while taking into account the influence of the nonlinearity of the Poisson's ratio has a much weaker effect.

Key words: conductive body, stress, modulus of elasticity, size effect, strength, mathematical modeling.