

Міністерство освіти і науки України  
Національний університет «Львівська політехніка»

Лопушанський Олександр Миколайович

УДК 528.21+ 528.22

**ПОБУДОВА МОДЕЛЕЙ ГРАВІТАЦІЙНОГО ПОЛЯ ЗЕМЛІ ЗА  
СУПУТНИКОВИМИ ДАНИМИ**

*Спеціальність 05.24.01 – Геодезія, фотограмметрія та картографія*

**Автореферат**  
дисертації на здобуття наукового ступеня  
кандидата технічних наук

Львів - 2016

Дисертацією є рукопис.

Робота виконана у Національному університеті «Львівська політехніка» Міністерства освіти і науки України.

Науковий керівник: доктор фізико-математичних наук, професор  
**Марченко Олександр Миколайович**,  
професор кафедри вищої геодезії та астрономії  
Національного університету «Львівська політехніка».

Офіційні опоненти: доктор фізико-математичних наук, професор  
**Максимчук Валентин Юхимович**,  
професор кафедри польової нафтогазової геофізики  
Карпатського відділення Інституту геофізики ім.  
С.І.Субботіна НАН України, м Львів.

кандидат технічних наук  
**Заєць Іван Михайлович**,  
заступник директора Науково-дослідного інституту геодезії  
та картографії Державної служби України з питань геодезії,  
картографії та кадастру, м. Київ.

Захист дисертації відбудеться «24» листопада 2016 р. о 13<sup>00</sup> на засіданні спеціалізованої вченої ради Д 35.052.12 у Національному університеті «Львівська політехніка» (79013, м. Львів, вул. С. Бандери, 12, ауд. 502 II навч. корп.).

З дисертацією можна ознайомитись у науковій бібліотеці Національного університету «Львівська політехніка» за адресою (79013, м. Львів, вул. Професорська, 1).

Автореферат розісланий «21» жовтня 2016 р.

Учений секретар  
спеціалізованої вченої ради, к.т.н., доцент

Б. Б. Паляниця

## ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

**Актуальність теми:** Фундаментальні дослідження Лапласа, Лежандра і Гаусса в теорії Ньютонового потенціалу є класичним представленням гравітаційного потенціалу небесних тіл із записом у вигляді нескінчених рядів кульових функцій. Цей запис має міждисциплінарне значення при вивченні статичних і залежних від часу полів Землі і планет. Така параметризація гравітаційного потенціалу вважається стандартною та однією з найкращих для розв'язання сучасних наукових і прикладних задач небесної механіки, супутникової геодезії, глобальної геодинаміки тощо.

Сучасний стрімкий розвиток геодезії характерний використанням різноманітних вимірів з підвищенням їх точності, що впливає на визначення фігури та гравітаційного поля Землі на якіснішому рівні. За визначенням, гравітаційне поле Землі відображає розподіл мас і перенесення їх як всередині, так і на поверхні Землі.

З 2000-го до 2009-й років запущено супутники CHAMP, GRACE та GOCE, які відносяться до категорії супутників LEO (Low Earth Orbit), з висотою орбіти, яка не перевищує 500 км. Дані з цих супутників значно уточнили та розширили відомості про магнітне та гравітаційне поле Землі.

Моделювання магнітного поля Землі потребує щільних та однорідних вимірів. Це не можна досягнути лише на основі наземних даних, саме тому дані з супутників CHAMP та GRACE, які покривають всю планету, дозволяють використати нові методи для розв'язання основної задачі геодезії.

Останніми досягненнями науки у сфері супутникової геодезії є проект Європейського космічного агентства (ESA) - супутник GOCE, який використовує метод супутникової градієнтометрії, який ґрунтується на засадах гравітаційного варіометра Етвеша.

За супутниковими спостереженнями можна впевнено визначати тільки низькочастотну складову геопотенціальних коефіцієнтів. Аномалії сили тяжіння та дані супутникової альтиметрії на морях та океанах мають вищу просторову роздільну здатність. Середні аномалії сили тяжіння, які отримані з наземних спостережень та даних супутникової альтиметрії на океанах, використовують для визначення геопотенціальних моделей високого степеня.

Питанням розв'язання задачі побудови гармонічних коефіцієнтів розкладу геопотенціалу присвячена значна кількість наукових праць зарубіжних та вітчизняних авторів, вагомий внесок для вирішення цього питання зробили такі відомі вчені Moritz H., Koch K.-R., Rapp R., Lerch F.J., Balmino G., Wenzel H.-G., Eicker A., Mayer-Gürr T., Brockman E., Ries J., Руденко С., Зазуляк П., Марченко О та інші.

Актуальною задачею суттєвого покращення низькочастотної та середньочастотної складових гравітаційного поля є вибір алгоритму, за яким визначають гармонічні коефіцієнти геопотенціалу.

В даній роботі реалізовано другий метод Неймана, який ґрунтується на квадратурних формулах Гаусса-Лежандра для побудови моделі гравітаційного поля Землі за даними супутникової градієнтометрії.

Побудовані моделі апробовано в рамках розв'язання основної задачі геодезії на акваторіях Чорного моря через використання даних супутникової альтиметрії, а саме визначення стаціонарної топографії Світового океану відносно геоїда.

Таким чином, поставлена у дисертації мета “Побудова моделей гравітаційного поля Землі за супутниковими даними” має міждисциплінарний характер для задач супутникової геодезії і глобальної геодинаміки. Оскільки поставлені і розв'язані задачі є суттєвим доповненням зазначених вище класичних досліджень, що свідчить про актуальність теми дисертаційної роботи.

**Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами:** Виконана робота відповідає науковому напрямку кафедри вищої геодезії та астрономії «Моніторинг фізичної поверхні Землі та її атмосфери на основі аналізу результатів сучасних наземних і супутникових вимірювань». Розробки автора використовувались в рамках науково-дослідної роботи Національного університету «Львівська політехніка»: «Комплексна геодинамічна модель гравітаційного поля і деформацій земної кори регіону Чорного моря за супутниковими даними», («Геоїд»), (заклучний), номер держреєстрації 0111U001213.

**Мета і задачі дослідження:** дана робота спрямована на вдосконалення існуючих методів побудови моделей гравітаційного поля Землі за супутниковими даними. За останнє десятиліття стрімкого розвитку набули супутникові місії (і не тільки земні). До них можна віднести значну кількість альтиметричних супутників, супутники класу LEO (Low Earth Orbit) (зокрема місія GOCE), загальноземні навігаційні супутникові системи та безліч космічних місій, запущених з метою вивчення гравітаційних полів інших космічних об'єктів. Всі ці проекти дають можливість велику кількість даних. Саме з цієї причини основною задачею роботи є розробка алгоритму, який дозволить ефективніше використовувати наявні масиви різнорідних даних для побудови моделей гравітаційного поля Землі. Основний акцент поставлено на побудові розв'язку та розробці методу, який б дозволив значно спростити процес моделювання гравітаційного поля за даними градієнтометра. Для досягнення ефективного результату в роботі використано дані супутникової градієнтометрії та набір даних супутникової альтиметрії, що дає змогу отримати якісніший розв'язок. Отже, в роботі поставлено такі **основні завдання**:

- виконати аналіз різних методів побудови моделей гравітаційного поля Землі за даними супутникової градієнтометрії.
- вдосконалити метод побудови моделей гравітаційного поля Землі за даними супутникової градієнтометрії, який базуються на квадратурних формулах.
- здійснити побудову моделей гравітаційного поля Землі за розробленою методикою.

**Об'єкт дослідження:** гравітаційне поле Землі.

**Предмет дослідження:** моделювання гравітаційного поля Землі.

**Методи дослідження:** з метою побудови моделей гравітаційного поля Землі в роботі запропоновано методику використання другого методу Неймана, яка базується на квадратурних формулах Гаусса-Лежандра.

**Наукова новизна одержаних результатів:**

- Розроблено методику побудови моделей за даними супутникової градієнтометрії, що базується на квадратурних формулах Гаусса-Лежандра.
- Побудовано модель гравітаційного поля GOCE-LP01s за даними супутникової градієнтометрії до 220 степеня/порядку відносно нормального поля WGS84 до 10 степеня.
- Побудовано модель гравітаційного поля GOCE-LP02s за даними супутникової градієнтометрії до 250 степеня/порядку відносно нормального поля GOCE-LP01s до 180 степеня.
- Побудовані поля  $\Delta g$  і висот  $N$  (з точністю  $\leq 10$  см) в межах апробації моделей GOCE-LP01s та GOCE-LP02s за даними супутникової альтиметрії для регіону Чорного моря.
- Побудовану модель GOCE-LP02s перевірено з даними GPS-нівелювання з стандартним відхиленням 40 см, що відповідає іншим сучасним розв'язкам, отриманими за даними GOCE.
- Побудовано модель стаціонарної топографії на регіон Чорного моря за різнорідними даними, використовуючи отримані моделі та дані супутникової альтиметрії.

**Практичне значення одержаних результатів:** Дана робота спрямована на зменшення часу опрацювання та зменшення необхідних комп'ютерних потужностей під час визначення гармонічних коефіцієнтів, отриманих із великої кількості даних. Максимальна кількість даних для визначення гравітаційного поля Землі обмежена максимальною потужністю комп'ютерних ресурсів. Запропонований алгоритм дає змогу працювати з великою кількістю даних, не використовуючи «супер-комп'ютери», що дало змогу отримати моделі GOCELP-01S з роздільною здатністю до 220 степеня/порядку та GOCELP-02S з роздільною здатністю до 260 степеня/порядку. Складені програмні пакети для розв'язку типових задач можуть бути використані в освітніх та науково-дослідних інституціях, які займаються подібною проблематикою.

**Основні положення, що виносяться на захист:**

- Модель гравітаційного поля Землі за даними супутникової градієнтометрії GOCE-LP01s до 220 степеня/порядку.
- Модель гравітаційного поля Землі за даними супутникової градієнтометрії GOCE-LP02s до 260 степеня/порядку.
- Методика побудови моделей геопотенціалу за даними супутникової градієнтометрії, що базується на квадратурних формулах Гаусса-Лежандра.
- Результати побудови регіональної моделі стаціонарної частини топографії океану SST в регіоні Чорного моря на основі даних альтиметрії за період з 1992 по 2010 р.р. з використанням моделей GOCE-LP01s та GOCE-LP02s.

**Особистий внесок здобувача:** Основні положення та результати дисертаційної роботи, отримані автором, опубліковано у співавторстві в працях [1, 2, 3, 4, 6, 7] та одноосібно у [5, 8]. В працях [1,6] дисертантові належить: виконання обчислень та порівняння результатів з попередніми обчисленнями, [2, 3] – підготовка вхідних даних та виконання основних обчислень, [5, 8] – постановка задачі, виконання основних обчислень, формування висновків та ілюстрацій. У роботах [4,7] – розроблено методику, на основі якої побудовано моделі гравітаційного поля Землі за даними супутникової градієнтометрії.

**Апробація результатів дисертації:** матеріали дисертаційних досліджень було представлено на 8 міжнародних конференціях, а саме:

- Результати визначення геодинамічних параметрів за даними супутника GOCE» (XVI Міжнародна науково-технічна конференція "ГЕОФОРУМ-2011", м.Яворів).
- «Компоненти тензора інерції Землі за даними місії GRACE і GOCE» (XVI міжнародного науково-технічного симпозиуму "Геоінформаційний моніторинг навколишнього середовища: GPS і GIS-технології", 2011, м.Алушта, Крим).
- «Визначення тензора інерції Землі за даними місії GRACE і GOCE» (IV міжнародна наукова конференція молодих вчених «Геодезія, архітектура та будівництво 2011», м.Львів).
- «Основні етапи підготовки вихідних даних для побудови топографічної поверхні моря» (науково-ювілейна практична конференція присвячена 140-річчю кафедри Геодезії, м.Львів).
- XVIII Міжнародний науково-технічний симпозиум «Геоінформаційний моніторинг навколишнього середовища GNSS і GIS – технології», Марченко О. М., Лопушанський О.М. (2013) Створення моделі гравітаційного поля Землі за даними супутникової градієнтометрії (Алушта, Крим).
- V міжнародна наукова конференція «Геофізичні технології прогнозування та моніторингу геологічного середовища» Марченко О.М., Лопушанський О.М. (2013) Застосування другого методу Неймана для створення моделі гравітаційного поля Землі за даними супутникової градієнтометрії, м.Львів.
- 7-ма Міжнародна науково-технічна конференція «Кадастр, фотограмметрія, геоінформатика – сучасні технології та перспективи розвитку» Лопушанський О.М. (2013) Основні співвідношення для визначення гармонічних коефіцієнтів розкладу гравітаційного потенціалу Землі за даними супутника GOCE, м.Львів.
- 18-та Міжнародна науково-практична конференція «ГЕОФОРУМ-2013» Лопушанський О.М. (2013) Побудова гравітаційного поля Землі методом Гаусса (Львів Яворів).

**Публікації:** за результатами дисертаційних досліджень опубліковано 8 наукових праць [1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8], 2 статті у науковому періодичному виданні України, що входить до міжнародної наукометричної бази [2, 3], 1 стаття у

науковому періодичному виданні іншої держави [1], 3 статті у наукових фахових виданнях України [4, 5, 6] та 2 у збірниках конференцій [7, 8].

**Структура та обсяг дисертації:** Дисертаційна робота складається із вступу, чотирьох розділів, висновків і списку використаних джерел загальним обсягом 138 сторінок, 47 рисунків і 4 таблиць. Список використаних джерел включає 103 найменування.

## ОСНОВНИЙ ЗМІСТ РОБОТИ

У **вступі** обґрунтовано актуальність теми дисертаційного дослідження, визначено мету, об'єкт, предмет і основні задачі дослідження, розкрито наукову новизну, теоретичне та практичне значення одержаних результатів, наведено зв'язок роботи із науковими програмами. Також подано особистий вклад автора у опублікованих статтях.

У **першому розділі** «Застосування супутників LEO для вивчення гравітаційного поля Землі» розглянуто методики, які можуть бути використані для моделювання гравітаційного поля Землі за даними градієнтометра супутника GOCE. Подано історичний опис моделей геопотенціалу, побудованих з використанням даних супутників LEO. Висвітлено основні методи обчислення гармонічних коефіцієнтів, що є одним із основних питань даної роботи. В кінці розділу зроблено висновки та поставлено основні задачі дисертаційного дослідження.

Варто виокремити місію GOCE, активна фаза вимірювання якої тривала з 2009 по 2013 рр. Більш того, на супутнику було встановлено градієнтометр, який вперше забезпечив реальні вимірювання гравітаційних градієнтів на висоті 250 км. І далі тривають активні спроби побудови різних моделей за цими даними та пошук оптимального їх використання. В процесі опрацювання даних з цього супутника виникло багато запитань, зокрема врахування надмірного шуму, який присутній у вимірах; приведення інформації на регулярну сітку, ефективного поєднання даних градієнтометрії з уже накопиченою десятиліттями інформацією про гравітаційне поле та інші.

В теорії задача побудови гравітаційного поля переважно зводиться до розв'язання системи лінійних рівнянь, теорію яких розроблен набагато раніше, у XVIII – XIX століттях. Одним з найпопулярніших методів розв'язання таких лінійних рівнянь є метод Гаусса, в якому матриця нормальних рівнянь зводиться до діагональної, тому всі подальші обчислення є спрощеними. Основною причиною виникнення такого підходу було те, що в ті часи не було змоги обертати великі матриці. Такий метод можна використати при розкладі гравітаційного потенціалу в ряд за сферичними функціями, де невідомими є гармонічні коефіцієнти.

Важливим питанням є опрацювання первинних даних супутникової градієнтометрії. А саме: редукування даних, усунення шуму методами фільтрації, приведення даних на регулярну сітку тощо.

Сьогодні доступною є чисельна різнотипна інформація про гравітаційне поле Землі, тому важливо поєднати різні типи вимірів для отримання оптимального результату. Таким чином, у роботі поставлено задачу

використання даних супутникової градієнтометрії для покращення низькочастотної складової гравітаційного поля Землі.

У **другому розділі** «Методи квадратурних формул для визначення гармонічних коефіцієнтів» описано матеріал, необхідний для розуміння наступних розділів. Показано основні представлення гравітаційного потенціалу, аномальний потенціал та основні геодезичні функціонали. Також розглянуто квадратурні формули та їх застосування на сфері. Описано квадратурні формули Driscoll - Healy, Gauss, O.Colombo та будову відповідних їм рівномірних сіток.

**Третій розділ** «Побудова моделей гравітаційного поля землі за даними GOCE» повністю присвячено розв'язанню поставленої задачі. Подано послідовний алгоритм побудови моделі геопотенціалу за даними градієнтометра місії GOCE, а також перевірка побудованих моделей за даними GPS-нівелювання.

Вихідними даними для опрацювання прийнято дані EGG\_TRF\_2 градієнтометра супутника GOCE (вертикальні гравітаційні градієнти сили тяжіння  $V_{zz}$  у системі LNOF, їх точність та географічні координати  $\varphi$ ,  $\lambda$ ,  $r$ ) за період близько 3-х років. Використовуючи радіальні градієнти  $V_{zz}$ , можна обчислити гармонічні коефіцієнти гравітаційного поля Землі. Гравітаційні градієнти EGG\_TRF\_2 рекомендовано використовувати для побудови регіональних моделей гравітаційного поля Землі.

Перед початком обробки проведено відбракування даних, за критерієм  $3\sigma$ .

Після процесу відбракування, кількість даних зменшилась, її подано в таблиця 1

Таблиця 1

Вихідні дані до та після процесу відбракування

Загальна кількість	Кількість вимірів до бракування	Кількість вимірів після бракування
$V_{zz}$	80 860 570	80 849 326

Фільтрація даних та побудова рівномірної сітки Гаусса

Фільтр Кальмана - це математичний метод, отриманий Рудольфом Кальманом у 1960 році. Метою цього методу є використання вимірювань, які спостерігаються в часі та спотворені шумом та іншими неточностями, і генерація значень, близьких до справжніх вимірювань.

Всі вихідні дані пройшли етап попередньої обробки та осереднення на рівномірній сітці (4x6) через використання статичного фільтра Кальмана, ідея якого полягає в уточненні попередньо обчисленого середнього значення. Якщо додають нові дані, вони змінюють оцінюване середнє значення вимірів  $x$ .

А оскільки у випадку супутника GOCE вихідна інформація доступна порціями через певні проміжки часу, то і вибір статичного фільтра Кальмана або рекурсивного методу найменших квадратів, сенс якого полягає в ідеї оновлення, стає зрозумілим.



При побудові моделей за великою кількістю даних, які спотворені похибками вимірів, у всіх випадках необхідним етапом є попередня їх фільтрація, наприклад методом швидкого перетворення Фур'є (FFT).

*Застосування процедури «видалення – відновлення» для визначення  $C_{nm}, S_{nm}$*

Для обчислення моделі використовують різницю виміряних та модельних градієнтів, що в принципі є технікою „видалення - відновлення“.

На першому етапі знайдено:

$$V_{ZZ} = V_{ZZ_M} + \delta V_{ZZ}, \quad (1)$$

де,  $V_{ZZ}$  – градієнти, виміряні супутником;  $V_{ZZ_M}$  – градієнти, побудовані за певною моделлю;  $\delta V_{ZZ}$  – різниці між виміряними та модельними градієнтами.

Співвідношення (1) традиційно пов'язане з таким рівнянням:

$$\begin{Bmatrix} C_{nm} \\ S_{nm} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} C_{nm} \\ S_{nm} \end{Bmatrix}_M + \begin{Bmatrix} \delta C_{nm} \\ \delta S_{nm} \end{Bmatrix}, \quad (2)$$

де,  $\begin{Bmatrix} C_{nm} \\ S_{nm} \end{Bmatrix}$  – значення гармонічних коефіцієнтів, визначених за даними супутника;

$\begin{Bmatrix} C_{nm} \\ S_{nm} \end{Bmatrix}_M$  – модельні значення гармонічних коефіцієнтів;

$\begin{Bmatrix} \delta C_{nm} \\ \delta S_{nm} \end{Bmatrix}$  – різниці між модельними та визначеними значеннями коефіцієнтів .

Зрозуміло, що складові  $V_{ZZ_M}$  і  $\begin{Bmatrix} C_{nm} \\ S_{nm} \end{Bmatrix}_M$  можна обчислити за допомогою однієї і тієї ж моделі геопотенціалу, тому можливим є видалення супутникових значень з модельних

$$\Delta V_{ZZ} = V_{ZZ} - V_{ZZ_M}, \quad (3)$$

$$\begin{Bmatrix} \delta C_{nm} \\ \delta S_{nm} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} C_{nm} \\ S_{nm} \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} C_{nm} \\ S_{nm} \end{Bmatrix}_M. \quad (4)$$

### *Побудова моделей GOCE-LP01s та GOCE-LP02s*

Визначення гармонічних коефіцієнтів виконано на основі 2-го методу Неймана:

$$\begin{Bmatrix} A_m(\theta_i) \\ B_m(\theta_i) \end{Bmatrix} = \frac{1}{L(1 + \delta_{m0} + \delta_{mL})} \sum_{j=0}^{2L-1} V_{zz}(\theta_i, \lambda_j) \begin{Bmatrix} \cos m\lambda_j \\ \sin m\lambda_j \end{Bmatrix}, \quad (5)$$

$$\begin{Bmatrix} \bar{C}_{nm} \\ \bar{S}_{nm} \end{Bmatrix} = \frac{1}{4} (1 + \delta_{m0}) \sum_{i=1}^N w_i \bar{P}_{nm}(\cos \theta_i) \begin{Bmatrix} A_m(\theta_i) \\ B_m(\theta_i) \end{Bmatrix}, \quad (6)$$

$$w_i = \frac{2(1 - x_i^2)}{[(L+1)P_L(x_i)]^2}, \quad (7)$$

де,  $w_i$  - ваги, введені для дискретної ортогональності системи функцій на рівномірній сітці Гаусса-Лежандра.

Таким чином, базуючись на вдосконаленому методі Неймана, побудовано модель гармонічних коефіцієнтів за даними  $V_{zz}$  супутника GOCE - **GOCE-LP01s** до 220 степеня/порядку відносно еліпсоїда WGS84.

Після необхідних аналітичних перетворень вона дає змогу знайти гауссову і середню кривини поверхні геоїда  $W(x, y, z) = W_0 = \text{const}$ .

Якщо для середньої кривини отримано точнішу формулу, то співвідношення для гауссової кривини є вірним з точністю до четвертого степеню кутової швидкості Землі. Побудована модель **GOCE-LP01s** не достатньо точна у визначенні низьких порядків моделі. Було прийнято рішення зафіксувати 0-й, 1-ий та 2-ий порядки і прийняти їх рівними відповідно до моделі EGM2008. Після обчислень отримано модель **GOCE-LP02s** до 250 степеня/порядку включно відносно нормального поля GOCO-03s до 180 степеня/порядку.

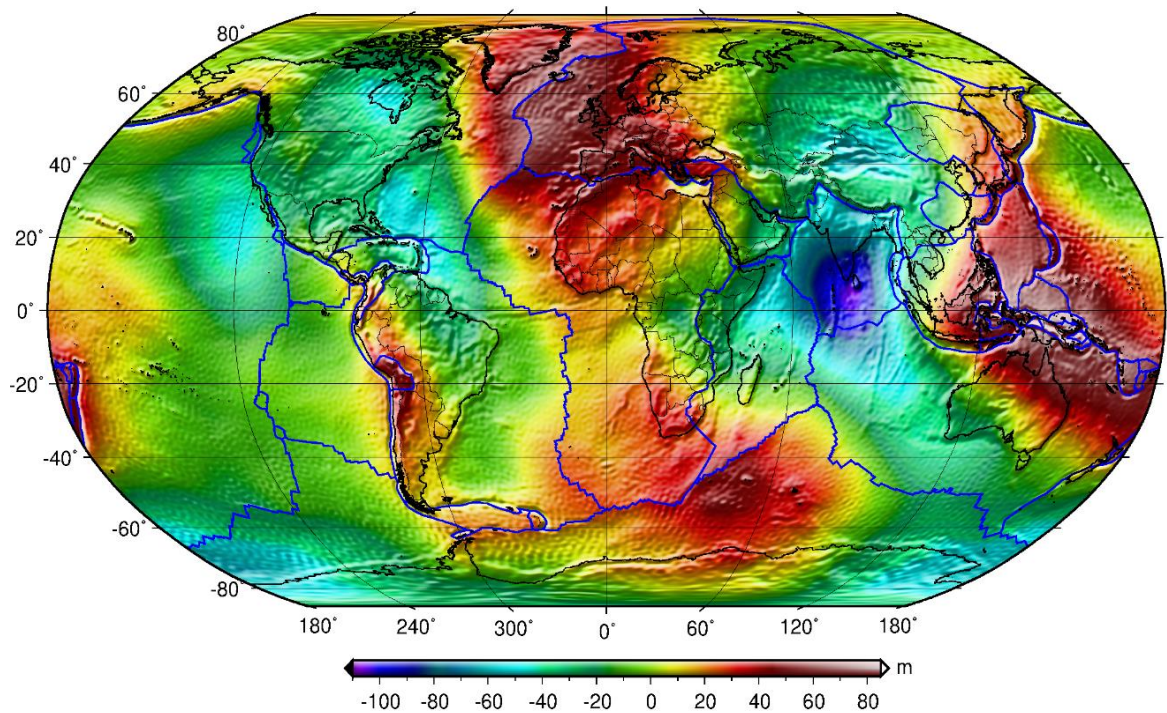


Рис.1 Висоти геоїда за даними моделі **GOCE-LP02s**

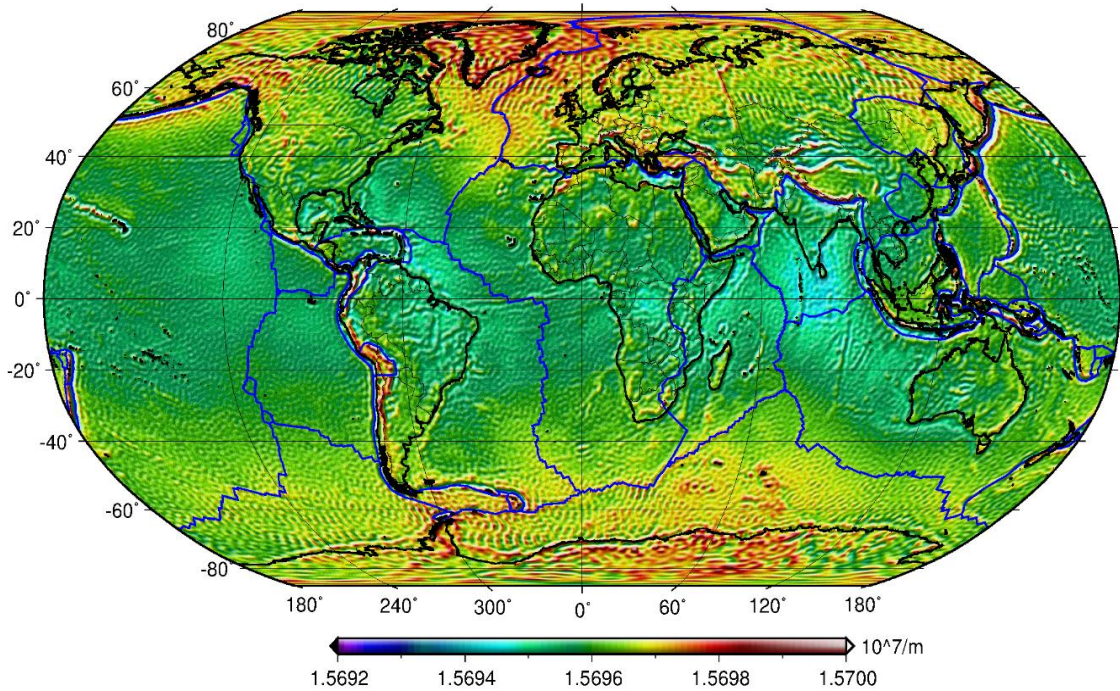


Рис. 2 Середня кривина геоїда за даними моделі **GOCE-LP02s**

Важливими оцінками моделей геопотенціалу є різниця між відібраним новим комбінованим розв'язком та відповідними спектральними характеристиками гравітаційного потенціалу Землі.

Як зазначені спектральні характеристики, названі “степеневими амплітудами сигналу”, використовують широко відомі степеневі дисперсії висот (квазі)геоїда.

$$k_n^\zeta = R^2 \sum_{m=0}^n (\bar{C}_{nm}^2 + \bar{S}_{nm}^2), \quad (8)$$

та степеневі дисперсії різниць висот (квазі)геоїда двох моделей

$$\Delta k_n^\zeta = R^2 \sum_{m=0}^n (\Delta \bar{C}_{nm}^2 + \Delta \bar{S}_{nm}^2), \quad (9)$$

В формулах (8), (9):

$\bar{C}_{nm}$ ,  $\bar{S}_{nm}$  – повністю нормовані гармонічні коефіцієнти однієї з моделей геопотенціалу, що порівнюються;

$\Delta \bar{C}_{nm}$ ,  $\Delta \bar{S}_{nm}$  – різниці гармонічних коефіцієнтів двох моделей геопотенціалу;

$R$  – середній радіус Землі ( $R=6371$  км).

Крім того, використовують сумарну степеневу дисперсію різниць висот (квазі)геоїда двох моделей геопотенціалу для біжучого порядку  $N^*$ :

$$\Sigma_{\Delta k_n^\zeta}^{N^*} = \sum_{n=2} \Delta k_n^\zeta, \quad (10)$$



В моделях EGM2008 та **GOCE-LP01s**, **GOCE-LP02s** з 200-го до 250-го порядку спостерігаються невеликі розходження в степеневих дисперсіях. Вони можуть бути обумовлені тим, що в моделях **GOCE-LP01s** **GOCE-LP02s** застосовувались лише супутникові дані, а модель EGM2008 базувалась на наземних даних та даних морської гравіметрії.

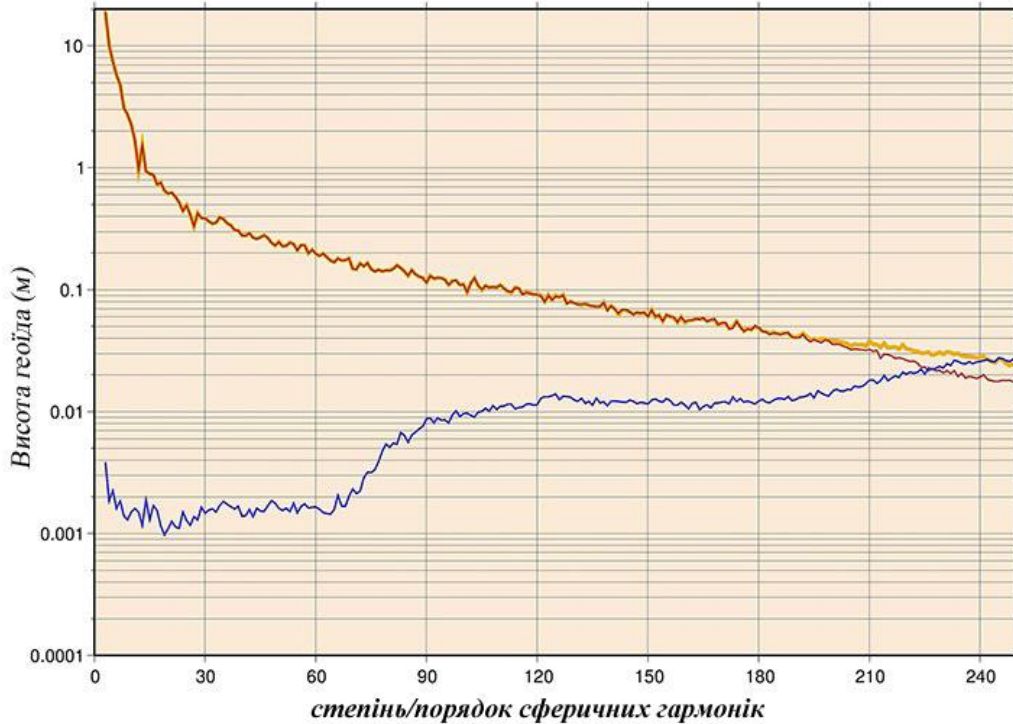


Рис. 3 Спектральні характеристики моделей: — EGM2008, — **GOCE-LP02s**, — різниці функцій EGM2008 та **GOCE-LP02s**

*Перевірка побудованої моделі за даними GPS-нівелювання*

Побудовані моделі апробовано на даних GPS-нівелювання з отриманим стандартним відхиленням 40 см, що відповідає іншим сучасним розв'язкам задачі (табл. 2).

Для обрахунків використано основну формулу GPS-нівелювання (11)

$$H = H^{\gamma} + \zeta. \quad (11)$$

*Таблиця 2*

Статистики різниць між вимірними висотами GPS-нівелювання та обчисленими за моделями гравітаційного поля

	Мінімальне відхилення, м	Максимальне відхилення, м	Середнє відхилення, м	Стандартне відхилення, м
GO_CONS_GCF_2_DIR_R2(240;240)	-0,417	2,257	0,524	0,317
GOCO03S(240;240)	-0,586	2,058	0,523	0,279
GO_CONS_GCF_2_SPW_R2(240;240)	-0,420	2,525	0,538	0,317
EGM08 (360;360)	-0,038	1,186	0,529	0,144
EGM08 (250;250)	-0,451	1,832	0,526	0,236
GO_CONS_GCF_2_TIM_R3(250;250)	-0,592	2,024	0,530	0,288
GOCE-LP01s(250;250)	-0,422	2,379	0,577	0,339
GOCE-LP02s(250;250)	-0,541	1,943	0,544	0,294

*Результати застосування різних моделей геопотенціалу для побудови (квазі)геоїда в регіоні New Mexico*

Використовуючи модель гравітаційного поля **GOCE-LP02S**, побудовано (квазі)геоїд та територію полігону NASA, розташованого в пустелі штату New Mexico. На цьому полігоні проводять випробування космічних шатлів, саме тут розташований пункт управління системою супутникової комунікації.

Для побудови регіонального (квазі)геоїда найпоширенішим на даний час є метод FFT. Сучасний підхід для обчислення (квазі)геоїда, як правило, базується на техніці “вилучення- відновлення”. Відновлення (квазі)геоїда можна здійснити за формулою:

$$\xi = \xi_M + \delta\xi, \quad (12)$$

де  $\xi$  – висота (квазі)геоїда,  $\xi_M$  – внесок глобальної моделі геопотенціалу з високим ступенем роздільної здатності,  $\delta\xi$  – залишкові висоти (квазі)геоїда.

Вираз (12) традиційно пов’язане з таким рівнянням для аномалій сили тяжіння:

$$\Delta g = \Delta g_M + \delta\Delta g, \quad (13)$$

де  $\Delta g$  – аномалії сили ваги,

$\Delta g_M$  – внесок глобальної геопотенціальної моделі з високим ступенем роздільної здатності,

$\delta\Delta g$  - залишкові аномалії сили ваги.

Зрозуміло, що складові  $\xi_M$  і  $\Delta g_M$  можна обчисленні за допомогою однієї і тієї ж моделі геопотенціалу, тому можна їх видалити

$$\delta\xi = \xi - \xi_M, \quad (14)$$

$$\delta\Delta g = \Delta g - \Delta g_M \quad (15)$$

Для подальшої обробки даних, як вихідну інформацію використано саме залишкове поле висот (квазі)геоїда (14) або аномалій сили ваги (15).

Основна вимога до вихідної інформації:

$$M\{\delta\xi\} = 0, \quad (16)$$

$$M\{\delta\Delta g\} = 0, \quad (17)$$

Вирази (16) і (17) відображають також необхідну умову методу FFT. При застосуванні цього методу для обробки вхідних даних в регіональному масштабі співвідношення (16) і (17) на практиці порушуються, тому необхідним є формування центрованих вимірів за допомогою прямого видалення внеску глобальної гравітаційної моделі з високим ступенем роздільної здатності. Зрозуміло, що можна також визначити центровані величини простим осередненням вхідних даних одного виду.

Таким чином, традиційна процедура «вилучення — відновлення» полягає у отриманні залишкової інформації для подальшого її прогнозу у вузлах сітки із заданою роздільною здатністю:

$$\delta\xi = \xi - \xi_{GOCE\_LP02S}, \quad (18)$$

де,  $\xi_{GOCE\_LP01S}$  розглядається як довгохвильова частина  $\xi$ , що є прийнятою нижче відповідно до моделі гравітаційного поля GOCE\_LP01S до 220 порядку.

Отже, після прогнозу залишкових висот можемо достатньо просто відновити як висоти (квазі)геоїда, так і аномалії сили ваги.

$$\xi = \xi_{GOCE\_LP02S} + \delta\xi, \quad (19)$$

$$\Delta g = \Delta g_{GOCE\_LP02S} + \delta\Delta g, \quad (20)$$

В результаті видалення з вхідних даних  $\Delta g_{Faya}$  для GOCE\_LP02S, що для модельного потенціалу вираз приймає форму:

$$V = \frac{GM}{r} \sum_{n=0}^{250} \left(\frac{a}{r}\right)^n \sum_{m=0}^n (\bar{C}_{nm} \cos m\lambda + \bar{S}_{nm} \sin m\lambda) \bar{P}_{nm}(\sin\varphi)$$

$$GM=398600.4415 \text{ км}^3/\text{с}^2, \quad a=6378.1363 \text{ км},$$

Були отримані залишкові значення  $\Delta g - \Delta g = -\frac{\partial T}{\partial r} - \frac{2T}{r}$

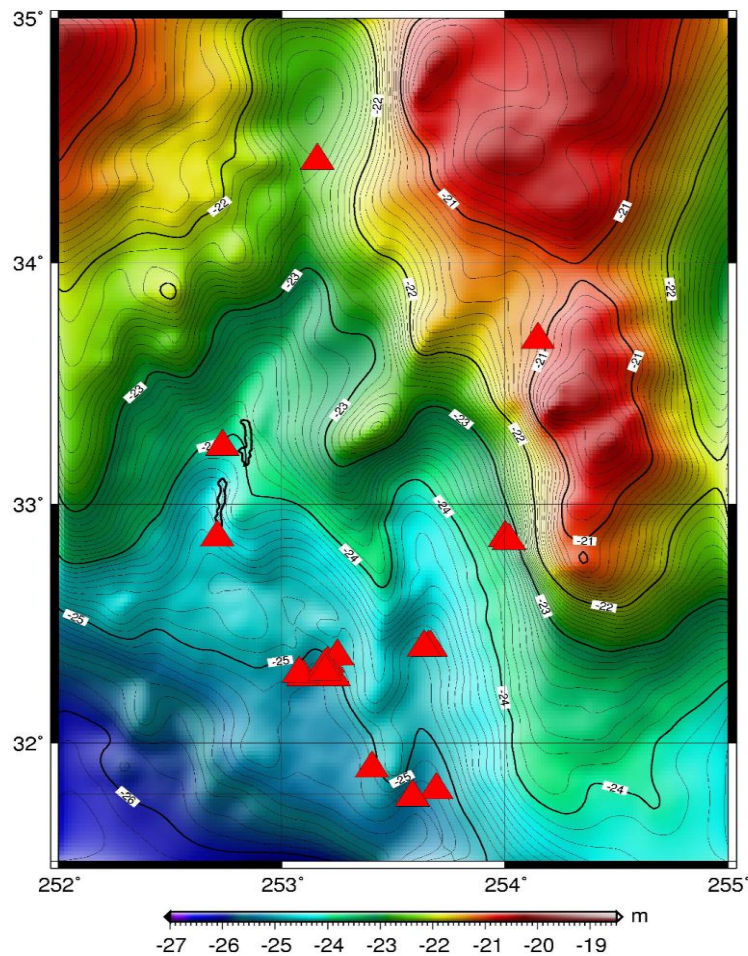


Рис. 4 Результуючий (квазі)геоїд (ізолінії проведено через 0,5 м)

В ході апробації порівнювалися різні моделі гравітаційного поля Землі з даними GPS-нівелювання на регіон New Mexico, результати подано в таблиці 3.

Статистичні дані порівняння різних моделей гравітаційного поля Землі з даними GPS-нівелювання на регіон New Mexico

Модель	Рік	Мінімальне значення, m	Максимальне значення, m	Середня значення, m	Стандартне відхилення, m
<b>GO_CONS_GCF_2_SPW_R4 (280)</b>	2014	0,3927	0,6359	0,5301	0,0725
<b>ITSG-Grace2014s</b>	2014	-0,0653	0,2427	0,1179	0,0948
<b>JYY_GOCE04S (230)</b>	2014	-0,1501	0,1084	-0,0006	0,0645
<b>GOGRA02S (230)</b>	2013	-0,1449	0,1152	0,0064	0,0648
<b>ITG_Goce02 (240)</b>	2013	-0,1021	0,1474	0,0513	0,0747
<b>GOCE_LP01s</b>	2013	-0,2905	0,0400	-0,0793	0,0887
<b>GOCE_LP02s</b>	2013	-0,1470	0,1152	0,0142	0,0773
<b>GOCO03S (250)</b>	2012	-0,1473	0,1157	0,0149	0,0767
<b>EGM2008 (360)</b>	2008	-0,1460	0,0856	-0,0079	0,0704
<b>EGM2008 (250)</b>	2008	-0,1274	0,0884	0,0037	0,0540
<b>EIGEN-5C (360)</b>	2008	-0,1557	0,0631	-0,0390	0,0630
<b>EIGEN-CG01C (250)</b>	2004	-0,2258	-0,0022	-0,0830	0,0647
<b>GFZ97 (359)</b>	1997	-0,6770	0,4099	-0,0894	0,3243
<b>EGM96 (360)</b>	1996	-1,0646	-0,8488	-0,9336	-0,0540
<b>OSU86F (360)</b>	1986	-0,2199	0,0269	-0,0427	0,0506

В четвертому розділі «Застосування побудованих моделей для визначення поверхні (квазі)геоїда та поля  $\Delta g$  на морі» наведено результати апробації побудованих моделей з даними супутникової альтиметрії в межах процедури вилучення-відновлення на регіон Чорного моря.

Точність моделей різних редукцій з 1992 по 2007 рр. явно змінюється і може не задовільняти сучасні вимоги. З подальших досліджень буде встановлено, що в такому випадку причиною розбіжностей є використання осереднених висот топографії океану, які наближено дорівнюють висотам геоїда і можуть мати постійні відхилення. Тому в цьому розділі переходимо до високочастотної фільтрації даних SSH, побудови згладженої поверхні SSH, побудови поля аномалій сили тяжіння, побудови регіонального гравіметричного геоїда та регіональної моделі стаціонарної частини топографії океану відносно поверхні цього гравіметричного геоїда з використанням моделі **GOCE\_LP02s**.

Систематичний вплив різних течій на осереднені дані мареографів не дозволяє виконати простої перевірки одержаної моделі поверхні геоїда про середні висоти рівня океану. Найдоцільнішим підходом в такій ситуації є побудова моделі стаціонарної частини  $SST_0$  топографії океану та вивчення залежних від часу  $SST_0$  її компонент. Такий підхід створює необхідність розв'язання низки додаткових задач, а саме: побудову поля  $\Delta g$  за фільтрованими  $SSH_0$  методом швидкого перетворення Фур'є (в рамках процедури "вилучення – відновлення"); що дає змогу суттєво зменшити вплив систематичних ефектів, які присутні в даних  $SSH_0$ ; побудова гравіметричного (квазі)геоїда.

Після приведення гравіметричного (квазі)геоїда до середньої припливної системи можна отримати висоти топографії моря (рис.12) для досліджуваного регіону із виразу

$$SST = CorSSH - N_{MTS}, \quad (21)$$

де,  $CorSSH$  є значеннями висот рівня моря, одержаних із альтиметричних вимірів у системі MTS;  $SST$  – (“сирі”) висоти поверхні моря відносно поверхні геоїда, які обтяжені похибками, що залежать від часу.



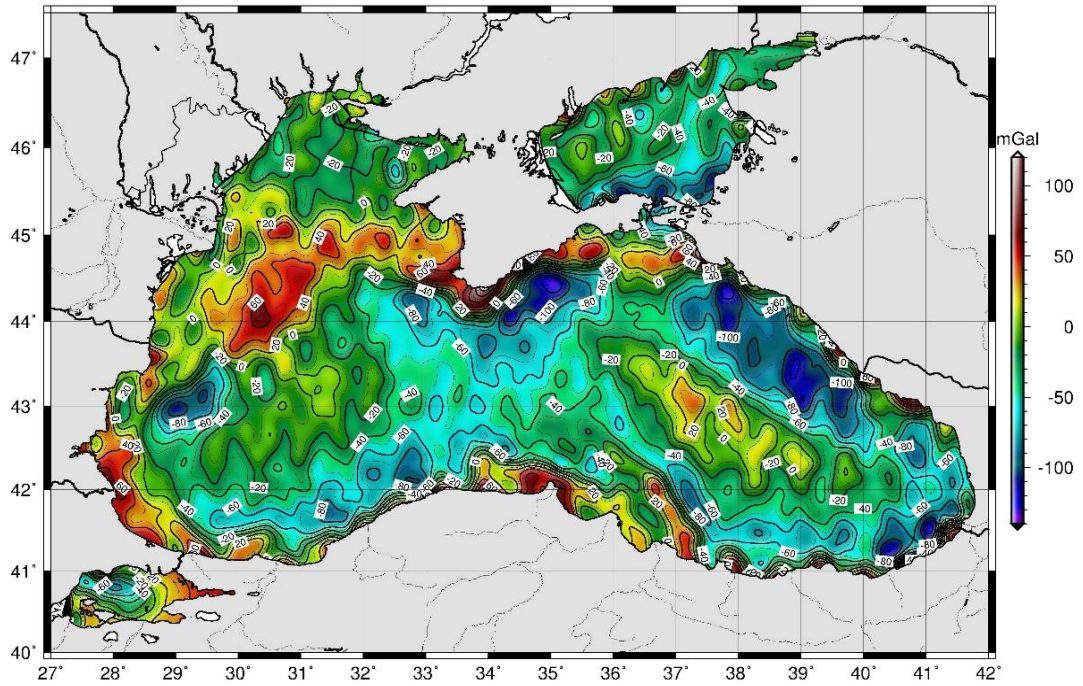


Рис. 5 Визначення аномалії сили тяжіння за альтиметричними даними на регіон Чорного моря

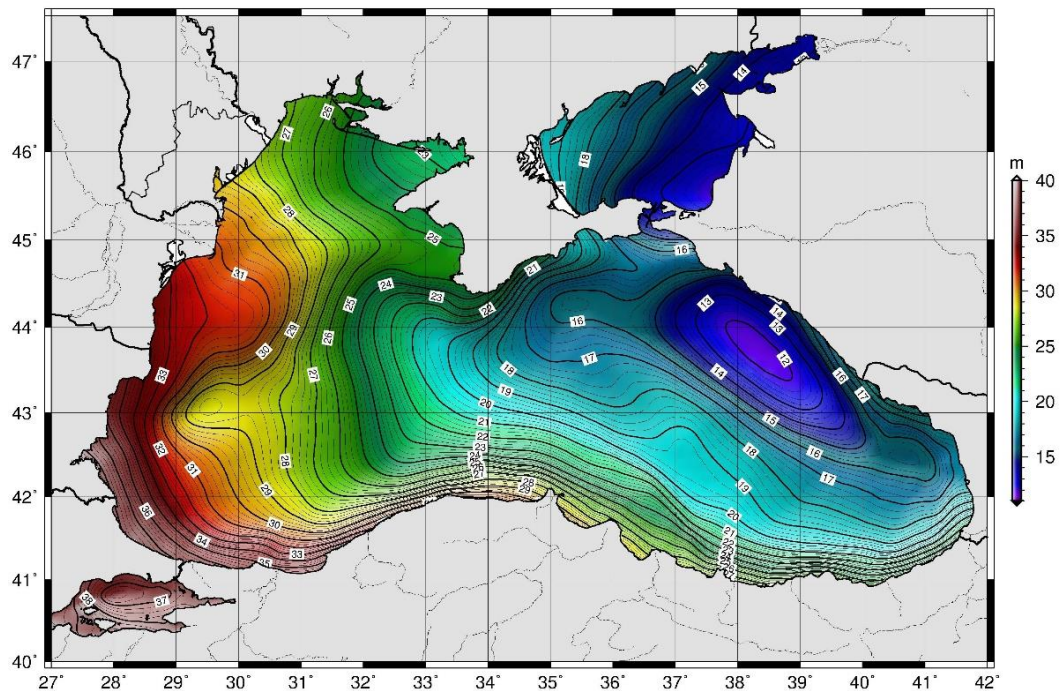


Рис. 6 Висоти геїда на регіон Чорного моря, побудовані за даними  $\Delta g$



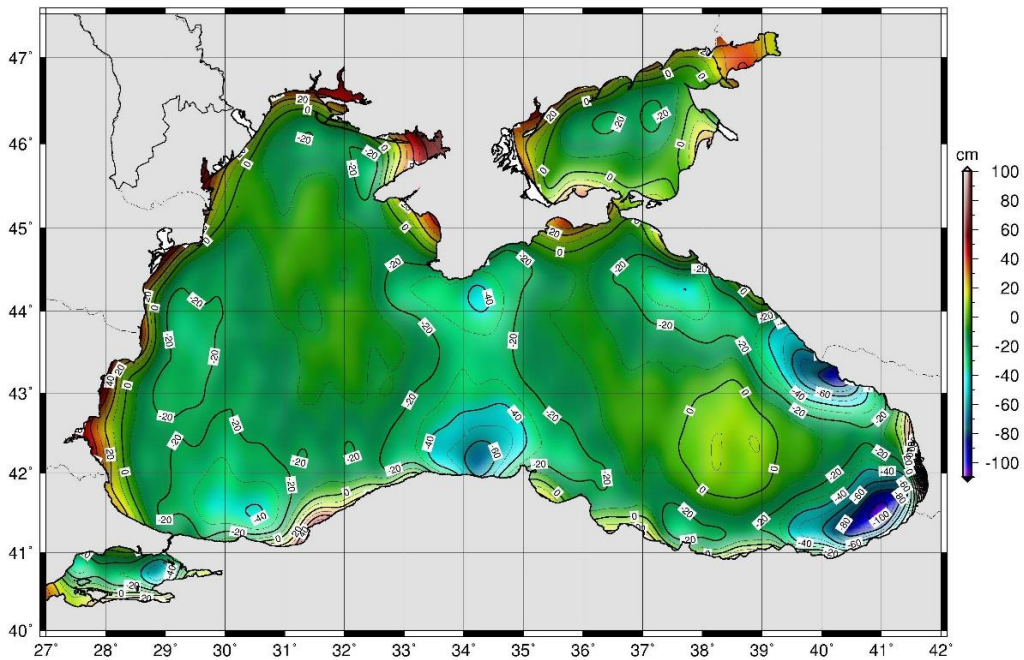


Рис. 7 Модель висот стаціонарної топографії  $SST_0$  на регіон Чорного моря.

## ВИСНОВКИ

В дисертації вирішено наукове завдання вдосконалення існуючих методів побудови моделей гравітаційного поля Землі за супутниковими даними. В результаті виконаних досліджень можна зробити такі висновки:

1. Використано результати роботи градієнтометричної місії GOCE, загальною кількістю точкових даних 80 860 570 вимірів для побудови глобальної моделі гравітаційного поля Землі.
2. Побудовано регулярну сітку Гаусса-Лежандра на 259 200 вузлів для визначення гармонічних коефіцієнтів розкладу гравітаційного потенціалу із застосуванням фільтру Кальмана.
3. Побудовано модель гравітаційного поля GOCE-LP01s за даними супутникової градієнтометрії до 220 степеня/порядку відносно нормального поля WGS84 до 10 степеня, а також модель GOCE-LP02s 250 степеня/порядку відносно поля GOCE-LP01s до 180 степеня/порядку.
4. Виконано порівняння побудованих моделей з висотами квазігеоїда отриманого за допомогою GPS – нівелюванням на територію України, з стандартним відхиленням 40 см, що відповідає іншим сучасним розв'язкам, отриманими за даними GOCE.
5. Побудовано гравіметричний квазігеоїд на регіон полігону New Mexico з використанням моделі GOCE\_LP02S використовуючи метод FFT та техніку «вилучення-відновлення».
6. Апробовано моделі GOCE-LP01s та GOCE-LP02s в межах визначення стаціонарної топографії на акваторіях Чорного моря шляхом використання даних супутникової альтиметрії за період з 1992 по 2010 р.р.
7. Побудовано поле аномалій сили тяжіння  $\Delta g$  за фільтрованими SSH методом FFT та гравіметричний квазігеоїд в рамках процедури "вилучення - відновлення".

## **СПИСОК ОПУБЛІКОВАНИХ ПРАЦЬ ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ**

### **Стаття у науковому періодичному виданні іншої держави:**

1. Lopyshansky A. Recent dynamic ocean topography models and their comparison/ Marchenko A., Tretyak K., Lopyshansky A., Pavliv T.//Infrastructure and ecology of rural areas, No 11– Krakow 2010 - P. 151-158.

### **Статті у науковому періодичному виданні України, що входить до міжнародної наукометричної бази:**

2. Лопушанський О.М. Визначення геоїда, поле сили тяжіння, та топографії Чорного моря за даними супутникової альтиметрії/ Марченко О.М., Лопушанський О.М.// Геодезія, картографія і аерофотознімання, Випуск.81 – Львів 2015 - С. 45-57.
3. Лопушанський О.М., Про побудову моделей гравітаційного поля Землі за даними GOCE/ Марченко О.М., Марченко Д.О., Лопушанський О.М.// Геодезія, картографія і аерофотознімання, Випуск 79 – Львів 2014 - С. 74-81.

### **Статті у наукових фахових виданнях України:**

4. Лопушанський О.М. Застосування другого методу Неймана для створення моделі гравітаційного поля Землі за даними супутникової градієнтометрії/ Марченко О.М., Лопушанський О.М.// Геодинаміка, Випуск 2(15) – Львів 2013- С.7-9.
5. Лопушанський О.М. Основні співвідношення для визначення гармонічних коефіцієнтів розкладу гравітаційного потенціалу Землі за даними супутника GOCE/ Лопушанський О.М.// Геодезія, картографія і аерознімання, Випуск 78, - Львів 2013 - С.149-154.
6. Лопушанський О.М. Основні етапи підготовки вихідних даних для побудови топографічної поверхні моря/ Ярема Н.П., Лопушанський О.М., Павлів Т.Р.// Геодезія, картографія і аерофотознімання», Випуск 74- Львів 2011 - С. 60-64.

### **Матеріали в наукових виданнях, збірниках наукових доповідей конференцій:**

7. Лопушанський О.М. Створення моделі гравітаційного поля Землі за даними супутникової градієнтометрії/ Марченко О. М., Лопушанський О.М.// Збірник матеріалів XVIII Міжнародного науково-технічного симпозіуму «Геоінформаційний моніторинг навколишнього середовища GNSS і GIS – технології» - Алушта 2013 - С. 328-330.
8. Лопушанський О.М. Визначення тензора інерції Землі за даними місії GRACE і GOCE/ Лопушанський О.М.// Збірник матеріалів IV міжнародної конференції молодих вчених GAC-2011 – Львів 2011 - С. 200-203.

## **АНОТАЦІЯ**

Лопушанський О. М. Побудова моделей гравітаційного поля Землі за супутниковими даними – На правах рукопису.

Дисертація на здобуття наукового ступеня кандидата технічних наук за спеціальністю 05.24.01 – геодезія, фотограмметрія та картографія. – Національний університет «Львівська політехніка» Міністерства освіти і науки України, м. Львів, 2015.

Фундаментальні дослідження Лапласа, Лежандра і Гаусса в теорії Ньютонового потенціалу є класичним представленням гравітаційного потенціалу небесних тіл із записом у вигляді нескінчених рядів кульових функцій. Цей запис має міждисциплінарне значення при вивченні статичних і залежних від часу полів Землі і планет. Така параметризація гравітаційного потенціалу вважається стандартною та однією з найкращих для розв'язання сучасних наукових і прикладних задач небесної механіки, супутникової геодезії, глобальної геодинаміки тощо. Сучасний стрімкий розвиток геодезії характерний використанням різноманітних вимірів з підвищенням їх точності, що впливає на визначення фігури та гравітаційного поля Землі на якіснішому рівні. За визначенням, гравітаційне поле Землі відображає розподіл мас і перенесення їх як всередині, так і на поверхні Землі. З 2000-го до 2009-й років запущено супутники CHAMP, GRACE та GOCE, які відносяться до категорії супутників LEO (Low Earth Orbit), з висотою орбіти, яка не перевищує 500 км. Дані з цих супутників значно уточнили та розширили відомості про магнітне та гравітаційне поле Землі. Моделювання магнітного поля Землі потребує щільних та однорідних вимірів. Це не можна досягнути лише на основі наземних даних, саме тому дані з супутників CHAMP та GRACE, які покривають всю планету, дозволяють використати нові методи для розв'язання основної задачі геодезії. Останніми досягненнями науки у сфері супутникової геодезії є проект Європейського космічного агентства (ESA) - супутник GOCE, який використовує метод супутникової градієнтометрії, який ґрунтується на засадах гравітаційного варіометра Етвеша. За супутниковими спостереженнями можна впевнено визначати тільки низькочастотну складову геопотенціальних коефіцієнтів. Аномалії сили тяжіння та дані супутникової альтиметрії на морях та океанах мають вищу просторову роздільну здатність. Середні аномалії сили тяжіння, які отримані з наземних спостережень та даних супутникової альтиметрії на океанах, використовують для визначення геопотенціальних моделей високого степеня. Актуальною задачею суттєвого покращення низькочастотної та середньочастотної складових гравітаційного поля є вибір алгоритму, за яким визначають гармонічні коефіцієнти геопотенціалу. В даній роботі реалізовано другий метод Неймана, який ґрунтується на квадратурних формулах Гаусса-Лежандра для побудови моделі гравітаційного поля Землі за даними супутникової градієнтометрії.

**Ключові слова:** супутникова градієнтометрія, квадратурні формули, GOCE, гармонічні коефіцієнти

## АННОТАЦІЯ

Лопушанський О. М. Построение моделей гравитационного поля Земли по спутниковым данным - На правах рукописи.

Диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук по специальности 05.24.01 - геодезия, фотограмметрия и картография. - Национальный университет «Львівська політехніка» Министерства образования и науки Украины, г. Львов, 2015.

Начиная с фундаментальных исследований Лапласа, Лежандра и Гаусса в области теории Ньютонова потенциала, классическим представлением

гравитационного потенциала небесных тел стала его запись в виде бесконечных рядов шаровых функций Лежандра-Лапласа-Гаусса-Максвелла, принявшая междисциплинарное значение при изучении статических и зависящих от времени полей земли и планет. Следует заметить, что такая параметризация гравитационного потенциала не только считается стандартной, но и одной из лучших для решения современных научных и прикладных задач небесной механики, спутниковой геодезии, глобальной геодинамики. С 2000-го по 2009-й годы были запущены спутники CHAMP, GRACE и GOCE, которые относятся к категории спутников LEO (Low Earth Orbit), высота их орбиты не превышает 500 км. Данные спутниковые LEO значительно уточнили и расширили наши сведения о гравитационном поле Земли. Моделирование магнитного поля Земли требует плотных и однородных измерений. Это не может быть достигнуто только на основе наземных данных, поэтому данные со спутников CHAMP и GRACE, которые покрывают всю планету, позволяют использовать новые методы для решения основной задачи геодезии. Последними достижениями науки в области спутниковой геодезии является проект Европейского космического агентства (ESA) - спутник GOCE, который использует метод спутниковой градиентометрии. По спутниковым наблюдениям можно уверенно определять только низкочастотную составляющую геопотенциальной коэффициентов. Выбор алгоритма, которой позволяет определение гармонических коэффициентов геопотенциала по компонентам тензора гравитационного градиента, которые меряются в рамках миссии GOCE на основе современного подхода спутниковой градиентометрии, стал актуальной задачей существенного улучшения низкочастотной и среднечастотной составляющих гравитационного поля обработкой данных. Работа посвящается в отличие от других подходов, реализации второго метода Неймана, который основан на квадратурных формулах Гаусса для построения модели гравитационного поля Земли по данным спутниковой градиентометрии.

**Ключевые слова:** спутниковая градиентометрия, квадратурные формулы, GOCE, гармонические коэффициенты

#### ANNOTATION

Lopushanskyi O.M. - Construction of the models of Earth's gravity field from satellites data. – On the rights of manuscript.

The Thesis for obtaining the Ph. D. degree in technical sciences in speciality 05.24.01 – geodesy, photogrammetry and cartography. – Lviv Politechnic National University under the Ministry of Education and Science of Ukraine, Lviv 2015.

Since basic researches of Laplace, Legendre and Gauss in the theory of Newtonian potential, the classical Legendre-Laplace-Gauss-Maxwell representation of the Earth gravitational potential as a series of solid spherical functions has taken an interdisciplinary significance for the static and time-dependent fields of the Earth and planets. Note that this parameterization of the gravitational potential is not considered to be a standard only, but also as one of the best for modern scientific and applied problems of celestial mechanics, satellite geodesy, and global geodynamics. From 2000 to 2009 years were launched satellites CHAMP, GRACE and GOCE, which are classified as satellites LEO (Low Earth Orbit), the height of the orbit is lower than

500 km. The method of satellite altimetry as a relatively new approach to precise satellite surveying, which provides the different Earth sciences by a most complete information about the state of the ocean and its changes over time. In particular this method uses in scientific researches of geodesy, oceanography and climatology. The models of ocean dynamic topography are based on the altimetry data also. With the modern of satellite technology the oceans surface is mapped with a very simple approach, which are based on altimetric satellite measurements of different missions with the level of accuracy 1-5 cm. Distance measuring from altimetry satellite to the ocean surface and determining its position in the space based on SLR, GNSS, or DORIS technologies open the possibility of calculating the Sea Surface Heights passed over the ocean surface reference ellipsoid. Heights of the ocean CorSSH are estimated based on the previous SSH data processing. Which are governed by different corrections for the environment and the impact of various geophysical factors to initial dependent time information. These corrections the most impact is caused by the tidal effect of the Sun and the Moon. Tidal effects consist to from two parts: the ocean tide and the tide of the solid Earth. The ocean tide is an instant deviation of the ocean surface relative to its average value. The middle surface, for example, can be the surface which is defined according to observations of a tide gauge. Undisturbed ocean surface was named the geoid or primary level surface and is one of the most important referential surfaces in geosciences. In 1983 according to the resolution of IAG the geoid surface was construct taking into account indirect tides of the solid Earth. The amplitudes of the geoid heights have obtain using to CorSSH as with respect to GRS80 system are not more than 100 m. Another situation occurs in the oceanography, where the most valuable data are ocean surface deviations from geoid with the amplitude of 2 m this data are called Sea Surface Topography (SST). The data from these satellites are LEO significantly clarified and expanded our knowledge of the Earth gravity field. The last achievements of the satellite geodesy is the project of European Space Agency – the GOCE satellite mission (Gravity of field and steady – state of Ocean Circulation Explorer) which is using the satellite gradientometry method. The choice of algorithm, which allows the determination of harmonic coefficients geopotential from gravity gradient tensor components, which is measured as part of the modern approach satellite mission GOCE gradientometry, became significant task for improving long and mean components of the gravitational field via data processing. As a result, in this thesis two version of the corresponding harmonic coefficients  $C_{nm}$ ,  $S_{nm}$  (gravity field models GOCE-LP01s and GOCE-LP02s up to degree/order 250) were derived based on the second Neumann method including the construction of the corresponding Gauss grid.

**Key words:** satellite gradientometry, quadrature formulas, GOCE, harmonic coefficients