

ВІННИЦЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

*На правах рукопису*

**Віштак Інна Вікторівна**

УДК 621.822.57

**ПОКРАЩЕННЯ ХАРАКТЕРИСТИК ШПИНДЕЛЬНОГО ВУЗЛА ЗА  
РАХУНОК ОПТИМІЗАЦІЇ ГЕОМЕТРИЧНИХ ПАРАМЕТРІВ  
ПНЕВМАТИЧНОЇ ОПОРИ**

Спеціальність: 05.02.02 – Машинознавство

Дисертація на здобуття наукового ступеня  
кандидата технічних наук

Науковий керівник

**Савуляк Валерій Іванович**

доктор технічних наук, професор

Вінниця – 2015

## ЗМІСТ

ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ.....	5
ВСТУП.....	8
РОЗДІЛ 1 АНАЛІЗ СТАНУ ТЕОРЕТИЧНИХ ТА ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНИХ ДОСЛІДЖЕНЬ ПНЕВМАТИЧНИХ ОПОР.	15
1.1 Опори швидкісних шпинделів та галузі їх використання.....	15
1.2 Аналіз існуючих методів розрахунку силових характеристик та жорсткості шпинделів на газових опорах.....	27
1.3 Висновки та постановка задач дослідження.....	30
РОЗДІЛ 2 АНАЛІТИЧНЕ ДОСЛІДЖЕННЯ ПАРАМЕТРІВ ГАЗОВОГО МАСТИЛЬНОГО ШАРУ В КОНІЧНИХ ОПОРАХ.....	32
2.1 Введення координат та інтегрування рівнянь Рейнольдса по товщині газового мастильного шару.....	32
2.2 Математична модель газової конічної опори з канавками змінної глибини.....	38
2.3 Виведення рівняння тиску газу в зазорах газової конічної опори з канавками змінної глибини.....	48
2.4 Висновки до розділу.....	58
РОЗДІЛ 3 АНАЛІТИЧНЕ ДОСЛІДЖЕННЯ ХАРАКТЕРИСТИК ГАЗОВОЇ КОНІЧНОЇ ОПОРИ З КАНАВКАМИ ЗМІННОЇ ГЛИБИНИ.	59
3.1 Умови стійкості руху вала на газовій конічній опорі з канавками змінної глибини .....	59
3.2 Розрахунок статичних характеристик конічної опори з канавками змінної глибини.....	61
3.3 Лінійний статичний розрахунок конічної опори з канавками змінної глибини.....	75
3.3.1 Метод збурення та алгоритм лінійного аналізу конічних опор з канавками змінної глибини.....	78
3.3.2 Чисельний розв’язок та аналіз отриманих результатів.....	82

3.4 Висновки до розділу.....	86
<b>РОЗДІЛ 4 ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНЕ ДОСЛІДЖЕННЯ</b>	
<b>ХАРАКТЕРИСТИК ГАЗОВОЇ КОНІЧНОЇ ОПОРИ З КАНАВКАМИ</b>	
<b>ЗМІННОЇ ГЛИБИНИ .....</b>	
4.1 Експериментальна установка для дослідження шпинделів на газувих конічних опорах.....	87
4.2 Система подання та очищення повітря для шпинделів на газувих опорах.....	94
4.3 Технологія виготовлення експериментальних зразків газувих конічних опор з зовнішнім наддуванням.....	97
4.4 Конструкція шпинделів на газувих конічних опорах з канавками змінної глибини .....	99
4.5 Методика та результати проведення експерименту.....	104
4.6 Висновки до розділу.....	109
<b>РОЗДІЛ 5 ПОКРАЩЕННЯ ХАРАКТЕРИСТИК ШПИНДЕЛІВ НА</b>	
<b>ГАЗОВИХ ОПОРАХ ЗА РАХУНОК ОПТИМІЗАЦІЇ</b>	
<b>ГЕОМЕТРИЧНИХ ПАРАМЕТРІВ КАНАВОК ЗМІННОЇ ГЛИБИНИ...</b>	
5.1 Методика оптимального проектування шпинделів на конічних газувих опорах з канавками змінної глибини .....	110
5.1.1 Розрахункова модель шпинделя з однією конічною опорою та поздовжніми канавками змінної глибини .....	110
5.1.2 Оптимізація параметрів шпинделя на двох газувих конічних опорах з поздовжніми канавками змінної глибини.....	114
5.2 Інженерна методика розрахунку конічної опори шпинделя з поздовжніми канавками змінної глибини.....	122
5.3 Висновки до розділу.....	124
<b>ВИСНОВКИ.....</b>	<b>126</b>
<b>СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ.....</b>	<b>129</b>
<b>ДОДАТКИ.....</b>	<b>146</b>

Додаток А Акт впровадження.....	147
Додаток Б Статичні характеристик та відповідні оптимальні конструктивні параметри пневматичної конічної опори шпинделя з поздовжніми канавками змінної глибини.....	148
Додаток В Характеристики шпинделів на пневматичних конічних операх з поздовжніми канавками змінної глибини.....	154



## ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ

$r, \varphi, z$  – координати циліндричної системи;

$\sigma$  – мінімальна глибина поздовжньої канавки;

$\sigma_0$  – максимальна глибина поздовжньої канавки;

$c$  – зазор між кінчними робочими поверхнями опори;

$\varepsilon = \frac{e}{c} \cos \alpha$  – відносне радіальне зміщення вала;

$\theta = \frac{e_1}{c} \cos \alpha$  – відносний кутовий перекося вала;

$\xi = \frac{2z}{l_{01} + l_{02}} \cos \alpha$  – відносна променева координата;

$\nu = \frac{c}{c + \sigma_0}$  – параметр зміни зазору внаслідок нанесення канавки;

$\beta = \frac{\sigma}{c + \sigma_0}$  – параметр зміни глибини канавки за лінійним законом;

$\zeta = \frac{e_2}{c} \cos \alpha$  – відносне осьове зміщення вала;

$\lambda = \frac{l_0}{R_0}$  – відносна довжина втулки;

$\varphi_1, \varphi_2$  – центральні кути, що належать відповідно дну канавки та верхній площині канавки в кінчній опорі;

$\varkappa = \frac{\varphi_1}{\varphi_1 + \varphi_2}$  – відносна ширина канавки;

$2l_0$  – довжина кінчної опори;

$2l_1$  – довжина поздовжніх канавок;

$2R_0$  – діаметр вала опори;

$2R$  – зовнішній діаметр втулки опори;

$\alpha = \frac{l_1}{l_0}$  – відносна довжина поздовжніх канавок;

$n$  – кількість поздовжніх канавок;

$p_a$  – тиск в середовищі навколо опори;

$p_n$  – абсолютний тиск від зовнішнього джерела (компресора);

$p = p_n / p_a$  – безрозмірний тиск газу в робочому зазорі опори;

$u = p^2$  – квадрат безрозмірного тиску;

$F$  – навантажувальна сила опори;

$F_\varepsilon$  – радіальна навантажувальна сила опори;

$F_\zeta$  – осьова навантажувальна сила опори;

$M$  – відновлювальний момент газового шару при кутових перекосах вала;

$K$  – жорсткість опори;

$Q$  – витрати газу для роботи опори;

$\rho$  – густина газу (повітря) при атмосферному тиску;

$\mu$  – динамічний коефіцієнт в'язкості газу;

$F^* = \frac{F}{\pi p_a R_0^2}$  – безрозмірна навантажувальна здатність опори;

$K^* = \frac{dF^*}{d\zeta}$  – безрозмірна жорсткість опори;

$F_\varepsilon^* = \frac{F_\varepsilon}{4R_0^2 p_a}$  – безрозмірна радіальна навантажувальна здатність опори;

$F_\zeta^* = \frac{F_\zeta}{4R_0^2 p_a}$  – безрозмірна осьова навантажувальна здатність опори;

$M^* = \frac{M}{4R_0^2 p_a}$  – безрозмірний відновлювальний момент;

$K_\varepsilon^* = \frac{\partial F_\varepsilon^*}{\partial \varepsilon}$  – безрозмірна радіальна жорсткість;

$K_\zeta^* = \frac{\partial F_\zeta^*}{\partial \zeta}$  – безрозмірна осьова жорсткість;

$K_\theta^* = \frac{\partial M^*}{\partial \theta}$  – безрозмірна кутова жорсткість;

$Q^* = \frac{12\mu}{\pi k r_a^2 c^3} Q$  – безрозмірні витрати газу.

## ВСТУП

З кожним роком вимоги до надійності шпинделів зростають. Термін служби машин та агрегатів в певних сферах (машинобудування, космічна та ядерна техніка, енергетика, приладобудування та ін.) досить значний та досягає 10 – 20 років.

Підшипники і досі є відповідальними елементами машини, що відносно швидко зношуються. Від їх роботоздатності досить часто залежить не тільки надійність експлуатації машин, агрегатів, ядерних реакторів та ін., але й життя людини.

Якість роботи підшипників є вирішальною, коли умови експлуатації ускладнюють ремонт та заміну агрегату, а підвищений знос чи поламка можуть призвести до аварії складальної одиниці значної вартості.

Саме тому виникає необхідність подальшого розвитку і вдосконалення існуючих конструкцій та методів проектування пневматичних підшипників, які завдяки своїй високій ефективності та можливості змінювати робочі параметри можуть забезпечити кращі службові характеристики без збільшення витрат на енергоспоживання.

**Актуальність теми.** Перспективне впровадження опор з газовим мащенням в різних сферах виробництва залежить від якостей газового мастильного матеріалу. Мінімальні втрати на тертя, а отже, й незначне тепловиділення, що є наслідком малої в'язкості газів, дозволяє досягти досить великих частот обертання. За рахунок відсутності перепадів сил тертя при відносному переміщенні вузлів, розділених мастильним газовим шаром, також є можливість забезпечити переміщення з мінімальною швидкістю ковзання. Опори з газовим мащенням, не втрачаючи своїх експлуатаційних якостей, можуть працювати в широкому діапазоні температур та тисків (в'язкість газів практично не залежить від температури та тиску), а також в зоні підвищеної радіації (гази не схильні до фазових змін). Крім того, у вузлах на опорах з газовим мащенням, що правильно розраховані та

виготовлені, зношування робочих поверхонь практично відсутнє. Газ, що виходить під підвищеним тиском із зазорів опор, не забруднює навколишнє середовище та оберігає робочі поверхні від потрапляння на них через мастильний шар пилу, абразиву тощо. Для змащування опор турбокомпресорів та інших машин може бути використано будь-яке газове середовище: повітря, водяна пара, газ та ін., тобто робоче середовище машин.

В прецизійних верстатах, випробувальних стендах і приладах опори з газовим мащенням (пневматичні опори) застосовуються для забезпечення потрібної орієнтації робочих поверхонь і чутливих елементів. Тому до них висуваються додаткові вимоги, що впливають з умов експлуатації. Так, в процесі обробки деталі на шпindelь верстата діють сили різання, які спричиняють зміщення шпинделя. Значення сил різання безперервно змінюються, що впливає на точність обробки. Для зменшення цих похибок застосовуються пневматичні опори з підвищеною жорсткістю.

Таким чином, створення пневматичної опори з оптимізованими параметрами конструкції, що призначені для високошвидкісних верстатів підвищеної точності, яка задовольнить вимоги вибухо- і пожежобезпеки та забезпечить максимальну продуктивність шпинделя при його високому коефіцієнті корисної дії, є актуальним завданням.

**Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами.** Дослідження виконувалися на кафедрах факультету машинобудування та транспорту згідно з держбюджетною темою за планом наукових робіт Вінницького національного технічного університету №12К2 «Проблеми зниження енерговитрат на тертя в приводах технологічних машин», відповідно до пріоритетного напрямку «Новітні технології та ресурсозберігаючі технології в енергетиці, промисловості та агропромисловому комплексі», де дисертантка була виконавцем. Основний зміст роботи становлять результати досліджень, що проводились протягом 2011 – 2015 років. Згідно з темою здійснювалась розробка та дослідження пневматичних конічних опор зі змінними конструкційними параметрами.

**Мета і завдання дослідження.** Метою роботи є підвищення жорсткості та навантажувальної здатності пневматичної конічної опори без збільшення енергетичних витрат за рахунок зміни конфігурації робочих поверхонь опори.

Для досягнення поставленої мети необхідно вирішити такі задачі:

- виконати аналітичний огляд відомих типів опор для швидкісних шпинделів з метою вибору раціонального; проаналізувати відомі конструкції пневматичних опор шпинделів з метою обґрунтування найбільш ефективної за критеріями жорсткості та навантажувальної здатності;

- модернізувати пневматичну конічну опору шпинделя зі зміною конфігурації робочої поверхні шляхом нанесення глухих поздовжніх канавок змінної глибини;

- розробити математичну модель пневматичної конічної опори запропонованої конструкції;

- дослідити вплив зміни параметрів поздовжніх канавок запропонованої конструкції опори з газовим мащенням на характеристики шпинделя; обґрунтувати її раціональні конструктивні параметри;

- запропонувати критерій оптимізації параметрів пневматичної конічної опори та використати їх в розрахунках;

- розробити інженерну методику оптимального проектного розрахунку параметрів пневматичної конічної опори шпинделя з нанесеними на робочій поверхні глухими поздовжніми канавками змінної глибини.

**Об'єкт дослідження** – процеси в пневматичних опорах швидкісних шпинделів технологічного обладнання.

**Предмет дослідження** – залежність жорсткості та навантажувальної здатності швидкісного шпинделя на пневматичних конічних опорах від параметрів поздовжніх канавок змінної глибини, нанесених на його опорні шийки.

**Методи дослідження.** Для аналізу та вирішення поставлених задач використано такі методи дослідження: теоретичні дослідження проводилися

методами математичного моделювання процесів в пневматичній конічній опорі з використанням основних законів механіки рідин та газів, теорії пневмопривода та газових опор, теорії моделювання та системного аналізу, числових методів розв'язання систем лінійних і нелінійних диференціальних рівнянь, метод сплайнів. Реалізація математичних моделей та конструювання експериментального зразка здійснювалась з використанням пакетів прикладних програм на ПЕОМ. Експериментальні дослідження виконувались на спеціальних стендах, оснащених відповідними сучасними датчиками та контрольно-вимірювальною апаратурою.

### **Наукова новизна одержаних результатів**

1. Вперше розроблено математичну модель модернізованої пневматичної конічної опори шпинделя з поздовжніми канавками змінної глибини, яка дозволяє обґрунтовано визначати характеристики опори.
2. Запропоновано критерій оптимальності параметрів несучих канавок пневматичних опор, що враховує технічні та економічні аспекти.
3. Отримав подальший розвиток метод визначення основних параметрів пневматичних опор з поздовжніми канавками змінної глибини, який дозволяє оптимізувати їх за заданими критеріями.
4. Вперше доведено ефективність використання пневматичних конічних опор з поздовжніми канавками змінної глибини для підвищення осьової та радіальної жорсткості шпинделя при деякому зменшенні витрат газу.

### **Практичне значення одержаних у роботі результатів**

1. Розроблено пневматичну конічну опору з поздовжніми канавками змінної глибини, яка дозволяє підвищувати радіальну та осьову жорсткості шпинделя, а також збільшувати радіальну навантажувальну здатність без додаткових витрат газу.
2. Доведено експериментально і експлуатацією в промислових умовах доцільність використання пневматичної конічної опори з поздовжніми канавками змінної глибини.

3. На основі проведених теоретичних і експериментальних досліджень розроблено інженерну методику визначення оптимальних параметрів пневматичних конічних опор з поздовжніми канавками змінної глибини за критеріями жорсткості в осьовому та радіальному напрямках та за витратою газу.

Розроблені конструкції пневматичних конічних опор і результати проведених теоретичних та експериментальних досліджень, що висвітлено в дисертаційній роботі, впроваджено у виробництво в ПрАТ «Калинівський машинобудівний завод» для модернізації шпинделів на пневматичних опорах свердлильних верстатів, які дозволяють виконувати свердління отворів діаметром до 3 мм на частоті обертання до 15 тис. об/хв, а також у навчальний процес Вінницького національного технічного університету.

Соціальний і науково-технічний ефект полягає в тому, що розроблені та впроваджені пневматичні опори з поздовжніми канавками змінної глибини надають можливість підвищувати радіальну та осьову жорсткість шпиндельного вузла, а також збільшувати радіальну навантажувальну здатність без додаткових енергетичних витрат, тому підвищують коефіцієнт корисної дії, точність та надійність роботи устаткування.

Підтвердженням впровадження результатів дисертаційної роботи є наявність відповідних актів (Додаток А).

**Особистий внесок здобувача.** Основні результати досліджень отримано автором самостійно. Постановка задач узгоджена з керівником. В працях, що опубліковані у співавторстві, наведено у супроводжувальних документах та нижче: аналітично розглянуто та визначено переваги використання підшипників з газовим мащенням [19]; розглянуто та визначено метод покращення роботи газостатичних конічних опор для високошвидкісних шпиндельних вузлів [17]; запропоновано спосіб підвищення жорсткості вузлів з газовими опорами [15]; досліджено характеристики конічних газових опор з поздовжніми канавками змінної глибини [120]; розглянуто та доведено зменшення витрат газу в



газостатичних опорах з поздовжніми канавками [121]; розраховано статичні характеристики пневматичної конічної опори шпindelного вузла з канавками змінної глибини [93]; проаналізовано та систематизовано газові опори шпindelних вузлів загалом [122]; розроблено конструкцію та досліджено експлуатаційні характеристики шпindelного вузла на конічній газовій опорі [16, 148]; проведено оптимізацію конструктивних параметрів шпindelних вузлів на газостатичних опорах [123].

**Апробація результатів роботи.** Основні матеріали роботи доповідались та обговорювались на таких конференціях та наукових семінарах: XII Міжнародна науково-технічна конференція асоціації спеціалістів промислової гідравліки і пневматики (м. Вінниця, 2011); II-а міжнародна інтернет-конференція «Проблеми довговічності матеріалів, покриттів та конструкцій» (м. Вінниця, 12 листопада 2014); Міжнародна науково-технічна інтернет-конференція «Гідро- та пневмоприводи машин – сучасні досягнення та застосування» (м. Вінниця, 22 грудня 2014 р. – 11 січня 2015 р.); Международная научно-практическая Интернет-конференция «Молодежь в технических науках: исследования, проблемы, перспективы» (м. Вінниця, 2015 р.); IX Всеукраїнська науково-практична конференція студентів, аспірантів та молодих вчених «Підвищення надійності машин та обладнання» (м. Кіровоград, 15-17 квітня 2015 р.); 12-й міжнародний симпозіум українських інженерів-механіків у Львові (м. Львів, 2015 р.); щорічні XL, XLI, XLII, XLIII регіональні науково-технічні конференції професорсько-викладацького складу, співробітників та студентів університету з участю працівників науково-дослідних організацій та інженерно-технічних працівників підприємств м. Вінниці та області (м. Вінниця, ВНТУ, 2011, 2012, 2013, 2014).

**Публікації.** Основний зміст роботи опублікований в 13 друкованих працях, в тому числі 6 статей в наукових журналах, що входять до переліку ВАК України, 1 стаття в науковому закордонному виданні, 5 тез доповідей у збірниках праць науково-технічних конференцій різного рівня, 1 монографія.

**Структура дисертації.** Дисертаційна робота складається зі вступу, 5 розділів, висновків, додатків, списку використаних джерел. Повний обсяг дисертації становить 170 сторінок. Основний зміст викладено на 128 сторінках друкованого тексту, ілюструється 56 рисунками та 4 таблицями. Додатки містять 24 сторінки. Список використаних джерел 148 найменувань.

## РОЗДІЛ 1

### АНАЛІЗ СТАНУ ТЕОРЕТИЧНИХ ТА ЕКСПЕРЕМЕНТАЛЬНИХ ДОСЛІДЖЕНЬ ПНЕВМАТИЧНИХ ОПОР

#### 1.1 Опори швидкісних шпинделів та галузі їх використання

Під час обробки різанням шпинделі вносять значну частину похибок. Вдосконалення цієї конструкції є важливим науково-технічним завданням, що постає перед машинобудуванням.

Точність обертання та швидкохідність шпинделя залежить в основному від опор, що застосовуються в них. В більшості сучасних конструкцій шпинделів використовуються опори кочення, гідростатичні, газостатичні та електромагнітні. Слід зазначити, що жодні опори не можуть повністю задовольнити всі вимоги, що висуваються до сучасних шпинделів.

Задачі підвищення ефективності механічної обробки є повсякчас актуальними, розв'язання яких сприяє зниженню трудових затрат, зменшенню експлуатаційних витрат, підвищенню продуктивності окремих операцій, автоматизації обробки складних деталей. Найбільш прийнятним шляхом підвищення точності та продуктивності, зниження об'ємів довідних робіт та собівартості виготовлення деталей є використання високошвидкісної обробки, що дозволяє оптимізувати процес механічної обробки. Для забезпечення високошвидкісної обробки необхідно внести зміни в конструкції металорізальних верстатів та шпинделів, що забезпечать можливість працювати на швидкостях обертання та лінійних переміщеннях, які в багато разів перевищують режими традиційної обробки, а також системи числового програмного керування з більш високою швидкістю розрахунку траєкторії, сучасні конструкції інструментів.

Основні вимоги до шпинделів та їх опор розглянуто в роботах Пінегіна С. В. [71 – 75], Шейнберга С. А. [129, 130], Табачнікова Ю. Б. [107 –

109], Жедя В. П. [35, 36], Добровольського Г. Г. [33, 34], Карпова В. С. [51-53], Степанчука В. І. [101 – 105], Лойцяньського Л. Г. [64], Ємельянова О. В. [39 – 50], Федотова В. О. [111 – 125] та інших.

Кожен тип шпindelних опор має свої переваги та недоліки, які в свою чергу визначають область їх раціонального використання. В таблиці 1.1 наведено основні характеристики для визначення потрібного типу підшипників залежно від необхідної точності та частоти обертання [81, 85].

Таблиця 1.1 – Основні характеристики підшипників різного типу

Тип підшипникових опор	Модель / Потужність холостого ходу $N$ , кВт	Радіальне та осьове биття шпинделя $\Delta$ , мкм	Шорсткість поверхні, що обробляється, $R_a$ , мкм	Некруглість поверхні, що обробляється $\Delta r$ , мкм	Швидкісний параметр $d \times n$ , мм $\times$ хв $^{-1}$
Підшипники кочення	Ш 24/15 0,7 кВт	1	0,32	1	$0 \dots 1 \times 10^6$
Гідродинамічні підшипники	Ш 24/15 3,5 кВт	0,5	0,16	0,5	$0,1 \dots 1 \times 10^6$
Гідростатичні підшипники	ЭГС 24/25 4,5 кВт	0,05	0,08	0,2	$0 \dots 1,5 \times 10^6$
Газостатичні підшипники	А 24/25 1,9 кВт	0,05	0,04	0,5	$0 \dots 2,5 \times 10^6$
Електромагнітні підшипники		0,1...0,5	Шорст. 0,08; хвиляст. 0,3...0,6	1,5-3	$0 \dots 4 \times 10^6$

Використання шпинделів на шарикопідшипникових опорах досить поширено через великий вибір та простоту їх заміни. В той же час шпинделі на опорах кочення мають суттєві недоліки, серед яких є низька точність обертання порівняно з іншими типами шпindelних опор та втрата заданої точності, що настає після 1000–2000 годин роботи шпинделя [8].

В роботі [110] проведено дослідження впливу шпинделя верстата моделі 16K20ВФ1 на точність чистової та напівчистової обробок. Результати показали, що частка похибки, що вносить шпиндель, становить: щодо круглості – 86%; за точністю радіального розміру – 74%; за хвилястістю поверхні – 82%.

Слід також зазначити, що підшипники кочення недостатньо надійні при високих швидкостях та динамічних навантаженнях. Вони непридатні в тих випадках, коли для зручності монтажу та демонтажу потрібні роз'ємні опори. При їх використанні не завжди можливо задовольнити санітарні норми за рівнем звукової потужності, вимогами до хімічної та теплової стійкості шпинделів.

Досить широко застосовують у високошвидкісних шпинделях підвищеної точності гібридні шарикопідшипники зі сталевими кільцями та керамічними кульками. Кульки виготовлено з нітриду кремнію. Порівняно зі звичайними, гібридні підшипники відрізняються меншим зносом, підвищеною жорсткістю, малим тертям, високою експлуатаційною надійністю, підвищеною точністю, невеликою вібрацією, підвищеною довговічністю, що є їхніми перевагами [87].

Але, маючи переваги, кераміка має і ряд недоліків [21], а саме: відносно висока крихкість та схильність до руйнування під дією термічного удару, отже ці якості поки що обмежують можливість її використання. Найменші домішки, дефекти виготовлення та неоднорідність структури матеріалу сприяють утворенню та розповсюдженню тріщин в керамічних виробках.

Гідродинамічні опори використовуються в шпинделях, коли необхідно забезпечити високі та постійні швидкості обертання, що забезпечують необхідну точність обробки. Однак вони не знайшли широкого застосування в швидкісних шпинделях через зношування опор під час пуску та зупинення, обмежену жорсткість, необхідність забезпечення постійної подачі мастила, нестабільність положення шпинделя при зміні частоти обертання,

технологічні складнощі виготовлення опор та встановлення шпинделя в опори [8].

Шпинделі на гідростатичному мащенні досить широко застосовуються в металообробних верстатах [82]. Це пов'язано з високою точністю обертання шпинделя, високою навантажувальною здатністю та демпфівальною здатністю мастильного шару, а також відсутністю зносу таких опор, що забезпечує їм практично необмежену довговічність.

Але підвищені вимоги до швидкості та точності верстатів виявили суттєвий недолік у опор ковзання з рідинним мащенням (як гідродинамічних, так і гідростатичних), що полягає в значному виділенні тепла в результаті відносного ковзання шарів мастила, тому що потужність, яка йде на тертя, пропорційна в'язкості мастила та квадрату швидкості обертання. Це призводить до ускладнення системи охолодження. Наслідком такого недоліку, наприклад, є теплові деформації високоточних круглошліфувальних верстатів, які спричинені виділенням тепла в гідростатичних опорах шліфувальної бабки [90]. Для використання таких шпинделів необхідно виконувати ще теплові розрахунки та забезпечувати тепловий режим.

Оскільки рух формоутворення здійснюється шпинделем та шпиндельними опорами, то саме вони вносять вирішальний вклад у вихідні характеристики верстатів [33]. Тому задачі підвищення ефективності механічної обробки є дуже актуальними, їх розв'язання сприяє зниженню трудових затрат, зменшенню експлуатаційних витрат, підвищенню продуктивності окремих операцій, автоматизації обробки складних деталей. Найбільш прийнятним шляхом підвищення точності та продуктивності, зниження об'ємів довідних робіт та собівартості виготовлення деталей є використання високошвидкісної обробки, що дозволяє оптимізувати процес механічної обробки. Використання високошвидкісної обробки потребує змін в конструкції шпинделів, які забезпечать роботу на швидкостях обертання та лінійних переміщеннях, що в багато разів перевищують режими при

звичайній обробці, а також застосування систем числового програмного управління з більш високою швидкістю розрахунку траєкторії та сучасні конструкції інструмента [69].

Крім того, недоліком опор з рідинним мащенням є мала ремонтпридатність, обумовлена відсутністю надійних рекомендацій з вибору оптимального поєднання застосовуваних матеріалів пари тертя вал втулка [110].

Шпинделі на електромагнітних опорах поки не знайшли широкого застосування внаслідок складності та високої вартості як самих шпинделів, так і електронних систем керування, необхідних для живлення опор струмом [14, 20, 21, 37].

Шпинделі з опорами на газовому мащенні здатні працювати надійно і довговічно при досить великій швидкості обертання та мають цілу низку переваг перед іншими видами опор.

Головні їх переваги – стабільність обертання [108] і можливість досягнення високих значень швидкохідності до  $2,5 \times 10^6$  мм/хв. Це в 1,5...2 рази перевищує значення швидкохідності опор кочення і підшипників ковзання на гідростатичному мащенні [110].

Дослідження газових опор показали, що мінімальні втрати на тертя, а, отже, і незначне тепловиділення, що є наслідком малої в'язкості газів, дозволяють, з одного боку, досягати дуже великих швидкостей обертання (до 150 тис.  $\text{хв}^{-1}$  і більше), а з іншого здійснювати переміщення з мінімальною швидкістю ковзання. Опори з газовим мащенням, не втрачаючи своїх експлуатаційних якостей, можуть працювати в широкому діапазоні температур і тисків. Крім того, в правильно розрахованих і з необхідною точністю виготовлених складальних одиницях на опорах з газовим мащенням знос робочих поверхонь практично відсутній [74].

Досвід експлуатації шпинделів шліфувальних верстатів з опорами різних типів показує, що в ряді випадків застосування газостатичних опор більш переважно, оскільки такі опори здатні, через усереднений ефект

газового шару, забезпечити точність обертання шпинделя на рівні 0,02 ... 0,04 мкм .

В роботі [108] наведено переваги та недоліки опор з газовим мащенням. До переваг належать:

висока швидкість обертання – теоретично необмежена, практично до 150 тис. об./хв (гіроскопи – 60 тис., електродвигуни – 1030 тис., центрифуги – 20150 тис.). Швидкість обмежується якістю застосовуваних матеріалів та точністю обробки поверхонь підшипникової пари;

– малі втрати на тертя. Момент тертя після початку руху не збільшується;

– зношування поверхонь підшипникової пари практично відсутнє;

– опори можуть працювати в широкому діапазоні температур;

– широкий вибір матеріалів для поверхонь, пари тертя;

– простота конструктивного оформлення опор;

– безшумність;

– виключена можливість забруднення опорами навколишнього середовища.

Але разом з перевагами газових опор, не виключені і деякі їх недоліки, подоланню яких присвячена низка наукових робіт [4, 27, 35, 72]:

– мала навантажувальна здатність;

– необхідність зміни зазору залежно від навантаження і робочого тиску повітря (аеростатичні підшипники). Складність регулювання зазору;

– необхідність пристроїв для запуску і зупинення аеродинамічних підшипників та пристроїв для підведення та фільтрації повітря (аеростатичні підшипники);

– підвищені вимоги до геометричних розмірів поверхонь, що труться, і до їх шорсткості;

– необхідність прийняття заходів для підтримування стабільної роботи опор на великих швидкостях. Боротьба з вібраціями, що викликані неточним виготовленням і балансуванням вала, що обертається, боротьба з явищем



самозбудження коливань вала швидкісним вихором та іншими видами вібрації.

У зв'язку з цим, застосуванню опор з газовим мащенням для шпинделів металорізальних верстатів приділяється постійна увага. Розглянемо деякі конкретні приклади використання газостатичних опор в сучасних металообробних верстатах, що були запропоновані дослідниками [35, 107, 130].

Найбільш широке застосування шпинделів на газових опорах – внутрішнє шліфування при підвищених вимогах до шорсткості ( $Ra \leq 0,08$  мкм) [79].

Перші шпинделі на опорах з повітряним мащенням були створені під керівництвом С. А. Шейнберга [129, 130]. Подальший розвиток конструкцій шпинделів пішов по шляху їх застосування у верстатах високої та особливо високої точності (шліфувальні, токарні, обробно-розточувальні [108, 129]), майстер-верстатах (верстати для обробки елементів оптичних систем [3], деталей приладів і ЕОМ [22], токарні верстати), важких і особливо важких верстатах (верстати для обробки елементів оптичних систем).

В роботі [74] розглянуто конструкції шпинделів з планетарним рухом для координатно-шліфувальних верстатів. У розробленій конструкції шпинделя пневмопривод і опори з повітряним мащенням органічно поєднуються з пневматичним колектором, який виважений на повітряному шарі і передає повітря (для змащування опор і живлення турбіни) до шпинделя, що обертається.

Дослідниками на базі універсального круглошліфувального верстата нормальної точності створено універсальний круглошліфувальний верстат високої точності, у якого шпинделі шліфувального круга і виробу, електродвигун і каретка поперечної подачі встановлені на аеростатичних опорах [75].

Також спроектовано і виготовлено круглошліфувальний, внутрішньошліфувальний і центрошліфувальний верстати зі шпинделем

виробу і шпинделем шліфувального круга на опорах з повітряним мащенням. Верстати забезпечують отримання класу шорсткості не нижче 11-го; відхилення від круглості не більше 0,4 мкм.

Застосовується в промисловості токарний верстат мод. С218-60, призначений для двостороннього розточування отворів, підрізування торців і обточування цапф. Застосування опор з повітряним мащенням дозволило обробляти основні отвори шпиндельної бабки з двох сторін за одне установлення [108].

Важливою сферою застосування шпинделів на опорах з газовим мащенням є обробка крихких неметалічних матеріалів, а також контурне фрезерування друкованих плат та свердління в них отворів діаметром 0,3 ... 3 мм [83].

Цікавих результатів досягли зарубіжні фірми. Компанія GMN Paul Muller Industrie GmbH and Co.KG, відповідаючи останнім вимогам ринку, пропонує оптичні шпинделі з повітряними підшипниками, що працюють зі швидкістю до 160 тис.  $\text{хв}^{-1}$ .

Завдяки подальшій оптимізації газових опор, GMN досяг успіху в тому, що розробив так звані гібридні повітряні підшипники і на даний час є їх єдиним виробником. При набиранні швидкості і уповільненні шпинделя повітряна подушка створюється компресором. Після досягнення певної швидкості компресор вимикається, і ротор тримається на поверхні завдяки динамічно створеній подушці газу.

Області застосування оптичних шпинделів GMN представлено в таблиці 1.2.

Таблиця 1.2 – Области застосування оптичних шпинделів GMN

Вага оптичного приладу	Швидкість [хв <sup>-1</sup> ]	Тип підшипників	Область застосування
1	2	3	4
3 кг	1800	Кулькові підшипники	Барабанні сканери
200 г	5000	Кулькові підшипники	Системи фотоекспонування
4 кг	18000	Статичні повітрянні підшипники	Вимірвальна техніка
2,5 кг	30000	Статичні повітрянні підшипники	Лазерний друк
2 кг	30000	Статичні повітрянні підшипники	Вимірвальна техніка
100 г	33000	Гібридні аеропідшипники	Системи фотоекспонування
50 г	60000	Гібридні аеропідшипники	Архівація
20 г	> 120000	Гібридні аеропідшипники	Переписування фільмів
25 г	> 160000	Аеродинамічні підшипники	Графічна матриця

Слід також зазначити, що газостатичні опори успішно застосовуються в напрямних металообробних верстатів [129].

Однією з важливих проблем сучасного машинобудування є досягнення високої точності, жорсткості, вібростійкості та параметричної надійності металорізального обладнання. Однією з найбільш відповідальних складальних одиниць верстата є його шпиндель, який завжди задіяний у рухах формоутворення та завжди піддається експлуатаційним навантаженням [28]. Вже на стадії проектування постає проблема створення таких складальних одиниць та елементів металорізальних верстатів, які б під час всього експлуатаційного періоду забезпечували задану точність обробки. Аналіз конструкцій високошвидкісних шпинделів на опорах з газовим мащенням показує, що до їхнього складу входять радіальні та упорні газостатичні опори. Проведено низку досліджень високошвидкісних шпинделів з опорами з газовим мащенням [4, 11, 30, 46, 69]. Найбільш важливими експлуатаційними характеристиками таких опор є жорсткість мастильного шару, відновлювальний момент від перекоосу осі шпинделя та навантажувальна здатність, вплив яких на результати механічної обробки

добре відомі на практиці. Тому проблема створення газових опор, що дозволяють забезпечити високі вихідні характеристики шпинделів і тим самим розробляти конкурентоспроможне металорізальне обладнання підвищеної продуктивності, має вагоме значення в промисловості. Газові опори здатні надійно працювати при низькій та високій температурах та вологості, їх застосування виключає забруднення навколишнього середовища, зменшує рівень вібрації та шуму [72, 129]. Такі підшипники практично позбавлені зношування, тому високі вихідні характеристики точності обертання шпинделя зберігаються практично на весь термін експлуатації металорізальних верстатів.

Використання високошвидкісних шпинделів на конічних газових опорах в умовах малосерійного та серійного виробництва порівняно з шпинделями на опорах кочення дає переваги: велика довговічність, що визначається терміном роботи шпинделя при незмінній якості обробки поверхні; поліпшення якості оброблюваної поверхні внаслідок меншої чутливості шпинделя до дисбалансу; відсутність часу на прогрівання шпинделя; значно менший (в 4...5 разів) рівень вібрації; мінімальний знос різального інструменту [98].

В роботі [124] розглянуто використання газових опор у верстатах для огранювання алмазів (рис. 1.1). Шпиндель та інші важливі деталі верстатів для обробки алмазів працюють в умовах абразивного зношування. Причому абразивом є алмазний пил, що утворюється під час розпилювання алмазів та їх обробки. Швидке зношування опор верстатів викликає появу вібрацій, що зумовлює втрати сировини та погіршує якість продукції. Це диктує до опор цих верстатів вимоги високої зносостійкості, вібростійкості та жорсткості. Автором [124] було зазначено, що одним з найбільш перспективних шляхів вдосконалення та створення нового технологічного обладнання з обробки алмазів є впровадження газових опор на заміну опорам ковзання та кочення в шпинделях. Це впровадження є доцільним не тільки для гранувальних верстатів, а також і для розпилювальних.



Рисунок 1.1 – Верстат Гран1 зі шпинделем на газовій радіальній опорі

Запропоновані та впровадженні циліндричні радіальні газові опори, зображено на рис. 1.2. Досвід експлуатації показав, що основним недоліком таких опор є недостатня жорсткість в радіальному на осьовому напрямках, яка обмежує технологічні можливості верстатів для оброблення алмазів та інших виробів високої точності.

Але поряд зі значними перевагами газові опори мають і певні недоліки, до яких слід віднести невелику жорсткість, навантажувальну та демпфувальну здатності мастильного шару. Тому такі опори застосовуються в малонавантажених шпинделях, коли динамічні навантаження малі, а статичні регламентовані.

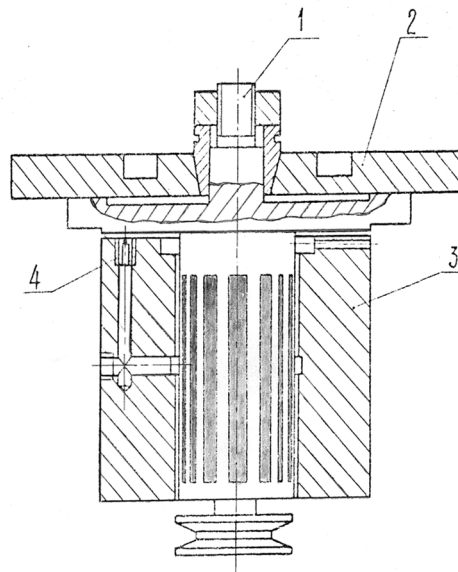


Рисунок 1.2 – Шпиндель на циліндричній газовій опорі з поздовжніми канавками сталої глибини: 1 – циліндричний вал з поздовжніми глухими канавками сталої глибини; 2 – гранувальний диск; 3 – втулка; 4 – канал для подання газу (повітря)

Підвищити вихідні характеристики високошвидкісних конічних шпинделів на опорах з газовим мащенням здатні газостатичні опори за рахунок оптимізації геометричних параметрів.

На даний час найбільшого розповсюдження набули радіальні та осьові підшипники, що здатні функціонувати самостійно. Враховуючи, що більшість шпинделів навантажується як радіальними, так і осьовими зусиллями, то разом з опорними підшипниками необхідно використовувати одно- та двосторонні підп'ятники. Забезпечити можливість нести високі навантаження такими комбінованими опорами є складною задачею, при цьому зменшується коефіцієнт корисної дії, збільшуються витрати мастильного матеріалу (газу) та розміри опорних вузлів [5, 12]. Намагання поєднати в одній конструкції радіальний та упорний підшипники привело до появи конічних підшипників [120, 128]. Використання такого виду опор є одним з можливих рішень цього завдання.

Основними перевагами конічних опор є здатність одночасно сприймати і радіальне, і осьове навантаження. Встановлено [122], що зі збільшенням конусності опори зростає осьова жорсткість та здатність сприймати осьові навантаження; це є позитивним фактором для свердлильних верстатів та, в свою чергу, значно впливає на точність обробки заготовки. Конічний підшипник підвищує надійність та довговічність опори, а також спрощує її виготовлення та експлуатацію завдяки спрощенню конструкції за рахунок відсутності упорного підшипника і підвищує ресурс роботи [46]. Дані дослідження свідчать про перспективу використання такого типу газових опор високошвидкісних шпинделів верстатів.

## **1.2 Аналіз існуючих методів розрахунку силових характеристик та жорсткості шпинделів на газових опорах**

Основи гідродинамічної теорії мащення викладені в фундаментальних працях М. П. Петрова, О. Рейнольдса, У. Гарісона в кінці минулого сторіччя. Теоретичні та практичні основи газових опор викладено в працях [61, 72, 74, 76, 129, 139]

За останні роки з'явилися роботи, присвячені методам розрахунку газових опор із отворами нагнітання [91, 92].

Зокрема, розроблений так званий метод гідравлічного опору для течії газу в тонких мастильних шарах. Цей метод виявився особливо придатним та економічним для аналізу плоских профільованих підп'ятників [44]. Крім того, метод підходить для всіх випадків осесиметричної течії газу між циліндричними, сферичними та конічними поверхнями.

Економічність вказаного методу дозволила здійснити досить широку програму оптимізації і визначити параметри опор, які забезпечують максимальну підйомну силу та осьову жорсткість [44].

Для аналізу радіальних зміщень та кутових перекосів робочих поверхонь вказаний метод гідравлічного опору стає непридатним і

доводиться вдаватись або ж до прямого чисельного розв'язування рівняння Рейнольдса [54], або ж відшукувати розв'язок чисельно-аналітичними процедурами, користуючись методом збурень [43, 67, 106]. Тоді розв'язок рівняння Рейнольдса відшуковується у вигляді асимптотичного розкладання

$$p(\varepsilon, \theta) = p_0(\varepsilon=0, \theta=0) + \varepsilon p_{10} + \theta p_{01} + \dots, \quad (1.1)$$

де  $p_{10}$  і  $p_{01}$  та вищих порядків визначаються за допомогою розділення змінних і весь ряд набуває вигляду тригонометричного ряду. При цьому звичайно використовуються перші члени розкладання, які є множниками при відносному радіальному зміщенні  $\varepsilon$  та параметрі перекосу  $\theta$ . Цього буває достатньо для визначення характеристик жорсткості в околі співвісного положення.

Описаний метод однаково придатний для опор з гладенькими [43, 67, 127] та профільованими поверхнями [45, 109]. У випадку профільованих поверхонь додатково застосовується метод осереднення [109], який дозволяє зону, профільовану поздовжніми канавками, вважати зоною з анізотропною течією газу в мастильному шарі. Додатково метод осереднення дозволяє не брати до уваги число канавок та нехтувати дрібномасштабними ефектами, пов'язаними з локальними особливостями течії газу на границях канавок.

Розглянуті роботи, як правило, присвячено плоским та циліндричним газовим опорам. Відомі рекомендації з розрахунку газових опор [72, 74, 76, 91, 92, 129, 139] недостатньо уваги приділяють розгляду питання роботи конічних опор. Наприклад, у відомій роботі [61] розглянуто лише течію газу між конічними поверхнями, а силові характеристики зовсім не визначаються.

Разом з тим, конічні опори та шпинделі на їх основі є доволі перспективними, а їх аналіз актуальним.

Відомих публікацій щодо конічних газових опор недостатньо [23, 31, 32, 103, 105, 132, 133, 135, 147]. Звичайно, наведений список публікацій не можна вважати повним, але з впевненістю можна стверджувати, що багато



суттєвих особливостей роботи опор конічної форми ще є недослідженими. В роботі [22] одержано рівняння розподілу тиску газу в зазорі газодинамічної опори, але розглянуто лише радіальні зміщення вала. Це рівняння використано в роботі [135] для аналізу конічної опори шпинделя верстата. Проте використані припущення не можна вважати повними та достатніми, жорсткість шпинделя з опорами на газовому мащенні в цілому не аналізується. Робота [147] присвячена аналізу конічної опори з отворами наддування: розглянуто чисто радіальні зміщення та застосовано метод течії газу лише вздовж твірної конуса, що є доволі грубим припущенням. В роботах [31, 32] розглянуто конічну опору з валом, який профільований поздовжніми канавками. В роботі [32] викладено теорію конічної опори з довільними зміщеннями та доволі детально розглянуто випадок малих радіальних та кутових зміщень робочих поверхонь. В роботі [32] одержано також вирази для коефіцієнтів жорсткості мастильного шару конічної опори, але матриця жорсткості не виписана та ніяк не аналізується. Крім того, в цій роботі відсутні конкретні числові результати. Слід зауважити також, що метод аналізу зміщень та жорсткостей, який використаний в роботі [32], суттєво відрізняється від того, що розроблений та запропонований у даній роботі.

Найбільш повно статичний та динамічний аналіз роботи конічних опор, серед них і профільованих поздовжніми канавками, розкрито в роботах [103, 104, 132, 133]. Так, в роботах [132, 133] зроблено аналіз статичної матриці жорсткості та її властивостей, сформульовано умову статичної стійкості конічної опори. Єдиним обмеженням в роботах є діапазон зміщень, який завжди при аналізуванні вважається малим. Межі застосовності лінійного аналізу також значною мірою пояснено в роботі [133].

Аналіз конічних опор не можна вважати завершеним, тому що залишаються нез'ясованими багато питань стійкості руху в них.

### 1.3 Висновки та постановка задач дослідження

Огляд літературних джерел та відомих науково-дослідних робіт, а також порівняльний аналіз шпинделів на різних типах опор дозволяє зробити висновки:

- використання традиційних конструкцій опор на підшипниках кочення не дозволяє забезпечити достатню ефективність та економічно обґрунтовану доцільність їх застосування при роботі на високошвидкісному обладнанні;

- встановлені основні переваги та недоліки опор шпинделів різних видів показали, що для роботи швидкісних шпинделів найбільш раціональними є пневматичні опори;

- головною перевагою шпинделів на газових опорах є довготривалий термін роботи без додаткових витрат на ремонт;

- встановлено, що поєднання в одній опорі радіального пневматичного підшипника та осьового підп'ятника є недоцільним внаслідок значних утруднень в їх налаштуванні та схильності до виникнення вібрацій, а їх альтернативою є використання конічних пневматичних опор;

- з аналізу відомих теоретичних досліджень процесів функціонування пневматичних опор шпинделів встановлено можливість покращення їх характеристик (жорсткості, навантажувальної здатності та відновлювального моменту) за рахунок оптимізації конструктивних параметрів, що потребує проведення додаткових теоретичних та експериментальних досліджень;

- для створення перспективного шпинделя на пневматичних опорах необхідно розробити його принципову схему, дослідити вплив геометричних параметрів на його робочі характеристики та встановити оптимальні критерії функціонування.

На підставі вищесказаного, виходячи з системного підходу для досягнення поставленої мети, а саме створення шпинделя на пневматичній конічній опорі зі збільшенням його жорсткості та навантажувальної здатності без збільшення енергетичних витрат, необхідно вирішити такі завдання:

- виконати аналітичний огляд відомих типів опор для швидкісних шпинделів з метою вибору раціонального; проаналізувати відомі конструкції пневматичних опор шпинделів з метою обґрунтування найбільш ефективної за критеріями жорсткості та навантажувальної здатності;
- модернізувати пневматичну конічну опору шпинделя зі зміною конфігурації робочої поверхні шляхом нанесення глухих поздовжніх канавок змінної глибини;
- розробити математичну модель пневматичної конічної опори запропонованої конструкції;
- дослідити вплив змінних параметрів запропонованої конструкції опори з газовим мащенням на характеристики шпинделя; обґрунтувати її раціональні конструктивні параметри
- запропонувати критерії оптимізації параметрів пневматичної конічної опори та використати їх в розрахунках;
- розробити інженерну методику оптимального проектного розрахунку параметрів пневматичної конічної опори шпинделя з нанесеними на робочій поверхні глухими поздовжніми канавками змінної глибини.

Реалізації вищезгаданих завдань присвячено всі наступні розділи дисертаційної роботи.

## РОЗДІЛ 2

### АНАЛІТИЧНЕ ДОСЛІДЖЕННЯ ПАРАМЕТРІВ ГАЗОВОГО МАСТИЛЬНОГО ШАРУ В КОНІЧНИХ ОПОРАХ

У розділі визначається тиск у тонкому газовому шарі між двома конічними поверхнями, які можуть бути як обидві гладенькими, так і одна з них профільованою глухими поздовжніми канавками. Течія газу вважається ізотермічною і при цьому припущенні розглядаються рівняння руху, нерозривності, енергії та стану газу, що дозволяє одержати диференціальне рівняння в частинних похідних для тиску газу в тонкому шарі. При цьому вважається, що тиск газу в межах однієї канавки є величиною сталою. Кінцевою метою розрахунків є визначення навантажувальної сили шару газу та його жорсткості у різних напрямках.

#### 2.1 Введення координат та інтегрування рівнянь Рейнольдса по товщині газового мастильного шару

Математичні моделі опор з газовим мащенням базуються на рівняннях Нав'є-Стокса. Зробимо такі припущення:

- зазори між поверхнями значно менші розмірів поверхонь;
- рух газу в зазорах стаціонарний і відносно повільний;
- рух газу вважається ізотермічним, тобто температура в мастильному шарі стала.

Спрощені рівняння Нав'є-Стокса (рівняння Рейнольда [71, 72, 129]) в довільній ортогональній системі координат (рис. 2.1) запишуться в вигляді:

$$\frac{1}{H_1} \cdot \frac{\partial P}{\partial q_1} = \mu \frac{\partial^2 V_1}{\partial q_3^2}, \quad \frac{1}{H_2} \cdot \frac{\partial P}{\partial q_2} = \mu \frac{\partial^2 V_2}{\partial q_2^2}, \quad \frac{\partial P}{\partial q_3} = 0; \quad (2.1)$$

$$\frac{\partial}{\partial q_1} (\rho V_1 H_2) + \frac{\partial}{\partial q_2} (\rho V_2 H_1) + \frac{\partial}{\partial q_3} (\rho V_3 H_1 H_2) = 0, \quad (2.2)$$

де  $q_1, q_2, q_3$  – криволінійні координати;

$\rho$  – густина газу;

$P$  – тиск газу в мастильному шарі;

$V_1, V_2, V_3$  – проекції швидкості на координатні осі;

$H_1, H_2, H_3$  – коефіцієнти Ляме ( $H_3 = 1$ , оскільки координата  $q_3$  лінійна).

Рівняння (2.1) справджуються за дотримання умов [131]:

$$R_e = \frac{\text{сила інерції}}{\text{сила тертя}} = \frac{\rho V_{max} h}{\mu} < R_e, \quad (2.3)$$

$$\frac{h}{l_i} \ll 1,$$

де  $R_e$  – число Рейнольда;

$h$  – товщина газового шару;

$l_i$  – протяжність газового шару ( $i = 1, 2$ ).

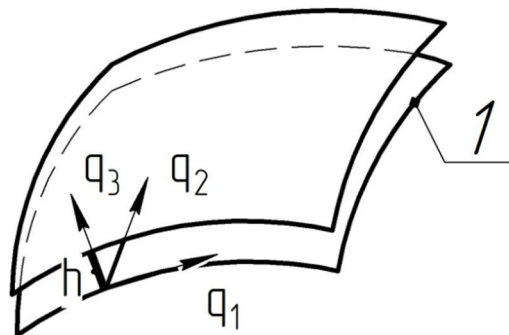


Рисунок 2.1 – Система координат на поверхнях в газовому шарі

Нерівність (2.3), що виражає умову ламінарності течії газу, виконується при  $R_e = 500 \dots 1000$  [129].

Традиційним в теорії газових опор є умова ізотермічності [27, 39, 61, 64, 71, 73, 126, 137]. Рівняння стану ідеального газу має вигляд [61, 72, 129]:

$$\frac{P}{\rho} = RT = \text{const}, \quad (2.4)$$

де  $R$  – універсальна газова стала;

$T$  – абсолютна температура.

Розгляд неізотермічних аспектів течії газу в тонкому шарі як мастила аналізується, наприклад, в роботі [38].

Розглянемо течію газу в напрямку осі  $x$  між паралельними нерухомими площинами (рис. 2.2) за умов:

$$h \ll (x_2 - x_1), \quad h \ll l, \quad R_e < 500.$$

Із рівнянь (2.1), (2.3) отримуємо масові витрати  $Q$  газу через зазор  $h$  в напрямку осі  $x$  ( $q_1 = x; q_2 = z; q_3 = y; H_1 = H_2 = 1; V_2 = V_3 = 0; P = P_1$  при  $x = x_1; P = P_2$  при  $x = x_2$ ).

$$Q = \frac{klh^3(P_1^2 - P_2^2)}{24\mu(x_2 - x_1)}. \quad (2.5)$$

Введемо до розгляду величину  $R$ :

$$R = \frac{24\mu(x_2 - x_1)}{klh^3}. \quad (2.6)$$

До коефіцієнта  $R$  входять конструктивні параметри проточного каналу, величини  $\mu$  та  $k$ , що залежать від газу і тому  $R$  логічно називати опором (гідравлічним опором) течії даного газу.

Якщо  $u$  – квадрат тиску в газовому шарі, тоді рівняння (2.5) запишеться:

$$Q = \frac{u_1 - u_2}{R}, \quad (2.7)$$

де  $u_1 = P_1^2$ ;

$u_2 = P_2^2$ .

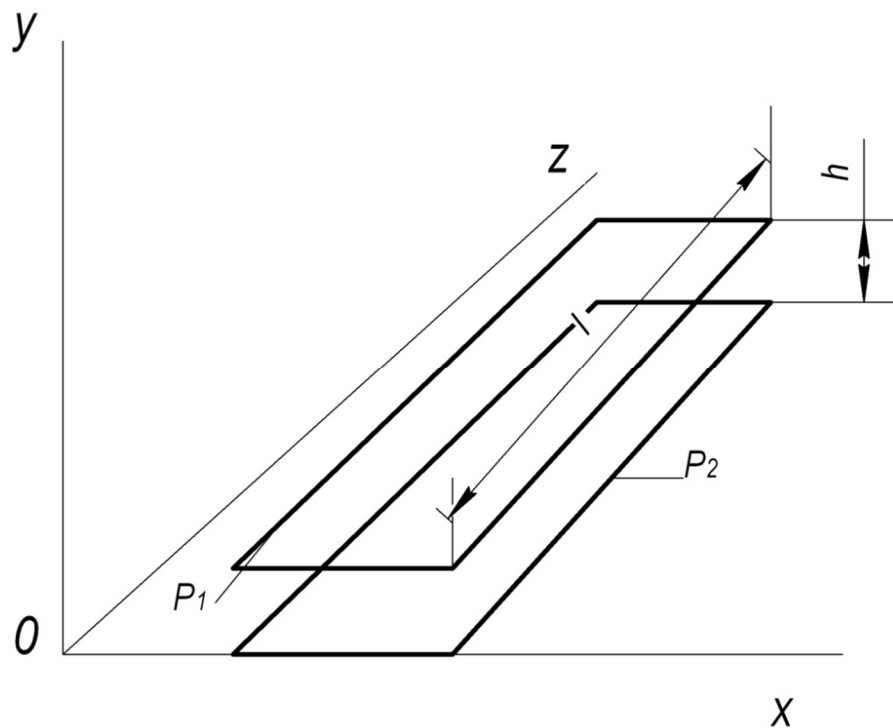


Рисунок 2.2 –Течія газу між паралельними пластинами в напрямку осі  $x$

Таким чином, витрати газу через проточний канал між паралельними пластинами (рис. 2.2) дорівнюють частці від ділення різниці квадратів тиску на границях на гідравлічний опір.

Якщо виділити ділянку газового шару шириною  $l$ , висотою  $h$  (рис. 2.2) та довжиною  $dx$ , тоді з (2.7) отримаємо:

$$Q = -\frac{du}{dR}, \quad (2.8)$$

де згідно з (2.6)

$$dR = \frac{24\mu}{klh^3} dx. \quad (2.9)$$

Оскільки, довільний осесиметричний канал можна розділити на нескінченну кількість малих елементів таким чином, що кожен з них буде мати практично прямокутну форму і сталий зазор, а течія газу ламінарна, то отримані результати (2.5) – (2.9) можна використати у випадку довільних осесиметричних каналів.

Розглянемо шар газу між співвісними конічними поверхнями (рис. 2.3). Гідравлічний опір  $dR_i$  виділеної ділянки каналу на підставі (2.9) при

$$dx = \frac{dr}{\sin \alpha} l = r \cdot d\varphi, \quad dR_i = \frac{24\mu dr}{kh^3 r \sin \alpha d\varphi},$$

де  $\alpha$  – кут конусності;

$h$  – зазор між конічними поверхнями.

Гідравлічний опір  $dR$  ділянки конічної форми довжиною  $\frac{dr}{\sin \alpha}$  буде в  $\frac{2\pi}{d\varphi}$  раз меншим від  $dR_i$ .

$$dR = \frac{12\mu dr}{\pi kh^3 r \sin \alpha}. \quad (2.10)$$

Недоліком газових опор з гладенькими поверхнями є недостатньо великий опір для перетікання газу з області високого тиску в область низького тиску по колу. Як показано вище, в ряді конструкторських розробок та наукових досліджень для зменшення цього перетікання використовують канавки постійної глибини, які наносять на конічні поверхні газових опор. Але при цьому жорсткість такої газової опори є недостатньою, а витрати газу завищені.

В даній роботі розглядається можливість одночасного зменшення колового непродуктивного перетікання газу і підвищення радіальної жорсткості опори за рахунок використання канавок змінної глибини.



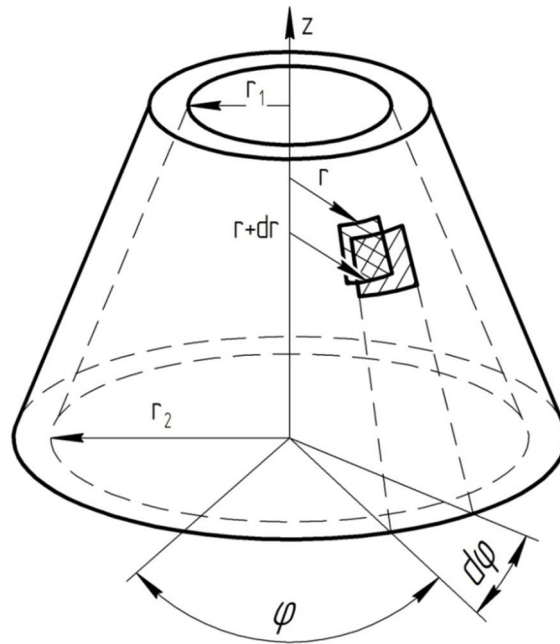


Рисунок 2.3 – Шар газу між співвісними конічними поверхнями

На рисунку 2.4 показано два види профілю запропонованих канавок, які наносяться на поверхню вала конічної газової опори.

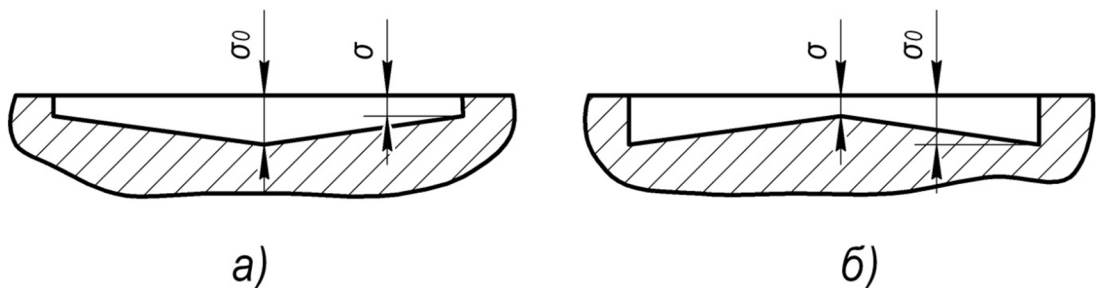


Рисунок 2.4 – Профіль поздовжніх канавок, глибина яких зменшується (а) збільшується (б) в напрямку течії газу за лінійним законом

Якщо стосовно впливу глибини канавок на характеристики радіальних опор є деяка інформація [114, 118], то для конічних опор такої інформації немає, тому метою даної роботи є доведення доцільності нанесення глухих канавок змінної глибини на конічну поверхню вала опори для підвищення характеристик шпинделя на пневматичній конічній опорі, та визначення критеріїв оптимізації за техніко-економічними показниками.

Таким чином, застосуємо зміну геометричних параметрів профілю канавок для конічних опор для отримання покращених характеристик шпинделя на пневматичних конічних опорах.

## 2.2 Математична модель газової конічної опори з канавками змінної глибини

Розглянемо рух газу в зазорі між двома нерухомими поверхнями на одній з яких виконано глухі поздовжні мікроканавки, глибина яких змінюється у напрямку течії газу (рис. 2.5). Введемо конічну ортогональну систему координат. Координату  $z$  спрямуємо по твірній конуса в сторону течії газу; координата  $r$  відраховується від поверхні вала по товщині слою;  $\varphi$  – кутова координата. У вибраній системі координат, при усталеній ізотермічній течії рівняння руху, нерозривності, енергії та стану запишуться у вигляді:

$$\frac{\partial P}{\partial z} = \mu \frac{\partial^2 V_z}{\partial r^2};$$

$$\frac{1}{H_\varphi} \cdot \frac{\partial P}{\partial \varphi} = \mu \frac{\partial^2 V_z}{\partial r^2}; \quad (2.11)$$

$$\frac{\partial P}{\partial r} = 0.$$

$$\frac{\partial}{\partial z} \cdot (\rho H_\varphi V_z) + \frac{\partial}{\partial \varphi} (\rho V_\varphi) + \frac{\partial}{\partial r} (\rho H_\varphi V_r) = 0; \quad (2.12)$$

$$\rho = kP, \quad (2.13)$$

де  $P$  – тиск газу в шарі;

$\mu$  – динамічний коефіцієнт в'язкості;

$V_z, V_\varphi, V_r$  – проекції швидкості на відповідні координатні осі;

$\rho$  – густина газу;

$H_\varphi = R_0 + z \sin \alpha$  – коефіцієнт Ляме ( $H_z = 1$ ;  $H_r = 1$ );

$k$  – параметр, який враховує властивості газу;

$2\alpha$  – кут при вершині конуса.

З останнього рівняння системи (2.11) випливає, що течія газу вздовж координати  $r$  відсутня.

Система чотирьох рівнянь (2.11 – 2.13) визначена, оскільки вона має чотири невідомі величини –  $V_z$ ,  $V_\varphi$ ,  $\rho$ ,  $P$ . Але при дослідженні течії газу в анізотропному зазорі між двома конічними поверхнями систем рівнянь (2.11 – 2.13) буде стільки, скільки канавок виконано на поверхні вала.

Розв'язати  $2n$  (де  $n$  – число канавок) систем диференціальних рівнянь в принципі можливо, але це дуже громіздка та складна задача. Цей розв'язок відповідав би нашій меті, якби досліджувалась течія газу у кожній канавці. Але кінцевим результатом досліджень є інтегральні характеристики конічної опори – навантажувальна сила, жорсткість, витрати газу. Тому при достатньо великому числі канавок ( $n \geq 6$ ) можна знехтувати невеликими змінами тиску газу в межах однієї канавки та перейти до осередненого тиску.

Виділимо з профільованої зони одну канавку довжиною  $\Delta z = R(\varphi_1 + \varphi_2)$  (рис. 2.6). Знайдемо опори  $R_\varphi$  та  $R_z$  виділеного елемента течії газу відповідно у напрямках  $\varphi$  та  $z$ .

$$R_z = \frac{R_{zk} \cdot R_{zb}}{R_{zk} + R_{zb}}; \quad (2.14)$$

$$R_\varphi = R_{\varphi k} + R_{\varphi b}, \quad (2.15)$$

де  $R_{zk}$ ,  $R_{zb}$  – опори течії газу ділянок зазору канавки в напрямку координати  $z$  (рис.2.6);

$R_{\varphi k}$ ,  $R_{\varphi b}$  – опори відповідних ділянок у напрямку координати  $\varphi$ .

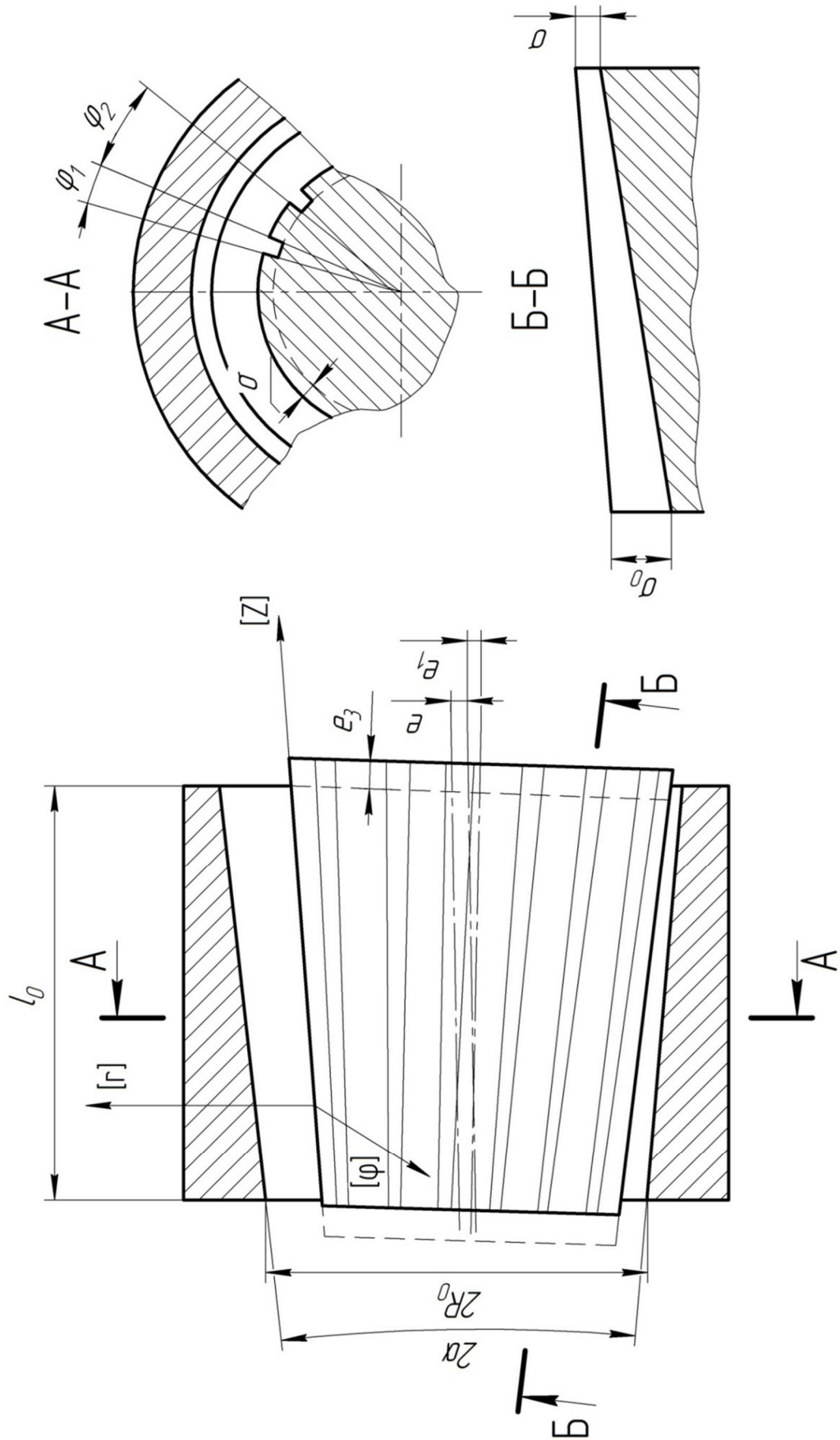


Рисунок 2.5 – Конічні поверхні з канавками змінної глибини

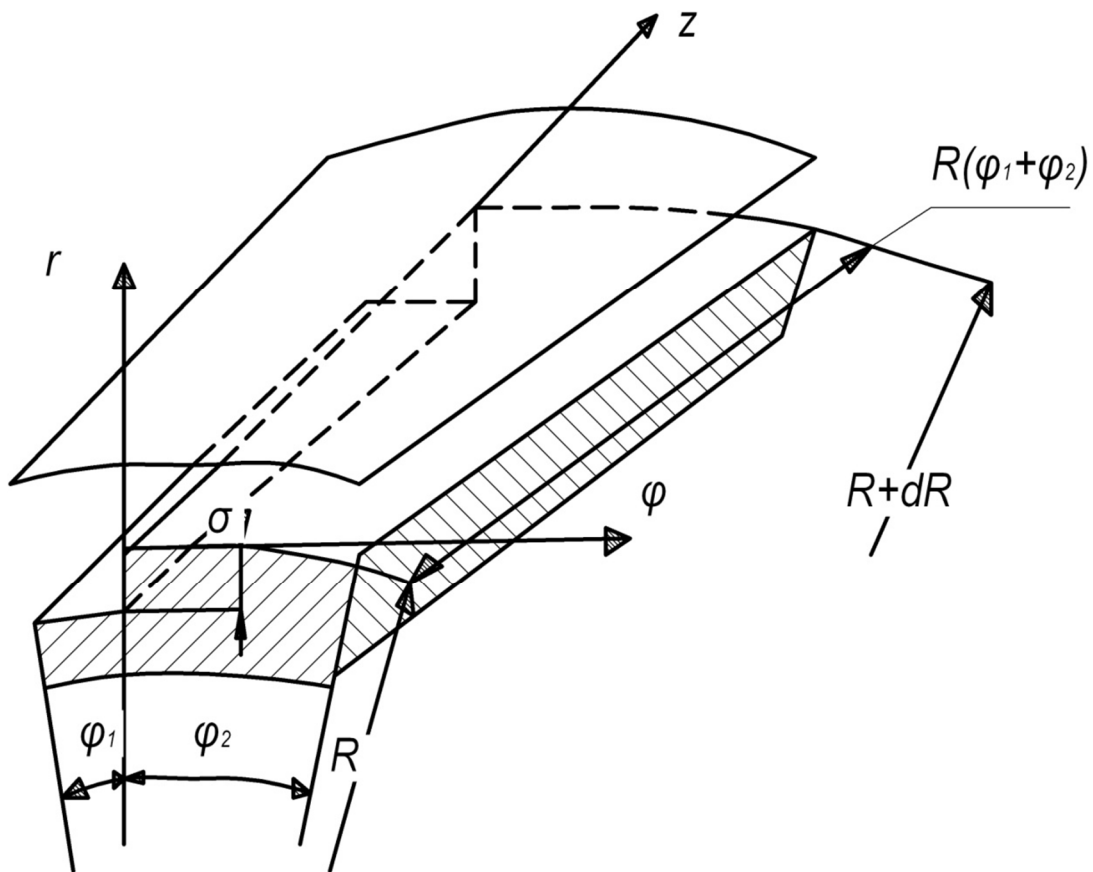


Рисунок 2.6 – Елементарна ділянка однієї канавки конічної поверхні

З достатньою точністю опори ділянок зазору виділеного елемента запишуться:

$$R_{zк} = \frac{24\mu(\varphi_1 + \varphi_2)}{k\varphi_1 h_k^3},$$

$$R_{zв} = \frac{24\mu(\varphi_1 + \varphi_2)}{k\varphi_2 h_b^3}. \quad (2.16)$$

$$R_{\varphi_k} = \frac{24\mu\varphi_1}{k(\varphi_1 + \varphi_2)h_k^3},$$

$$R_{\varphi_b} = \frac{24\mu\varphi_2}{k(\varphi_1 + \varphi_2)h_b^3}, \quad (2.17)$$

де  $h_{\kappa}$ ,  $h_{\epsilon}$  – товщина газового шару відповідно у канавці та на її боковій поверхні;

$R$  – поточний радіус втулки.

Тоді, враховуючи вирази (2.10 – 2.11), опори  $R_z$  та  $R_{\varphi}$  запишуться:

$$R_z = \frac{24\mu}{k(1-\alpha)(\alpha_0 h_{\kappa}^3 + h_{\epsilon}^3)}, \quad (2.18)$$

$$R_{\varphi} = \frac{24\mu(1-\alpha)}{k} \left( \frac{\alpha_0}{h_{\kappa}^3} + \frac{1}{h_{\epsilon}^3} \right), \quad (2.19)$$

де  $\alpha = \frac{\varphi_1}{(\varphi_1 + \varphi_2)}$  – відносна ширина канавки;

$$\alpha_0 = \frac{\alpha}{(1-\alpha)}.$$

Локальні масові витрати газу в напрямку осей  $z$  та  $\varphi$  знаходяться з виразів:

$$\Delta Q_z = -\frac{R}{R_z} \cdot \frac{\partial u}{\partial z} d\varphi, \quad (2.20)$$

$$\Delta Q_{\varphi} = -\frac{1}{R \cdot R_{\varphi}} \cdot \frac{\partial u}{\partial \varphi} dz,$$

де  $u = p^2$  – квадрат тиску газу.

Знайдемо тепер значення зазору між дном канавки та втулкою опори  $h_{\kappa}$  та зазор між гладкими поверхнею вала та втулки  $h_{\epsilon}$ . Нехай  $c$  – зазор між валом та втулкою при їх співвісному положенні. Тоді при компланарній неспіввісності (див. рис. 2.5) одержуємо (кут  $\varphi$  відраховуємо від площини, яка проходить через осі вала та втулки в ділянці мінімального значення зазору):

$$h_{\epsilon} = c - e \cos \alpha \cdot \cos \varphi - e_3 \sin \alpha - \frac{e_1}{l_0} z \cos^2 \alpha \cdot \cos \varphi; \quad (2.21)$$

$$h_{\kappa} = c + \sigma_0 - e \cos \alpha \cdot \cos \varphi - e_3 \sin \alpha - \frac{e_1}{l_0} z \cos^2 \alpha \cdot \cos \varphi - \frac{\sigma_0 - \sigma}{l_0} z \cos \alpha.$$

Введемо позначення:

$\varepsilon = \frac{e}{c} \cos \alpha$  – відносне радіальне зміщення вала;

$\theta = \frac{e_1}{c} \cos \alpha$  – відносний кутовий перекося вала;

$\xi = \frac{2z}{l_{01} + l_{02}} \cos \alpha$  – відносна променева координата;

$\nu = \frac{c}{c + \sigma_0}$  – параметр зміни зазору внаслідок нанесення канавки;

$\beta = \frac{\sigma}{c + \sigma_0}$  – параметр зміни глибини канавки за лінійним законом;

$\zeta = \frac{e_2}{c} \cos \alpha$  – відносне осьове зміщення вала;

$\lambda = \frac{l_0}{R_0}$  – відносна довжина втулки.

З врахуванням прийнятих позначень, вирази (2.21) запишуться:

$$h_k = (c + \sigma_0)h_q, \quad h_v = ch_v,$$

де для профілю канавок, глибина яких зменшується в напрямку течії газу (рис. 2.4, а)

$$h_q = 1 - \nu\zeta - \nu(\varepsilon + \theta\xi)\cos\varphi - (1 - \nu - \beta)\xi, \quad (2.22)$$

$$h_v = 1 - \zeta - (\varepsilon + \theta\xi)\cos\varphi.$$

А для профілю канавок, глибина яких збільшується в напрямку течії газу (рис. 2.4, б)

$$h_q = \nu + \beta - \nu(\varepsilon + \theta\xi)\cos\varphi + (1 - \nu - \beta)\xi. \quad (2.23)$$

Виділимо у газовому шарі елементарний об'єм (рис. 2.7) довжиною  $dz$  вздовж координати  $z$  та  $Rd\varphi$  – у напрямку координати  $\varphi$ . Причому величина  $Rd\varphi$  повинна бути пропорційна сумарній довжині канавки.

Підрахуємо масу газу, яка надходить та витікає з виділеного елементарного об'єму через границі  $z=const$  за проміжок часу  $\Delta t$ .

Через грань 1 (рис. 2.7)

$$(m_z)_1 = \Delta Q_z \Delta t.$$

Через грань 2

$$(m_z)_2 = \left( \Delta Q_z + \frac{\partial \Delta Q_z}{\partial z} dz \right) \Delta t.$$

Одержали, що за час  $\Delta t$  у виділеному об'ємі затримується маса газу

$$\Delta m_z = (m_z)_1 - (m_z)_2 = -\frac{\partial \Delta Q_z}{\partial z} dz \Delta t.$$

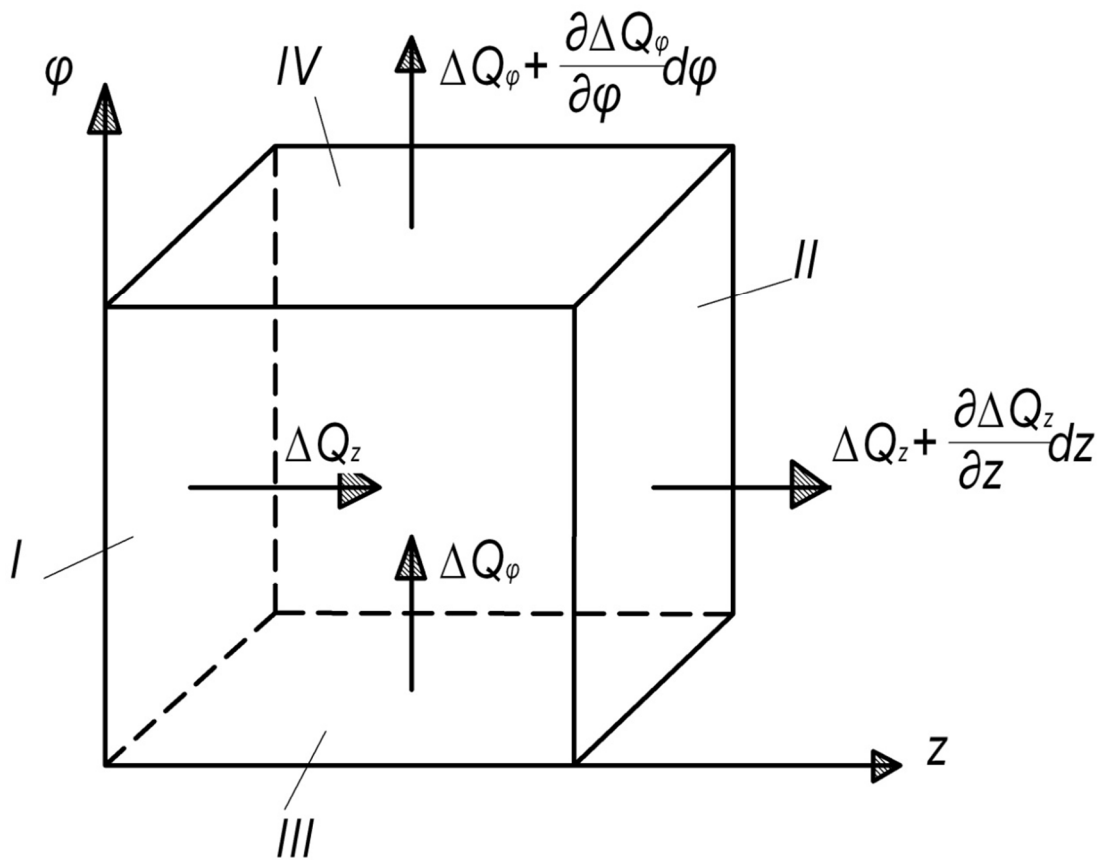


Рисунок 2.7 – Елементарний об'єм газового шару



Аналогічним чином, контролюючи масу газу, що надходить та витікає за час  $\Delta t$  через грані 3 і 4 ( $\varphi = \text{const}$ ) отримуємо:

$$\Delta m_\varphi = - \frac{\partial \Delta Q_\varphi}{\partial \varphi} d\varphi \Delta t.$$

Оскільки у виділеному об'ємі (рис. 2.7) немає джерел та витоків, то і маса газу у об'ємі залишається постійною.

$$\Delta m_\varphi + \Delta m_z = 0,$$

$$\frac{\partial \Delta Q_z}{\partial z} dz + \frac{\partial \Delta Q_\varphi}{\partial \varphi} d\varphi = 0. \quad (2.24)$$

Розглядаючи рівняння нерозривності (2.24) разом з виразами (2.21, 2.22, 2.23) з врахуванням (2.18, 2.19), отримуємо

$$(1 - \alpha)^2 \frac{\partial}{\partial z} (R\alpha_0 h_q^3 + v^3 h_v^3) \frac{\partial u}{\partial z} + v^3 \frac{\partial}{\partial \varphi} \left( \frac{h_q^3 h_v^3}{R(\alpha_0 v^3 h_v^3 + h_q^3)} \frac{\partial u}{\partial \varphi} \right) = 0. \quad (2.25)$$

У рівнянні (2.25) перейдемо до безрозмірних величин  $\chi$  та  $\xi$

$$\chi \frac{\partial}{\partial \xi} \left( \chi (\alpha_0 h_q^3 + v^3 h_v^3) \frac{\partial u}{\partial \xi} \right) + \frac{v^3 \vartheta}{(1 - \alpha)^2} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left( \frac{h_q^3 h_v^3}{\alpha_0 v^3 h_v^3 + h_q^3} \frac{\partial u}{\partial \varphi} \right) = 0, \quad (2.26)$$

де 
$$\vartheta = \frac{\lambda^2}{\cos^2(\alpha)}, \quad \chi = 1 + \xi \lambda t g(\alpha).$$

Для перетворення диференціального рівняння (2.26) для виду зручного для аналітичного розв'язування, знайдемо похідні за змінними  $\xi$  та  $\varphi$ , які входять до рівняння (2.26):

$$\frac{\partial}{\partial \xi} \left[ \chi (\alpha_0 h_q^3 + v^3 h_v^3) \frac{\partial u}{\partial \xi} \right] = \lambda t g(\alpha) (\alpha_0 h_q^3 + v^3 h_v^3) \frac{\partial}{\partial \xi} -$$

$$- 3\chi [\alpha_0 h_q^2 (\vartheta v \cos(\varphi) - \psi) + v^3 h_v^2 \cos(\varphi)] \frac{\partial}{\partial \xi} + \chi (\alpha_0 h_q^3 + v^3 h_v^3) \frac{\partial^2 u}{\partial \xi^2}.$$

$$\frac{\partial}{\partial \varphi} \left[ \frac{h_v^3 h_q^3}{(\alpha_0 v^3 h_v^3 + h_q^3)} \frac{\partial u}{\partial \varphi} \right] = 3(\varepsilon + \theta \xi) h_v^2 h_q^2 \frac{\alpha_0 v^4 h_v^4 + h_q^4}{(\alpha_0 v^3 h_v^3 + h_q^3)^2} \sin(\varphi) \frac{\partial u}{\partial \varphi} +$$

$$+ \frac{h_v^3 h_q^3}{(\alpha_0 v^3 h_v^3 + h_q^3)} \frac{\partial^2 u}{\partial \varphi^2},$$

де  $\psi = \beta + v l$ .

Тепер диференціальне рівняння (2.26) запишеться:

$$\chi^2 (\alpha_0 h_q^3 + v^3 h_v^3) \frac{\partial^2 u}{\partial \xi^2}$$

$$+ [\chi \lambda t g(\alpha) (\alpha_0 h_q^3 + v^3 h_v^3) - 3\chi^2 (\alpha_0 h_q^2 + v^2 h_v^2) \cos(\varphi) +$$

$$+ 3\chi^2 \psi \alpha_0 h_q^2] \frac{\partial u}{\partial \xi}$$

$$+ \frac{\lambda^2 v^3}{(1 - \alpha)^2 \cos^2(\alpha)} \left[ \frac{h_v^3 h_q^3}{(\alpha_0 v^3 h_v^3 + h_q^3)} \frac{\partial^2 u}{\partial \varphi^2} \right.$$

$$\left. + 3(\varepsilon + \theta \xi) h_v^2 h_q^2 \frac{\alpha_0 v^4 h_v^4 + h_q^4}{(\alpha_0 v^3 h_v^3 + h_q^3)^2} \sin(\varphi) \frac{\partial u}{\partial \varphi} \right] = 0.$$

Або

$$\chi^2 \frac{\partial^2 u}{\partial \xi^2} + \left[ \chi \lambda t g(\alpha) + \frac{3\chi^2}{\beta_1 h_q} (\psi \alpha_0 - \theta v \cos(\varphi)) \right] \frac{\partial u}{\partial \xi} + \frac{\vartheta v^3 h}{(1 - \alpha)^2 \beta_1 \beta_2} \left[ h \frac{\partial^2 u}{\partial \varphi^2} + \right.$$

$$\left. + \frac{3(\varepsilon + \theta \xi)}{\beta_2 h_q} \beta_3 \sin(\varphi) \frac{\partial u}{\partial \varphi} \right] = 0, \quad (2.27)$$

де  $h = h_v / h_q$ ;  $\psi = \beta + v l$ ;  $\beta_1 = \alpha_0 + v^3 h^3$ ;  $\beta_2 = 1 + \alpha_0 v^3 h^3$ ;

$$\beta_3 = 1 + \alpha_0 v^4 h^4; \quad \beta_4 = \alpha_0 + v^2 h^2. \quad (2.28)$$

Для газового шару, розташованого між двома гладенькими конічними поверхнями (рис. 2.8), диференціальне рівняння (2.27) приводиться до вигляду при  $\alpha=0$ ,  $v=1$  (ширина канавки  $\varphi_1$  та її глибина  $\sigma$  дорівнюють нулю).

$$\chi^2 \frac{\partial^2 u}{\partial \xi^2} + \left[ \chi \lambda t g(\alpha) - \frac{3\theta}{h} \cos(\varphi) \right] \frac{\partial u}{\partial \xi} + \vartheta \left[ \frac{\partial^2 u}{\partial \varphi^2} + \frac{3(\varepsilon + \theta \xi)}{h} \sin(\varphi) \frac{\partial u}{\partial \varphi} \right] = 0, \quad (2.29)$$

де  $\chi = 1 + \lambda \zeta t g \alpha$ ;  $\lambda = l_0 / R_0$ ;  $\zeta = (z \cos \alpha) / l_0$ ;  $h = 1 - \zeta - (\varepsilon + \theta \zeta) \cos \varphi$ ;

$\varepsilon = (e \cos \alpha) / c$ ;  $\theta = (e_1 \cos \alpha) / c$ ;  $\vartheta = \lambda^2 / \cos^2 \alpha$ .

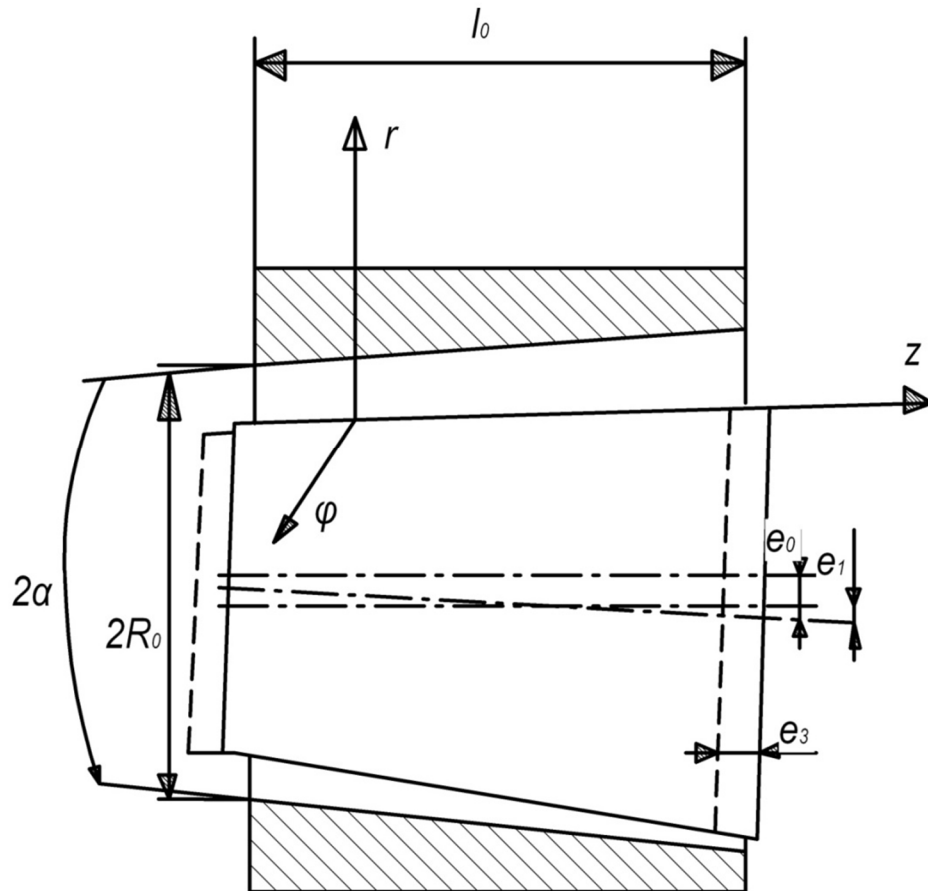


Рисунок 2.8 – Шар газу між двома гладенькими конічними поверхнями

### 2.3 Виведення рівняння тиску газу в зазорах конічної опори з канавками змінної глибини

У конічній газовій опорі (рис. 2.9) з поздовжнім канавками (рис. 2.10) газ під тиском  $P_H$  подається у робочий зазор, де, розгалужуючись на два потоки, протікає через профільовані області один і три та гладкі – два і чотири, межі яких відкриті.

Залежність тиску газу у шарах 1 та 3 від координат  $\varphi$  та  $\xi$  одержимо з рівняння (2.27), а для газового шару 2 та 4 – з рівняння (2.29).

Перша та третя області газового шару конічної опори:

$$\begin{aligned} \chi_1^2 \frac{\partial^2 u_i}{\partial \xi^2} + \chi_1 \lambda t g(\alpha) \left[ 1 + \frac{3\gamma\chi_1}{\beta_1 h_q} (\psi \alpha_0 - \theta v (v^2 h^2 + \alpha_0) \cos(\varphi)) \right] \frac{\partial u_i}{\partial \xi} + \\ + \frac{\lambda \vartheta h^2}{(1-\alpha)^2 \beta_1 \beta_2} \left[ h \frac{\partial^2 u_i}{\partial \varphi^2} + \frac{3(\varepsilon + \theta \xi)}{\beta_2 h_q} \beta_3 \sin(\varphi) \frac{\partial u_i}{\partial \varphi} \right] = 0, \end{aligned} \quad (2.30)$$

де  $\lambda = (l_{01} + l_{02}) / (2R_0)$ ;  $\vartheta = v^2 / \cos^2 \alpha$ ;  $\zeta = (e_3 \sin \alpha) / c$ ;  $\gamma = 1 / (\lambda t g \alpha)$ ;

$v = c / (c + \sigma_0)$ ;  $\chi_1 = \alpha_1 + \lambda \zeta t g \alpha$ ;  $h_v = 1 - \zeta - (\varepsilon + \theta \zeta) \cos \varphi$ ;

$h_q = 1 - v \zeta + \psi \zeta - v (\varepsilon + \theta \zeta) \cos \varphi$ ;  $\alpha_1 = R_1 / R_0$ ;

$h = h_v / h_q$ ;  $\psi = \beta + v - 1$ ;  $\beta_1 = \alpha_0 + v^3 h^3$ ;  $\beta_2 = 1 + \alpha_0 v^3 h^3$ ;

$\beta_3 = 1 + \alpha_0 v^4 h^4$ ;  $\beta_4 = \alpha_0 + v^2 h^2$ .

Для першої області:  $i=1$ ;  $0 \leq \xi \leq \alpha_{22}$ ;

$$\alpha_{22} = 2l_2 / (l_{01} + l_{02}).$$

Для третьої області:  $i=3$ ;  $-\alpha_{11} \leq \xi \leq 0$ ;

$$\alpha_{11} = 2l_1 / (l_{01} + l_{02}).$$

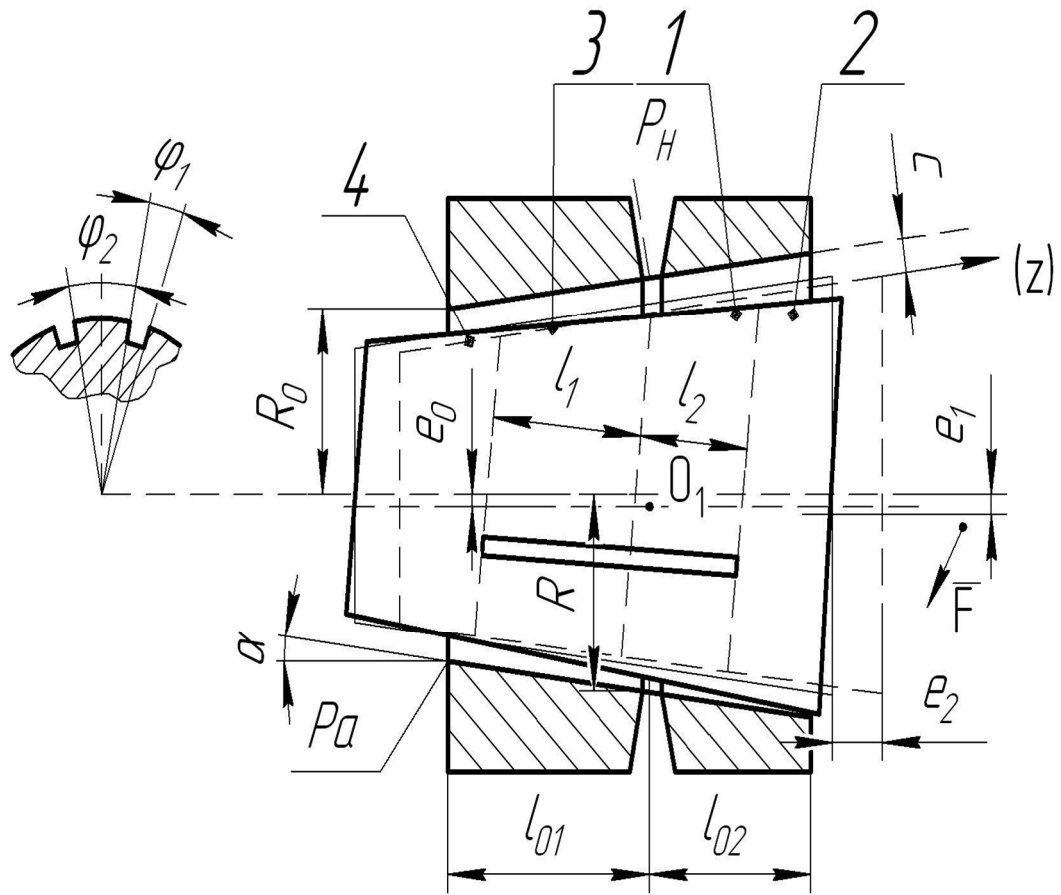


Рисунок 2.9 – Конічна опора з канавками змінної глибини

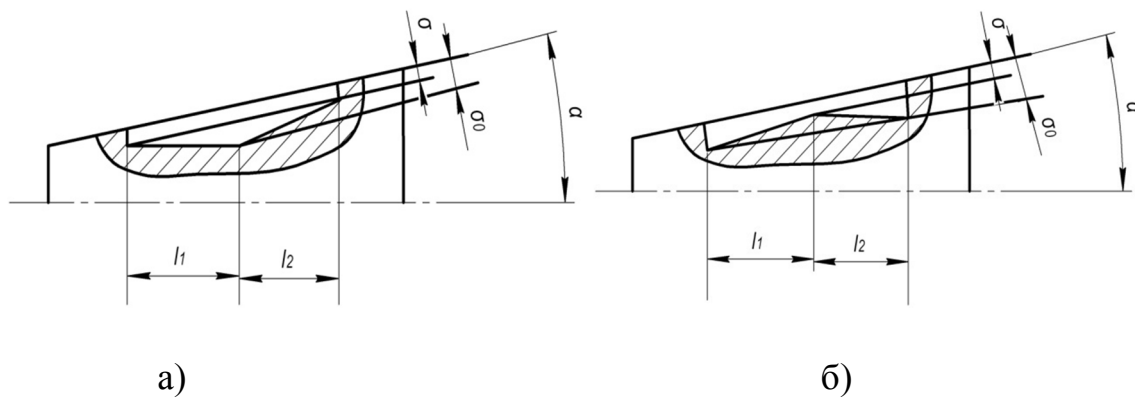


Рисунок 2.10 – Параметри профілю поздовжніх канавок, глибина яких зменшується (а) та збільшується (б) в напрямку течії газу за лінійним законом

Друга та четверта області газового шару конічної опори:

$$\chi_1^2 \frac{\partial^2 u_i}{\partial \xi^2} + \chi_1 \lambda t g(\alpha) \left[ 1 - \frac{3\theta\gamma\chi_1}{h\nu} \cos(\varphi) \right] \frac{\partial u_i}{\partial \xi} + \lambda^2 \vartheta \left[ \frac{\partial^2 u_i}{\partial \varphi^2} + \frac{3(\varepsilon + \theta\xi)}{h} \sin(\varphi) \frac{\partial u_i}{\partial \varphi} \right] = 0, \quad (2.31)$$

де  $i=2$ ;  $\alpha_{22} \leq \xi \leq \alpha_{02}$ ;

$\alpha_{02} = 2l_{02}/(l_{01} + l_{02})$  – для другої області;

$i=4$ ;  $-\alpha_{10} \leq \xi \leq -\alpha_{11}$ ;

$\alpha_{10} = 2l_{01}/(l_{01} + l_{02})$  – для четвертої області.

Диференціальні рівняння у частинних похідних (2.30) та (2.31) роз'язувались методом сплайнів.

Апроксимуємо функцію квадрата безрозмірного тиску  $u_i (i=1,2,3,4)$  по координаті  $\xi$  кубічними поліномами.

Перша область:

$$u_1 = A_1 + B_1 \xi + C_1 \xi^2 + D_1 \xi^3. \quad (2.32)$$

Друга область:

$$u_2 = A_2 + B_2(\xi - \alpha_{22}) + C_2(\xi - \alpha_{22})^2 + D_2(\xi - \alpha_{22})^3. \quad (2.33)$$

Третя область:

$$u_3 = A_3 + B_3 \xi + C_3 \xi^2 + D_3 \xi^3. \quad (2.34)$$

Четверта область:

$$u_4 = A_4 + B_4(\xi + \alpha_{11}) + C_4(\xi + \alpha_{11})^2 + D_4(\xi + \alpha_{11})^3. \quad (2.35)$$

У виразах (2.32) – (2.35) невідомі функції  $A_i, B_i, C_i, D_i (i=1,2,3,4)$ , залежать лише від координати  $\varphi$ . Газові шари конічної опори, які знаходяться зліва та справа від лінії подачі газу, незалежні, оскільки газ від джерела стиснутого газу подається безпосередньо в робочий зазор. Тому знаходимо тиск газу в областях 1, 2 та 3, 4 незалежно одне від одного. Отже, у рівняннях

(2.32) – (2.35) по вісім невідомих функцій  $A_i, B_i, C_i, D_i$  ( $i=1,2,3,4$ ), для визначення яких необхідні вісім умов.

Запишемо умови тиску газу.

Для газового шару зліва від лінії подачі газу:

$$\begin{aligned} \text{при } \xi=0, \quad u_3 &= P_H^2; \\ \text{при } \xi=-\alpha_{11}, \quad u_3 &= u_4; \\ \text{при } \xi=-\alpha_{01}, \quad u_4 &= 1. \end{aligned} \quad (2.36)$$

Для газового шару справа від лінії подачі газу:

$$\begin{aligned} \text{при } \xi=0, \quad u_1 &= P_H^2; \\ \text{при } \xi=\alpha_{22}, \quad u_1 &= u_2; \\ \text{при } \xi=\alpha_{02}, \quad u_2 &= 1. \end{aligned} \quad (2.37)$$

де  $P_H^2 = p^2/p_a^2$  – тиск газу, що подається в робочий зазор опори;

$p_a$  – тиск газу середовища, що оточує опору.

На лінії подачі газу та на відкритих ділянках опори 2 та 4 тиск газу не залежить від координати  $\varphi$ .

При  $\xi=0$ ,

$$\frac{\partial U_1}{\partial \varphi} = 0, \quad \frac{\partial^2 U_1}{\partial \varphi^2} = 0; \quad (2.38)$$

$$\frac{\partial U_3}{\partial \varphi} = 0, \quad \frac{\partial^2 U_3}{\partial \varphi^2} = 0. \quad (2.39)$$

При  $\xi=\alpha_{02}$ ,

$$\frac{\partial U_2}{\partial \varphi} = 0, \quad \frac{\partial^2 U_2}{\partial \varphi^2} = 0. \quad (2.40)$$

При  $\xi=-\alpha_{01}$ ,

$$\frac{\partial U_4}{\partial \varphi} = 0, \quad \frac{\partial^2 U_4}{\partial \varphi^2} = 0. \quad (2.41)$$

Умови (2.38) – (2.39) з урахуванням (2.30) – (2.35) запишуться у вигляді:

$$\begin{aligned} A_1 &= P_H^2; \\ A_1 + B_1\alpha_{22} + C_1\alpha_{22}^2 + D_1\alpha_{22}^3 &= A_2; \\ A_2 + B_2\alpha_{20} + C_2\alpha_{20}^2 + D_2\alpha_{20}^3 &= 1, \end{aligned} \quad (2.42)$$

де  $\alpha_{20} = \alpha_{02} - \alpha_{22}$ .

$$\begin{aligned} A_3 &= P_H^2; \\ A_3 - B_3\alpha_{11} + C_3\alpha_{11}^2 - D_3\alpha_{11}^3 &= A_4; \\ A_4 + B_4\alpha_{10} + C_4\alpha_{10}^2 + D_4\alpha_{10}^3 &= 1, \end{aligned} \quad (2.43)$$

де  $\alpha_{10} = \alpha_{11} - \alpha_{01}$ .

На межах областей диференціальні рівняння (2.30) та (2.31) з врахуванням виразів (2.32) – (2.35) зводяться до вигляду:

$$\begin{aligned} a_1 B_1 + C_1 &= 0; \\ A_2 + 3D_2\alpha_{20} + a_{22}(B_2 + 2C_2\alpha_{20} + 3D_2\alpha_{20}^2) &= 0. \end{aligned} \quad (2.44)$$

$$\begin{aligned} a_1 B_3 + C_3 &= 0; \\ A_4 + 3D_4\alpha_{10} + a_{24}(B_4 + 2C_4\alpha_{10} + 3D_4\alpha_{10}^2) &= 0, \end{aligned} \quad (2.45)$$

де

$$a_1 = \frac{\lambda t g(\alpha)}{2\alpha_1} \left[ 1 + \frac{3\gamma\alpha_1}{\beta_{10}h_{q0}} (\psi\alpha_0 - \theta v (v^2 h_0^2 + \alpha_0) \cos(\varphi)) \right];$$

$$a_{22} = \frac{\lambda t g(\alpha)}{2\chi_{12}} \left[ 1 - \frac{3\theta\gamma\chi_{12}}{h_{v2}} \cos(\varphi) \right];$$

$$a_{24} = \frac{\lambda t g(\alpha)}{2\chi_{14}} \left[ 1 - \frac{3\theta\gamma\chi_{14}}{h_{v4}} \cos(\varphi) \right];$$

$$\chi_{12} = \alpha_1 + \lambda\alpha_{02} t g(\alpha), \quad \chi_{14} = \alpha_1 - \lambda\alpha_{01} t g(\alpha);$$

$$h_{v2} = 1 - \zeta - (\varepsilon + \alpha_{02}\theta) \cos(\varphi), \quad h_{v4} = 1 - \zeta - (\varepsilon - \alpha_{01}\theta) \cos(\varphi);$$

$$\beta_{10} = \alpha_0 + v^3 h_{v0}^3, \quad h_{q0} = 1 - v\zeta - v\varepsilon \cos(\varphi);$$



$$h_{v0} = 1 - \zeta - \varepsilon \cos(\varphi), \quad h_0 = \frac{h_{v0}}{h_{q0}}.$$

Знаходимо локальні витрати газу  $\Delta Q_{\xi i}$  в областях конічної опори. З виразу (2.20), враховуючи (2.21), одержуємо:

$$\Delta Q_{\xi i} = -\frac{kp_a^2 \chi_1 (c + \sigma_0)^2 (1 - \varepsilon)}{24\mu\lambda} (\varepsilon_0 h_q^3 + v^3 h_v^3) \frac{\partial u_i}{\partial \xi} d\varphi \cos(\alpha), \quad (i = 1, 3), \quad (2.46)$$

$$\Delta Q_{\xi i} = -\frac{kp_a^2 \chi_1 c^3 h_v^3}{24\mu\lambda} \cdot \frac{\partial u_i}{\partial \xi} d\varphi \cos(\alpha), \quad (i = 2, 4). \quad (2.47)$$

На межах областей 1, 2 та 3, 4 виконуються умови:

$$\text{при } \zeta = \alpha_{22}, \quad \Delta Q_{\xi 1} = \Delta Q_{\xi 2}, \quad (2.48)$$

$$\text{при } \zeta = -\alpha_{11}, \quad \Delta Q_{\xi 3} = \Delta Q_{\xi 4} \quad (2.49)$$

Тоді, з врахуванням виразів (2.46), (2.47), (2.32) – (2.35), одержуємо ще два рівняння для визначення невідомих функцій  $A_i, B_i, C_i, D_i$  ( $i=1,2,3,4$ ).

$$B_1 + 2C_1 \alpha_{22} + 3D_1 \alpha_{22}^2 = v^3 h_3 B_2; \quad (2.50)$$

$$B_3 - 2C_3 \alpha_{11} + 3D_3 \alpha_{11}^2 = v^3 4B_4, \quad (2.51)$$

де

$$h_{v3} = 1 - \zeta - (\varepsilon + \alpha_{22}\theta) \cos(\varphi), \quad h_{v4} = 1 - \zeta - (\varepsilon - \alpha_{11}\theta) \cos(\varphi);$$

$$h_{q3} = 1 - v\zeta + \psi\alpha_{22} - v(\varepsilon + \alpha_{22}\theta) \cos(\varphi);$$

$$h_{q4} = 1 - v\zeta - \psi\alpha_{11} - v(\varepsilon - \alpha_{11}\theta) \cos(\varphi);$$

$$h_3 = \frac{h_{v3}^3}{\varepsilon_0 h_{q3}^3 + v^3 h_{v3}^3}, \quad h_4 = \frac{h_{v4}^3}{\varepsilon_0 h_{q4}^3 + v^3 h_{v4}^3}.$$

Запишемо диференціальні рівняння (2.30) та (2.31) на межах областей 1, 2 та 3, 4.

Перша область ( $\xi = \alpha_{22}$ ):

$$B_1 a_3 + C_1(1 + 2a_3 \alpha_{22}) + 3D_1 \alpha_{22}(1 + a_3 \alpha_{22}) + a_4 \left[ \frac{d^2}{d\varphi^2} (A_1 + B_1 \alpha_{22} + C_1 \alpha_{22}^2 + D_1 \alpha_{22}^3) + a_5 \frac{d}{d\varphi} (A_1 + B_1 \alpha_{22} + C_1 \alpha_{22}^2 + D_1 \alpha_{22}^3) \right] = 0, \quad (2.52)$$

де

$$\begin{aligned} \chi_2 &= \alpha_1 + \lambda \alpha_{22} \operatorname{tg}(\alpha), & h_3 &= \frac{h_{v3}}{h_{q3}}; \\ \beta_{12} &= \varkappa_0 + v^3 h_3^3, & \beta_{22} &= 1 + \varkappa_0 v^3 h_3^3, & \beta_{32} &= 1 + \varkappa_0 v^4 h_3^4; \\ a_3 &= \frac{\lambda \operatorname{tg}(\alpha)}{2\chi_2} \left[ 1 + \frac{3\gamma\chi_2}{\beta_{12} h_{q3}} (\psi \varkappa_0 - \theta v (v^2 h_3^2 + \varkappa_0) \cos(\varphi)) \right]; \\ a_4 &= \frac{\lambda \vartheta h_3^2}{2\chi_2 \beta_{12} \beta_{22} (1 - \varkappa)^2}; \\ a_5 &= \frac{3\beta_{32} (\varepsilon + \alpha_{22} \theta)}{\beta_{22} h_{q3}} \sin(\varphi). \end{aligned}$$

Друга область ( $\xi = \alpha_{22}$ ):

$$C_2 + a_{30} B_2 + a_{40} \left( \frac{d^2 A_2}{d\varphi^2} + a_{50} \frac{dA_2}{d\varphi} \right) = 0, \quad (2.53)$$

де

$$\begin{aligned} a_{30} &= \frac{\lambda \operatorname{tg}(\alpha)}{2\chi_2} \left[ 1 - \frac{3\theta\gamma\chi_2}{h_{v3}} \cos(\varphi) \right]; \\ a_{40} &= \frac{\lambda \vartheta}{2\chi_2}, & a_{50} &= \frac{3}{h_{v3}} (\varepsilon + \theta \alpha_{22}) \sin(\varphi). \end{aligned}$$

Третя область ( $\xi = -\alpha_{11}$ ):

$$B_3 + C_3(1 - 2a_6 \alpha_{11}) + 3D_3 \alpha_{11}(a_6 \alpha_{11} - 1) + a_7 \left[ h_4 \frac{d^2}{d\varphi^2} (A_3 - B_3 \alpha_{11} + C_3 \alpha_{11}^2 - D_3 \alpha_{11}^3) + a_8 \frac{d}{d\varphi} (A_3 - B_3 \alpha_{11} + C_3 \alpha_{11}^2 - D_3 \alpha_{11}^3) \right] = 0, \quad (2.54)$$

де

$$\chi_3 = \alpha_1 - \lambda \alpha_{11} \operatorname{tg}(\alpha), \quad h_4 = \frac{h_{v4}}{h_{q4}};$$

$$\beta_{14} = \varkappa_0 + \nu^3 h_4^3, \quad \beta_{24} = 1 + \varkappa_0 \nu^3 h_4^3, \quad \beta_{34} = 1 + \varkappa_0 \nu^4 h_4^4;$$

$$a_6 = \frac{\lambda t g(\alpha)}{2\chi_3} \left[ 1 + \frac{3\gamma\chi_3}{\beta_{14} h_{q4}} (\psi \varkappa_0 - \theta \nu (\nu^2 h_4^2 + \varkappa_0) \cos(\varphi)) \right];$$

$$a_7 = \frac{\lambda \vartheta h_4^2}{\beta_{14} \beta_{24} (1 - \varkappa)^2};$$

$$a_8 = \frac{3\beta_{34} (\varepsilon - \alpha_{11} \theta)}{\beta_{24} h_{q4}} \sin(\varphi).$$

Четверта область ( $\zeta = -\alpha_{11}$ ):

$$C_4 + a_{60} B_4 + a_{70} \left( \frac{d^2 4}{d\varphi^2} + a_{80} \frac{d^4}{d\varphi} \right) = 0, \quad (2.55)$$

де

$$a_{60} = \frac{\lambda t g(\alpha)}{2\chi_3} \left[ 1 - \frac{3\theta\gamma\chi_3}{h_{v4}} \cos(\varphi) \right];$$

$$a_{70} = \frac{\lambda^2 \vartheta}{2\chi_3^2}, \quad a_{80} = \frac{3}{h_{v4}} (\varepsilon - \theta \alpha_{11}) \sin(\varphi).$$

Таким чином, одержали шістнадцять рівнянь для визначення невідомих  $A_i, B_i, C_i, D_i$ , які входять до виразів (2.32) – (2.35).

Із співвідношень (2.42), (2.44), (2.52) знаходимо:

$$A_1 = P_H^2, \quad C_1 = -a_1 B_1,$$

$$D_1 = \frac{[A_2 - P_H^2 + \alpha_{22} B_1 (\alpha_{11} \alpha_{22} - 1)]}{\alpha_{22}^3},$$

$$B_2 = -b_4 [3(P_H^2 - A_2) + b_5 \alpha_{22} B_1], \quad (2.56)$$

$$D_2 = b_2 [1 - A_2 (1 + 3b) + 3P_H^2 b + b b_1 B_1],$$

$$C_2 = -b_{22} B_2 - b_{21} D_2,$$

де

$$b_4 = \frac{1}{v^3 h^3 \alpha_{22}}, \quad b_{21} = \frac{3\alpha_{20}(1 + a_{22}\alpha_{20})}{1 + 2a_{22}\alpha_{20}};$$

$$b_{22} = \frac{a_{22}}{1 + 2a_{22}\alpha_{20}}, \quad b_2 = \frac{1}{\alpha_{20}(1 - \alpha_{20}b_{21})};$$

$$b = \frac{\alpha_{20}^2}{v^3 h_3 \alpha_{22}} \left( \frac{1}{\alpha_{20}} - b_{22} \right), \quad b_1 = \alpha_{22}(2a_1 - 3a_{11}).$$

Перейдемо тепер до визначення невідомих функцій  $A_i, B_i, C_i, D_i$  в областях три та чотири з виразів (2.45), (2.47) та (2.52).

$$A_3 = P_H^2, \quad C_3 = -a_1 B_3,$$

$$D_3 = \frac{[P_H^2 - A_4 - \alpha_{11} B_3 (a_1 \alpha_{11} + 1)]}{\alpha_{11}^3},$$

$$B_4 = c_4 [3(P_H^2 - A_4) + c_5 \alpha_{11} B_3],$$

$$D_4 = c_2 [c_4 c_1 P_H^2 - 1 + (1 - c_1) A_4 + \alpha_{10} \alpha_{11} c_5 B_3],$$

$$C_4 = d_1 A_4 - d_2 \alpha_{11} c_5 B_3,$$

де

$$c_5 = 1 + 2\alpha_{11} a_1 - 3\alpha_{11}(1 + a_1 \alpha_{11});$$

$$c_4 = \frac{1}{v^3 h_4 \alpha_{11}}, \quad c_{22} = \frac{a_{24}}{1 + 2a_{24}\alpha_{10}};$$

$$c_{21} = \frac{3\alpha_{10}(1 + \alpha_{10} a_{24})}{1 + 2\alpha_{10} a_{24}}, \quad c_2 = \frac{1}{\alpha_{10}^2 (c_{21} - \alpha_{10}^2)};$$

$$c_1 = 3\alpha_{10}(1 - \alpha_{10} c_{22}), \quad d_1 = 3c_{22} c_4 - c_{21} c_2 (1 - c_1);$$

$$d_2 = c_{22} c_4 + \alpha_{10} c_2 c_{21}, \quad d = 3P_H^2 c_{22} c_4 + c_{21} c_2 c_4 c_1 (P_H^2 - 1).$$

Невідомі функції  $A_2, B_1, A_4, B_3$  знайдемо з диференціальних рівнянь (2.52), (2.53), (2.54), (2.55) за умов:

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial^2 u_1}{\partial \varphi^2}\right)_{\xi=\alpha_{22}} &= \left(\frac{\partial^2 u_2}{\partial \varphi^2}\right)_{\xi=\alpha_{22}}, \\ \left(\frac{\partial u_1}{\partial \varphi}\right)_{\xi=\alpha_{22}} &= \left(\frac{\partial u_2}{\partial \varphi}\right)_{\xi=\alpha_{22}}, \\ \left(\frac{\partial^2 u_3}{\partial \varphi^2}\right)_{\xi=-\alpha_{11}} &= \left(\frac{\partial^2 u_4}{\partial \varphi^2}\right)_{\xi=-\alpha_{11}}, \\ \left(\frac{\partial u_3}{\partial \varphi}\right)_{\xi=-\alpha_{11}} &= \left(\frac{\partial u_4}{\partial \varphi}\right)_{\xi=-\alpha_{11}}, \end{aligned}$$

$$B_3 = d_4 \left[ (d_1 - 3a_{60}c_4)A_4 + (3a_{60}c_4P_H^2 - d) + a_{70} \left( \frac{d^2 A_4}{d\varphi^2} + a_{80} \frac{dA_4}{d\varphi} \right) \right] \quad (2.57)$$

$$B_1 = \frac{3}{b_3\alpha_{22}^3} (1 + a_3\alpha_{22})(P_H^2 - A_2) - \frac{a_4}{b_3} \left( h_3 \frac{d^2 A_2}{d\varphi^2} + a_5 \frac{dA_2}{d\varphi} \right) \quad (2.58)$$

$$\begin{aligned} \frac{a_4 b_6}{b_3} \left( h_3 \frac{d^2 A_2}{d\varphi^2} + a_5 \frac{dA_2}{d\varphi} \right) + \left[ 3b_4(b_{22} - a_{30}) + \frac{3b_6}{b_3\alpha_{22}^3} (1 + a_3\alpha_{22}) - \right. \\ \left. - b_2 b_{21} (1 + 3b) \right] A_2 = b_2 b_{21} + 3 \left[ b_2 b_{21} b - b_4 (b_{22} - a_{30}) - \frac{b_6}{b_3\alpha_{22}^3} (1 + \right. \\ \left. + a_3\alpha_{22}) \right] P_H^2, \end{aligned} \quad (2.59)$$

де

$$\begin{aligned} a_5 a_{70} \left( h_3 \frac{d^2 A_4}{d\varphi^2} + a_{80} \frac{dA_4}{d\varphi} \right) - (d_4 + 3a_{60}c_5c_4)A_4 = (d - d_1)d_5 + \\ + \left[ 3d_5 a_{60}c_4 - \frac{3(a_6\alpha_{11}-1)}{\alpha_{11}^2} (1 + a_3\alpha_{22}) \right] P_H^2, \end{aligned} \quad (2.60)$$

де

$$\begin{aligned} d_4 = \frac{3}{\alpha_{11}^2} (a_6\alpha_{11} - 1), \quad d_3 = \frac{1}{c_5\alpha_{11}(d_2 - c_4a_{60})}; \\ d_5 = d_3 [a_6 - a_4(1 - 2a_6\alpha_{11}) - d_4\alpha_{11}(1 + a_{11}\alpha_{11})]. \end{aligned}$$

Числові розв'язки диференціальних рівнянь (2.59) та (2.60) дозволяють методом циклічної прогонки отримати коефіцієнти  $A_2$  та  $A_4$ . Після підстановки цих коефіцієнтів в математичну модель опори шпинделя (2.32-2.35) з врахуванням коефіцієнтів отримуємо значення тисків в довільних точках робочого газового шару. Це дозволяє визначати для конкретних параметрів та конфігурації опори шпинделя навантажувальну здатність та відновлювальний момент.

## 2.4 Висновки до розділу

Отримано рівняння в частинних похідних другого порядку, які дозволяють визначати зміну тиску в тонкому ізотермічному шарі газу між двома конічними поверхнями, одна з яких профільована канавками змінної глибини. Рівняння отримано на основі рівняння Рейнольдса та усталених в теорії опор з поздовжніми канавками припущень про те, що кількість канавок є достатньо великою, і тому можливо проводити розрахунки для однієї канавки, а результати поширити на всю опору в цілому.

Запропоновано два види профілю канавок змінної глибини (рис. 2.4) та виведено їхні математичні формули залежно від напрямку нахилу канавок від точки подачі стиснутого газу (середина канавки).

Методом сплайнів описано конічну опору з поздовжніми канавками на робочій поверхні змінного профілю для довільних значень радіального зміщення та кутового перекошу вала.

Розроблено математичну модель конічної газової опори з врахуванням профілю канавок. Математичні залежності, що отримані у вигляді диференціальних рівнянь в частинних похідних, можуть бути рекомендовані для практичної реалізації під час розробки методики розрахунку нових конструкцій шпинделів на конічних пневматичних опорах та оцінювання їх ефективності.

## РОЗДІЛ 3

### АНАЛІТИЧНЕ ДОСЛІДЖЕННЯ ХАРАКТЕРИСТИК ГАЗОВОЇ КОНІЧНОЇ ОПОРИ З КАНАВКАМИ ЗМІННОЇ ГЛИБИНИ

#### **3.1 Умови стійкості руху вала на газовій конічній опорі з канавками змінної глибини**

Радіально-упорні газові підшипники знайшли широке застосування в різних швидкісних та тихохідних вузлах сучасних пристроїв. Конічна форма робочої поверхні пари тертя дозволяє газовому шару за необхідності витримати значні радіальні та осьові навантаження без порушення безконтактного режиму роботи. Економічність за витратами газу досягається шляхом подавання його в робочий зазор через щілину наддування газу. Надійна робота та експлуатація таких підшипників можлива при правильному розрахунку опорної частини – опори конічного типу. Для цього геометричні параметри та конструкція опори повинні забезпечити робочий зазор в заданих межах в умовах дії експлуатаційних навантажень. Необхідно врахувати осьові та радіальні зусилля, яким і протидіє реакція газового шару на конічній поверхні пари тертя. Для підвищення навантажувальної сили та жорсткості опори на вал запропоновано наносити канавки змінної глибини.

Розглянемо роботу конічної газової опори в умовах дії випадкових збурень, що відхиляють її від стану рівноваги та викликають відповідні динамічні реакції мастильного шару. Ці реакції аналітично дозволяє визначити використання рівняння Рейнольдса. Математичну модель розподілу тиску в газовому мастильному шарі можна подати системою рівнянь в частинних похідних (2.30 та 2.31).

Жорсткість системи залежить не лише від лінійних сил опору шару, а й від швидкості зміни товщини шару і, тим самим, від частоти коливань. Зовнішні гармонічні збурення можуть викликати небезпечні автоколивання, поява яких залежить від маси, моменту інерції підвішеного тіла та жорсткості

і демпфірувальних властивостей системи. Але динамічна жорсткість газової опори зовсім не еквівалентна статичній, оскільки динамічна жорсткість та коефіцієнт демпфування залежить від частоти коливань.

Розглянемо вільні та вимушені коливання шпинделя, підвішеного в околі співвісного номінального положення, при якому змащувальний зазор на виступах між конічними робочими поверхнями дорівнює  $s$ .

Рівняння вільних коливань запишемо у вигляді

$$\begin{pmatrix} F_x \\ M_y \\ F_y \\ M_x \\ F_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ F_{z0} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} K_{\varepsilon\varepsilon} & K_{\varepsilon\theta} & & & \\ K_{\theta\varepsilon} & K_{\theta\theta} & & & \\ & & K_{\varepsilon\varepsilon} & -K_{\varepsilon\theta} & \\ & & -K_{\theta\varepsilon} & K_{\theta\theta} & \\ & & & & K \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e_x \\ e_{y1} \\ e_y \\ e_{x1} \\ e_z \end{pmatrix}, \quad (3.1)$$

де  $e_x, e_y, e_z$  – невеликі зміщення шпинделя в напрямку осей  $x, y, z$ ;

$e_{x1}, e_{y1}$  – невеликі зміщення осі шпинделя відносно осі втулки;

$F_x, F_y, F_z, M_x, M_y$  – компоненти вектора силової реакції газового шару;

$F_{z0}$  – осьова силова реакція газового шару в номінальному співвісному положенні шпинделя та втулки;

$K, K_{\varepsilon\varepsilon}, K_{\varepsilon\theta}, K_{\theta\varepsilon}, K_{\theta\theta}$  – компоненти матриці жорсткості газового шару.

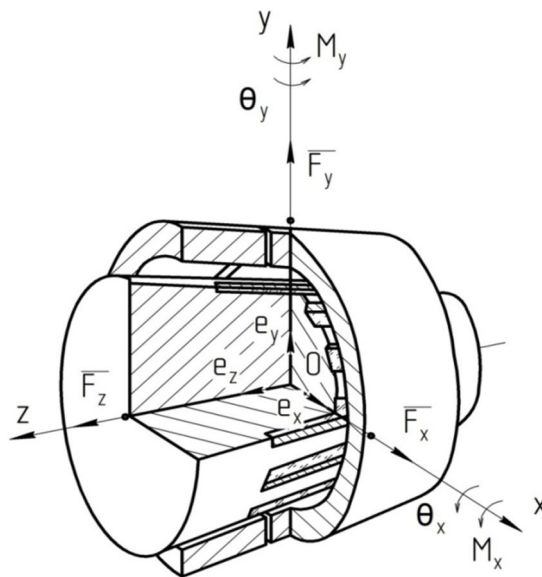


Рисунок 3.1 – Конічна газова опора з поздовжніми канавками



Для забезпечення роботоздатності конічної опори шпинделя необхідна статична стійкість його положення рівноваги. Умови статичної стійкості [72]:

$$K > 0, K_{\varepsilon\varepsilon} > 0, K_{\theta\theta} > 0, K_{\varepsilon\varepsilon}K_{\theta\theta} - \frac{(K_{\varepsilon\theta} + K_{\theta\varepsilon})^2}{4} = 0. \quad (3.2)$$

### 3.2 Розрахунок статичних характеристик конічної опори з канавками змінної глибини

На опорі, зображеній на рис. 3.1, виділимо елемент газового шару довжиною  $dz$  та шириною  $Rd\varphi$  (рис. 3.2, а). Елемент утворює кут  $\varphi$  з площиною, яка проходить через вісь вала та втулки при  $\varepsilon \neq 0$ ,  $\theta \neq 0$ . Реакція  $dF$  виділеного елемента газового шару направлена по нормалі до поверхні втулки опори

$$dF = p_a \sqrt{u} R d\varphi dz, \quad (3.3)$$

де  $\sqrt{u} = p/p_a$  – безрозмірний тиск газу у виділеному елементі шару;

$p$  – тиск газу (Н/м<sup>2</sup>);

$p_a$  – тиск навколишнього середовища.

У виразі (3.3) перейдемо до введеної у попередньому розділі змінної  $\xi$

$$dF = \frac{p_a R_0 (l_{01} + l_{02})}{2 \cos \alpha} (\alpha_1 + \xi \lambda t g \alpha) \sqrt{u} d\varphi d\xi, \quad (3.4)$$

де

$$\alpha_1 = \frac{R_1}{R_0}; \quad \lambda = \frac{l_{01} + l_{02}}{2R_0}; \quad \xi = \frac{2z}{l_{01} + l_{02}} \cos \alpha.$$

Силу  $dF$  запишемо у вигляді суми двох сил: сили  $dF_\zeta$ , направленої паралельно осі втулки, та сили  $dF_\varepsilon$ , яка перетинає вісь опори під кутом  $90^\circ$ .

$$d\tilde{F} = d\tilde{F}_\zeta + d\tilde{F}_\varepsilon. \quad (3.5)$$

Величину сил  $dF_\varepsilon$  та  $dF_\zeta$  знайдемо з виразу:

$$dF_p = dF \cos \alpha; \quad dF_0 = dF \sin \alpha. \quad (3.6)$$

Або з врахуванням (3.4):

$$dF_\varepsilon = p_a R_0^2 \lambda (\alpha_1 \xi \lambda t g \alpha) \sqrt{u} d\varphi \cdot d\xi, \quad (3.7)$$

$$dF_\zeta = p_a R_0^2 \lambda (\alpha_1 \xi \lambda t g \alpha) \sqrt{u} d\varphi \cdot d\xi t g \alpha. \quad (3.8)$$

Шляхом інтегрування виразу (3.8), з врахуванням визначення тиску на чотирьох ділянках робочого зазору конічної опори за моделлю (2.30, 2.31), знаходимо осьову навантажувальну силу [120]

$$F_\zeta = 4p_a R_0^2 F_\zeta^*, \quad (3.9)$$

де

$$F_\zeta^* = \frac{\lambda}{2} \left[ \int_0^{\alpha_{22}} \chi d\xi \int_0^\pi \sqrt{u_1} d\varphi + \int_{\alpha_{22}}^{\alpha_{02}} \chi d\xi \int_0^\pi \sqrt{u_2} d\varphi + \int_0^{-\alpha_{11}} \chi d\xi \int_0^\pi \sqrt{u_3} d\varphi + \int_{-\alpha_{11}}^{-\alpha_{01}} \chi d\xi \int_0^\pi \sqrt{u_4} d\varphi \right] t g \alpha, \quad (3.10)$$

де  $F_\zeta^*$  – безрозмірна осьова навантажувальна сила.

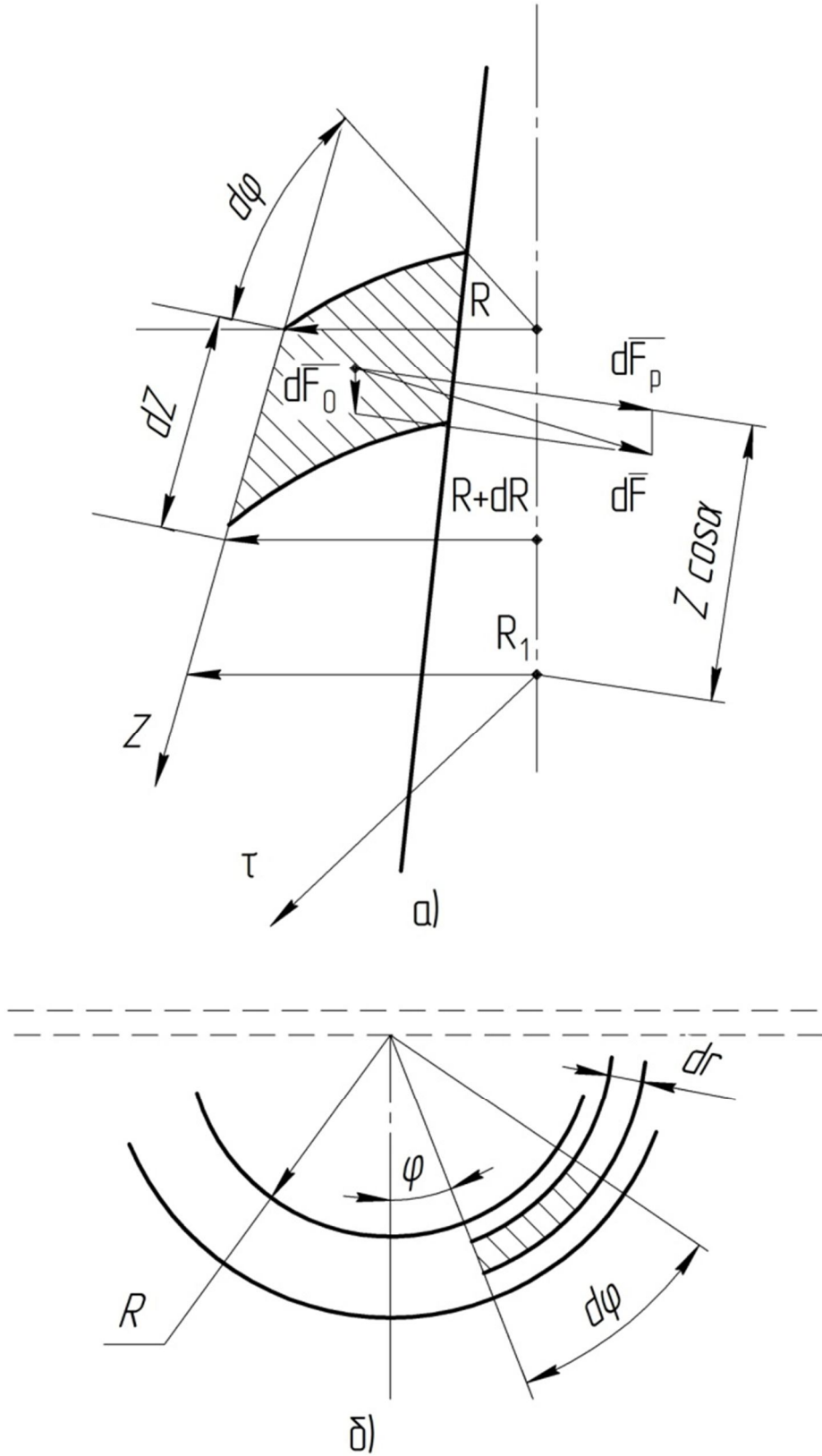


Рисунок 3.2 – Элемент газового шару

Припускаємо, що зазор між робочими поверхнями шпинделя і втулки невеликий і тому тиск по товщині цього зазору в конкретній точці практично постійний. Для того, щоб знайти радіальну навантажувальну силу конічної опори, необхідно вектор  $dF_\varepsilon$  спроекувати на площину, яка проходить через осі вала та втулки при  $\varepsilon \neq 0$ ,  $\theta \neq 0$  і одержаний вираз проінтегрувати по всій робочій поверхні газового шару [120]

$$F_\varepsilon = 4p_a R_0^2 F_\varepsilon^*, \quad (3.11)$$

$$F_\varepsilon^* = \frac{\lambda}{2\cos\alpha} \left[ \int_0^{\alpha_{22}} \chi d\xi \int_0^\pi \sqrt{u_1} \cos\varphi d\varphi + \int_{\alpha_{22}}^{\alpha_{02}} \chi d\xi \int_0^\pi \sqrt{u_2} \cos\varphi d\varphi + \int_0^{-\alpha_{11}} \chi d\xi \int_0^\pi \sqrt{u_3} \cos\varphi d\varphi + \int_{-\alpha_{11}}^{-\alpha_{01}} \chi d\xi \int_0^\pi \sqrt{u_4} \cos\varphi d\varphi \right], \quad (3.12)$$

де  $F_\varepsilon^*$  – безрозмірна радіальна навантажувальна сила.

Знайдемо тепер відновлювальний момент газового шару відносно осі  $r$  (див. рис. 3.2, а), яка перетинає лінію подачі газу та перпендикулярна до площини, що проходить через осі вала та втулки при  $\varepsilon \neq 0$ ,  $\theta \neq 0$ . Момент сили  $dF$  відносно осі  $\eta$  знаходимо за теоремою Варіньона

$$dM_\theta = (dF_z R - dF_\varepsilon z \cos\alpha) \cos\varphi. \quad (3.13)$$

Відновлювальний момент конічної опори знайдемо, інтегруючи вираз (3.13) за змінними  $\varphi$  та  $\xi$  для лівої та правої частини опори відносно лінії подання газу.

$$M = 4p_a R_0^3 M^*,$$

$$M^* = \frac{\lambda^2}{2} \left[ \int_0^{\alpha_{22}} \chi d\xi \int_0^\pi \sqrt{u_1} \cos\varphi d\varphi + \int_{\alpha_{22}}^{\alpha_{02}} \chi d\xi \int_0^\pi \sqrt{u_2} \cos\varphi d\varphi - \int_0^{-\alpha_{11}} \chi d\xi \int_0^\pi \sqrt{u_3} \cos\varphi d\varphi - \int_{-\alpha_{11}}^{-\alpha_{01}} \chi d\xi \int_0^\pi \sqrt{u_4} \cos\varphi d\varphi \right] +$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{\lambda}{2} \left[ \int_0^{\alpha_{22}} \chi^2 d\xi \int_0^\pi \sqrt{u_1} \cos\varphi d\varphi + \int_{\alpha_{22}}^{\alpha_{02}} \chi^2 d\xi \int_0^\pi \sqrt{u_2} \cos\varphi d\varphi + \right. \\
& \left. + \int_0^{-\alpha_{11}} \chi^2 d\xi \int_0^\pi \sqrt{u_3} \cos\varphi d\varphi + \int_{-\alpha_{11}}^{-\alpha_{01}} \chi^2 d\xi \int_0^\pi \sqrt{u_4} \cos\varphi d\varphi \right] \operatorname{tg}\alpha, \quad (3.14)
\end{aligned}$$

де  $M^*$  – безрозмірний відновлювальний момент конічної опори.

Безрозмірні величини  $F_\varepsilon^*$  та  $M^*$  є функціями двох змінних  $\varepsilon$  та  $\theta$ . Тому компоненти матриці жорсткості (3.1) запишуться у вигляді:

$$K_{\varepsilon\varepsilon}^* = \frac{\partial F_\varepsilon^*}{\partial \varepsilon}; \quad K_{\varepsilon\theta}^* = \frac{\partial F_\varepsilon^*}{\partial \theta}; \quad K_{\theta\theta}^* = \frac{\partial M^*}{\partial \theta}; \quad K_{\theta\varepsilon}^* = \frac{\partial M^*}{\partial \varepsilon}. \quad (3.15)$$

Для того, щоб конічна опора була роботоздатна, потрібна статична стійкість її положення рівноваги.

За критерієм Сільвестра [72] необхідною та достатньою умовою статичної стійкості радіально-упорної газової опори є

$$K_{\varepsilon\varepsilon} > 0; \quad \begin{vmatrix} K_{\varepsilon\varepsilon} & K_{\varepsilon\theta} \\ K_{\theta\theta} & K_{\theta\varepsilon} \end{vmatrix} > 0. \quad (3.16)$$

Для визначення витрат стиснутого газу виділимо елемент газового шару довжиною  $Rd\varphi$  та висотою  $dr$  (див. рис. 3.2, б). Локальні витрати газу  $Q$  в напрямку осі  $z$  запишемо:

$$\begin{aligned}
Q &= \frac{\pi \rho p_a c^3}{12\mu} Q_0^*, \\
Q_0^* &= \frac{1}{\pi\lambda} \left( \chi \int_0^{2\pi} h_v^3 \frac{\partial u_1}{\partial \xi} d\varphi + \chi \int_0^{2\pi} h_v^3 \frac{\partial u_4}{\partial \xi} d\varphi \right). \quad (3.17)
\end{aligned}$$

Дослідження показали, що безрозмірні витрати газу  $Q^*$  через конічну опору не залежать від напрямку нахилу поздовжніх канавок так, як і у опор з канавками постійної глибини [45]. Безрозмірна навантажувальна сила  $F_\varepsilon^*$  та відновлювальний момент  $M^*$  прямо пропорційно збільшуються до  $\varepsilon = \theta \leq 0,4$

залежно від відносного радіального зміщення  $\varepsilon$  та кутового перекосу  $\theta$  шпинделя. Із збільшенням глибини канавок в напрямку течії газу безрозмірна радіальна жорсткість  $K_{\varepsilon\varepsilon}^* = \frac{\partial F_{\varepsilon}^*}{\partial \varepsilon}$  значно менша (в 1,75 раза при  $\beta = 0$ , рис. 3.3), а кутова жорсткість  $K_{\theta\theta}^* = \frac{\partial M^*}{\partial \theta}$  більша (в 1,2 раза при  $\beta = 0$ , рис. 3.3) порівняно з опорою із зворотним нахилом канавок (глибина яких зменшується в напрямку течії газу). Конічна опора з мінімальною глибиною канавки на лінії наддування газу має екстремуми безрозмірної радіальної жорсткості за коефіцієнтом глибини канавки  $\beta$  (рис. 3.3) та параметром зміни зазору внаслідок нанесення канавки  $\nu$  (рис. 3.4). У опори з канавками, що зображені на рис. 2.10, а), зон статичної нестійкості не виявлено при  $0 \leq \beta \leq 1$  і  $0,2 \leq \nu \leq 1$ . Конічна опора, у якій глибина поздовжніх канавок збільшується в напрямку течії газу (див. рис. 2.10, б), втрачає статичну стійкість при  $\beta \leq 0,25$  і  $\nu \leq 0,35$ . Таким чином, конічна опора з поздовжніми канавками, глибина яких зменшується в напрямку течії газу, має значні переваги порівняно з опорою з канавками, що зображені на рис. 2.10, б. Виключеннями можуть бути шпинделі з однією конічною опорою або з підвищеними вимогами до кутової жорсткості вузла.

У опори з максимальною глибиною канавки на лінії наддування безрозмірні жорсткості  $K_{\varepsilon\theta}^* = \frac{\partial F^*}{\partial \theta}$  та  $K_{\theta\varepsilon}^* = \frac{\partial M^*}{\partial \varepsilon}$  дорівнюють нулю при  $\varepsilon = \theta \leq 0,4$ . Витрати газу через таку опору із збільшенням кутового перекосу  $\theta$  майже не збільшуються (рис. 3.5), а при радіальному навантаженні ( $\varepsilon \neq 0$ ) збільшуються на 12% (рис. 3.5) при  $\varepsilon = 0,4$  порівняно із співвісним розташуванням вала та втулки. Як видно із таблиці 3.1, при зафіксованому значенні відносної довжини канавки  $\alpha$  існують значення  $\nu$  та  $\beta$ , при яких безрозмірна жорсткість  $K_{\varepsilon\varepsilon}^*$  конічної опори досягає максимуму ( $K_{\varepsilon\varepsilon}^* = 1,884$ ), що значно більше (на 54%), ніж у опори з канавками постійної глибини, що

має оптимальні значення безрозмірних конструктивних параметрів  $\nu$  та  $\beta$  поздовжніх канавок (при максимумі функції  $\Phi = \frac{K_{\varepsilon\varepsilon}^*}{Q^*}$ ).

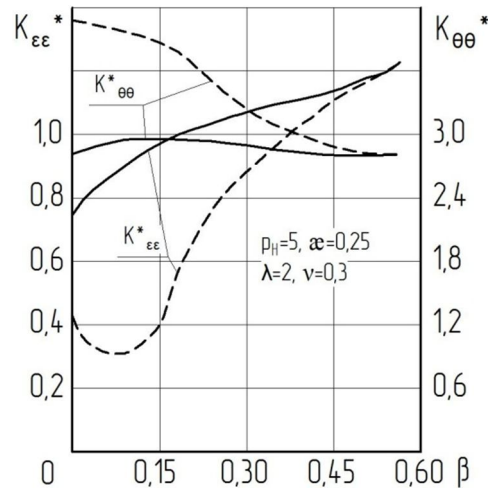


Рисунок 3.3 – Залежність радіальної  $K_{\varepsilon\varepsilon}^*$  та кутової  $K_{\theta\theta}^*$  жорсткостей конічної опори від коефіцієнта глибини  $\beta$  поздовжніх канавок (— — глибина канавок зменшується в напрямку течії газу; - - - — глибина канавок збільшується в напрямку течії газу) в безрозмірних координатах

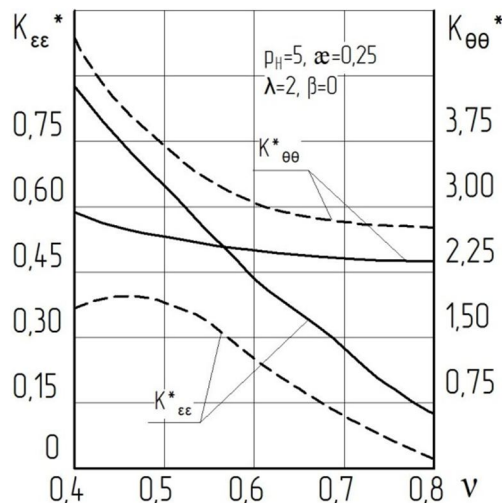


Рисунок 3.4 – Залежність радіальної  $K_{\varepsilon\varepsilon}^*$  та кутової  $K_{\theta\theta}^*$  жорсткостей конічної опори від параметра зміни зазору внаслідок нанесення канавок  $\nu$  (— — глибина канавок зменшується в напрямку течії газу; - - - — глибина канавок збільшується в напрямку течії газу) в безрозмірних координатах

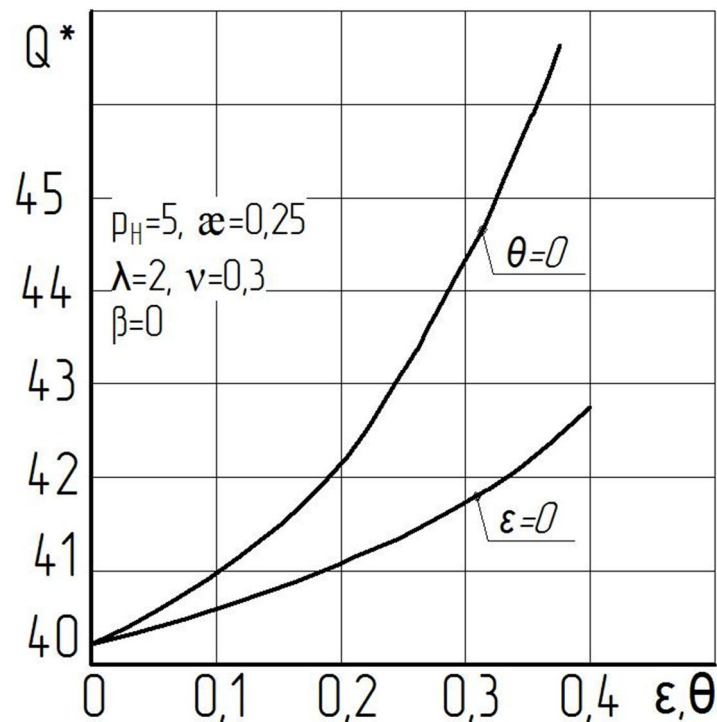


Рисунок 3.5 – Залежність витрат газу  $Q^*$  від відносного радіального зміщення  $\varepsilon$  та кутового перекоосу  $\theta$  вала для опори з поздовжніми канавками, глибина яких зменшується в напрямку течії газу в безрозмірних координатах

Провівши аналіз розрахунків опор з канавками, глибина яких зменшується в напрямку течії газу (див. рис. 2.10, а) та збільшується в напрямку течії газу (див. рис. 2.10, б), користуючись графіками можна впевнено зробити висновок, що більш стійкими є опори з глибиною канавок, яка зменшується в напрямку течії газу. Тому в подальших розрахунках приймаємо рішення використовувати саме такий профіль канавок, що є більш оптимальним для покращення характеристик шпинделя на конічних пневматичних опорах.



Таблиця 3.1 – Конструктивні параметри і відповідні їм характеристики конічної опори з поздовжніми канавками, глибина яких зменшується в напрямку течії газу

$P_H=5; \lambda=2; \alpha=0,25; \alpha=0,676$					
$\nu$	$\beta$	$K_{\varepsilon\varepsilon}^*$	$K_{\theta\theta}^*$	$Q^*$	$\Phi$
0,29	0	1,635	3,926	41,6	0,039
0,312	0,062	1,884	3,929	44,5	0,042
0,333	0,133	1,691	3,524	45,6	0,037
0,357	0,214	1,41	3,074	45,8	0,031
0,385	0,308	1,245	2,785	45,7	0,027
0,417	0,417	1,204	2,682	45,8	0,026
Канавки постійної глибини і ширини					
0,454	0,546	1,221	2,739	46	0,026

Результати розрахунків характеристик конічної опори з канавками змінної глибини показано на рис. 3.6 – 3.13. На всіх рисунках крива 1 відповідає  $\alpha=2^\circ$ ,  $\lambda=4$ ; крива 2 –  $\alpha=2^\circ$ ,  $\lambda=2$ ; крива 3 –  $\alpha=8^\circ$ ,  $\lambda=2$ ; крива 4 –  $\alpha=8^\circ$ ,  $\lambda=4$ . Параметри – безрозмірний тиск наддування газу  $P_H=5$ ; відносна глибина  $\nu=0,4$  і ширина канавки  $\alpha=0,25$  – однакові на всіх графіках.

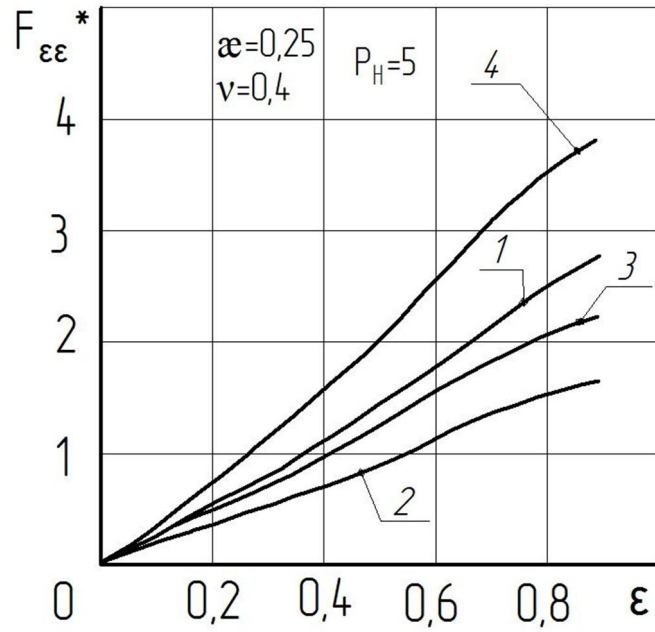


Рисунок 3.6 – Залежність радіальної навантажувальної сили  $F_{\epsilon}^*$  від відносного радіального зміщення  $\epsilon$

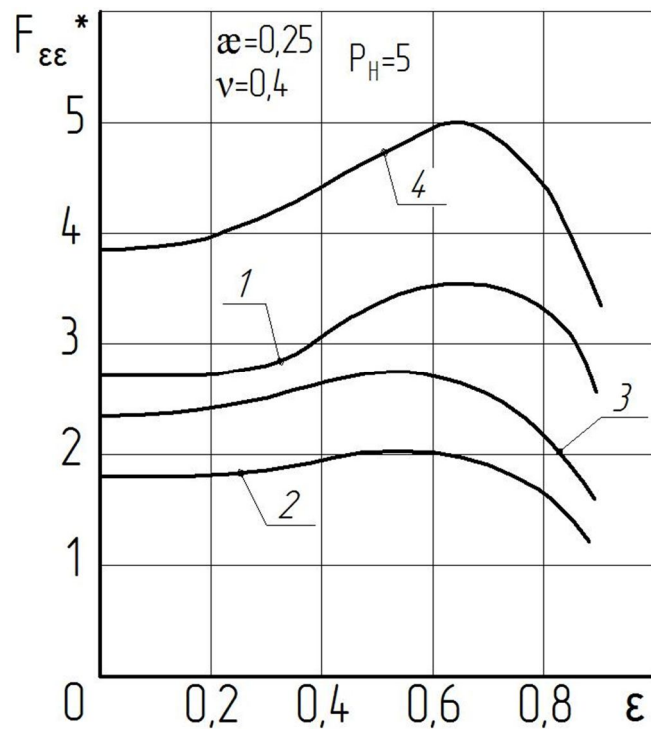


Рисунок 3.7 – Залежність радіальної жорсткості опори  $K_{\epsilon\epsilon}^*$  від відносного радіального зміщення  $\epsilon$

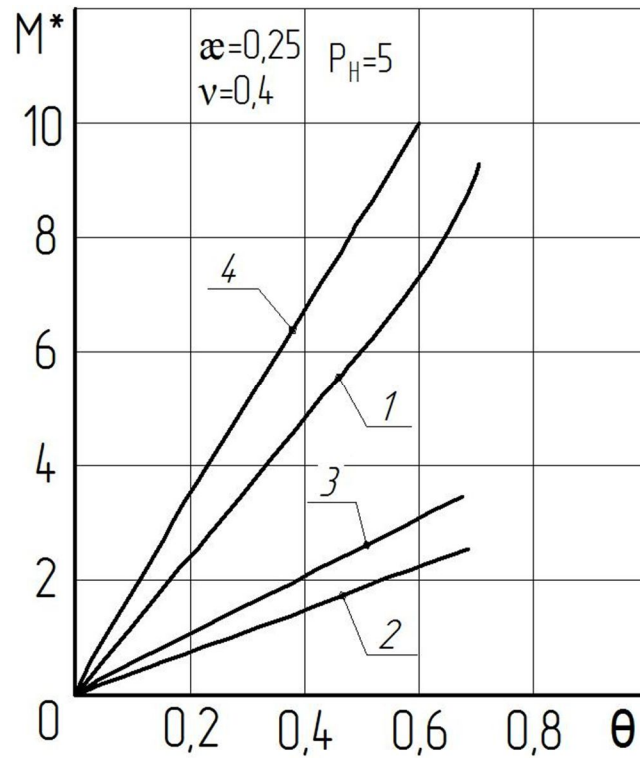


Рисунок 3.8 – Залежність відновлювального моменту опори  $M^*$  від кутового перекосу вала  $\theta$

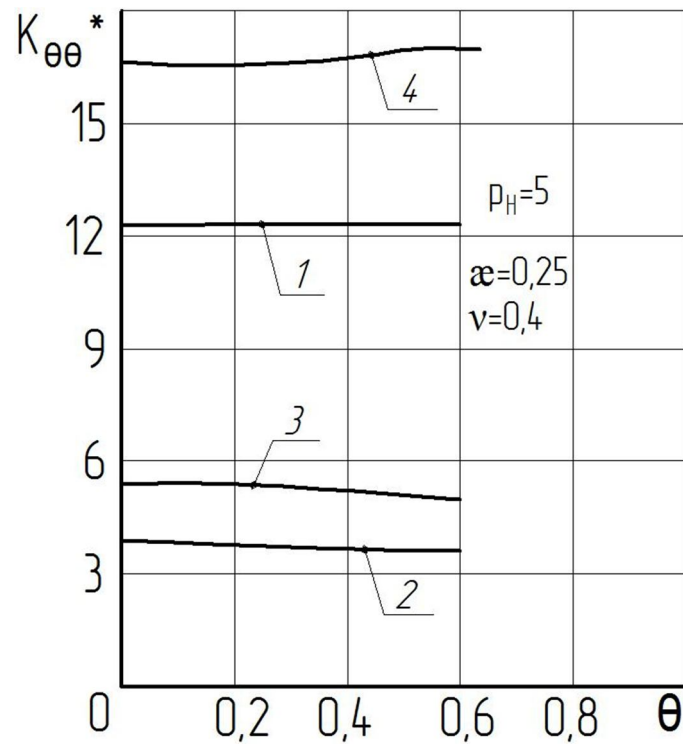


Рисунок 3.9 – Залежність кутової жорсткості опори  $K_{\theta\theta}^*$  від кутового перекосу вала  $\theta$

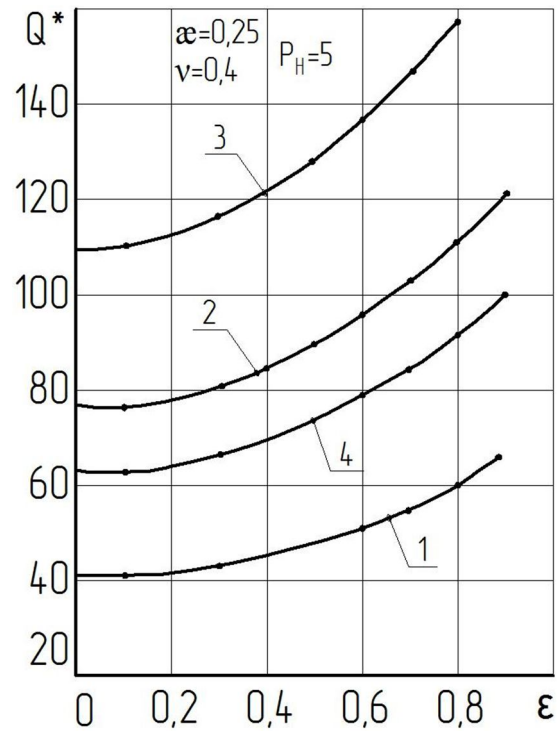


Рисунок 3.10 – Залежність витрат газу  $Q^*$  через конічну опору з поздовжніми канавками змінної глибини від відносного радіального зміщення  $\varepsilon$

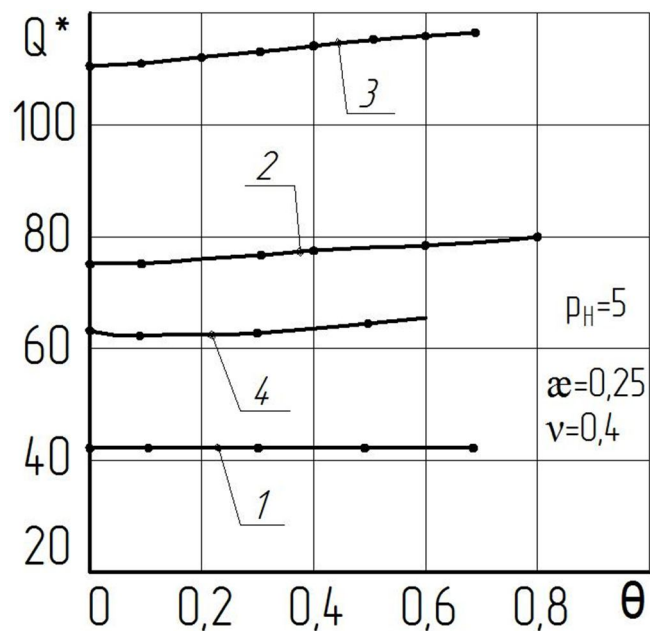


Рисунок 3.11 – Залежність витрат газу  $Q^*$  конічної опори від відносного кутового перекосу  $\theta$  вала

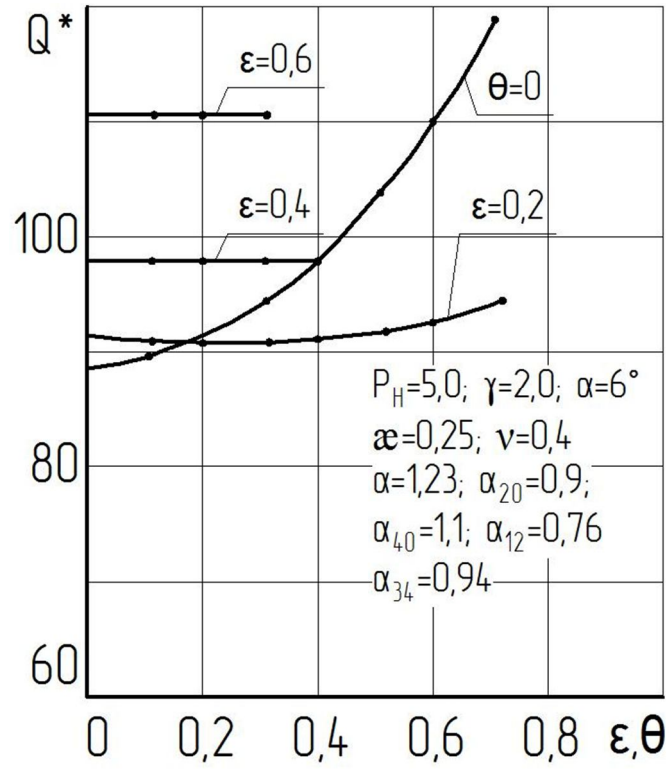


Рисунок 3.12 – Витрати газу  $Q^*$  при довільних положеннях вала

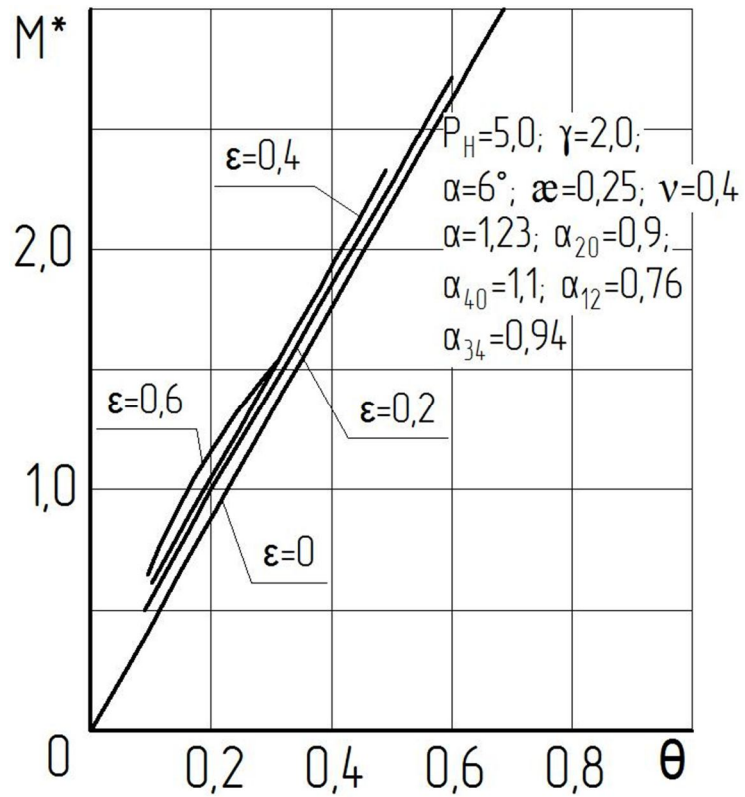


Рисунок 3.13 – Залежність відновлювального моменту опори  $M^*$  від кутового перекосу  $\theta$  при довільних значеннях радіального зміщення  $\varepsilon$

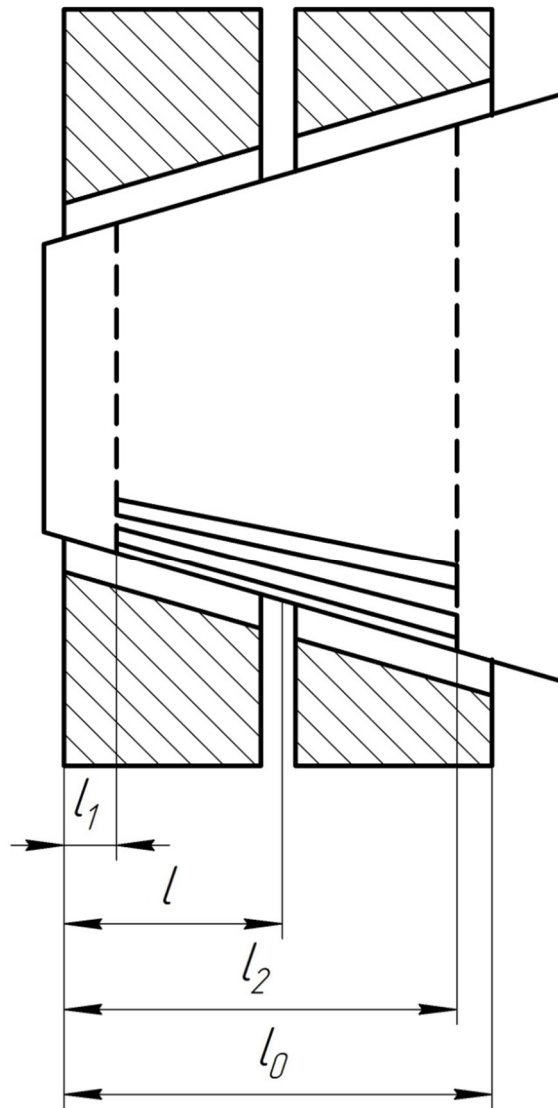


Рисунок 3.14 – До введення безрозмірних параметрів опори

Інтегральні характеристики радіально-упорної конічної опори при  $\xi=0$ ,  $\theta=0$  та відповідні їм конструктивні параметри наведено в таблиці Б.1 додатку Б. В табл. Б.1 наведено також значення остаточного безрозмірного моменту опори при  $\xi=0$  та  $\theta=0$ .

Безрозмірна координата положення щілини наддування  $\xi_0$  та координати  $\xi_1$  і  $\xi_2$  поздовжніх канавок, наведені в таблиці Б.1 додатку Б, введені таким чином (рис. 3.14): положення лінії наддування газу  $\xi_0 = \frac{l}{l_0}$  визначалося з умови, що сума моментів реакцій газового шару відносно осі ортогональної площини, в якій лежать осі вала та втулки при  $\varepsilon \neq 0$  і  $\nu \neq 0$

дорівнює нулю. Величина  $M$  в таблиці – залишковий момент (різниця моментів газового шару зліва та справа від осі). Положення поздовжніх канавок знаходиться із безрозмірних параметрів  $\xi_1 = \frac{l_1}{l_0}$  та  $\xi_2 = \frac{l_2}{l_0}$ . Відносна довжина конічної опори  $\lambda = \frac{l_0}{D_0}$ .

### 3.3 Лінійний статичний розрахунок конічної опори з канавками змінної глибини

Критичний момент роботи газової опори виникає в момент її запуску, коли шпindel повинен зайняти співвісне положення з втулкою. При цьому шпindel ще не обертається. Припускаємо, що коли навантажувальної сили в цей момент, з деяким запасом, достатньо, то конструкція є роботоздатною. Для розрахунків необхідної та достатньої навантажувальної сили опори доцільно використати лінійний статичний аналіз.

Для визначення межі лінійного статичного аналізу конічних газових опор (див. рис. 3.1) необхідно розв'язати задачу про розподіл тиску в мастильному шарі в номінальному положенні, а також за наявності малого осьового  $e_z$ , радіального  $e_x$  та кутового  $e_y$  зміщень під впливом статичних навантажень (рис. 3.15).

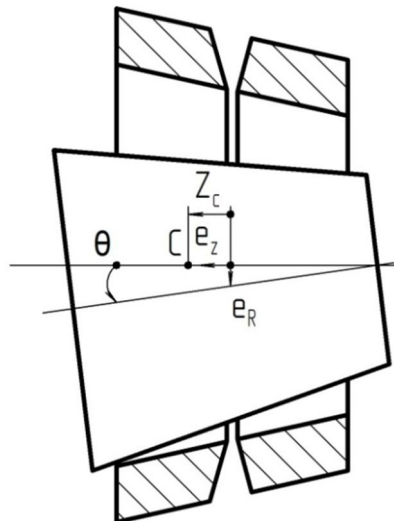


Рисунок 3.15 – Введення зміщень конічної опори

Введемо безрозмірні величини зміщень та зазору

$$\varepsilon_z = \frac{e_z}{c}, \quad \varepsilon_R = \frac{e_{x,y}}{c}, \quad \varepsilon_\theta = \frac{\theta R_0}{c}, \quad H = \frac{h}{c}.$$

Конструктивні параметри канавок та опори (рис. 3.16 3.17)

$$\xi_{01} = \frac{l_1}{l_0}; \quad \xi_{12} = \frac{l_2}{l_0}; \quad \xi_1 = \frac{l}{l_0}.$$

$$\gamma_{01} = \frac{\sigma_{01}}{c}; \quad \gamma_{12} = \frac{\sigma_{12}}{c}; \quad \gamma_1 = \frac{\sigma_1}{c}; \quad \varkappa = \frac{\varphi_K}{\varphi_K + \varphi_B}.$$

$$\lambda = \frac{L}{2R_0}; \quad \sigma = \frac{R_0 - R_2}{R_0}; \quad \lambda_0 = \sqrt{(4\lambda^2 + \sigma^2)}.$$

$$\chi = \alpha_1 + \lambda \xi \operatorname{tg} \alpha; \quad \alpha_1 = \frac{R_1}{R_0}; \quad \lambda = \frac{l_{01} + l_{02}}{2R_0} \varkappa_0 = \frac{\varkappa}{1 - \varkappa}; \quad \nu_1 = \frac{\nu}{\cos \alpha}.$$

Диференціальне рівняння розподілу осередненого тиску в мастильному шарі між двома конічними поверхнями

$$\frac{\partial}{\partial \varphi} \left( \frac{\lambda}{1 - \sigma \xi} A \frac{\partial U}{\partial \varphi} \right) + \frac{\partial}{\partial \xi} \left( \frac{1 - \sigma \xi}{\lambda} B \frac{\partial U}{\partial \xi} \right) = 0, \quad (3.18)$$

де

$$A = \frac{H^3 (H + \gamma)^3}{\varkappa H^3 + (1 - \varkappa)(H + \gamma)^3}. \quad (3.19)$$

$$B = \varkappa (H + \gamma)^3 + (1 - \varkappa) H^3.$$



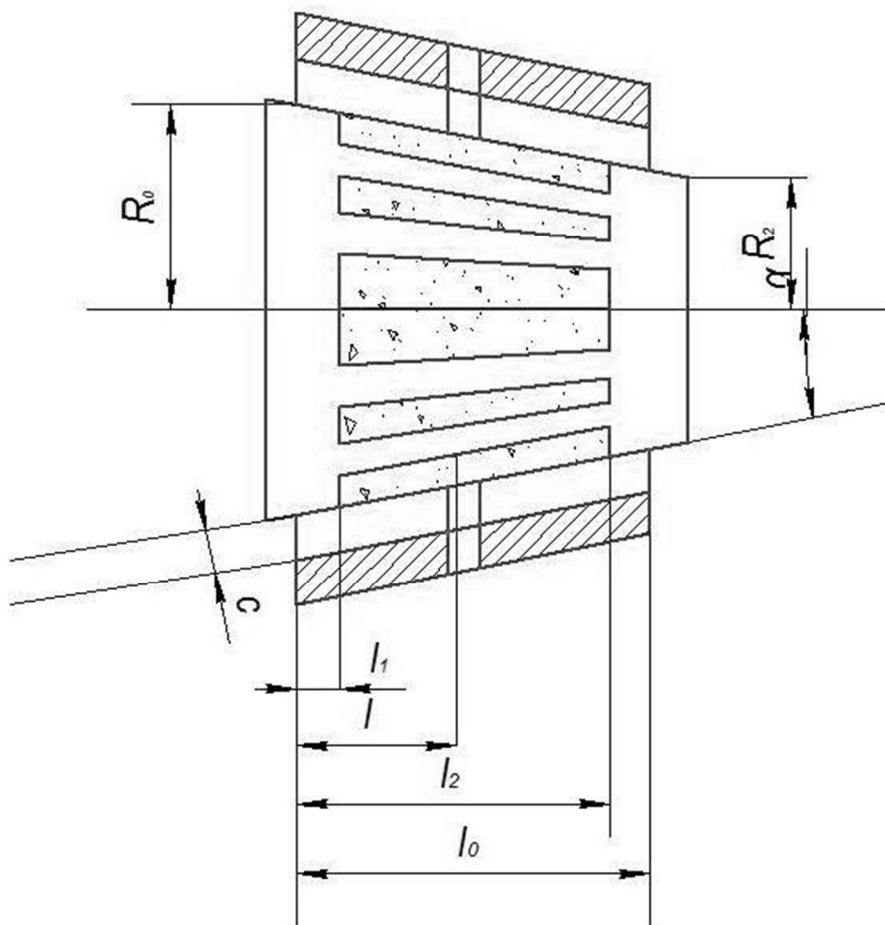


Рисунок 3.16 – Координати та параметри профільованої зони конічної опори

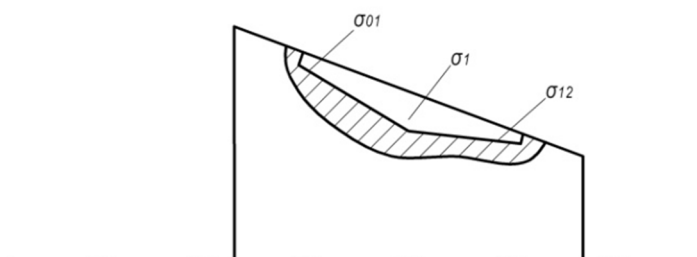


Рисунок 3.17 – Для введення умовних позначень канавки

Для нього справджуються крайові умови

$$\begin{aligned}
 U(0, \varphi) &= U(l, \varphi) = 1; \\
 U(\zeta, \varphi) &= U(\zeta, 2\pi + \varphi), \quad U(\zeta, \varphi) = P_H^2.
 \end{aligned}
 \tag{3.20}$$

### 3.3.1 Метод збурення та алгоритм лінійного аналізу конічних опор з канавками змінної глибини

Маючи на меті визначення коефіцієнтів жорсткості із (3.1) для розв'язання задачі (3.18), (3.20) доцільно застосувати метод збурення.

Як параметр збурення  $\varepsilon$  використаємо зміщення вала від номінального співвісного з втулкою положення. Таким чином, необхідно розглянути послідовність моделей: незбуреної та сукупності збурених систем. Це дає можливість зменшити розмірність кожної задачі зокрема та відповідно їх спростити.

Для номінального (незбуреного) положення, яке відповідає  $H=1$ , крайова задача має вигляд

$$\frac{d}{d\xi} \left( B_0^*(\xi) \frac{\partial U_0}{\partial \xi} \right) = 0,$$

$$U_0(0) = U_0(1) = 1, \quad U_0(\xi_1) = P_H^2,$$

де

$$B_0^2 = \frac{(1-\sigma\xi_1)}{\lambda_0} [\varkappa(1 + \gamma_1)^3 + (1 - \varkappa)]. \quad (3.21)$$

Задача стає повністю визначеною, коли визначено залежності  $\gamma(\xi)$ ,  $\varkappa(\xi)$ . Для непрофільованих ділянок опори можна покласти

$$\gamma=0, \quad \varkappa=0 \quad \text{при} \quad 0 \leq \xi_1 \leq \xi_{01}, \quad \xi_{12} \leq \xi_1 \leq 1. \quad (3.22)$$

В межах профільованих ділянок параметри  $\gamma$  та  $\varkappa$  впливають на коефіцієнти, чим покращують їх значення.

Вказані залежності дають можливість вивчати характеристики опор із змінною глибиною канавок в рамках запропонованої моделі.

Розв'язок  $U_0(\xi_1)$  незбуреної задачі (3.20) дозволяє визначити номінальну осьову силу та витрати стиснутого газу за формулами:

$$F_{z0} = \pi p_a R_0^2 F_{z0}^*,$$

$$F_{z0}^* = 2\lambda_0 \sin\alpha \int_0^1 \sqrt{U_0(\xi_1)} (1 - \sigma \xi_1) d\xi. \quad (3.23)$$

$$Q = \frac{\pi \rho p_a c^3 Q^*}{12\mu},$$

$$Q^* = \frac{1-\sigma}{\lambda_0} \left( \frac{dU_0}{d\xi} \right)_{\xi=1} - \frac{1}{\lambda} \left( \frac{dU_0}{d\xi} \right)_{\xi=0}, \quad (3.24)$$

де  $\rho$  – густина газу;

$\mu$  – динамічний коефіцієнт в'язкості газу.

При осьовому збуренні  $\varepsilon = \varepsilon_z$  маємо осесиметричний розподіл тиску, розкладання за параметром збурення набудуть вигляду:

$$H = l + \varepsilon_z \sin\alpha,$$

$$U(\varphi, \xi) = U_0(\xi) + \varepsilon Z_{1z} + \dots, \quad Z_{1z} = U_1, \quad (3.25)$$

$$A(\varphi, \xi) = A_0(\xi) + \varepsilon A_{1z} + \dots,$$

$$B(\varphi, \xi) = B_0(\xi) + \varepsilon B_{1z} + \dots.$$

Крайова задача для збуреного рівняння набуває вигляду:

$$\frac{d}{d\xi} \left( B_0^*(\xi) \frac{\partial U_1}{\partial \xi} \right) = - \frac{d}{d\xi} \left( B_{1z}^*(\xi) \frac{\partial U_0}{\partial \xi} \right),$$

$$U_1(0) = U_1(\xi_1) = U_1(1) = 0,$$

$$B_{1z}^2 = \frac{3(1-\sigma\xi)}{\lambda_0} [\varkappa(1+\gamma)^2 + (1-\varkappa)]. \quad (3.26)$$

Розв'язок  $U_I(\xi)$  задачі (3.26) служить для обчислення коефіцієнта осьової жорсткості

$$K = \frac{\pi p_a R_0^2 K^*}{c};$$

$$K^* = -\lambda_0 \sin \alpha \int_0^1 \frac{U_1(\xi)}{\sqrt{U_0(\xi)}} (1 - \sigma \xi) d\xi. \quad (3.27)$$

При радіальному збуренні  $\varepsilon = \varepsilon_R$  безрозмірна товщина шару мастила набуває вигляду:

$$H = l - \varepsilon_R \cos \alpha \cos \varphi. \quad (3.28)$$

Осьова симетрія задачі порушується і розкладання для  $U(\varphi, \xi)$ ,  $A(\varphi, \xi)$  і  $B(\varphi, \xi)$  набудуть вигляду:

$$\begin{aligned} U(\varphi, \xi) &= U_0(\xi) + \varepsilon Z_{1R} \cos(\varphi) \\ A(\varphi, \xi) &= A_0(\xi) + \varepsilon A_{1R} \cos(\varphi) + \dots, \\ B(\varphi, \xi) &= B_0(\xi) + \varepsilon B_{1R} \cos(\varphi) + \dots \end{aligned} \quad (3.29)$$

Крайова задача для радіального збурення має вигляд:

$$\frac{d}{d\xi} \left( B_0^*(\xi) \frac{\partial Z_{1R}}{\partial \xi} \right) - A_0^* Z_{1R} = - \frac{d}{d\xi} \left( B_{1R}^*(\xi) \frac{\partial U_0}{\partial \xi} \right),$$

$$Z_{1R}(0) = Z_{1R}(\xi_l) = Z_{1R}(1) = 0,$$

$$A_0^* = \frac{\lambda_0 (1 + \gamma)^3}{[\varepsilon + (1 - \varepsilon)(1 + \gamma)^3](1 - \sigma \xi)}. \quad (3.30)$$

$$B_{1R}^* = B_{1Z}^* \cos \alpha.$$

За розв'язком  $Z_{1R}(\zeta)$  задачі (3.30) можна визначити радіальні компоненти матриці жорсткості

$$K_{\varepsilon\varepsilon} = \frac{\pi p_a R_0^2 K_{\varepsilon\varepsilon}^*}{c};$$

$$K_{\varepsilon\varepsilon}^* = \frac{\lambda_0 \sin\alpha}{2} \int_0^1 \frac{Z_{1R}(\xi)}{\sqrt{U_0(\xi)}} (1 - \sigma\xi) d\xi; \quad (3.31)$$

$$K_{\theta\varepsilon} = \frac{\pi p_a R_0^3 K_{\theta\varepsilon}^*}{c};$$

$$K_{\theta\varepsilon}^* = \frac{\lambda_0}{2} \int_0^1 \frac{Z_{1R}(\xi)}{\sqrt{U_0(\xi)}} (1 - \sigma\xi) [2\lambda(0,5 - \xi)\cos\alpha + (1 - \sigma\xi)\sin\alpha] d\xi. \quad (3.32)$$

При кутовому збуренні  $\varepsilon = \varepsilon_\theta$

$$H = 1 + \varepsilon_\theta (2\lambda(0,5 - \xi)\cos\alpha + (1 - \sigma\xi)\sin\alpha)\cos\varphi, \quad (3.33)$$

Розкладання за параметром  $\varepsilon_\theta$  мають вигляд, подібний до (3.29), і розв'язок  $Z_{1\theta}(\zeta)$  крайової задачі

$$\frac{d}{d\xi} \left( B_0^*(\xi) \frac{\partial Z_{1\theta}}{\partial \xi} \right) - A_0^* Z_{1\theta} = - \frac{d}{d\xi} \left( B_{1\theta}^*(\xi) \frac{\partial U_0}{\partial \xi} \right),$$

$$Z_{1\theta}(0) = Z_{1\theta}(\zeta_1) = Z_{1\theta}(1) = 0, \quad (3.34)$$

$$B_{1\theta}^* = B_{1Z}^* [2\lambda(0,5 - \xi)\cos\alpha + (1 - \sigma\xi)\sin\alpha],$$

дозволяє обчислити кутові коефіцієнти матриці жорсткості (3.1)

$$K_{\varepsilon\theta} = \frac{\pi p_a R_0^3 K_{\varepsilon\theta}^*}{c};$$

$$K_{\varepsilon\theta}^* = \frac{\lambda_0 \sin\alpha}{2} \int_0^1 \frac{Z_{1\theta}(\xi)}{\sqrt{U_0(\xi)}} (1 - \sigma\xi) d\xi; \quad (3.35)$$

$$K_{\theta\theta} = \frac{\pi p_a R_0^4 K_{\theta\theta}^*}{c};$$

$$K_{\theta\theta}^* = \frac{\lambda_0}{2} \int_0^1 \frac{Z_{1\theta}(\xi)}{\sqrt{U_0(\xi)}} (1 - \sigma\xi) [2\lambda(0,5 - \xi)\cos\alpha + (1 - \sigma\xi)\sin\alpha] d\xi. \quad (3.36)$$

### 3.3.2 Чисельний розв'язок та аналіз отриманих результатів

Крайові задачі (3.21), (3.26), (3.30), (3.34) були розв'язані прямими чисельними методами, оскільки побудувати аналітичні розв'язки не вдається.

Для цього ідеально підходять кінцево-різницеві схеми, які одночасно є точними для задач (3.21), (3.26).

Очевидною перевагою лінійного аналізу є те, що вдалося описати поведінку газової опори за допомогою небагаточисельних характеристик, які мають прозорий фізичний зміст.

Метою аналізу роботи конічних опор є, звичайно, розробка практично цінних критеріїв оптимізації та одержання оптимальних параметрів, які можна рекомендувати для запровадження в конкретній конструкції. Очевидним також є те, що подібній розробці повинні передувати дослідження впливу конструктивних параметрів на характеристики конічних опор.

На рис. 3.18 – 3.19 показано результати обчислень у вигляді графіків залежності коефіцієнтів жорсткості та параметра  $Q^*$  від кута  $\alpha$  при заданих значеннях  $P_n=5$ ,  $\nu=0,4$ ,  $\varphi=0,25$ . Інші конструктивні безрозмірні параметри опори: крива 1 –  $\alpha=2^\circ$ ,  $\lambda=4$ ,  $\alpha_1=1,156$ ,  $\alpha_{12}=0,74$ ,  $\alpha_{20}=0,88$ ,  $\alpha_{34}=-0,94$ ,  $\alpha_{40}=-1,12$ ; крива 2 –  $\alpha=2^\circ$ ,  $\lambda=2$ ,  $\alpha_1=1,073$ ,  $\alpha_{12}=0,82$ ,  $\alpha_{20}=0,96$ ,  $\alpha_{34}=-0,88$ ,  $\alpha_{40}=-1,04$ ; крива 3 –  $\alpha=8^\circ$ ,  $\lambda=2$ ,  $\alpha_1=1,418$ ,  $\alpha_{12}=0,7$ ,  $\alpha_{20}=0,82$ ,  $\alpha_{34}=-1,0$ ,  $\alpha_{40}=-1,18$ ; крива 4 –  $\alpha=8^\circ$ ,  $\lambda=4$ ,  $\alpha_1=1,706$ ,  $\alpha_{12}=0,62$ ,  $\alpha_{20}=0,74$ ,  $\alpha_{34}=-1,06$ ,  $\alpha_{40}=-1,26$ .

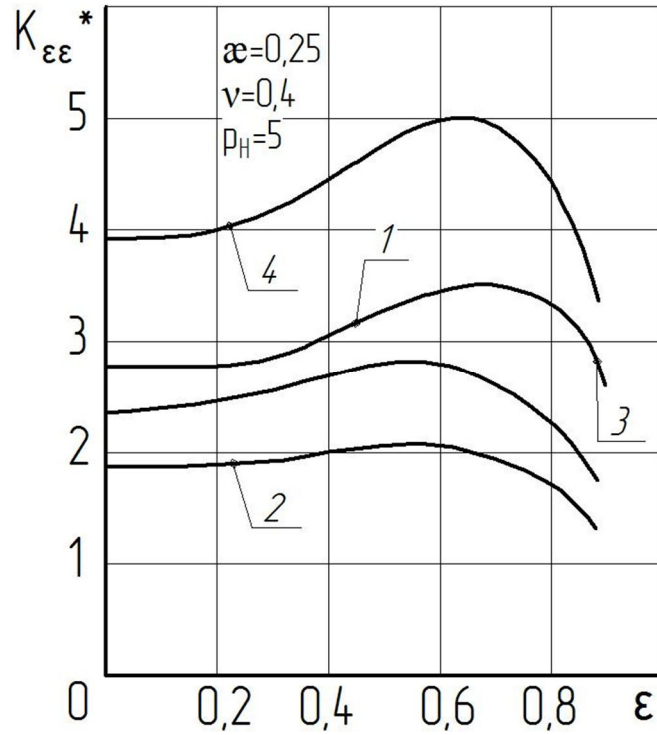


Рисунок 3.18 – Залежність радіальної жорсткості  $K_{\epsilon\epsilon}^*$  від відносного радіального зміщення  $\epsilon$  шпинделя в безрозмірних координатах

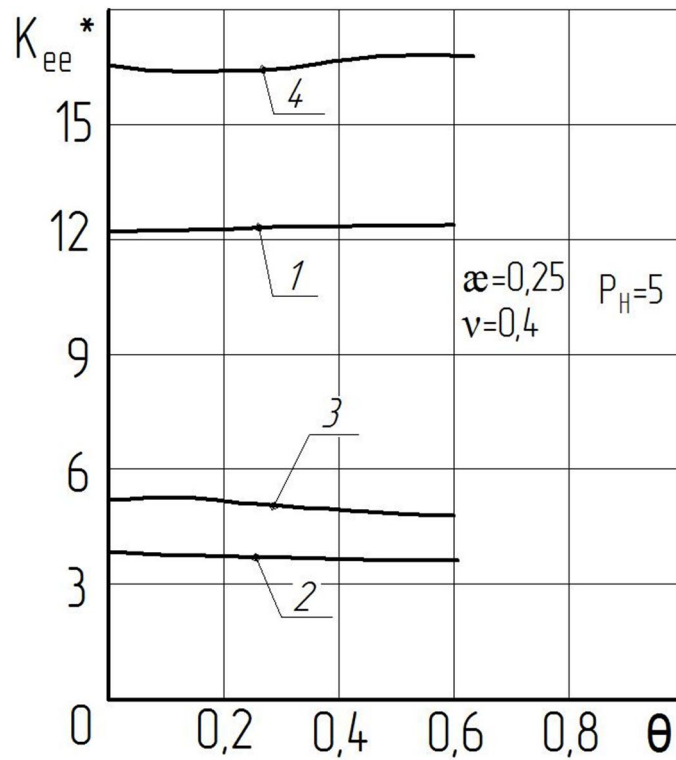


Рисунок 3.19 – Залежність кутової жорсткості  $K_{\theta\theta}^*$  від відносного кутového перекосу  $\theta$  шпинделя в безрозмірних координатах

При оптимальній довжині поздовжньої канавки конічної газової опори безрозмірна радіальна жорсткість  $K_{\varepsilon\varepsilon}^*$  зростає із збільшенням  $\varepsilon$  (див. рис. 3.18) і досягає максимуму при  $\varepsilon=0,6$  для  $\lambda=2$  та  $\varepsilon=0,7$  при  $\lambda=4$  незалежно від кута  $\alpha$ . Зменшення  $K_{\varepsilon\varepsilon}^*$  пояснюється тим, що при  $\varepsilon \geq 0,5$  збільшується негативний вплив перетікання газу за координатою  $\varphi$  із зони з мінімальним зазором. В межах реальних кутових перекосів вала ( $\theta \leq 0,6$ ) безрозмірний момент  $M^*$  газового шару лінійно залежить  $\theta$ , тобто безрозмірна кутова жорсткість  $K_{\theta\theta}^* = dM^* / d\theta$  є майже сталою величиною (рис. 3.19). Таким чином, формулу (3.1) за означенням  $F_\varepsilon^*$  та  $M^*$  можна використовувати в реальному діапазоні відносних кутових перекосів  $\theta$  вала та при  $\varepsilon \leq 0,3$ .

Для визначення силових характеристик газового шару конічних опор використовуємо такі формули:

$$F_\varepsilon^* = \varepsilon K_{\varepsilon\varepsilon}^* + \theta K_{\varepsilon\theta}^*; \quad (3.37)$$

$$M^* = \theta K_{\theta\theta}^* + \varepsilon K_{\theta\varepsilon}^*$$

де  $K_{\varepsilon\varepsilon}^*$ ,  $K_{\varepsilon\theta}^*$ ,  $K_{\theta\theta}^*$ ,  $K_{\theta\varepsilon}^*$  визначаються за відсутності радіальних зміщень та кутових перекосів вала (табл. Б.2, додаток Б).

Аналізуючи результати розрахунків статичних характеристик конічної опори з поздовжніми канавками змінної глибини на робочій поверхні отримаємо:

– конічна опора з поздовжніми канавками змінної глибини до  $\alpha \leq 8^\circ$  статично стійка (3.2) при  $\lambda \leq 4$ ;

– впливом кутових перекосів вала на радіальну навантажувальну силу ( $K_{\varepsilon\varepsilon}^* \gg K_{\varepsilon\theta}^*$ ) та радіальних зміщень на відновлювальний момент ( $K_{\theta\theta}^* \gg K_{\theta\varepsilon}^*$ ) конічної опори при інженерних розрахунках можна нехтувати і тоді формули (3.37) набувають вигляду:

$$F_\varepsilon^* = \varepsilon K_{\varepsilon\varepsilon}^*, \quad M^* = \theta K_{\theta\theta}^*. \quad (3.38)$$



Витрати газу  $Q^*$  майже не залежать від кутового перекосу  $\theta$  вала (рис. 3.20) та значно залежать від відносного радіального зміщення  $\varepsilon$  (рис. 3.21).

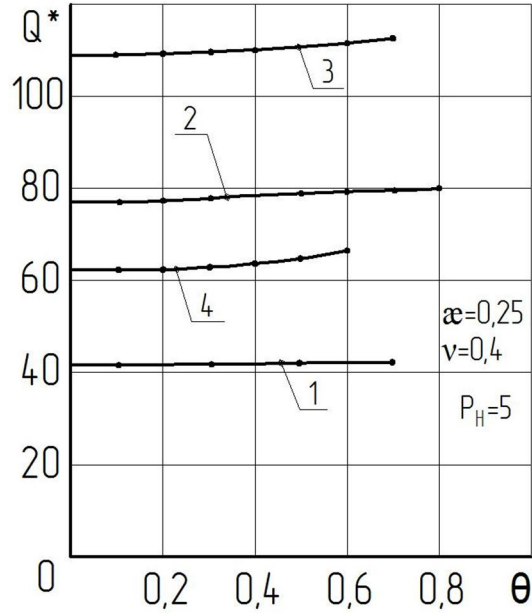


Рисунок 3.20 – Залежність витрат газу  $Q^*$  через конічну опору від кутового перекосу  $\theta$  вала в безрозмірних координатах

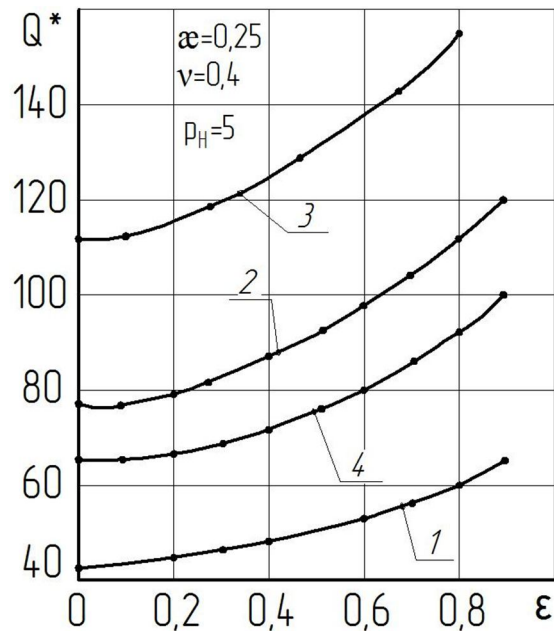


Рисунок 3.21 – Залежність витрат газу  $Q^*$  через конічну опору від відносного радіального зміщення  $\varepsilon$  в безрозмірних координатах

Для інженерних розрахунків безрозмірні витрати газу через конічну опору можна розраховувати за формулою:

$$Q^* = Q_0^*(1 + 0,6\varepsilon),$$

де  $Q_0^*$  – безрозмірні витрати газу при  $\varepsilon=0$ .

### 3.4 Висновки до розділу

Проведений лінійний статичний аналіз конічних опор дозволив визначити вплив напрямку зміни глибини профілю нанесених канавок на коефіцієнти жорсткості (3.1).

Встановлено, що під час використання канавок з максимальною глибиною на лінії наддування (глибина зменшується в напрямку течії газу) існує область параметрів, при яких критерій  $K_{\varepsilon\varepsilon}^*/Q^*$  перевищує відповідне значення для опор з канавками сталої глибини та раціональними параметрами.

Дослідження показали, що конічні опори з мінімальною глибиною канавки на лінії наддування мають зони статичної нестійкості при  $\beta \leq 0,25$ ;  $\nu \leq 0,35$  (при  $\lambda=2$ ), що є неприпустимим.

Конічна опора шпинделя з канавками, глибина яких зменшується в напрямку течії газу, має області параметрів, в яких її характеристики кращі (до 1,5 раза при  $\lambda=2$ ) порівняно з конічною опорою з поздовжніми канавками сталої глибини.

З врахуванням отриманих результатів подальші дослідження виконуються для конічних опор шпинделя з профілем канавок, які зменшуються в напрямку течії газу.

## РОЗДІЛ 4

### ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНЕ ДОСЛІДЖЕННЯ ХАРАКТЕРИСТИК ГАЗОВОЇ КОНІЧНОЇ ОПОРИ З КАНАВКАМИ ЗМІННОЇ ГЛИБИНИ

#### 4.1 Експериментальна установка для дослідження шпинделів на конічних газових опорах

Інтегральні характеристики конічних газостатичних опор визначались на експериментальній установці, показаній на рисунку 4.1. Дана установка дозволяє проводити заміри як радіальних опор діаметром в межах від 20 до 100 мм та довжиною до 110 мм, так і конічних опор тих же розмірів. Корпус підшипника 1 закріплюється нерухомо в двох призмах 4 за допомогою гвинтів 2. Призми 4 переміщуються по шпоночному пазу, що вифрезерований на плиті 5 та фіксується на плиті чотирма болтами. Основне призначення плити 5 полягає в тому, щоб зменшити вплив прогину несучої плити 6 на точність вимірювань робочого зазору підшипника. Розмір робочого зазору опор контролювався індикатором 8 з ціною поділки 0,001 мм, що встановлений в магнітному стояку 7. Допоміжна плита 9, на якій знаходяться блоки 10 і 11, жорстко закріплена з несучою плитою 6 чотирма стояками. Блоки 11 можуть рухатися по плиті 9, що дає можливість проводити вимірювання опор різної довжини. Навантаження опори проводилося тарирувальними вантажами, які підвішуються на підставках 12. Під час роботи опори переміщення її осі в площині навантаження вимірювалось за допомогою датчика ємності 3 (рис. 4.2). Другий датчик рисунок 4.1, встановлений під кутом 90° до першого, був призначений для контролю зміщень шипа в горизонтальній площині.

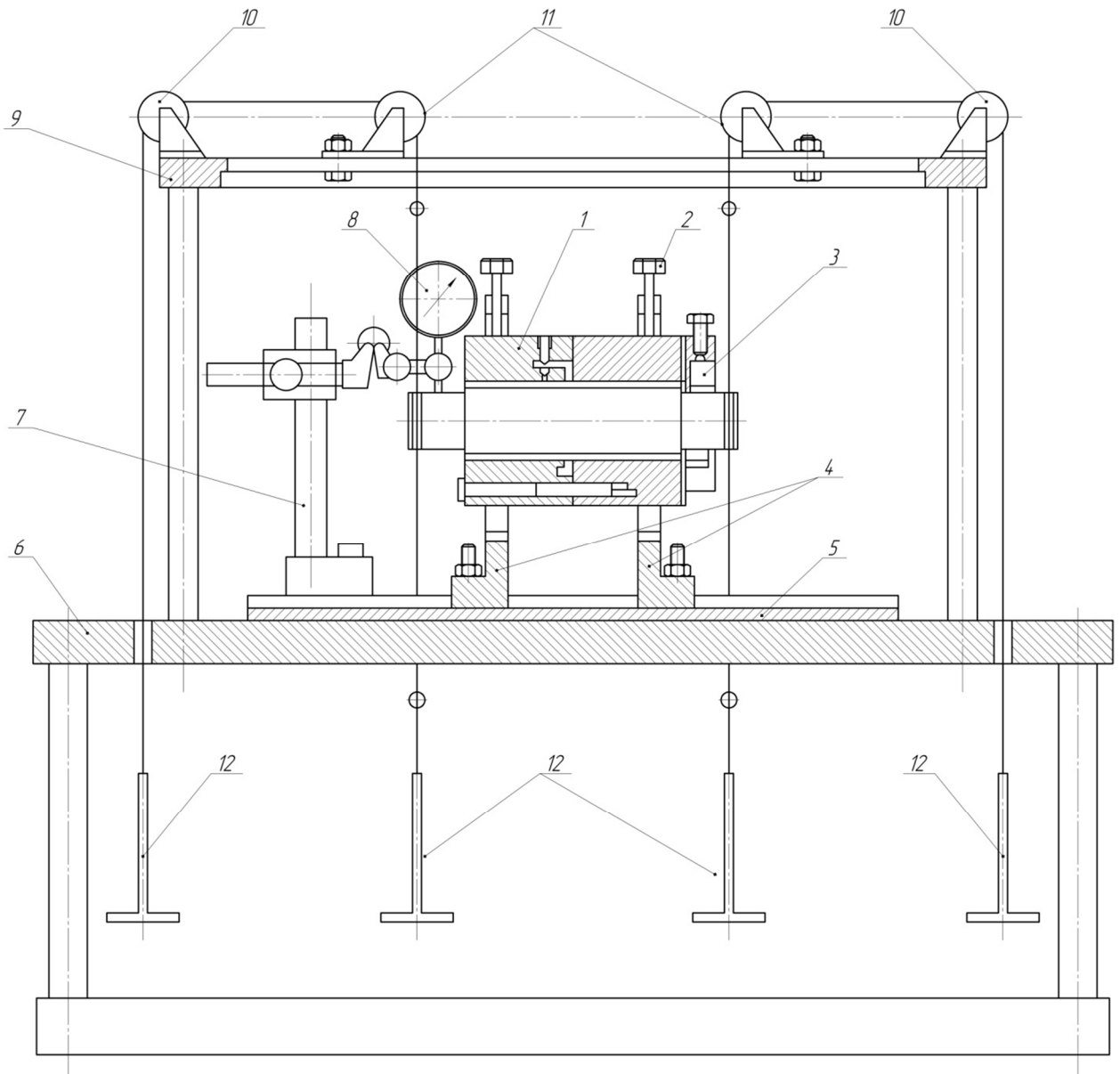


Рисунок 4.1 – Установка для дослідження радіально-упорних газостатичних опор

Ємнісний датчик (рис. 4.2), виготовлений із міді марки М1, складається із стержня 1 діаметром 5 мм і кільця 2 з внутрішнім діаметром 6 мм і зовнішнім 7 мм. Довжина датчика 4 мм. Стержень 1 і кільце 2 відділені один від одного та від корпусу 3 ебонітовими кільцями товщиною 1 мм. В верхній частині корпусу 3 вклеєна кулька діаметром 3 мм, яка опирається на площину кінцевої міри довжини. До корпусу за допомогою хому та гвинтів кріпляться дві пружини зі сталі 70Г товщиною 0,3 мм та шириною 7 мм.

Після складання датчика всі пори заливаються епоксидною смолою ЕД-5. Вільні кінці пружин кріпляться гвинтом до основи 4, яка, в свою чергу, кріпиться до кільця 5. Вертикальний паз в основі 4 дозволяє переміщувати ємнісний датчик в радіальному напрямі. Для того, щоб робочим поверхням датчиків надати кривизну вала, кільце 5 з закріпленими датчиками встановлюється в патрон шліфувального верстата, і поверхні датчиків шліфуються по внутрішньому діаметру 48 мм. Кінцеве доведення робочої поверхні датчиків здійснюється на стенді (рис. 4.1) ручним притиранням. При цьому знімався припуск не менше 0,12 мм.

Виводи ємнісного датчика з'єднуються коаксіальним кабелем з каналом приладу для вимірювання малих переміщень ИМК-2К (рис. 4.3), який був розроблений в Вінницькому політехнічному інституті. Структурна схема приладу наведена на рисунку 4.4. Вона включає в себе: 1 – кварцовий генератор високої частоти (10 МГц); 2 – підсилювач потужності; 3 – балансний міст; 4 – підсилювач напруги; 5 – детектор; 6 – підсилювач постійного струму. Основним вузлом приладу є балансний міст 3, принципова схема якого наведена на рисунку 4.5. Трансформатором 1 з жорстким індуктивним зв'язком в точках 1 і 2 створюються дві напруги, однакові за амплітудою і зміщені по фазі на  $180^\circ$ . Елементи R1, R2 та R3 утворюють пасивний суматор. Вихідні напруга знімається з опору R3 суматора. До точок 1 підключається високочастотний кабель вимірювального каналу, а до точок 2 – кабель комбінаційного каналу.

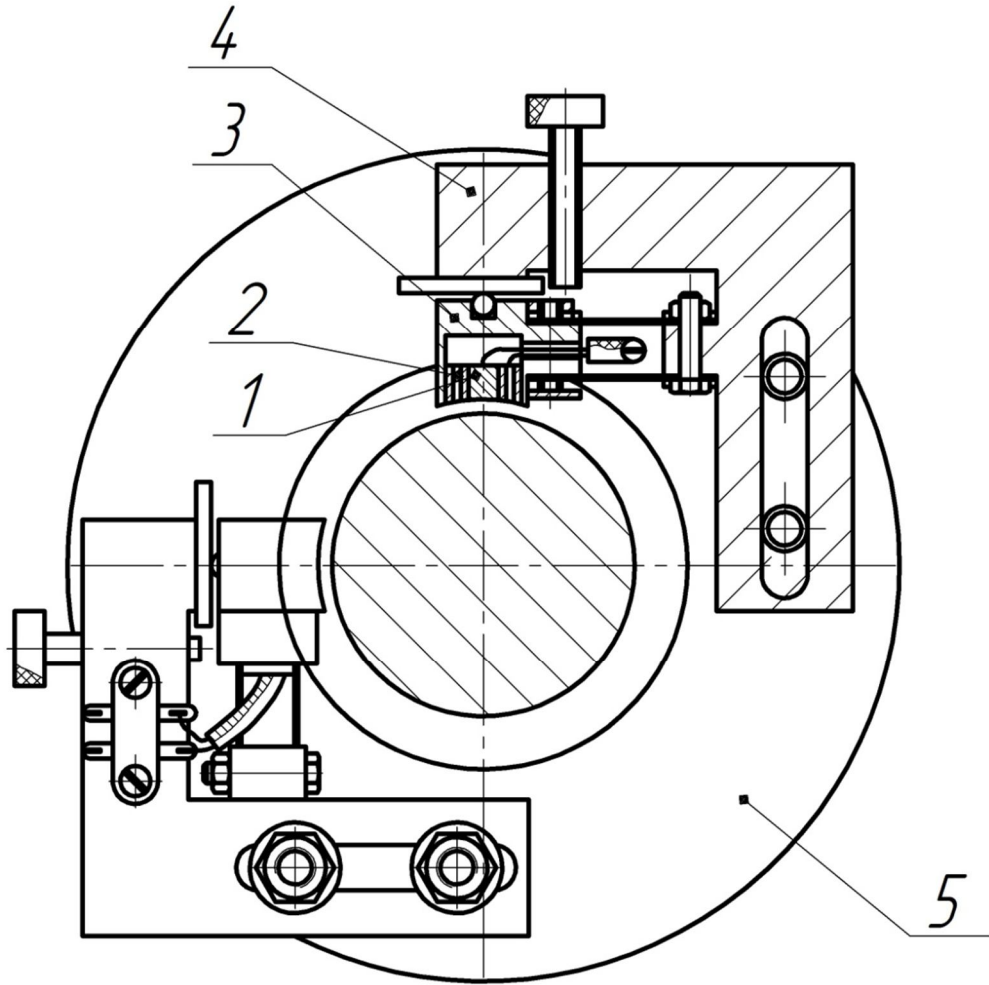


Рисунок 4.2 – Ємнісні датчики для вимірювання радіального зазору опор

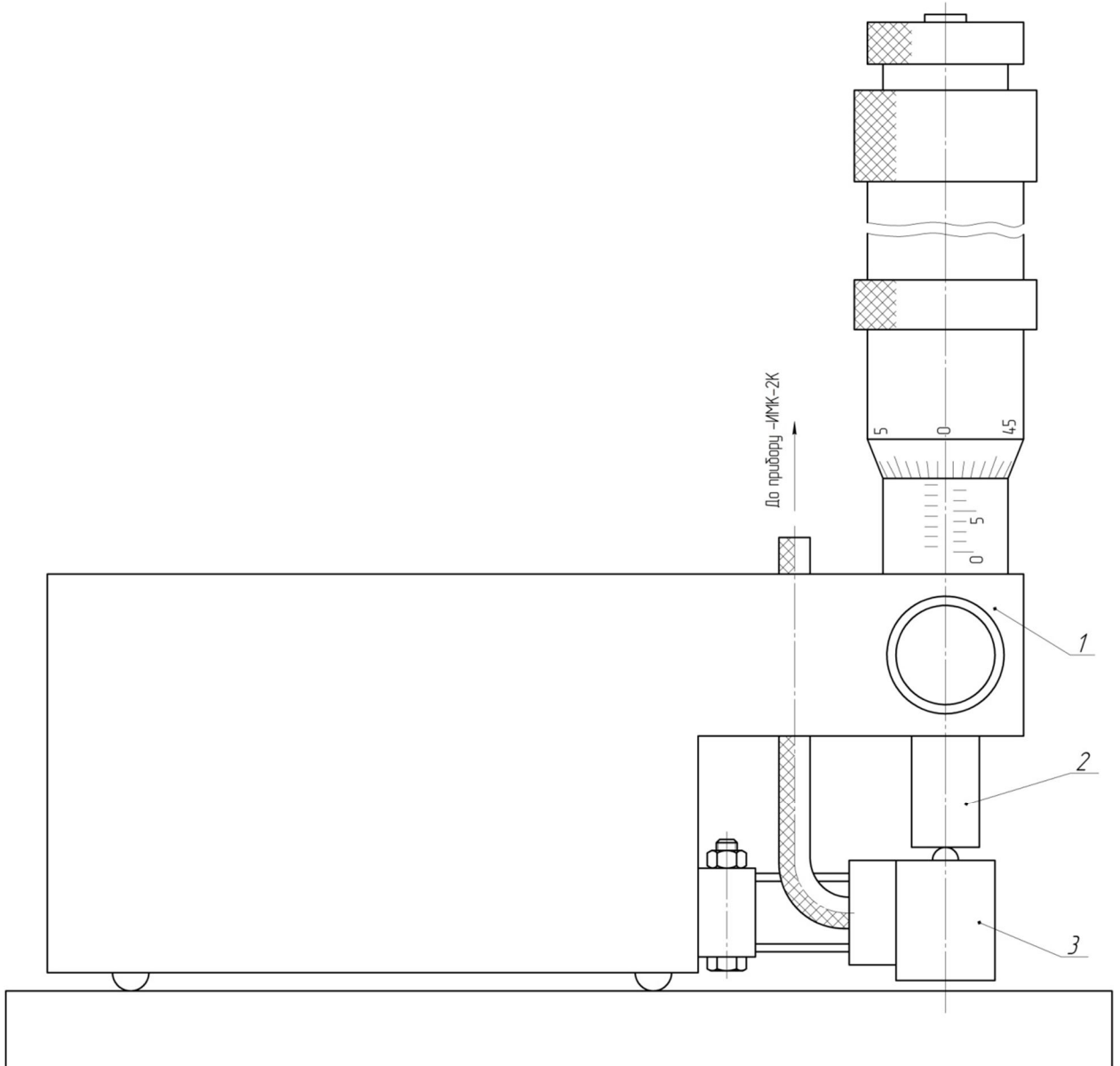


Рисунок 4.3 – Пристрій для налагоджування приладу ИМК-2К та вимірювання осьового биття вертикального шпинделя

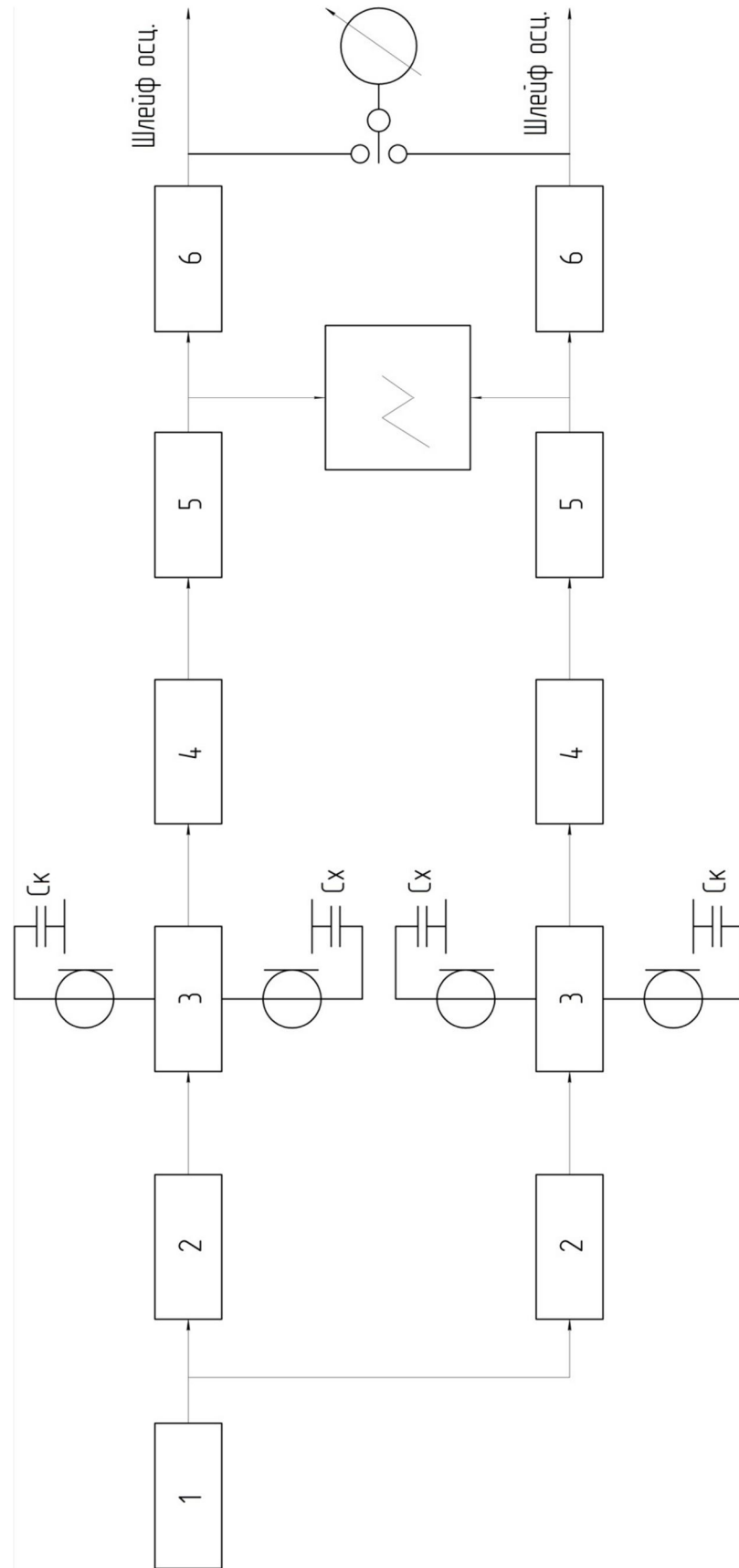


Рисунок 4.4 – Структурна схема приладу ИМК-2К



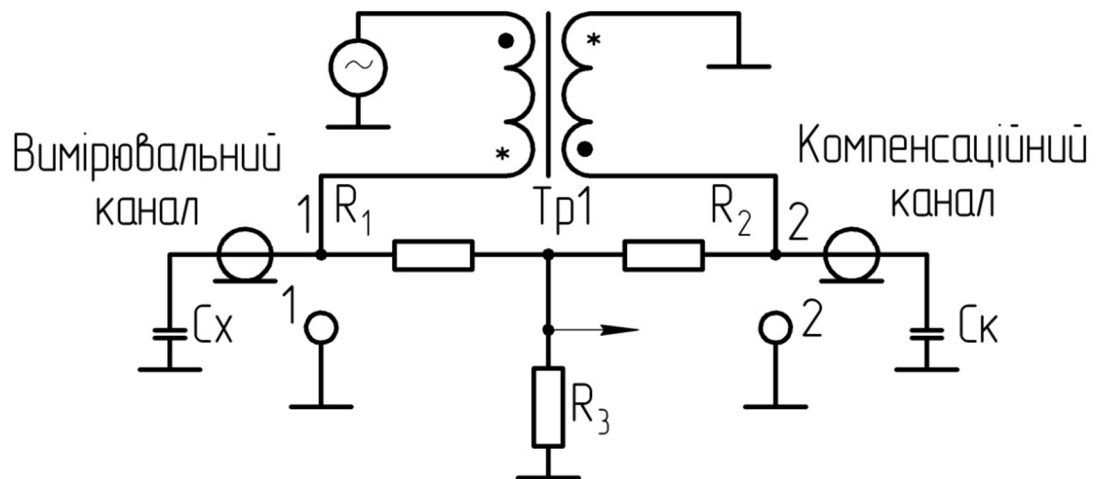


Рисунок 4.5 – Принципова схема балансувального моста (блок 3) приладу ИМК-2К

Використання двох каналів необхідно для виключення температурної похибки системи.

Приладом ИМК-2К можливо вимірювати переміщення до 0,1 мкм. Характеристики приладу майже лінійні в діапазоні  $\pm 40$  мкм з початковим зазором 0,1 мм. Після прогрівання приладу протягом півгодини відхилення нуля склало за 10 хвилин близько 0,05 мкм.

Налаштування приладу для випробування конічних опор з щільною наддування газу та поздовжніми канавками проводилась за допомогою пристосування, зображеного на рисунку 4.3. Ємнісний датчик 3 жорстко з'єднаний з масивною основою 1. Грубі вертикальні переміщення датчика здійснюються за допомогою мікрометричного гвинта 2 з ціною поділки 0,01 мм. Після складання приладу з одного встановлення ретельно шліфуються установлювальна база приладу (три кульки  $d=4$  мм, впресовані в основу 1) і робоча поверхня ємнісного датчика. Під час роботи даний прилад закріплюється притискачами до масивної плити, робоча поверхня якої має шорсткість  $R_a = 0,125$  мкм. Тарування всіх датчиків (рис. 4.2, 4.3) здійснювалось з використанням мікронного набору кінцевих мір довжини.

Повітря для постачання газових опор попередньо очищувалось і просушувалось за допомогою вузла підготовки повітря, який складається з фільтра тонкого очищення П-В 12/0,2-6,3 та осушувача П-О 12/6,3. Потім повітря надходило в пневматичний блок П-БІ-16-10А, в якому стиснутий газ проходив крізь вологовідділювач типу ВЧІ-34 з відведенням конденсату. В блоці також є регулятор тиску ДСТУ 184-73, запобіжний клапан типу П-КАП, вхідний та вихідний манометри з демпфером.

Випробовування всіх газостатичних опор проводились в нормальних атмосферних умовах.

#### **4.2 Система подання та очищення повітря для шпинделів на газових опорах**

Надійна робота шпинделів на газових опорах в умовах виробництва значною мірою залежить від якості стиснутого газу (повітря). В газі, що використовується для роботи газових опор, залежно від його підготовки, можуть бути тверді частинки (продукти зносу та корозії пневматичної системи), волога (вода, масло тощо). Фізичний вплив забруднення газу найчастіше призводить до виходу з ладу шпинделів на пневматичних опорах. Тверді частинки та волога можуть частково або повністю перекрити доступ газу в робочі зазори через щілини наддування газу або отвори малого діаметра. Тому стиснуте повітря для роботи шпинделів очищалося пристроєм типу П-ППВ $\frac{16-12}{10}$ , який працює при витратах повітря до 30 м<sup>3</sup>/с. Пристрій П-ППВ $\frac{16-12}{10}$  має кілька ступенів підготовки стиснутого повітря: попередні фільтри для вилучення вологи та твердих частинок відповідно 40·10<sup>-6</sup> м та 5...10·10<sup>-6</sup> м, фільтр тонкого очищення контактного типу (фільтрувальний матеріал ФПП) для вилучення субмікронних частинок до 0,2·10<sup>-6</sup> м і осушувач повітря активним вугіллям. В комплект блоку П-ППВ $\frac{16-12}{10}$

входить регулятор тиску, запобіжний клапан типу П-КАП, вхідний та вихідні манометри з демпферами.

Пневматична схема живлення шпинделів на пневматичних опорах верстатів наведена на рис. 4.6 та 4.7. При аварійному зменшенні тиску в пневмосистемі нижче допустимого (0,38 МПа) зворотний клапан 1 (рис. 4.6) закривається, реле тиску 2 автоматично вимикає живлення електродвигуна шпинделя і вмикає схему електродинамічного гальмування. Зупинення шпинделя відбувається за 8...12 с. При аварійному (електродинамічному) гальмуванні стиснутий газ в шпиндель надходить із пневматичного акумулятора з об'ємом  $3 \cdot 10^{-2} \text{ м}^3$ .

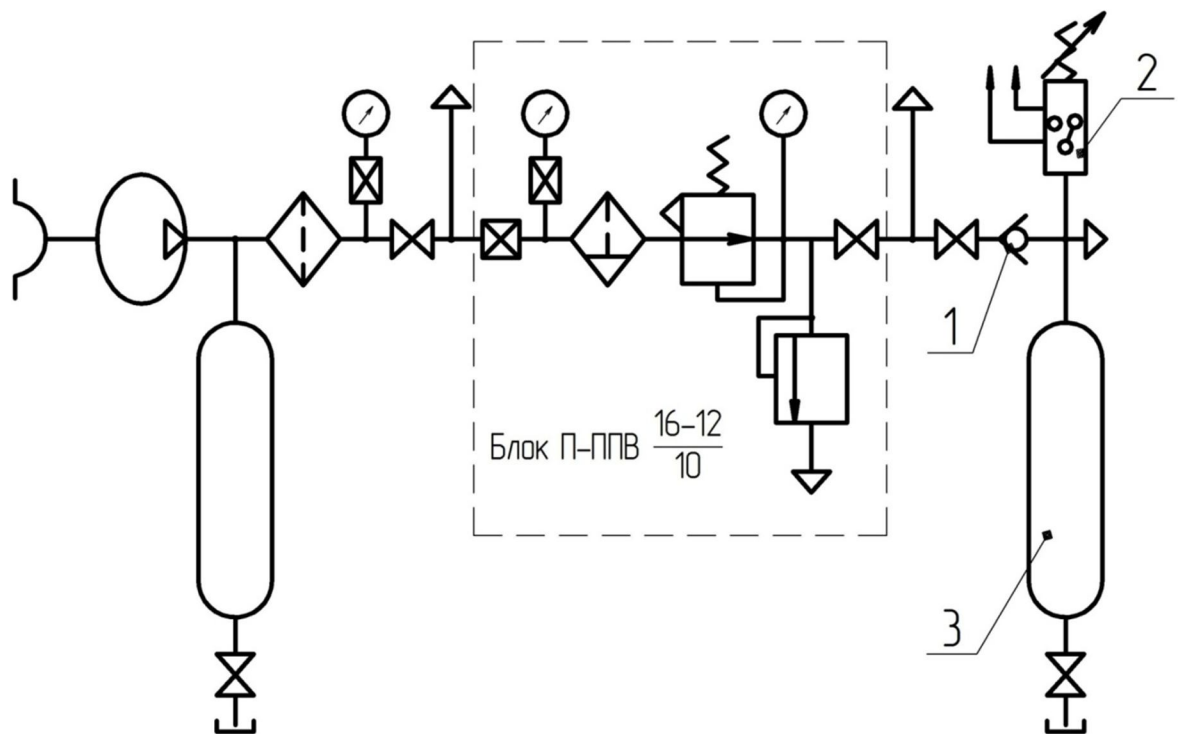


Рисунок 4.6 – Пневматична схема живлення шпинделів на пневматичних опорах



Рисунок 4.7 – Система очищення повітря для експериментальної установки

### 4.3 Технологія виготовлення експериментальних зразків газових опор з зовнішнім наддуванням

Конічна газостатична опора з подвійним дроселюванням газу (рис. 4.8) складається із конічного вала 1, виготовленого із сталі ШХ-15, загартованого до  $HV=640-680$ , на якому нанесено глухі поздовжні мікроканавки змінної глибини, корпусу шпинделя 2, який виготовлений із сталі ХВГ (40Х13), і являє собою конічний стакан, всередині якого виконана система пневмоканалів 3 для подання стиснутого газу (повітря) в зазори конічної опори та плоского під'ятника 4, який потрібен для силового замикання опори. Корпус 2 та під'ятник 4 з'єднанні між собою шістьма гвинтами 5. Для зняття внутрішніх напружень та стабілізації конструктивних розмірів деталі піддавались низькотемпературному відпуску.

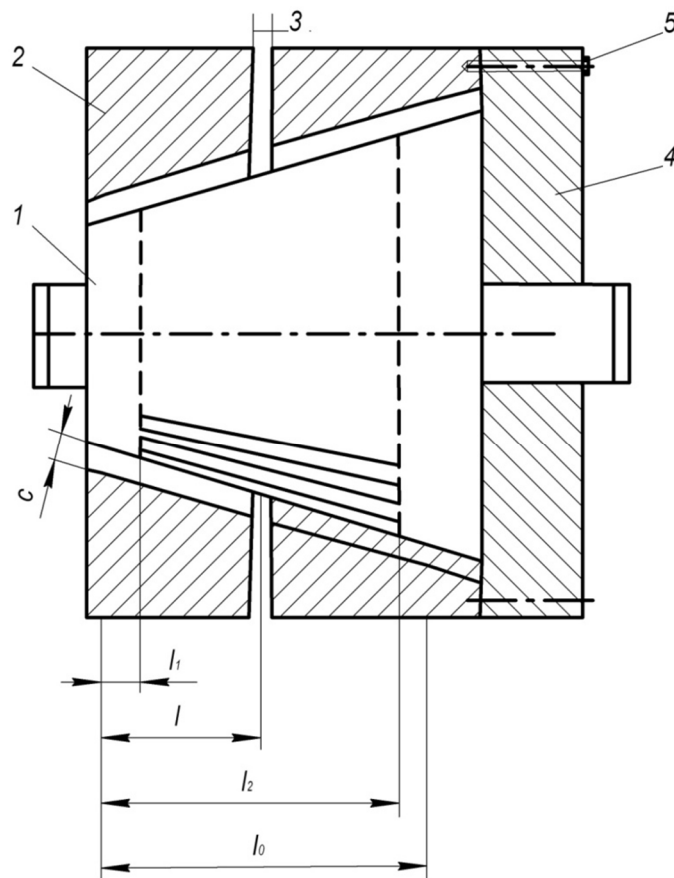


Рисунок 4.8 – Експериментальний зразок конічної газової опори

Нанесення поздовжніх глухих канавок на вал проводилось електроерозійним методом (рис. 4.9). Заготовка вала 7 закріплювалась в двох центрах 6 і 8, один з яких встановлено в ділильній головці 11 для повороту вала на заданий кут (кут залежить від кількості канавок, що наносяться). Конструкція змонтована на горизонтальній монтажній плиті 5 у ванні 9 з гасом 10 електроерозійного верстата. На повзун верстата 1 гвинтами 2 закріплено електрод з латуні 4, який має профіль потрібної канавки, за допомогою накладки 3. Під час руху повзуна з осциляціями у напрямі до заготовки він дотикається до неї. Під час цього контакту відбувається електрична ерозія металу і поступово виникає канавка, яка відповідає профілю інструмента-електрода.

Тривалість використовуваних в даному методі обробки електричних імпульсів не перевищує  $10^{-2}$  с, тому тепло, що виділяється, не встигає поширитися вглиб матеріалу і навіть незначної енергії виявляється достатньо, щоб розігріти, розплавити і випарувати невелику кількість металу заготовки шпинделя. Крім того, тиск, що розвивається плазмою електричної іскри, сприяє викиду (ерозії) не тільки розплавленого, але і просто розігрітого металу.

Оскільки електричний пробій, як правило, відбувається по найкоротшому шляху, то насамперед руйнуються найближче розташовані ділянки заготовки. Таким чином, при наближенні одного електрода заданої форми до іншого (заготовки шпинделя) поверхня останнього набуде форми поверхні першого (рис. 4.9). Продуктивність процесу, якість отримуваної поверхні, в основному, визначаються параметрами електричних імпульсів (їх тривалістю, частотою проходження, енергією в імпульсі).

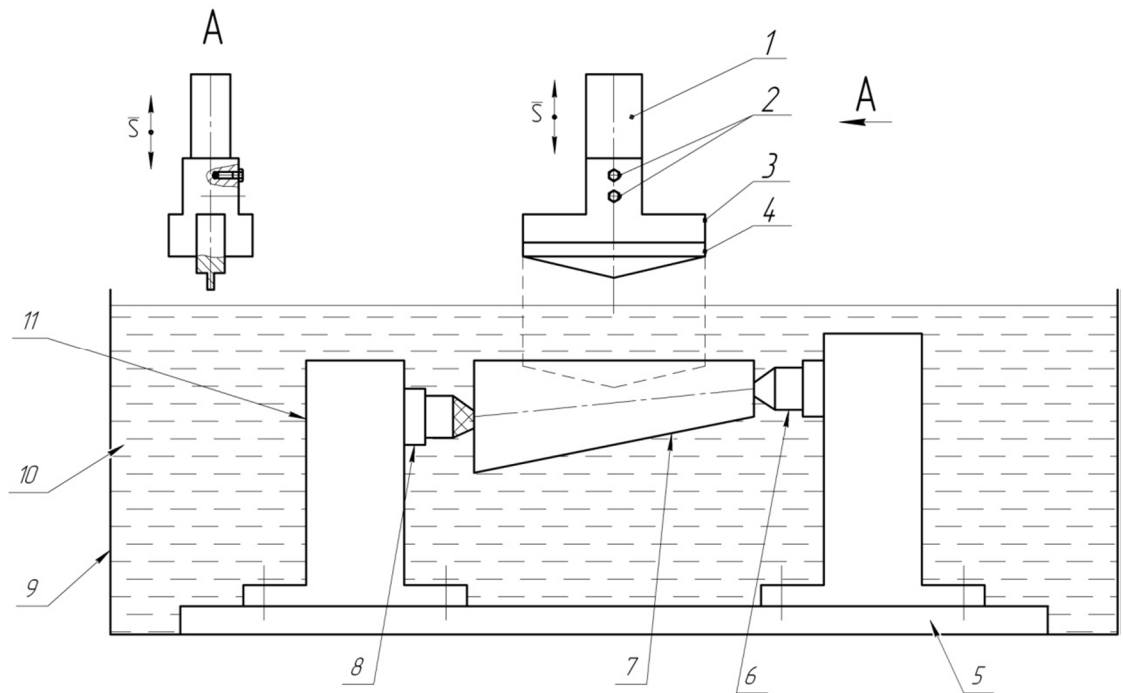


Рисунок 4.9 – Схема нанесення канавок електроерозійним методом: 1 – повзун верстата; 2 – гвинти; 3 – накладка; 4 – електрод з латуні, який має профіль потрібної канавки; 5 – монтажна плита; 6 – задній центр; 7 – конічна заготовка; 8 – передній центр; 9 – вана; 10 – гас; 11 – ділильний механізм

Розмір щілини наддування опори вимірювався за допомогою індикатора типу ИК-1 з ціною поділки  $\pm 100$  мкм на вертикальному оптиметрі типу ИКВ. Некруглість вала опори визначалась на кругломірі (Talirond). Максимальне відхилення від ідеальної форми становить 0,59 мкм. Чистота прилеглих поверхонь опори  $R_a=0,16$  мкм, в широких канавках  $R_a=0,18$  мкм, а в вузьких канавках  $R_a=0,25$  мкм. Шорсткість гладеньких поверхонь та дна широких канавок вимірювалась за допомогою приладів (Surtonik-2).

#### 4.4 Конструкція шпинделів на газових конічних опорах з канавками змінної глибини

На основі теоретичних досліджень та результатів оптимального проектування було спроектовано, виготовлено і досліджено шпинделі на конічних газових опорах (рис. 4.10).

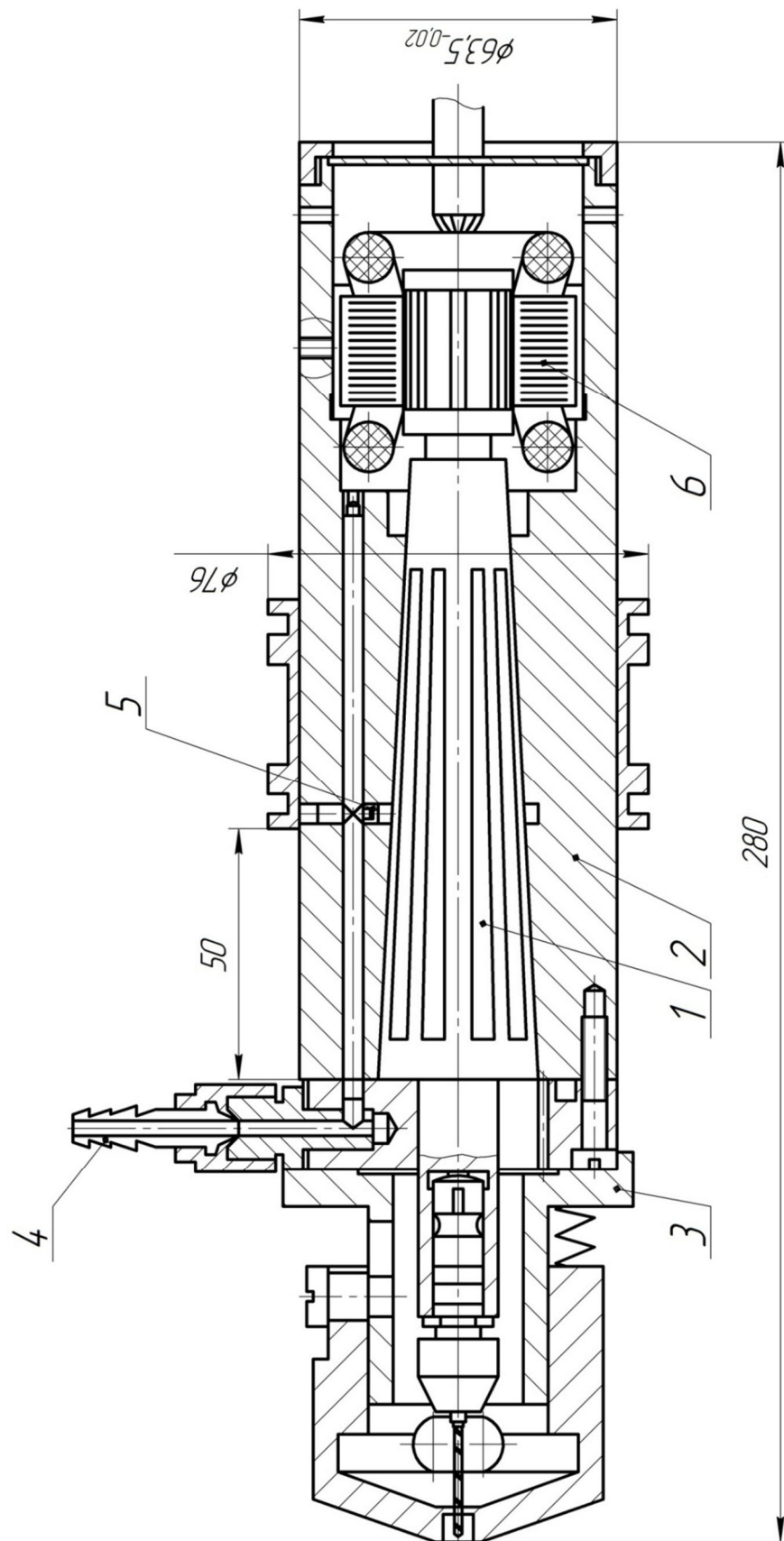


Рисунок 4.10 – Конструктивна схема шпинделя на пневматичній конічній опорі



В конструкції шпинделя (рис. 4.10) газ (повітря) під тиском  $P_n$  через штуцер 4 і через пневмоканили надходить в робочі зазори плоского осьового підп'ятника та конічної опори. На торці корпусу опори 5, до якої прикріплюється осьовий підп'ятник 2 з одним рядом отворів та мікроканавкою, виконано канали для вільного виходу газу із робочих зон опор. Вал 3 приводиться до руху електродвигуном, ротор 8 якого напресований на вал 3, а статор закріплюється шпильками до корпусу 5. Вал 3, осьовий підп'ятник 2 і корпус 5 виготовлені із сталі 40Х.

Технічні характеристики шпинделя на одній конічній опорі (рис. 4.10)

Потужність електродвигуна.....	0,12 кВт
Кутова швидкість вала.....	2100-4200 1/с
Радіальна навантажувальна сила.....	440 Н
Осьова навантажувальна сила.....	1400 Н
Витрати повітря.....	$6,6 \cdot 10^{-4}$ м <sup>3</sup> /с
Робочий тиск повітря (газу).....	0,5 МПа
Биття вихідної поверхні вала.....	до $6 \cdot 10^{-6}$ м

Технічні характеристики конічної опори

Довжина опори.....	0,11 м
Максимальний діаметр.....	0,048 м
Кут при вершині конуса.....	$5^{\circ} 14'$
Довжина поздовжніх канавок.....	0,093 м
Кількість канавок змінної глибини.....	15
Максимальна глибина канавок.....	$20^{-6}$ м
Радіальний робочий зазор.....	$(0 \dots 12) \cdot 10^{-6}$ м

Номінальна кутова швидкість вала при підключенні шпинделя до електричної мережі (220 В, 50 Гц) становила  $310 \text{ с}^{-1}$ . Кутова швидкість вала

до  $10^3 \text{ с}^{-1}$  досягалася за допомогою перетворювача частот ПЧС-1. Схема електродинамічного гальмування забезпечувала зупинення вала з номінальною кутовою швидкістю за 3 с, а з максимальною – за 15 с. Реальний вигляд конічної опори показано на рисунках 4.11 та 4.12.

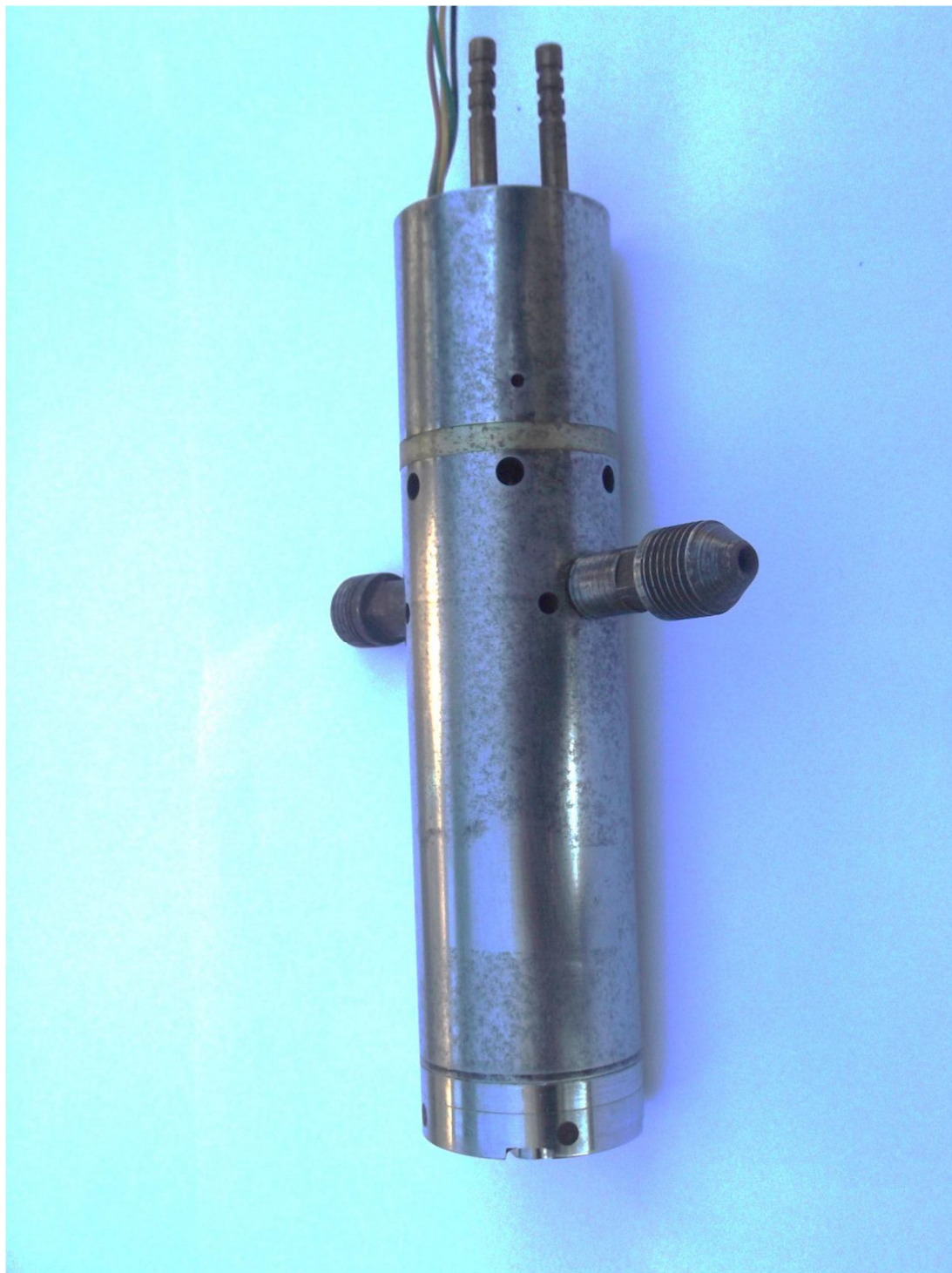


Рисунок 4.11 – Конічна опора в зібраному вигляді



Рисунок 4.12 – Конічна опора в розібраному вигляді

#### 4.5 Методика та результати проведення експерименту

Для визначення статичних характеристик опори та її оптимальних конструктивних параметрів було прийнято, що число канавок вважається достатньо великим в тому сенсі, що місцевими вимірами тиску в межах ширини однієї канавки можна знехтувати, про що було відмічено в розділі 2. Тому такий важливий параметр опори, як число канавок, не підлягає розгляду.

Набір експериментальних зразків конічної газостатичної опори складався з декількох втулок одного розміру, але різної довжини, до яких були виготовлені вали як з канавками змінної глибини, так і гладенькі. Конструктивні розміри опор наближені до оптимальних. До опори з відносною довжиною  $\lambda=1,5$  був зроблений комплект з чотирьох змінних валів одного і того ж діаметра з різною кількістю канавок ( $n=6; 12; 18; 24$ ). Відносна ширина канавок була в 2 рази вужча за виступи).

Характеристики опори знімалися на стендах, що зображені на рисунках 4.13 та 4.14. Радіальна навантажувальна здатність вимірювалась на стенді, зображеному на рисунку 4.13, а осьова – на стенді рис. 4.14. Робочий зазор конічної опори вимірювався ємнісними датчиками, які були з'єднані коаксіальним кабелем з високочастотним підсилювачем ИМК-2К та осцилографом С8-7. Тиск газу контролювався пружинним манометром ДСТУ 8625-59 (клас точності 0,5, ціна поділки 0,002 МПа, межі вимірювання тиску 0 ... 0,4 МПа). Витрати газу (повітря) вимірювались ротаметром РС-3.

При випробуваннях фактичні навантаження, якими навантажувались газові опори, становили близько 60% від розрахункових.





Рисунок 4.13 – Загальний вигляд експериментальної установки для вимірювання радіальної навантажувальної здатності газових опор



Рисунок 4.14 – Загальний вигляд експериментальної установки для вимірювання осової навантажувальної здатності газових опор

Результати представлено у вигляді графіків (рис. 4.15 – 4.18.)

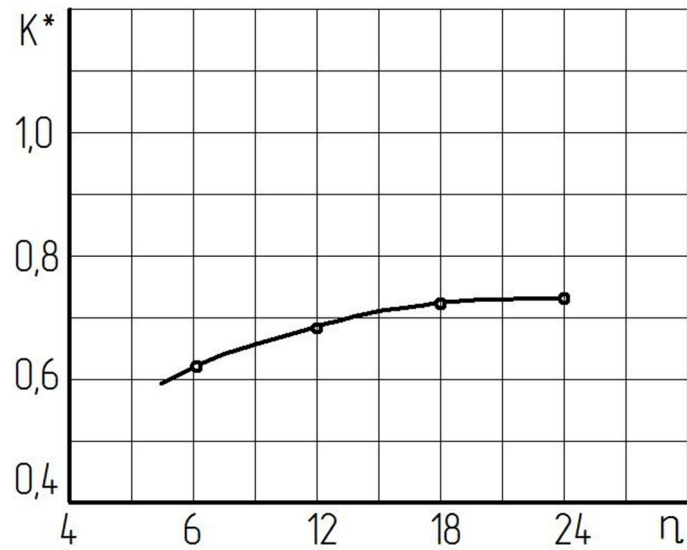


Рисунок 4.15 – Залежність жорсткості в безрозмірних координатах конічної опори від числа поздовжніх канавок

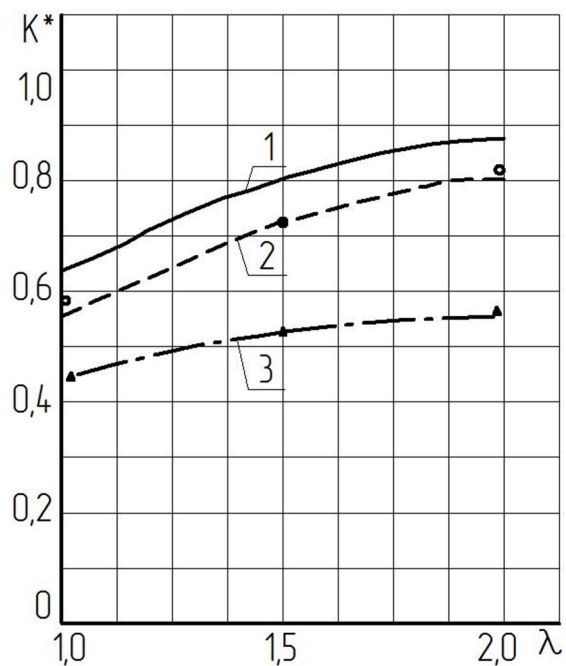


Рисунок 4.16 – Залежність жорсткості конічної опори від відносної довжини: 1 – розрахункова крива; 2 – експериментальна крива для опори зі змінними канавками; 3 – експериментальна крива для опори з канавками постійної глибини (в безрозмірних координатах)

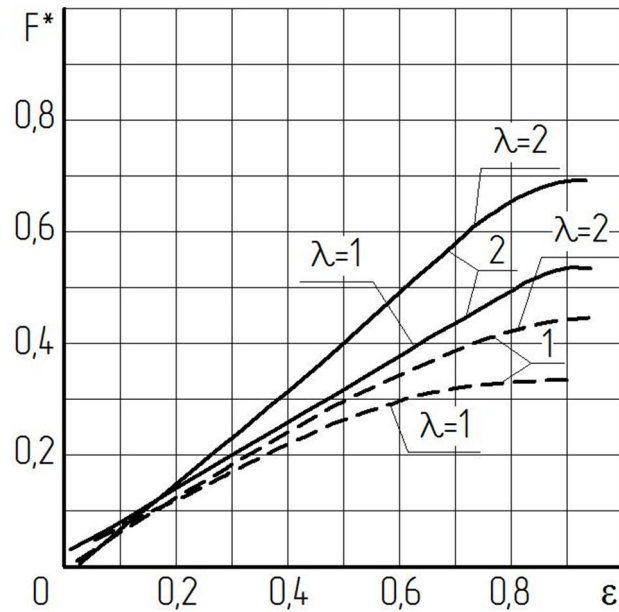


Рисунок 4.17 – Залежність навантажувальної сили  $F^*$  від відносного радіального зміщення  $\varepsilon$  ( $P_H=2$ ): 1 – конічна опора зі змінними канавками; 2 – конічна опора з канавками сталої глибини (в безрозмірних координатах)

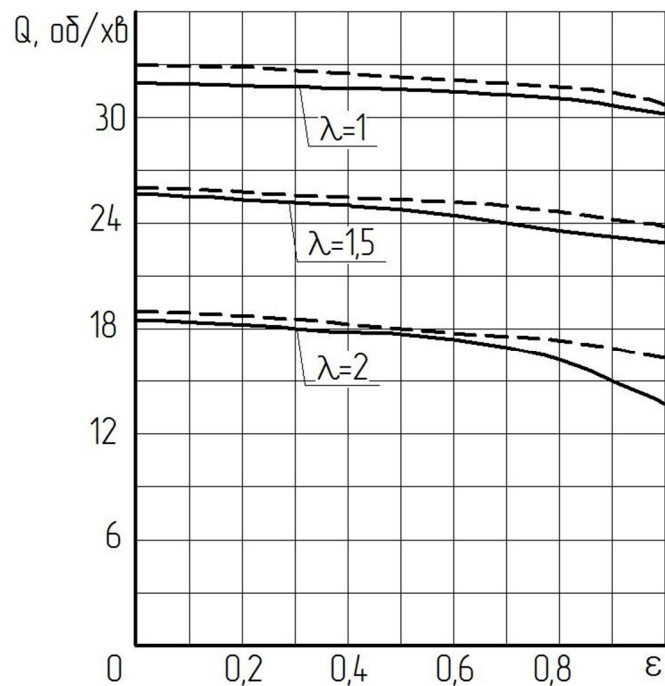


Рисунок 4.18 – Експериментальні залежності витрат газу через конічну опору від відносного радіального зміщення  $\varepsilon$  ( $P_H=2$ ). Суцільна крива – конічна опора з канавками сталої глибини; штрихова крива – конічна опора з канавками змінної глибини (в безрозмірних координатах)



#### 4.6 Висновки до розділу

Експериментально доведено, що при збільшенні кількості поздовжніх канавок від 6 до 18 жорсткість конічної опори підвищується на 15%. Подальше збільшення числа канавок практично не покращує характеристики жорсткості шпинделя. Збільшення числа канавок до 24 дає приріст жорсткості близько 1,2%. Таким чином, при виготовленні опор з поздовжніми канавками достатньо робити 18 канавок.

Доведено експериментально, що діапазон значень відносного радіального зміщення, в якому навантажувальна сила практично лінійна, а жорсткість постійна у конічних опор з канавками змінної глибини більш широкий, ніж у опор з сталою глибиною канавок, і знаходиться в межах від 0 до 0,7 (рис. 4.17). Отже, всі аналітичні вирази і результати розділу 3 повинні зберігати свою силу практично на всьому діапазоні значень відносного радіального зміщення.

Експериментальні заміри витрат стиснутого газу через конічні опори показали, що витрати газу практично не залежать від числа та форми канавок і відповідають розрахунковим значенням в межах допуску.

Всі експериментальні опори, геометричні параметри яких були близькі до оптимальних, стійко працювали на всьому діапазоні проектних параметрів. Ні на одній з опор, на яких проводилися експерименти, втрата стійкості не спостерігалась.

## РОЗДІЛ 5

### ПОКРАЩЕННЯ ХАРАКТЕРИСТИК ШПИНДЕЛІВ НА ГАЗОВИХ ОПОРАХ ЗА РАХУНОК ОПТИМІЗАЦІЇ ГЕОМЕТРИТИЧНИХ ПАРАМЕТРІВ КАНАВОК ЗМІННОЇ ГЛИБИНИ

#### 5.1 Методика оптимального проектування шпинделів на конічних газувих опорах з канавками змінної глибини

##### 5.1.1 Розрахункова модель шпинделя на одній конічній опорі з поздовжніми канавками змінної глибини

В розрахунковій схемі шпинделя (рис. 5.1) вал опирається на одну газуву опору. Якщо сили, що прикладені до шпинделя, лежать в одній площині, то система компланарних сил приводиться до однієї рівнодійної сили  $F_e$ , прикладеної на відстані  $l_l$  від осьової опори.

Переміщення вала під дією сили  $F_e$  розглянемо як суперпозицію двох рухів: поступального на величину  $e_0$  і обертального навколо осі, що проходить через точку  $O_l$  (рис. 5.1) перпендикулярно до площини, в якій знаходяться осі вала та втулки при  $e_0 \neq 0$ . При співвісному положенні вала і втулки товщина газувого шару дорівнює  $c$ .

Оскільки навантажувальна сила  $F$  та відновлювальний момент  $M$  конічної газувої опори залежать від  $e_0$  і  $e_1$  лінійно, то

$$F = K_{\varepsilon\varepsilon}e_0 + K_{\varepsilon\theta}e_1; \tag{5.1}$$

$$M = K_{\theta\theta}e_1 + K_{\theta\varepsilon}e_0,$$

$$\text{де } K_{\varepsilon\varepsilon}^* = \frac{\partial F}{\partial e_0}, K_{\varepsilon\theta}^* = \frac{\partial F}{\partial e_1}, K_{\theta\theta}^* = \frac{\partial M}{\partial e_1}, K_{\theta\varepsilon}^* = \frac{\partial M}{\partial e_0}.$$

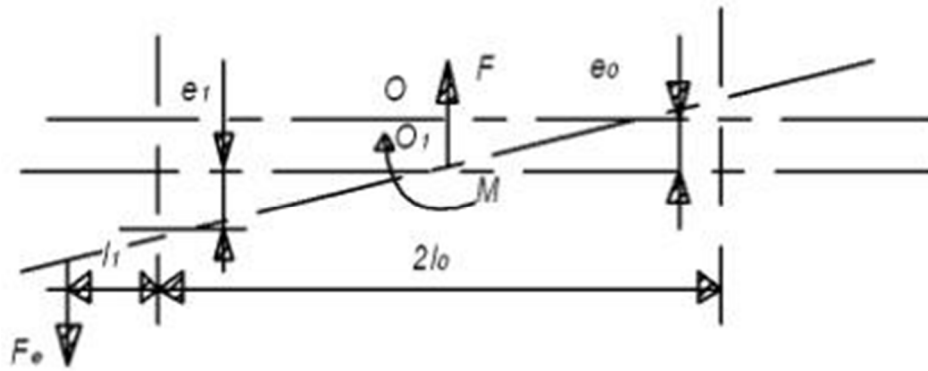


Рисунок 5.1 – Розрахункова схема шпинделя на одній опорі з канавками змінної глибини

Формули (5.1) запишемо в безрозмірному вигляді

$$F^* = \varepsilon K_{\varepsilon\varepsilon}^* + \theta K_{\varepsilon\theta}^*; \quad (5.2)$$

$$M^* = \theta K_{\theta\theta}^* + \varepsilon K_{\theta\varepsilon}^*$$

$$\text{де } \varepsilon = \frac{e_0}{c}, \quad \theta = \frac{e_1}{c}, \quad F^* = \frac{F}{4R_0^2 p_a}, \quad M^* = \frac{M}{4R_0^3 p_a};$$

$p_a$  – тиск газу в середовищі роботи газової опори

Враховуючи технологічні допуски, умови роботоздатності опори (відсутність контакту між валом та втулкою), отримаємо

$$e_0 + e_1 = 0,9 c$$

або

$$\varepsilon + \theta = 0,9. \quad (5.3)$$

Розглянемо газостатичну опору (рис. 5.2), в якій газ подається у центрі на однакових відстанях від несучих канавок. Враховуючи те, що кут конусності опори невеликий, в першому наближенні можна вважати таку газостатичну опору симетричною відносно площини, яка перпендикулярна до її осі та проходить через отвори наддування газу. Це означає, що

навантажувальна сила правої та лівої частин опори відносно цієї осі симетрії рівні. Якщо опора буде навантажена радіальною силою, яка створить момент сил, то можна буде з прийнятною для інженерних розрахунків точністю вважати, що центр проворотання опори знаходиться на перетині осі обертання вала та описаної вище площини симетрії (точка О на рис. 5.1).

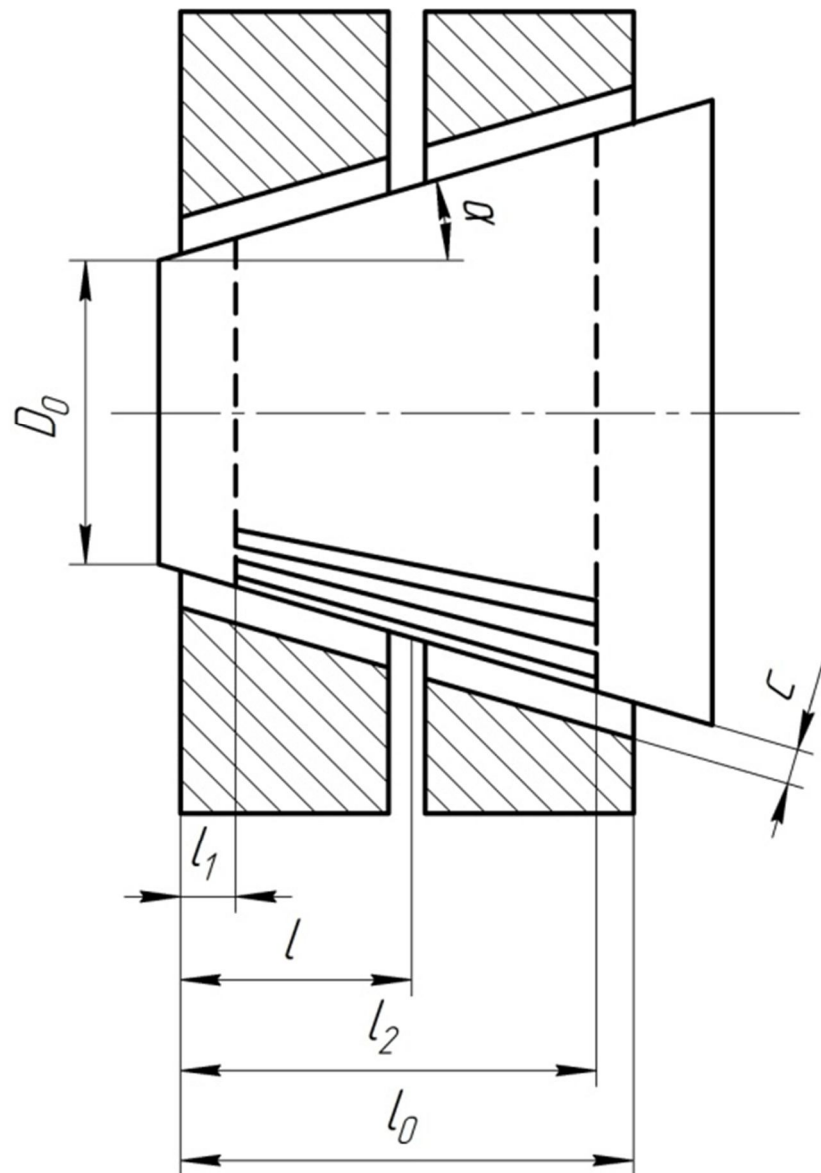


Рисунок 5.2 – Конічна газостатична опора з поздовжніми канавками змінної глибини

Тоді з рівнянь рівноваги вала, враховуючи (5.2), отримаємо для конічних опор (рис. 5.2):

$$\varepsilon = \frac{0,9(K_{\theta\theta}^* - K_{\varepsilon\theta}^*(\alpha_1 + \alpha_2))}{K_{\theta\theta}^* + K_{\theta\varepsilon}^* + (K_{\varepsilon\varepsilon}^* - K_{\varepsilon\theta}^*)(\alpha_1 + \alpha_2)}, \quad (5.4)$$

$$\text{де } \alpha_1 = \frac{l_1}{R_0}; \quad \alpha_2 = \frac{l_2}{R_0} \quad (\text{рис. 5.2}).$$

Для конічних опор (рис. 5.2), симетричних відносно описаної вище площини симетрії опори, вираз (5.4) запишеться

$$\varepsilon = \frac{0,9K_{\theta}^*}{K_{\theta}^* + K_{\varepsilon}^*(\alpha_1 + \alpha_2)},$$

$$\text{де } K_{\varepsilon}^* = \frac{\partial F^*}{\partial \varepsilon}, \quad K_{\theta}^* = \frac{\partial M^*}{\partial \theta}, \quad \lambda = \frac{l_0}{R_0}.$$

На підставі (5.4) визначаємо максимальну навантажувальну силу  $F$  та відновлювальний момент шпинделя

$$F = 4R_0^2 p_a ((K_{\varepsilon\varepsilon}^* - K_{\varepsilon\theta}^*)\varepsilon + 0,9K_{\varepsilon\theta}^*), \quad (5.5)$$

$$M = 4R_0^3 p_a ((K_{\theta\varepsilon}^* - K_{\theta\theta}^*)\varepsilon + 0,9K_{\theta\theta}^*). \quad (5.6)$$

Оптимальні конструктивні параметри газостатичних опор (рис. 5.2) приведені в табл. 5.1.

Витрати газу для роботи шпинделя

$$Q = \frac{\pi k p_a^2 c^3 Q^*}{12\mu}, \quad (5.7)$$

де  $Q^*$  – безрозмірні витрати газу через конічну опору.

Таблиця 5.1 – Оптимальні параметри  $\alpha$  і  $\nu$  та відповідні їм характеристики  $K_{\theta}^*$ ,  $K_{\varepsilon}^*$  та  $Q^*$  (максимум  $K_{\varepsilon}^*/Q^*$ ) для конічної газостатичної опори з поздовжніми канавками

$\alpha$	$P_n$	$\lambda$	$\alpha$	$\nu$	$K_{\varepsilon}^*$	$Q^*$	$K_{\theta}^*$
0,5	5,0	0,25	0,665	0,580	0,155	348	0,049
		0,50	0,665	0,578	0,307	174	0,194
		0,75	0,666	0,574	0,453	117	0,427
		1,00	0,665	0,572	0,586	88,1	0,734
		1,25	0,665	0,568	0,709	71,0	1,103
		1,50	0,666	0,563	0,821	59,7	1,518

### 5.1.2 Оптимізація параметрів шпинделя на двох газових конічних опорах з поздовжніми канавками змінної глибини

Від визначення статичних силових характеристик одиначної конічної опори перейдемо до визначення силових та витратних характеристик шпинделя на двох конічних опорах, який є більш стійким (рис. 5.3).

Шпиндель на двох газових конічних газостатичних опорах з поздовжніми канавками на робочій поверхні (рис. 5.3) має симетричну структуру і складається з двох однакових опор, розділених проміжком довжиною  $L_1$ . Для одержання максимально можливих силових та жорсткісних характеристик необхідно раціонально підібрати як зовнішні конструктивні параметри (кут конусності  $\alpha$ , довжину опори  $L$ ), так і конструктивні параметри, які характеризують розміри канавок.

Розглядаючи малі осьові, радіальні та кутові зміщення шпинделя від номінального співвісного положення та вважаючи точкою приведення середину шпинделя, можемо запишемо:

$$\begin{aligned} F_{\Sigma y} &= -K_{\Sigma \varepsilon \varepsilon} e_y; \\ M_{\Sigma x} &= -K_{\Sigma \theta \theta} \theta_{xi}; \\ F_{\Sigma z} &= -K_{\Sigma z} e_z, \end{aligned} \quad (5.8)$$

де  $F_{\Sigma y}$ ,  $M_{\Sigma x}$ ,  $F_{\Sigma z}$  – реакції мастильного шару шпинделя, приведені до його центра (середини);

$K_{\Sigma \varepsilon \varepsilon}$ ,  $K_{\Sigma \theta \theta}$ ,  $K_{\Sigma z}$  – коефіцієнти жорсткості шпинделя в цілому;

$e_y$ ,  $e_{xi}$ ,  $e_z$  – зміщення середини шпинделя.

Для осьової жорсткості шпинделя, очевидно, справедливим є відношення:

$$K_{oc} = K_{\Sigma z} = 2K. \quad (5.9)$$

Розглядаючи радіальні зміщення та кутові перекося шпинделя, встановимо взаємозв'язок між координатною системою XYZ шпинделя в цілому та координатами системи окремих опор (рис. 5.4, а).

Для кожної окремої кінчної опори можна записати:

$$F_{yi} = -K_{\varepsilon \varepsilon} e_{yi} + K_{\varepsilon \theta} \theta_{xi};$$

$$M_{xi} = K_{\theta \varepsilon} e_{yi} - K_{\theta \theta} \theta_{xi}, \quad i = 1, 2. \quad (5.10)$$

При чисто радіальному зміщенні (рис. 5.4, б):

$$e_{y1} = -e_R, \quad e_{y2} = e_R, \quad e_{x1} = e_{x2} = 0. \quad (5.11)$$

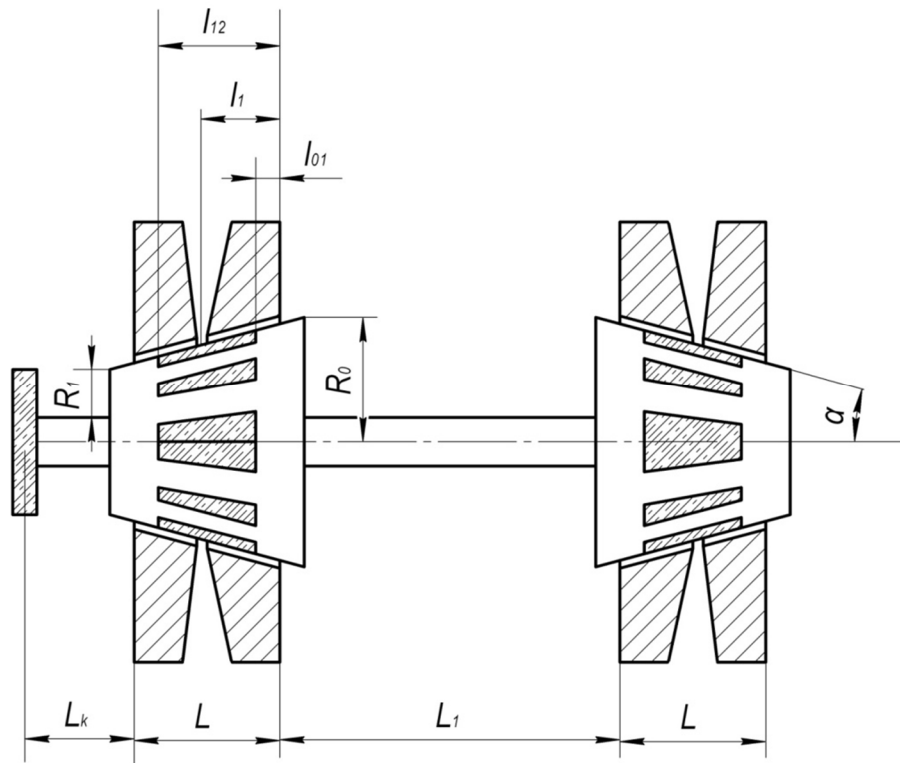


Рисунок 5.3 – Шпиндель на двох газових кінцевих опорах з поздовжніми канавками змінної глибини

Тоді

$$F_{y1} = K_{\varepsilon\varepsilon}e_R; \quad F_{y2} = -K_{\varepsilon\varepsilon}e_R;$$

$$M_{x1} = -K_{\theta\varepsilon}e_R; \quad M_{x2} = K_{\theta\varepsilon}e_R, \quad (5.12)$$

і сумарна радіальна сила та відновлювальний момент становитимуть:

$$F_{\Sigma y} = -F_{y1} + F_{y2} = -2K_{\varepsilon\varepsilon}e_R;$$

$$M_{\Sigma x} = M_{x1} + M_{x2} = 0. \quad (5.13)$$

Тоді очевидно, що

$$K_{\Sigma\varepsilon\varepsilon} = 2K_{\varepsilon\varepsilon}. \quad (5.14)$$

При кутовому перекосі (рис. 5.4, в):

$$e_{y1} = e_{y2} = \theta (L_1 + L)/2, \quad \theta_{x1} = \theta_{x2} = \theta, \quad (5.15)$$



тоді реакції кожної кінчної опори становлять

$$F_{yi} = -\frac{K_{\varepsilon\varepsilon}\theta(L_1 + L)}{2} + K_{\varepsilon\theta}\theta;$$

$$M_{xi} = \frac{K_{\theta\varepsilon}\theta(L_1+L)}{2} - K_{\theta\theta}\theta. \quad (5.16)$$

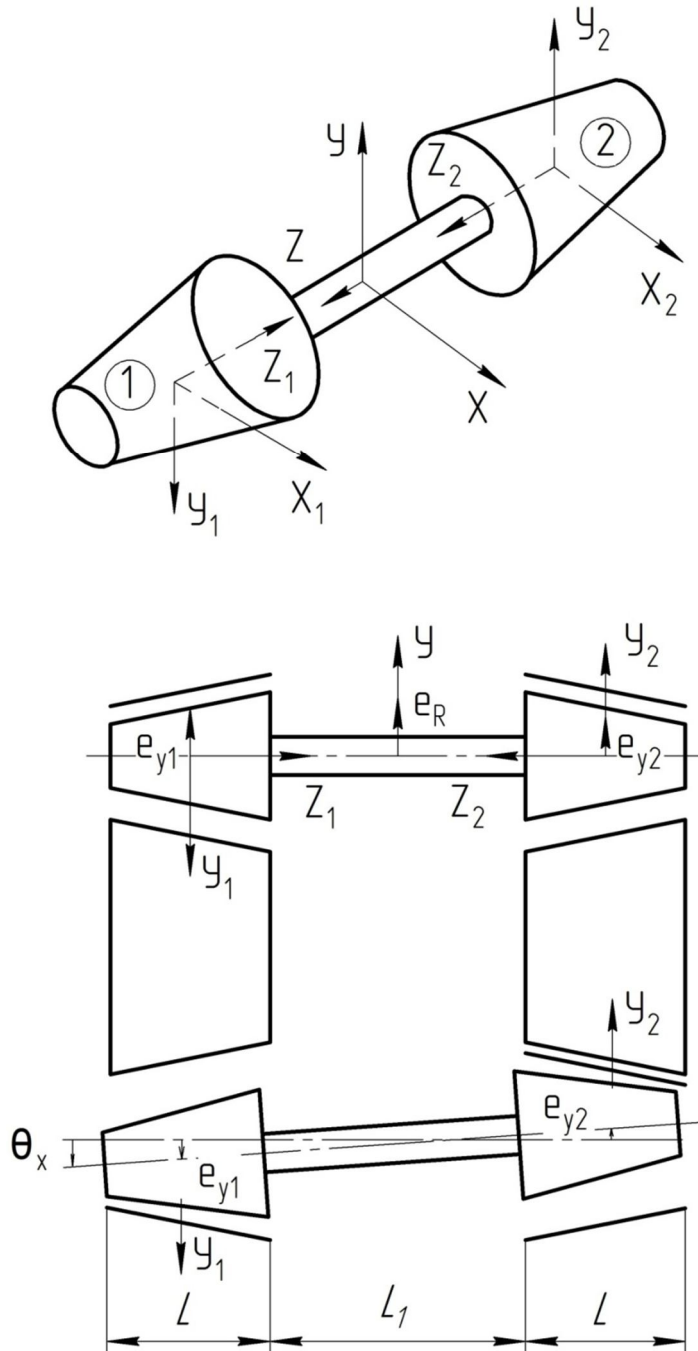


Рисунок 5.4 – Координатні співвідношення для симетричного шпинделя

А сумарна радіальна сила та відновлювальний момент з урахуванням моментів радіальних сил кожної опори становитимуть

$$F_{\Sigma\theta} = 0;$$

$$M_{\Sigma\theta} = -\frac{K_{\varepsilon\varepsilon}\theta(L_1+L)}{2} + (K_{\theta\varepsilon} + K_{\varepsilon})\theta(L_1 + L) - 2K_{\theta\theta}\theta. \quad (5.17)$$

Тоді, очевидно:

$$K_{\Sigma\theta\theta} = \frac{K_{\varepsilon\varepsilon}(L_1+L)^2}{2} - (K_{\theta\varepsilon} + K_{\varepsilon\theta})(L_1 + L) + 2K_{\theta\theta}. \quad (5.18)$$

Що і завершує визначення коефіцієнтів жорсткості.

Визначимо тепер приведену жорсткість шпинделя, тобто реальну жорсткість, яку реалізує шпиндель на кінці консолі, де розміщений інструмент. Зрозуміло, що

$$K_{oc} = \frac{\pi p_a R_0^2 K_{oc}^*}{c}, \quad K_{oc}^* = 2K^*. \quad (5.19)$$

При радіальному прикладенні технологічної сили (рис. 5.5) переміщення точки прикладання становить

$$e_{\text{рад}} = -e_y + \left(L_k + L + \frac{L_1}{2}\right)\theta. \quad (5.20)$$

Із умов рівноваги шпинделя (взятих для середини шпинделя) можна знайти радіальне зміщення та кутовий перекося шпинделя в цілому

$$e_k = \frac{F_e}{2K_{\varepsilon}}; \quad \theta = F_e(L_k + L + 0,5L_1)K_{\varepsilon\theta}. \quad (5.21)$$

та переміщення точки прикладання сили  $F_e$

$$e_{\text{рад}} = \frac{2(L_k+L+0,5L_1)K_{\varepsilon}+K_{\Sigma\varepsilon\theta}}{2K_{\varepsilon}\cdot K_{\Sigma\varepsilon\theta}} \cdot F_e. \quad (5.22)$$

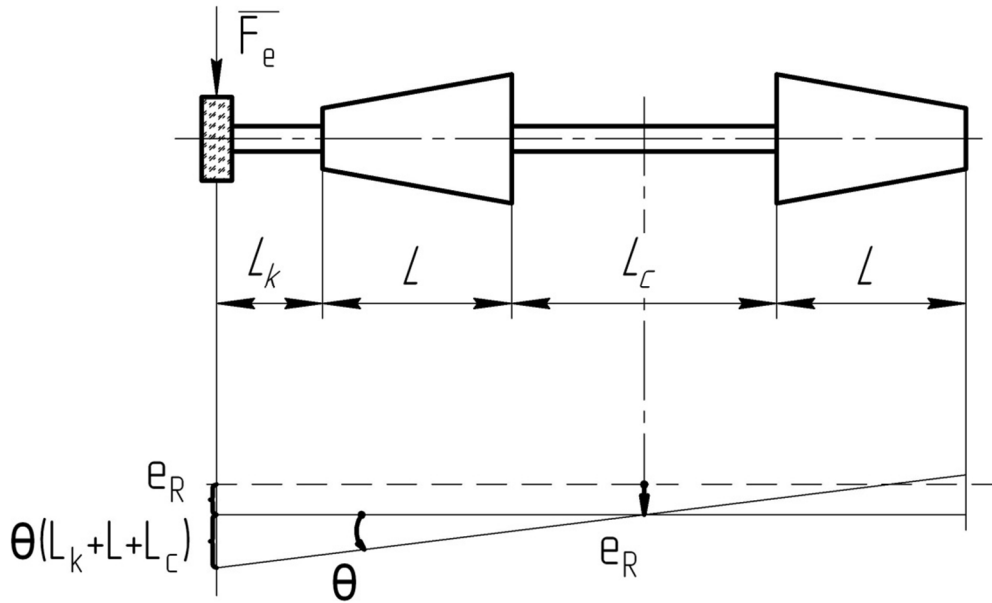


Рисунок 5.5 – Схема переміщень осі вала конічного шпинделя

Тоді приведена жорсткість шпиндельного вузла, тобто жорсткість на кінці консолі, де міститься технологічний інструмент (сила  $F_e$ ):

$$K_{oc} = \frac{\pi p_a R_0^2 K_{oc}^*}{c}, \quad K_{oc}^* = 2K_{\zeta}^*,$$

$$K_{рад} = \frac{\pi p_a R_0^2 K_{рад}^*}{c},$$

$$K_{рад}^* = \frac{2K_{\varepsilon\varepsilon}^* K_{\Sigma\varepsilon\theta}^*}{4K_{\varepsilon\varepsilon}^* (\lambda_k + 0,5\lambda_1 + \lambda)^2 + K_{\Sigma\varepsilon\theta}^*},$$

$$K_{\Sigma\varepsilon\theta}^* = K_{\varepsilon\varepsilon}^* (\lambda_1 + \lambda)^2 - (K_{\varepsilon\theta}^* + K_{\theta\varepsilon}^*) (\lambda_1 + \lambda) + K_{\theta\theta}^*, \quad (5.23)$$

де  $c$  – номінальна товщина мастильного шару,

$$\lambda = \frac{L}{2R_0}; \quad \lambda_1 = \frac{L_1}{2R_0}; \quad \lambda_k = \frac{L_k}{2R_0};$$

$K_{\varepsilon\varepsilon}^*$ ,  $K_{\theta\theta}^*$ ,  $K_{\varepsilon\theta}^*$ ,  $K_{\theta\varepsilon}^*$  – безрозмірні жорсткості.

Цілком очевидно також, що сумарні витрати газу через шпindelь на двох конічних опорах можна знайти як:

$$Q = \frac{\pi k p_a^2 c^3 Q_{\Sigma}^*}{12\mu}, \quad Q_{\Sigma}^* = 2Q^*. \quad (5.24)$$

Попередній досвід оптимізації конічних одинарних опор (табл. 5.1) дозволяє зробити висновок про те, що підйомну силу та жорсткість завжди можна зробити достатньо високими за рахунок підвищення витрат газу.

Застосуємо одержані результати для побудови критеріїв оптимізації конічних газових опор шпindelя.

Розробляючи шпindelь, основною метою, звичайно, є досягнення максимально можливої жорсткості шпindelя, що, в свою чергу, приводить до необхідності мати газостатичні опори високої жорсткості.

Природно в такому разі підібрати зовнішні параметри опори – довжину, діаметр, кут, а також параметри канавок: глибину, довжину канавок, кількість їх із умов максимуму можливої жорсткості. Однак, дослідження та ретельний аналіз на максимум, проведений для конічних опор з канавками змінної глибини, показали, що параметри, які характеризують глибину, ширину та довжину канавок, не мають безумовних екстремумів за максимумом жорсткості. З економічної точки зору мінімальні затрати на експлуатацію шпindelя на газових опорах залежать від витрат спеціально підготовленого стисненого газу для його живлення. Тому пропонується відносити витрати газу до критеріїв оптимізації. Такий підхід, очевидно, можна визначити як досить практичний.

Сформульовано критерії оптимізації на знаходження максимуму відношення радіальної (або осьової) жорсткості до витрат газу. Запропонована функція виявилась унімодальною та досить зручною для пошуку максимуму градієнтним методом.

Описані критерії можна поширити і на шпинделі в цілому, сформулювавши критерій оптимізації як

$$\frac{K_{\text{рад}}^*}{Q^*} \rightarrow \max. \quad (5.25)$$

При цьому оптимізації підлягають параметри канавок:  $\xi_{01}$ ,  $\xi_1$ ,  $\xi_{12}$ ,  $\gamma$ . Вони є безрозмірними, оскільки  $\xi_{01} = l_{01} / L$ ;  $\xi_1 = l_1 / L$ ;  $\xi_{12} = l_{12} / L$ ;  $\gamma = \sigma / c$ ;  $\sigma$  – глибина канавки.

Параметри  $P_n$ ,  $\alpha$ ,  $\lambda$ ,  $\varepsilon$ , а також  $\lambda_l$ ,  $\lambda_k$  вважаються вхідними, тобто такими, що задаються. Параметр  $\varepsilon$  – це відношення ширини канавки до ширини непрофільованої частини.

В табл. В.1 додатка В показано значення оптимальних параметрів, знайдених за описаною методикою градієнтним методом.

Характеристики і відповідні конструктивні параметри шпинделів на конічних газових опорах з поздовжніми канавками за критерієм  $\frac{K_{\text{рад}}^*}{Q^*} \rightarrow \max$  наведено в додатку В, показано значення оптимальних параметрів, знайдених за описаною методикою градієнтним методом.

Кут конусності  $\alpha$  дозволяє певною мірою регулювати співвідношення між осьовою та радіальною приведеними жорсткостями шпинделя. Тоді доцільним також можна вважати віднесення осьової жорсткості до критеріїв оптимізації та вимагати виконання умови

$$\frac{K_{\text{ос}}^* K_{\text{рад}}^*}{Q^*} \rightarrow \max \quad (5.26)$$

При цьому кут  $\alpha$  входить до числа параметрів, що підлягають оптимізації. В табл. В.2 додатка В наведено значення оптимальних параметрів за критерієм (5.26).

Порівнюючи результати в обох таблицях, можна помітити, що критерій (5.26) дозволяє досягти вищої жорсткості шпинделя. Разом з тим, таке підвищення жорсткості призводить до зростання витрат стиснутого повітря.

На жаль, це загальна вада опор з безпосереднім нагнітанням повітря у мастильний шар.

## 5.2 Інженерна методика розрахунку конічної опори шпинделя з поздовжніми канавками змінної глибини

Розглянемо методику розрахунку опори з канавками змінної глибини на валу. Зміщення вала під дією зовнішньої сили  $F_e$  (рис. 5.6) подамо у вигляді двох незалежних зміщень: поступального в напрямку, перпендикулярному до осі, на величину  $e_0$  та обертального навколо осі, що проходить перпендикулярно до площини, яка утворюється осями вала та втулки через точку  $O_1$ . Кутовий перекося вала характеризується відстанню  $e_1$  (рис 5.6). Реакцію газового шару при наявності радіального зміщення та кутового перекося вала приводимо до центра  $O_1$  у вигляді однієї сили  $F_p$  і пари сил з моментом  $M$ .

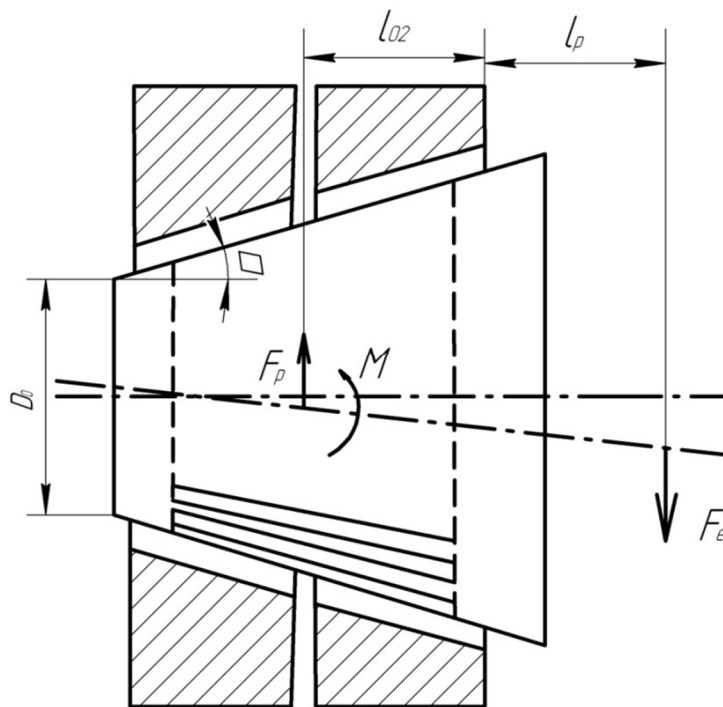


Рисунок 5.6 – Конічна газостатична опора з канавками змінної глибини

Величину моменту пари сил (рис. 5.6) знайдемо з виразу.

$$M = F_e(l_{02} + l_p). \quad (5.27)$$

Звісно, що реакція газового шару  $F_p$  рівна за величиною  $F_e$  і ці сили направлені в протилежні сторони. В іншому випадку вал опори не був би врівноваженим.

Вище показано, що сила  $F_p$  та відновлювальний момент реакції газового шару в широкому діапазоні лінійно залежать від  $e_0$  та  $e_1$ . Тому  $F_p$  та  $M$  можна записати у вигляді

$$\begin{aligned} F_p &= K_{\varepsilon\varepsilon}e_0 + K_{\varepsilon\theta}e_1, \\ M &= K_{\theta\theta}e_1 + K_{\theta\varepsilon}e_0. \end{aligned} \quad (5.28)$$

Величини  $e_0$  та  $e_1$  пов'язані між собою умовою  $e_0 + e_1 \leq l$ .

Зауважимо, що за умови  $(e_0 + e_1) = l$  є контакт між валом та втулкою і кінцева опора нероботоздатна. Тому повинна виконуватись умова:

$$e_0 + e_1 = 0,8. \quad (5.29)$$

Використовуючи вирази (5.26) та (5.27), запишемо у безрозмірному вигляді

$$F_{\varepsilon}^* = K_{\varepsilon\varepsilon}^*\varepsilon + K_{\varepsilon\theta}^*\theta, \quad (5.30)$$

$$M^* = F^*(\alpha_{02} + \alpha_p). \quad (5.31)$$

де  $\alpha_{02} = \frac{l_{02}}{R_0}$ ;  $\alpha_p = \frac{l_p}{R_0}$  (рис. 5.5).

Приведемо до безрозмірного вигляду умову (5.29)

$$\varepsilon + \theta = 0,8. \quad (5.32)$$

З виразів (5.30) і (5.31) та умови (5.32) знаходимо взаємозв'язок між безрозмірними переміщеннями вала  $\varepsilon$ ,  $\theta$ , розмірами конічної опори та навантаженнями на вал

$$\theta = \frac{0,8[K_{\theta\varepsilon}^* + K_{\varepsilon\varepsilon}^*(\alpha_{02} + \alpha_p)]}{K_{\theta\varepsilon}^* - K_{\theta\theta}^* + (K_{\varepsilon\theta}^* - K_{\varepsilon\varepsilon}^*)(\alpha_{02} + \alpha_p)},$$

$$\varepsilon = \frac{0,8[K_{\theta\theta}^* + K_{\varepsilon\theta}^*(\alpha_{02} + \alpha_p)]}{K_{\theta\theta}^* - K_{\theta\varepsilon}^* + (K_{\varepsilon\varepsilon}^* - K_{\varepsilon\theta}^*)(\alpha_{02} + \alpha_p)}. \quad (5.33)$$

Тепер можна знайти підйомну силу конічної опори та відновлювальний момент вузла

$$F = 4R_0^2 p_a ((K_{\varepsilon\varepsilon}^* - K_{\varepsilon\theta}^*)\varepsilon + 0,8K_{\varepsilon\theta}^*),$$

$$M = 4R_0^3 p_a ((K_{\varepsilon\varepsilon}^* - K_{\theta\theta}^*)\varepsilon + 0,8K_{\theta\theta}^*). \quad (5.34)$$

Величини  $K_{\varepsilon\varepsilon}^*$ ,  $K_{\theta\theta}^*$ ,  $K_{\varepsilon\theta}^*$ ,  $K_{\theta\varepsilon}^*$  знаходяться за таблицями додатка В.

### 5.3 Висновки до розділу

Запропонована методика дозволяє врахувати критерії оптимальності для проектування шпинделів на одній конічній опорі та визначити його раціональні робочі параметри. Це дозволило підвищити жорсткість шпинделя на 30%, а відновлювальний момент на 28%.

Для шпинделя на двох конічних опорах, профільованих канавками змінної глибини, визначено, з врахуванням критерію оптимізації, раціональні параметри. Встановлено, що для таких конструкцій жорсткість збільшується на 36%, а відновлювальний момент на 34% порівняно з опорами з канавками постійної глибини.

Аналіз функціональних залежностей жорсткості шпинделя від глибини, ширини та довжиною канавок на наявність екстремумів показав існування



раціональних параметрів, що забезпечують максимумом жорсткості. З економічної точки зору мінімальні затрати на експлуатацію шпинделя на газових опорах залежать від витрат спеціально підготовленого стисненого газу для його живлення. Тому було запропоновано відносити витрати газу в критеріїв оптимізації.

Критерії оптимізації сформульовано на знаходження максимуму відношення радіальної (або осьової) жорсткості до витрат газу. Запропонована функція виявилась унімодальною та досить зручною для пошуку максимуму градієнтним методом.

Запропоновано критерій оптимізації як функцію  $\frac{K_{\text{рад}}^*}{Q^*} \rightarrow \max$ .

Розроблена інженерна методика дозволяє науково-обґрунтовано визначати раціональні параметри конічних газових опор шпинделя з канавками змінної глибини.

## ВИСНОВКИ

В дисертаційній роботі розв'язано важливу науково-технічну задачу щодо покращення характеристик шпинделів за рахунок оптимізації геометричних параметрів пневматичних опор.

Найважливіші теоретичні та практичні результати такі:

1. Аналіз відомих типів опор для високошвидкісних шпинделів показав, що найбільш доцільним є використання пневматичних опор. Встановлено, що універсальним та ефективним методом забезпечення жорсткості та навантажувальної здатності в осьовому та радіальному напрямках високошвидкісних шпинделів є використання конічних газових опор.

2. З метою покращення експлуатаційних характеристик запропоновано модернізувати конічну газову опору шпинделя шляхом нанесення на робочу поверхню поздовжніх канавок змінної глибини.

3. Розроблено математичну модель конічної газової опори, яка враховує розподіл тиску газу між двома конічними поверхнями, одна з яких профільована поздовжніми канавками змінної глибини. Це дозволяє враховувати геометричні параметри опори (діаметр вала, конусність, довжину опорної шийки, форму та параметри поздовжніх канавок) під час визначення її характеристик.

4. Виконано математичне моделювання конічної газової опори з канавками змінного профілю із застосуванням методу сплайнів, що дало можливість отримати аналітичний розв'язок та дослідити вплив зміни профілю канавок на навантажувальні осьову та радіальну здатності, відновлювальний момент і жорсткість. Проведеними дослідженнями встановлено, що оптимізацію конічних газових опор шпинделів доцільно виконувати для геометричних параметрів канавок, які нанесені на робочій поверхні (кут конусності, довжина і глибина канавки та її профіль).

5. Дослідженнями встановлено, що за умови однакових енергетичних витрат та оптимальних параметрів поздовжніх канавок змінної глибини

(глибина канавок зменшується в напрямку течії газу) конічної опори, її радіальна жорсткість більша на 36% при  $\alpha = 2^\circ$  і на 40% при  $\alpha = 4^\circ$  порівняно з конічними опорами з оптимальними параметрами канавок постійної глибини.

6. Визначено, що при 18 канавках значення жорсткості нижче розрахункового значення, отриманого для необмеженої кількості канавок, на 8%, а збільшення числа канавок до 24 дає збільшення жорсткості лише на 1,2%. Таким чином, для виготовлення опор з поздовжніми канавками змінної глибини доцільно рекомендувати їх у кількості 18 – 20.

7. Порівняння результатів, що одержані експериментальним шляхом, з результатами математичного моделювання підтвердили адекватність математичної моделі, відносна похибка розбіжності для радіальної сили 3,25% та для витрат стиснутого газу до 15%.

8. Обґрунтовано раціональні конструктивні і робочі параметри характеристики шпинделя на одній конічній газовій опорі. Наприклад, для розробленої конічної опори радіальна навантажувальна здатність становить 440 Н, осьова – 1400 Н при витратах газу  $6,6 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3/\text{с}$ .

9. Показано, що застосування шпинделя на двох конічних газових опорах з канавками змінної глибини дозволяє збільшити відновлювальний момент та радіальну жорсткість вузла на 18% та 24%, відповідно, порівняно з опорами з канавкам сталої глибини.

10. Запропоновано використати як комплексний критерій оптимізації параметрів пневматичних опор шпинделів відношення радіальної жорсткості до витрат газу, що дозволяє врахувати як технічні, так і економічні показники.

11. На основі отриманих результатів експериментальних та теоретичних досліджень розроблено науково обґрунтовану інженерну методику проектного розрахунку основних силових, енергетичних та конструктивних параметрів конічної газової опори шпинделя та розроблено практичні рекомендації щодо вибору конструктивних параметрів шпинделів.

10. Запропонована методика інженерного розрахунку впроваджена на виробництві в ПрАТ «Калинівський машзавод » (м. Калинівка Вінницької області) та в інших виконаних автором науково-дослідних роботах згідно з держбюджетною темою за планом наукових робіт Вінницького національного технічного університету №12К2 «Проблеми зниження енерговитрат на тертя в приводах технологічних машин».

**СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ**

1. Антонов А. М. Метод определения характеристик однорядных газостатических подшипников / А. М. Антонов, Г. А. Турыгин // *Машиноведение*. – 1969. – № 6. – С. 98 – 102.
2. Антонов А. М. Расчет двухсторонних кольцевых упорных подшипников с внешним наддувом / А. М. Антонов, Н. П. Седько // *Газовые опоры турбомашин: всесоюз. межвуз. сов., сент. 1973 г. – Казань, 1975.* – С. 43 – 46.
3. Алешин А. К. Оценка влияния гироскопических моментов на динамические свойства системы шпиндель – газостатические опоры / А. К. Алешин, К. С. Долотов, А. В. Пуш // *Станки и инструмент*. – 1999. – № 13. – С. 87 – 91.
4. Баласаньян В. С. Нагрузочные характеристики радиальных цилиндрических аэроостатических опор с дискретными источниками / В. С. Баласаньян // *Проблемы машиностроения и надёжности машин*. – 1992. – № 17. – С. 60-67.
5. Баласаньян В. С. Определение угловой жесткости кольцевого аэроостатического подпятника / В. С. Баласаньян // *Машиноведение*. – 1977. – № 3. – С. 93 – 99.
6. Баласаньян В. С. Расчет радиальных аэроостатических подшипников / В. С. Баласаньян // *Станки и инструмент*. – 1983. – № 3. – С. 18 – 19.
7. Баласаньян В. С. Подъемная сила циркулярного аэроостатического подшипника при произвольном эксцентриситете / В. С. Баласаньян // *Машиноведение*. – 1984. – № 6. – С. 78 – 83.
8. Бальмонт В. Б. Расчеты высокоскоростных шпиндельных узлов / В. Б. Бальмонт, И. Г. Горелик, А. М. Фигатнер // *НИИТЭМР, Серия 1, Вып. 1* – 1987. – 52 с.

9. Бальмонт В. Б. Математическое моделирование точности вращения шпиндельных узлов / В. Б. Бальмонт, А. И. Зверев, Ю. М. Данильченко // Известия ВУЗов. М. : Машиностроение, 1987. – № 11. – С. 154 – 159.
10. Бахвалов Н. С. Численные методы. Ч. 1 / Бахвалов Н. С. // – М. : Наука, 1973. – 631 с.
11. Безродный В. Г. Статические характеристики сферических пористых газовых подшипников / В. Г. Безродный, Н. П. Седько // Газовая смазка в машинах и приборах : Всесозн. коорд. совещ., 18 – 20 сент. 1989 г. : тезисы докл. – М., 1989. – С. 26.
12. Болдырев Ю. Я. Однорядный радиальный газовый подшипник с максимальной несущей способностью / Ю. Я. Болдырев, М. Е. Слесарев // Машиноведение. – 1987. – № 4. – С. 97 – 193.
13. Борисова Ю. В. Влияние погрешностей геометрии радиальных опор с наддувом на их устойчивость / Ю. В. Борисова, Е. Г. Грудская // Трение, износ и смазочные материал : международ. науч. конф., 22 – 26 мая 1985. – Т. 4. – С. 41 – 42.
14. Васильев А. В. Электромагнитные опоры с внешней автоматической стабилизацией / А. В. Васильев, В. Н. Бетин, Г. И. Айзеншток // Станки и инструмент. – 1985. – № 2. – С. 16 – 18.
15. Віштак І. В. Підвищення жорсткості вузлів з газовими опорами / І. В. Віштак // Збірник тез доповідей II-ої Міжнародної інтернет-конференції «Проблеми довговічності матеріалів, покриттів та конструкцій». Вінниця, 2014.
16. Віштак І. В. Експлуатаційні характеристики газостатичних конічних опор шпиндельних вузлів / І. В. Віштак // «Гідро- та пневмоприводи машин – сучасні досягнення та застосування». Міжнародна науково-технічна інтернет-конференція, 22 грудня 2014 р. : збірник тез доповідей. – Вінниця : ВНТУ, 2015. – С. 41.
17. Віштак І. В. Газостатичні конічні підвіси для високошвидкісних шпиндельних вузлів / І. В. Віштак // Международная научно-практическая

Интернет-конференция Молодёжь в технических науках: исследования, проблемы, перспективы (МТН-2015). – Вінниця, 2015.

18. Віштак І. В. Оптимізація конструктивних параметрів шпindelних вузлів на конічних газових підвісах / І. В. Віштак // Дванадцятий міжнародний симпозиум українських інженерів-механіків у Львові : Тези доповідей. – Львів : КІНПАТРИ ЛТД. – 2015. – С. 65 – 66.

19. Віштак І. В. Переваги використання підшипників з газовим мащенням / І. В. Віштак // Науковий журнал «Вісник Машинобудування та транспорту». – 2015. – № 1. – С. 913.

20. Воронков В. С. Стабилизация вала в активных магнитных подшипниках / В. С. Воронков // Изв. АН СССР. МТТ. 1991. – № 4. – С. 63 – 70.

21. Вышков Ю. Д. Магнитные опоры в автоматике / Ю. Д. Вышков, В. И. Иванов. М. : Энергия, 1978. – 163 с.

22. Высокоскоростные шпиндели с газовыми подшипниками скольжения. / Taniguchi Hirofumi Hiroshi // J. Jap. Soc. Lubr. Eng. 1988.– 33, № 5.– С. 403 – 405.

23. Галиев Р. М. Стационарная задача конического подшипника с газовой смазкой / Р. М. Галиев, Г. А. Поспелов // Газовые опоры турбомашин. – Казань : КХТИ, 1975. – С. 130 – 131.

24. Грудская Е. Г. Характеристики гибридного радиального подшипника на газовой смазке/ Е. Г. Грудская, Н. Д. Заблоцкий // Машиноведение. – 1976. – № 5. – С. 93 – 98.

25. Грудская Е. Г. Расчет несущей способности радиальных газовых подшипников с дискретным наддувом / Е. Г. Грудская, В. С. Карпов // Машиноведение. – 1976. – № 2. – С. 73 – 77.

26. Грудская Е. Г. Влияние вторичного дросселирования на динамические характеристики радиальных газовых опор / Е. Г. Грудская // Трение и износ. – 1982. – Т. 3, № 4. – С. 674 – 683.

27. Гросс У. А. Обзор работ в области газовых подшипников с внешним наддувом за период с 1959 г. / У. А. Гросс // Проблемы трения и смазки. – 1969. – Т. 91, № 4. – С. 180 – 185.
28. Долотов К. С. Математические модели для расчета опор аэростатических шпиндельных узлов / под. ред. д.т.н., проф. А. В. Пуша // Проектирование технологических машин: Сборник научных трудов. Выпуск 6. – М. : МГТУ «СТАНКИН». – 1997. – С. 100.
29. Ди. Современное состояние разработок подшипников с питающими щелями / Ди (C. W. Dee), Шайрс (G. L. Shires) // Проблемы трения и смазки. – 1971. – № 4. – С. 1 – 9.
30. Деркач Н. А. Теория и расчет осесимметричных подвесов с газовой смазкой при наличии осевых, радиальных и нутационных смещений подвижного элемента / Н. А. Деркач // Надежность роторных систем с опорами на газовой смазке : школа-семинар, 1 – 5 окт. 1990 г. : тезисы докл. – М. : 1990. – С. 31.
31. Деркач Н. А. Геометрия рабочего зазора конического газового подшипника при произвольных по величине и направлению относительных смещениях его поверхностей / Н. А. Деркач // КГУ. – Киев, 1987. – Деп. в УкрНИИНТИ № 1580-Ук87.
32. Деркач Н. А. Теория конического воздушного подвеса с прямолинейными канавками при наложении осевых, радиальных и нутационных смещений / Н. А. Деркач // КГУ. – Киев, 1987. – Деп. в УкрНИИНТИ № 1581-Ук87.
33. Добровольский Г. Г. Применение опор с газовой смазкой в шпинделях и поворотных столах для станков сверхвысокой точности / Г. Г. Добровольский, В. С. Крячек // Исследование и применение опор скольжения с газовой смазкой : Всесоюзное координационное совещание, 12 – 14 мая 1983 г. : тезисы докл. – Винница, 1983. – С. 57.
34. Добровольский Г. Г. Экспериментальные исследования и технология изготовления аэростатических опор из пористого графита /



Г. Г. Добровольский, В. Н. Скалыга, А. Н. Денисенко // Исследование и применение опор скольжения с газовой смазкой : Всесоюзное координационное совещание, 12 – 14 мая 1983 г.: тезисы докл. – Винница, 1983. – С. 78 – 79.

35. Жедь В. П. Применение в промышленности опор с газовой смазкой / В. П. Жедь, С. В. Пинегин, Ю. Б. Табачников // Станки и инструмент. – 1977. – № 12. – С. 1 – 3.

36. Жедь В. П. Состояние и перспективы промышленного использования подшипниковых узлов с воздушной смазкой / В. П. Жедь, С. А. Шейнберг // Станки и инструмент. – 1975. – № 11. – С. 18 – 21.

37. Журавлев Ю. П. Активные магнитные подшипники / Ю. П. Журавлев // Теория, расчет, применение СПб. : Политехника. – 2003. – 206 с.

38. Заблоцкий Н. Д. К вопросу постановки неизотермических задач теории газовой смазки / Н. Д. Заблоцкий // Машиноведение. – 1982. – № 4. – С. 77 – 81.

39. Емельянов А. В. Теория подшипника со спиральными канавками, учитывающая эффект скольжения и местной сжимаемости / А. В. Емельянов, Л. С. Емельянова // Известия АН СССР, МЖГ. – 1971. – № 5. – С. 84 – 93.

40. Емельянов А. В. Статика спиральных осевых опор скольжения / Емельянов А. В., Емельянова Л. С. // Красноярск : МВ и ССО РСФСР, 1972. – 58 с.

41. Емельянов А. В. Оптимальные параметры цилиндрического газового подвеса с двумя щелями наддува / А. В. Емельянов, Л. С. Емельянова, В. А. Федотов // Газовые опоры турбомашин: всесоюз. межвуз. сов., сент. 1973 г. – Казань, 1975. – С. 34 – 36.

42. Емельянов А. В. Расчет газостатической опоры с односторонним осевым нагружением и неразделенным питанием торцевого и радиального подшипников / А. В. Емельянов, Л. С. Емельянова, В. А. Федотов // Газовые опоры турбомашин: всесоюз. межвуз. сов., сент. 1973 г. – Казань, 1975. – С. 37 – 43.

43. Емельянов А. В. Расчет и оптимальные параметры радиальных газостатических подшипников / А. В. Емельянов, Г. В. Киселев, Г. Н. Писарев // *Машиноведение*. – 1975. – № 4. – С. 97 – 103.
44. Емельянов А. В. Исследование газостатических подпятников и улучшение их характеристик / А. В. Емельянов, В. А. Федотов, Г. Г. Дзюбинский // *Машиноведение*. – 1976. – № 3. – С. 96 – 105.
45. Емельянов А. В. Характеристики радиальных газостатических опор с двойным дросселированием газового потока / А. В. Емельянов, В. А. Федотов, В. А. Приятельчук // *Машиноведение*. – 1977. – № 2. – С. 97 – 104.
46. Емельянов А. В. Оптимальные параметры и сравнительные характеристики радиальных подвесов с непрофилированными рабочими поверхностями / А. В. Емельянов, В. А. Приятельчук, А. В. Шевченко // *Машиноведение*. – 1978. – № 6. – С. 81 – 89.
47. Емельянов А. В. Метод корректирующих сплайнов и его приложение к теории газовых подвесов / А. В. Емельянов, А. И. Шевчук // *Исследование и применение опор скольжения с газовой смазкой : Всесоюзное координационное совещание, 12 – 14 мая 1983 г. : тезисы докл.* – Винница, 1983. – С. 47 – 48.
48. Емельянов А. В. Расчет методом сплайнов кольцевых подпятников с наддувом газа по коллектору через пористый материал / А. В. Емельянов, А. Н. Денисенко // *Газовая смазка в машинах и приборах : Всесозн. коорд. совещ., 18 – 20 сент. 1989 г. : тезисы докл.* – М., 1989. – С. 45 – 46.
49. Емельянова Н. А. Теория радиально-осевых подвесов с зеркально симметричной геометрией и произвольно ориентированной несоосностью / Н. А. Емельянова, Л. С. Емельянова // *Исследование и применение опор скольжения с газовой смазкой : Всесоюзное координационное совещание, 12 – 14 мая 1983 г. : тезисы докл.* – Винница, 1983. – С. 10 – 11.

50. Емельянова Н. А. Теоретический анализ радиальных газовых подвесов при произвольно ориентированной малой несоосностью / Н. А. Емельянова // *Машиноведение*. – 1984. – № 6. – С. 89 – 96.
51. Карпов В. С. Динамические характеристики вертикальных газовых подшипников с профилированной поверхностью вала / В. С. Карпов, О. Н. Тихоненкова // *Исследование и применение опор скольжения с газовой смазкой : Всесоюзное координационное совещание, 12 – 14 мая 1983 г. : тезисы докл.* – Винница, 1983. – С. 46 – 47.
52. Карпов В. С. Определение критических параметров цилиндрических газовых подшипников с дискретным наддувом / В. С. Карпов, Е. Г. Грудская // *Машиноведение*. – 1982. – № 6 – С. 15 – 18.
53. Карпов В. С. Влияние дисбаланса ротора на работу сферического газового подшипника / В. С. Карпов, Л. А. Прокулевич // *Машиноведение*. – 1980. – № 4. – С. 10 – 12.
54. Кастелли (V. Castelli). Обзор численных методов решения задач газового подшипника / Кастелли, Пирвикс (J. Pirvics) // *Проблемы трения и смазки*. – 1968. – № 4. – С. 129 – 148.
55. Кельзон А. С. О влиянии массы упругих опор на зоны автоколебаний вала на газовой смазке / А. С. Кельзон, В. И. Яковлев // *Машиноведение*. – 1975. – № 3. – С. 18 – 21.
56. Кельзон А. С. Динамические характеристики гибридного газового подшипника с двумя питающими щелями / А. С. Кельзон, В. И. Яковлев, Т. С. Яковлева // *Машиноведение*. – 1982. – № 6. – С. 23 – 25.
57. Киселев Г. В. Исследование влияния некруглости шипа газостатических подшипников на точность вращения его оси / Г. В. Киселев, В. А. Федотов, Г. Н. Багдасарьян // *Подшипниковая промышленность. НИИНАВТОПРОМ*. – 1977. – № 8. – С. 19 – 23.
58. Кобулашвили А. Ш. Теоретическое исследование режима дробно-частотной стабилизации газостатического подшипника / А. Ш. Кобулашвили, В. Л. Стулов // *Машиноведение*. – 1979. – № 4. – С. 32 – 34.

59. Коднянко В. А. Исследование динамики газостатической опоры с двойным дросселированием газа в магистрали нагнетания / В. А. Коднянко, С. Н. Шатохин // *Машиноведение*. – 1978. – № 6. – С. 13 – 15.
60. Коднянко В. А. Радиальный газостатический подшипник с активным регулированием расхода газа эластичными компенсаторами / В. А. Коднянко, С. Н. Шатохин // *Машиноведение*. – 1981. – №5. – С. 18 – 20.
61. Константинеску В. Н. Газовая смазка / Константинеску В. Н.; пер. с рум. ; под ред. Коровчинского М. В. М. : Машиностроение. – 1968. – 718 с.
62. Кулаков В. М. Расчет двусторонних осевых опор с внутренним сопловым уравновешиванием / В. М. Кулаков // *Машиноведение*. – 1970. – № 3. – С. 12 – 15.
63. Лесуков В. А. Экспериментальное исследование устойчивости ротора в газовых упругодемпфирующих опорах / В. А. Лесуков, А. В. Громов, А. А. Мерзляков // *Машиноведение*. – 1981. – № 2. – С. 14 – 16.
64. Лойцянский Л. Г. *Механика жидкости и газа* / Лойцянский Л. Г. М. : Наука, 1973. – 848 с.
65. Лохматов А. А. Применение опор скольжения с газовой смазкой в электроventильаторе центробежного типа / А. А. Лохматов, Г. Д. Озеров, Г. Г. Агишев // *Исследование и применение опор скольжения с газовой смазкой : Всесоюзное координационное совещание, 12 – 14 мая 1983 г. : тезисы докл.* – Винница, 1983. – С. 68 – 69.
66. Марчук Г. И. *Методы в числительной математики* / Марчук Г. И. – М. : Наука, 1977. – 456 с.
67. Осепьян Л. С. Определение угловой жесткости цилиндрического газового подвеса / Л. С. Осепьян, И. Е. Сипенков // *Труды ЛПИ*. – 1970. – № 313. – С. 110 – 116.
68. Павловський М. А. *Теоретична механіка : підручник* / Павловський М. А. – К. : Техніка, 2002. – 512 с.
69. Пешти Ю. В. Метод расчета устойчивости вращения роторов турбомашин в подшипниках с газовой смазкой / Ю. В. Пешти //

Исследование и применение опор скольжения с газовой смазкой : Всесоюзное координационное совещание, 12 – 14 мая 1983 г. : тезисы докл. – Винница, 1983. – С. 79 – 80.

70. Пешти Ю. В. Газовая смазка : учебник для вузов / под. ред. Ю. В. Пешти. М. : 1983. – 381 с.

71. Пинегин С. В. Газодинамические подпятники со спиральными канавками / С. В. Пинегин, А. В. Емельянов, Ю. Б. Табачников – М. : Наука, 1977. – 108 с.

72. Пинегин С. В. Статические и динамические характеристики газостатических опор / С. В. Пинегин, Ю. Б. Табачников, И. Е. Синенков. – М. : Наука, 1982. – 265 с.

73. Пинегин С. В. Метод исследования антифрикционных свойств материалов применительно к условиям работ подшипников с газовой смазкой / С. В. Пинегин, В. П. Петров // Исследование и применение опор скольжения с газовой смазкой : Всесоюзное координационное совещание, 12 – 14 мая 1983 г. : тезисы докл. – Винница, 1983. – С. 72 – 74.

74. Пинегин С. В. Прецизионные опоры качения и опоры с газовой смазкой. Справочник / Пинегин С. В., Орлов А. В., Табачников Ю. Б. – М. : Машиностроение, 1984. – 216 с.

75. Пинегин С. В. Опоры с газовой смазкой в турбомашинах ограниченной мощности / Пинегин С. В., Поспелов Г. А., Пешти Ю. В. М. : Наука – 1977. – 143 с.

76. Подшипники с газовой смазкой / [под ред. Н. С. Грессема и Дж. У. Пауэлла ] ; пер. с англ. М. : Мир. – 1966. – 424 с.

77. Приятельчук В. А. Расчет характеристик газостатических подвесов с учетом сложной несоосности / В. А. Приятельчук // Трение и износ. – 1985. – Т. VI, № 4. – С. 604 – 611.

78. Приятельчук В. О. Вплив овальності вала на характеристики газових підвісок / В. О. Приятельчук, В. О. Федотов, О. М. Красноштан // Вісник ВПІ. – 2003. – № 3. – С. 70 – 75.

79. Пуш А. В. Прогнозирование выходных характеристик машин при их проектировании / А. В. Пуш // Машиноведение. – 1981. – № 5. – С. 54 – 60.
80. Пуш А. В. Шпиндельные узлы. Качество и надежность / Пуш А. В. М. : Машиностроение. – 1992. – 288 с.
81. Пуш А. В. Шпиндельные узлы. Проектирование и исследование / А. В. Пуш, И. А. Зверев. М. : Издательство «Станкин». – 2000. – 197 с.
82. Пуш В. Э. Конструирование металлорежущих станков / Пуш В. Э. М. : Машиностроение. – 1977. – 392 с.
83. Пуш В. Э. Малые перемещения в станках / Пуш В. Э. М. : Машиностроение. – 1961. – 124 с.
84. Пуш А. В. Оценка динамического качества станков по областям состояний их выходных параметров / А.В. Пуш // Станки и инструмент. – 1984. – № 8 – С. 9 – 12.
85. Пуш А. В. Оценка качества приводов прецизионных шпиндельных узлов по областям состояний выходных параметров точности / А.В. Пуш // Станки и инструмент. – 1985. – № 2. – С. 12 – 15.
86. Пуш А. В. Исследование шпиндельных узлов методом статического моделирования / А.В. Пуш // Станки и инструмент. – 1981. – № 1. – С. 9 – 12.
87. Пуш А. В. Прогнозирование и оптимизация точности и параметрической надежности шпиндельных узлов на стадии проектирования : диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук : 05.02.02 / Пуш Александр Васильевич Москва, 1985. – 248 с.
88. Пуш А. В. САПР шпиндельных узлов с аэростатическими подшипниками / А. В. Пуш, В. Б. Шолохов, М. В. Сергеев // Станки и инструмент. – 1989. – № 12. – С. 18 – 21.
89. Ревкач М. В. Розрахунок та оптимізація двосторонньої плоскої пористої прямокутної газостатичної опори великого видовження / М. В. Ревкач, В. І. Степанчук, В. О. Федотов // Вісник ВПІ. – 1994. – № 4 (5). – С. 38 – 40.

90. Решетов Д. Н. Точность металлорежущих станков / Д. Н. Решетов, В. Т. Портман М. : Машиностроение. – 1986. – 336 с.
91. РТМ 108. 129. 101. – 76. Расчет радиальных газостатических подшипников турбомашин атомной энергетики / [ Снопов А. И., Лучин Г. А., Данильченко В. Ф. и др.]. – Л. : НПО ЦКТИ, 1977. – 84 с.
92. РТМ 108. 129. 104. – 78. Расчет и проектирование упорных кольцевых газостатических подшипников турбомашин атомной энергетики / [ Снопов А. И., Лучин Г. А., Данильченко В. Ф. и др.]. – Л. : НПО ЦКТИ, 1980. – 167 с.
93. Савуляк В. І. Статичні характеристики пневматичного конічного підвісу шпиндельного вузла з канавками змінної глибини / В. І. Савуляк, І. В. Федотова // Вестник НТУУ «КПІ» Серія машиностроение. – 2012. – № 64. – С. 162–167.
94. Самарский А. А. Разностные схемы / Самарский А. А. М. : Наука, 1977. – 656 с.
95. Самарский А. А. Теория разностных схем для дифференциальных уравнений с обобщенными решениями учебник / Самарский А. А., Лазарев Р. Д., Макаров В. Л. М. : Высшая школа, 1987. – 296 с.
96. Самсонов А. И. Исследование и проектирование подшипников с наддувом газа для турбомашин / А. И. Самсонов, В. С. Кирсанов, Е. И. Кончаков // Исследование и применение опор скольжения с газовой смазкой : Всесоюзное координационное совещание, 12 – 14 мая 1983 г. : тезисы докл. – Винница, 1983. – С. 54 – 55.
97. Селиванов Ю. В. Оптимизация радиальных газостатических опор с щелевым наддувом / Ю. В. Селиванов // Газовая смазка в машинах и приборах : Всесозн. коорд. совещ., 18 – 20 сент. 1989 г. : тезисы докл. – М., 1989. – С. 73.
98. Сергеев С. И. Динамика криогенных турбомашин с подшипниками скольжения / Сергеев С. И. М. : Машиностроение, 1973. – 304 с.

99. Снопов А. И. Расчет динамических характеристик упорных кольцевых газостатических подшипников с дискретным наддувом / А. И. Снопов, В. Ф. Данильченко, А. Н. Иванов // Исследование и применение опор скольжения с газовой смазкой : Всесоюзное координационное совещание, 12 – 14 мая 1983 г. : тезисы докл. – Винница, 1983. – С. 38 – 39.

100. Снопов А. И. Расчет динамических характеристик радиальных газостатических подшипников-уплотнений с щелевым наддувом / А. И. Снопов, О. Г. Солопова // Надежность роторных систем с опорами на газовой смазке : школа-семинар, 1 – 5 окт. 1990 г. : тезисы докл. – М. : 1990. – С. 71.

101. Степанчук В. И. Применение метода сплайнов к расчету газовых подвесов / В. И. Степанчук, В. А. Федотов, А. И. Шевчук // Совершенствование методики преподавания и научные работ по теоретической и прикладной механике в условиях перестройки высшей школы: XIV межвузовский научно-методический семинар, 9 – 11 июня 1988 г. : тезисы докл. – Хмельницкий, 1988. – С. 101 – 102.

102. Степанчук В. И. Пути повышения характеристик газовых опор со щелями наддува / В. И. Степанчук, В. А. Федотов, А. А. Кашканов // Применение колебаний в технологиях. Расчет и проектирование машин для реализации технологий : II Междун. науч.-техн. конф., 5 – 7 сент. 1994 г. : материалы. – Винница, 1994. – С. 122 – 123.

103. Степанчук В. І. Лінійний статичний аналіз газостатичних кінцевих підвісок, профільованих поздовжніми канавками / В. І. Степанчук, В. О. Федотов // Вісник ВПІ. – 1994. – № 3 (4). – С. 57 – 61.

104. Степанчук В. І. Лінійний динамічний аналіз газостатичних кінцевих підвісок, профільованих поздовжніми канавками / В. І. Степанчук // Вісник ВПІ. – 1995. – № 4. – С. 45 – 51.

105. Степанчук В. І. Лінійний аналіз явища самозбудження осьових коливань в шпинделях на кінцевих підвісках, профільованих поздовжніми



канавками / В. И. Степанчук, В. О. Федотов // Вісник ВПІ. – 1998. – № 2. – С. 90 – 92.

106. Степанянц Л. Г. Методы решения задач газовой смазки с наддувом / Степанянц Л. Г., Заблоцкий Н. Д., Сипенков И. Е. // Газовая смазка подшипников. – М. : Наука, 1968. – С. 4 – 16.

107. Табачников Ю. Б. Методика расчета плоских кольцевых газостатических опор с круговой микроканавкой и ее экспериментальная проверка / Ю. Б. Табачников, Н. С. Галанов // Машиноведение. – 1974. – № 1. – С. 14 – 16.

108. Табачников Ю. Б. Применение аэроэстатических опор в подшипниковой промышленности / Ю. Б. Табачников, Е. А. Казанцев, Н. С. Галанов // Станки и инструмент. – 1977. – № 12. – С. 19 – 21.

109. Табачников Ю. Б. Исследование и оптимизация радиальных газостатических подшипников с продольными канавками с учетом угловой жесткости / Ю. Б. Табачников, А. В. Шевченко, В. И. Степанчук // Машиноведение. – 1981. – № 2. – С. 100 – 107.

110. Подшипники скольжения. Расчет, проектирование, смазка / [Типей Н., Константинеску В. Н., Ника Ап., Бице О.] Бухарест : Издательство Академии РНР. – 1964. – 457 с.

111. Федотов В. А. Экспериментальное исследование радиального газового подшипника с двойным дросселированием потока газовой смазки / В. А. Федотов, Г. В. Киселев // НИИНАВТОПРОМ, серия XII, Подшипниковая промышленность. – 1979. – № 8. – С. 11 – 13.

112. Федотов В. А. Влияние окружных потоков газа в проточных каналах цилиндрического подвеса на его характеристики / В. А. Федотов, А. В. Шевченко, А. В. Молчанов // Изв. Вузов. Машиностроение. – 1980. – № 4. – С. 67 – 71.

113. Федотов В. А. Расчет газостатических подшипников с продольными канавками в виде выкружек и лысок / В. А. Федотов, А. И. Шевчук // Вестник машиностроения. – 1985. – № 2. – С. 21 – 23.

114. Федотов В. А. Об улучшении характеристик газовых подвесов с продольными канавками / В. А. Федотов // Газовая смазка в машинах и приборах : Всесозн. коорд. совещ., 18 – 20 сент. 1989 г. : тезисы докл. – М., 1989. – С. 45 – 46.

115. Федотов В. О. Вплив активного дроселя на характеристики газових підшипників / В. О. Федотов, А. А. Кашканов // Вісник ВПІ. – 1994. – № 2 (3). – С. 65 – 67.

116. Федотов В. О. Оптимізація параметрів шпindelьних вузлів на газових кінчних підвісках, профільованих поздовжніми канавками / В. О. Федотов, В. І. Степанчук // Вісник ВПІ. – 1997. – № 4. – С. 70 – 75.

117. Федотов В. О. До питання межі застосування метода сплайнів у розрахунках газових підвісів / В. О. Федотов, Є. В. Смирнов // Вісник ВПІ. – 2002. – № 6. – С. 85 – 88.

118. Федотов В. О. Вплив нахилу поздовжніх канавок на характеристики радіальних підвісок / В. О. Федотов, В. В. Савуляк // Проблеми трибології (Problems of Tribology). – 2003. – № 1. – С. 54 – 56.

119. Федотов В. О. Вплив похибок виготовлення газових підвісок на їх характеристики / В. О. Федотов, І. Ю. Нікітіна, В. В. Савуляк // Вісник ВПІ. – 2004. – № 5. – С. 78 – 84.

120. Федотов В. О. Характеристики кінчних газових підвісок поздовжніми канавками змінної глибини / В. О. Федотов, І. В. Федотова // Вісник ВПІ. – 2008. – № 2. – С. 76 – 80.

121. Федотов В. О. Зменшення витрат газу в газостатичних опорах з поздовжніми канавками / В. О. Федотов, І. В. Федотова // Вісник ВПІ. – Вінниця, 2010. – № 3. – С. 99 – 102.

122. Федотов В. О. Газові підвіси шпindelьних вузлів : монографія / В. О. Федотов, І. В. Федотова. – Вінниця : ВНТУ, 2010. – 244 с.

123. Федотов В. О. Оптимізація конструктивних параметрів шпindelьних вузлів на газостатичних опорах / В. О. Федотов, І. В. Федотова //

Всеукраїнський науково-технічний журнал Промислова гідравліка і пневматика. – 2011. – №4 (34). – С. 40 – 44.

124. Федотов В. А. Разработка методов расчета и решение задач оптимального проектирования газостатических опор : диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук : 05.02.02 / Федотов Валерий Александрович Винница, 1979. – 294 с.

125. Фурманов Б. А. Динамические характеристики и устойчивость газостатических подпятников со ступенчатым зазором / Б. А. Фурманов // Вестник машиностроения. – 1977. – № 6. – С. 31 – 34.

126. Хирс. Конструирование опорных подшипников с продольными канавками и внешним нагнетанием смазки / Хирс (G. G. Hirs) // Проблемы трения и смазки. – 1968. – № 4. – С. 324 – 331.

127. Шевченко А. В. Комплексный подход к проблеме оптимизации газостатических подпятников. / А. В. Шевченко, В. А. Федотов, Г. И. Багдарасьян // Машиноведение. – 1981. – № 1. – С. 115 – 121.

128. Шевчук А. І. Статичні характеристики конічного газового підвісу з поздовжніми канавками при довільних зміщеннях вала / А. І. Шевчук, В. О. Федотов, В. В. Савуляк // Проблеми трибології (Problems of Tribology). – 2002. – № 4. – С. 107 – 114.

129. Шейнберг С. А. Опоры скольжения с газовой смазкой / Шейнберг С. А., Жедь В. П., Шишеев М. Д. М. : Машиностроение, 1969. – 331 с.

130. Шейнберг С. А. Оптимизация циркулярного аэростатического подшипника / С. А. Шейнберг, В. П. Жедь // Вестник машиностроения. – 1976. – № 21. – С. 12 – 18.

131. Шлихтинг Г. Теорія пограничного слоя / Шлихтинг Г.; пер. с нем. Г. А. Вольперта. М. : Гл. ред. ф.-м. лит. изд Наука, 1974. – 390 с.

132. Шнайдер А. Г. Статические характеристики конического газового смазочного слоя радиально-упорных мотор-подшипников и повышение их

экономичности по расходу газа / А. Г. Шнайдер, В. И. Степанчук // Трение и износ. – 1992. – Т. 13. – № 3. – С. 431 – 437.

133. Шнайдер А. Г. Расчет статической реакции газового слоя в радиально-упорных мотор-подшипниках с щелью наддува газа / А. Г. Шнайдер, В. И. Степанчук // Вестник машиностроения. – 1991. – № 12. – С. 27 – 29.

134. Шустер В. Г. Точность движения шипа в аэростатическом подвесе / В. Г. Шустер // Исследование и применение опор скольжения с газовой смазкой : Всесоюзное координационное совещание, 12 – 14 мая 1983 г. : тезисы докл. – Винница, 1983. – С. 36 – 37.

135. Яковлев В. И. Расчет конического подшипника с двумя питающими щелями / В. И. Яковлев, Ю. П. Циманский, Т. С. Яковлева // Вестник машиностроения. – 1987. – № 7. – С. 17 – 18.

136. Blondeen E. Externally pressurized bearing with pressure dependent restrictors / Blondeen E., Snoyes R. // Proc. 6-th Intern. Gas Bearing Symp., Southampton. – 1974. – P. D2/19 – D2/42.

137. Chandra M. Gas bearings. Part 1: Dynamic analysis and solution method / Chandra M., Malik M., Sinhasan R. // Wear. – 1983. – Vol. 88, № 3. – P. 255 – 268.

138. Grewal S. S. On the inherent compensation in an air journal bearing / Grewal S. S. // Proc. Inst. Mech. Eng. – 1983. – Vol. C197, Dec. – P. 275 – 276.

139. Gross W. A. Gas Film Lubrication / Gross W. A. – Wiley, New York, N. Y., 1962. – 414 p.

140. Gross W. A. Investigation of whirl in externally pressurized air lubricated journal bearings / Gross W. A. // Trans. ASME. – 1962. – Vol. 84, № 1. – P. 132 – 138.

141. Gunter E. I. The effects of speed, load and film thickness on the performance of gas-lubricated, tilting – pad journal bearings / Gunter E. I., Hinkle I. G., Fuller D. D. // Trans. ASLE. – 1964. – № 7. – P. 353 – 365.

142. Haruyama Y., Mori H. Influence of gas inertia forces generated within the stabilizing restrictor on dynamic characteristics of externally pressurized thrust gas

bearings 1-st report. Case of laminar flow at the capillary restriction / Haruyama Y., Mori H. // Bull. JSME. – 1982. – Vol. 25, № 210. – P. 2030 – 2038.

143. Jeffreys J. G. Air bearings and the engineering of movement / Jeffreys J. G. // Eng. Dig. – 1985. – Vol. 31, № 2. – P. 16 – 18.

144. Lee A. L. Design and testing of a hydrostatic air bearing / Lee A. L. // AIAA Pap. – 1987. – №296. – P. 1 – 5.

145. . Licht L., Elrod H. G. A study of the stability of externally pressurized gas bearings / Licht L., Elrod H. G. // Trans. ASME. – 1960. – Vol. 82, № 2. – P. 250 – 258.

146. Majumdar B. C. Externally pressurized gas bearings / Majumdar B. C. // Wear. – 1980. – Vol. 62, № 2. – P. 299 – 314.

147. Sebastian S. Analysis of a Conical Aerostatic Bearing / Sebastian S. // Pap. Pres. At 8<sup>th</sup> International Gas Bearing Symposium, BHRA Fluid Engineering, Cranfield, UK, England. – April, 1981. – Pap № 18. – P. 237 – 250.

148. Fedotova I. V. Spindle on the conical gas suspension their design and research performance / I. V. Fedotova, V. I Savulyak // New Technologies and Products in Machine Manufacturing Technologies, Tehnomus. Suceava, Romania, 2013. – № 20. – P. 234 – 239.

ДОДАТКИ

## Додаток А

ЗАТ «Калинівський машзавод»  ЗАО «Калиновский машзавод»

22400, Україна, Вінницька обл., м. Калинівка  
вул. Леніна, 67  
тел. 8 - (04333) - 2-13-82, 4-08-12, ф. 2-22-39, 4-06-67  
р/р 260053014325 в БВ № 12 Філії «Відділення  
ПАТ Промінвестбанк в м. Вінниця», МФО 302571  
Код ЄДРПОУ 25494693  
E-mail: [mashinfo@mail.ru](mailto:mashinfo@mail.ru)

22400, Україна, Винницкая обл., г. Калиновка,  
ул. Ленина, 67  
тел. 8 - (04333) - 2-13-82, 4-08-12, ф. 2-22-39, 4-06-67  
р/с 260053014325 в БО №12 Филиала „Отделение  
ПАО Проминвестбанк в г.Винница”, МФО 302571  
Код ЕГРПОУ 25494693  
E-mail: [mashinfo@mail.ru](mailto:mashinfo@mail.ru)

Цим актом підтверджується, що результати дисертаційної науково-дослідної роботи Федотової Інни Вікторівни, виконаної в Вінницькому національному технічному університеті на тему: «Пневматичний підвіс швидкісного шпиндельного вузла високої жорсткості з оптимізованими параметрами канавок» пройшли дослідно-промислово перевірку в умовах діючого виробництва протягом двох років.

Запропоновані пневматичні підвіси призначені для заміни імпортних високошвидкісних шпиндельних вузлів «Super-42» та «Super-65».

Необхідність в таких вузлах викликана тим, що свердлильні верстати широко використовуються на різних промислових підприємствах. Імпортні шпиндельні вузли, що встановлені на цих верстатах, мають термін служби біля 6 місяців при роботі в одну зміну і ремонт їх досить складний внаслідок відсутності імпортних комплектуючих.

Заміна імпортних шпиндельних вузлів на запропоновані розроблені моделі дозволила:

- відновити працездатність верстатів;
- знизити вартість і скоротити строки ремонту;
- відмовитись від отримання запасних комплектуючих по імпортним поставкам.

Економічний ефект від впровадження шпиндельних підвісок на пневматичний підвіс склав 15 тисяч гривень.

Заступник директора



В.В.Парфенюк

## Додаток Б

Статичні характеристик та відповідні оптимальні конструктивні параметри пневматичної конічної опори шпинделя з поздовжніми канавками змінної глибини.

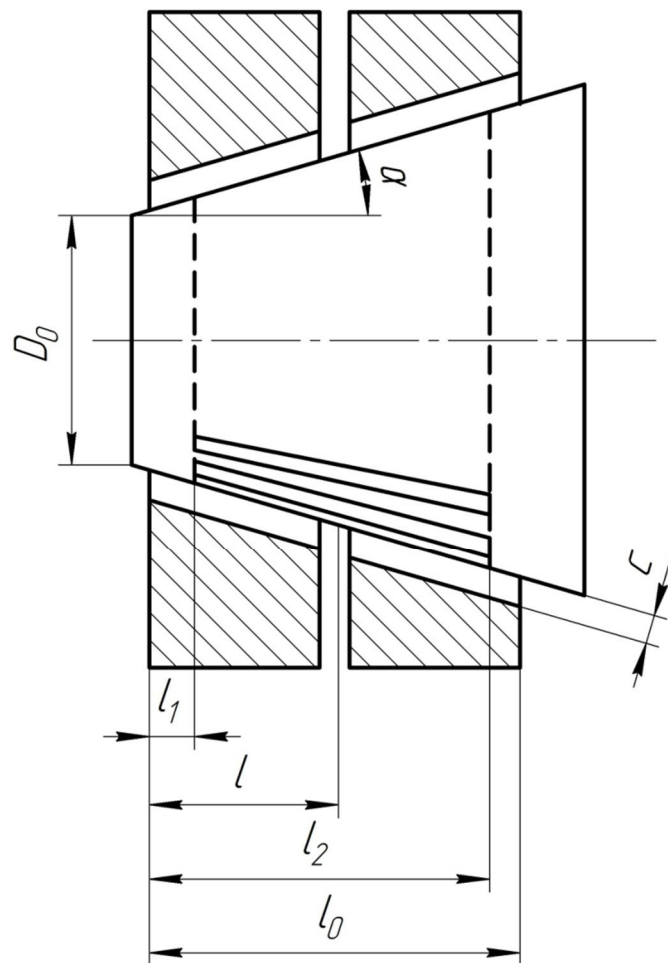


Рисунок Б.1 – Пневматична конічна опора шпинделя з поздовжніми канавками змінної глибини

В таблиці Б.1 положення лінії наддування газу  $\xi_0 = \frac{l}{l_0}$  визначалося з умови, що сума моментів реакцій газового шару відносно осі ортогональної



площині в якій лежать осі вала та втулки при  $\varepsilon \neq 0$  і  $\nu \neq 0$  дорівнює нулю. Величина  $M$  в таблиці – залишковий момент (різниця моментів газового шару зліва та справа від осі). Положення поздовжніх канавок знаходиться з безрозмірних параметрів  $\xi_1 = \frac{l_1}{l_0}$  та  $\xi_2 = \frac{l_2}{l_0}$ . Відносна довжина конічної опори  $\lambda = \frac{l_0}{D_0}$ .

Осьова навантажувальна сила  $F_\zeta$  та жорсткість  $K_\zeta$

$$F_\zeta = 4R_0^2 p_a F_\zeta^*, \quad K_\zeta = \frac{4R_0^2 p_a}{h_0} K_\zeta^*, \quad h_0 = \frac{c}{\sin \alpha}$$

де  $p_a$  – тиск газу в навколишньому середовищі опори.

Радіальна навантажувальна сила  $F_\varepsilon$

$$F_\varepsilon = 4R_0^2 p_a F_\varepsilon^*, \quad F_\varepsilon^* = \varepsilon K_{\varepsilon\varepsilon}^* + 9K_{\varepsilon 9}^*$$

де  $\varepsilon + \nu < 0,9$ .

Відновлювальний момент  $M$  газового шару при кутових перекосах вала

$$M = 4R_0^2 p_a M_g^*, \quad M_g^* = 9K_{99}^* + \varepsilon K_{9\varepsilon}^*$$

Витрати газу  $Q$

$$Q = \frac{\pi k p_a^2 c^3}{12\mu} Q^*$$

де  $k = \frac{p_a}{\rho}$ ,  $\rho$  – густина газу.

Радіальний номінальний зазор  $c$  рекомендується вибирати в межах:

$$c = (3 \cdot 10^{-4} \dots 15 \cdot 10^{-4}) R_0.$$

Динамічний коефіцієнт в'язкості  $\mu$  вибирається з таблиць в'язкостей газів.

Таблиця Б.1 – Оптимальні значення безрозмірних параметрів  $\xi_1$ , та  $\xi_2$  (максимум  $K_{\text{св}}^*/Q^*$ ) пневматичної конічної опори шпинделя з поздовжніми канавками змінної глибини.

$\lambda$	$\xi_0$	$\xi_1$	$\xi_2$	$F_{\zeta}^*$	$K_{\zeta}^*$	$M^*$	$K_{\text{св}}^*$	$K_{\text{св}0}^*$	$K_{\theta\theta}^*$	$K_{\theta\epsilon}^*$	$Q^*$
$P_H=5; \alpha=2^0; \text{ae}=0,25; \nu=0,4$											
2	0,52	0,08	0,93	0,93	0,006	0,02	1,78	0,007	3,82	0,07	77
3	0,54	0,08	0,93	1,45	0,009	0,039	2,39	-0,051	7,90	0,07	53
4	0,56	0,09	0,93	2,01	0,013	0,061	2,74	0,08	12,2	0,35	42
5	0,59	0,09	0,94	2,59	0,017	0,084	2,86	0,24	16,8	0,96	35
$P_H=6; \alpha=2^0; \text{ae}=0,25; \nu=0,4$											
2	0,51	0,08	0,92	1,12	0,007	0,02	2,18	0,11	4,61	0,17	112
3	0,53	0,08	0,92	1,74	0,011	0,05	2,93	0,05	9,54	0,22	78
4	0,55	0,09	0,93	2,40	0,016	0,08	3,38	0,29	15,1	0,70	61
5	0,58	0,09	0,94	3,09	0,020	0,10	3,54	0,49	20,8	1,47	52

Продовження таблиці Б.1

$\lambda$	$\xi_0$	$\xi_1$	$\xi_2$	$F_{\zeta}^*$	$K_{\zeta}^*$	$M^*$	$K_{\varepsilon\varepsilon}^*$	$K_{\varepsilon\theta}^*$	$K_{\theta\theta}^*$	$K_{\theta\varepsilon}^*$	$Q^*$
$P_H=5; \alpha=4^0; \varkappa=0,25; \nu=0,4$											
2	0,53	0,08	0,93	2,00	0,027	0,02	1,91	0,07	4,09	0,21	82
3	0,56	0,09	0,93	3,21	0,042	0,04	2,66	0,07	8,56	0,36	59
4	0,59	0,09	0,94	4,53	0,059	0,07	3,18	0,28	14,1	0,87	49
5	0,63	0,10	0,94	6,03	0,076	0,09	3,41	0,49	18,7	1,74	44
$P_H=6; \alpha=4^0; \varkappa=0,25; \nu=0,4$											
2	0,54	0,08	0,93	2,39	0,033	0,02	2,33	-0,07	5,01	0,14	120
3	0,56	0,09	0,93	3,83	0,052	0,06	3,25	0,11	10,5	0,44	87
4	0,59	0,09	0,94	5,41	0,072	0,09	3,89	0,35	17,3	1,07	71
5	0,63	0,10	0,94	7,20	0,093	0,11	4,17	0,60	22,9	2,15	64

Продовження таблиці Б.1

$\lambda$	$\xi_0$	$\xi_1$	$\xi_2$	$F_{\zeta}^*$	$K_{\zeta}^*$	$M^*$	$K_{\varepsilon\varepsilon}^*$	$K_{\varepsilon\theta}^*$	$K_{\theta\theta}^*$	$K_{\theta\varepsilon}^*$	$Q^*$
$P_H=5; \alpha=6^0; \varkappa=0,25; \nu=0,4$											
2	0,55	0,08	0,93	3,06	0,06	0,02	2,02	-0,02	4,34	0,25	88
3	0,58	0,09	0,94	5,03	0,10	0,05	2,89	0,16	9,46	0,60	66
4	0,61	0,10	0,94	7,32	0,14	0,08	3,57	0,55	15,3	1,49	56
5	0,65	0,10	0,95	9,93	0,19	0,11	3,92	0,99	21,2	2,92	52
$P_H=6; \alpha=6^0; \varkappa=0,25; \nu=0,4$											
2	0,55	0,08	0,93	3,96	0,08	0,03	2,48	-0,02	5,32	0,31	128
3	0,58	0,09	0,94	6,34	0,12	0,06	3,56	0,20	11,6	0,74	96
4	0,62	0,10	0,94	9,21	0,18	0,09	4,30	0,40	18,5	1,46	82
5	0,65	0,10	0,95	12,5	0,23	0,13	4,80	1,22	26,0	3,61	76

Продовження таблиці Б.1

$\lambda$	$\xi_0$	$\xi_1$	$\xi_2$	$F_{\zeta}^*$	$K_{\zeta}^*$	$M^*$	$K_{\varepsilon\varepsilon}^*$	$K_{\varepsilon\theta}^*$	$K_{\theta\theta}^*$	$K_{\theta\varepsilon}^*$	$Q^*$
$P_H=5; \alpha=8^0; \varkappa=0,25; \nu=0,4$											
2	0,56	0,09	0,93	4,35	0,12	0,03	2,44	-0,53	5,28	0,07	94
3	0,59	0,09	0,94	7,32	0,19	0,03	3,57	-0,89	11,8	-0,22	73
4	0,63	0,10	0,94	10,9	0,28	0,08	3,89	0,67	16,6	2,0	64
5	0,67	0,10	0,95	15,0	0,36	0,12	4,34	1,34	23,2	3,96	61
$P_H=6; \alpha=8^0; \varkappa=0,25; \nu=0,4$											
2	0,56	0,09	0,93	5,48	0,14	0,03	2,60	0,08	5,56	0,53	137
3	0,60	0,09	0,94	9,21	0,24	0,06	3,80	0,16	12,4	0,98	106
4	0,63	0,10	0,94	13,7	0,34	0,10	4,77	0,83	20,4	2,47	94
5	0,67	0,10	0,95	18,9	0,45	0,14	5,31	1,64	28,4	4,88	89

Додаток В

Характеристики шпинделів на пневматичних кінцевих опорах з поздовжніми канавками змінної глибини.

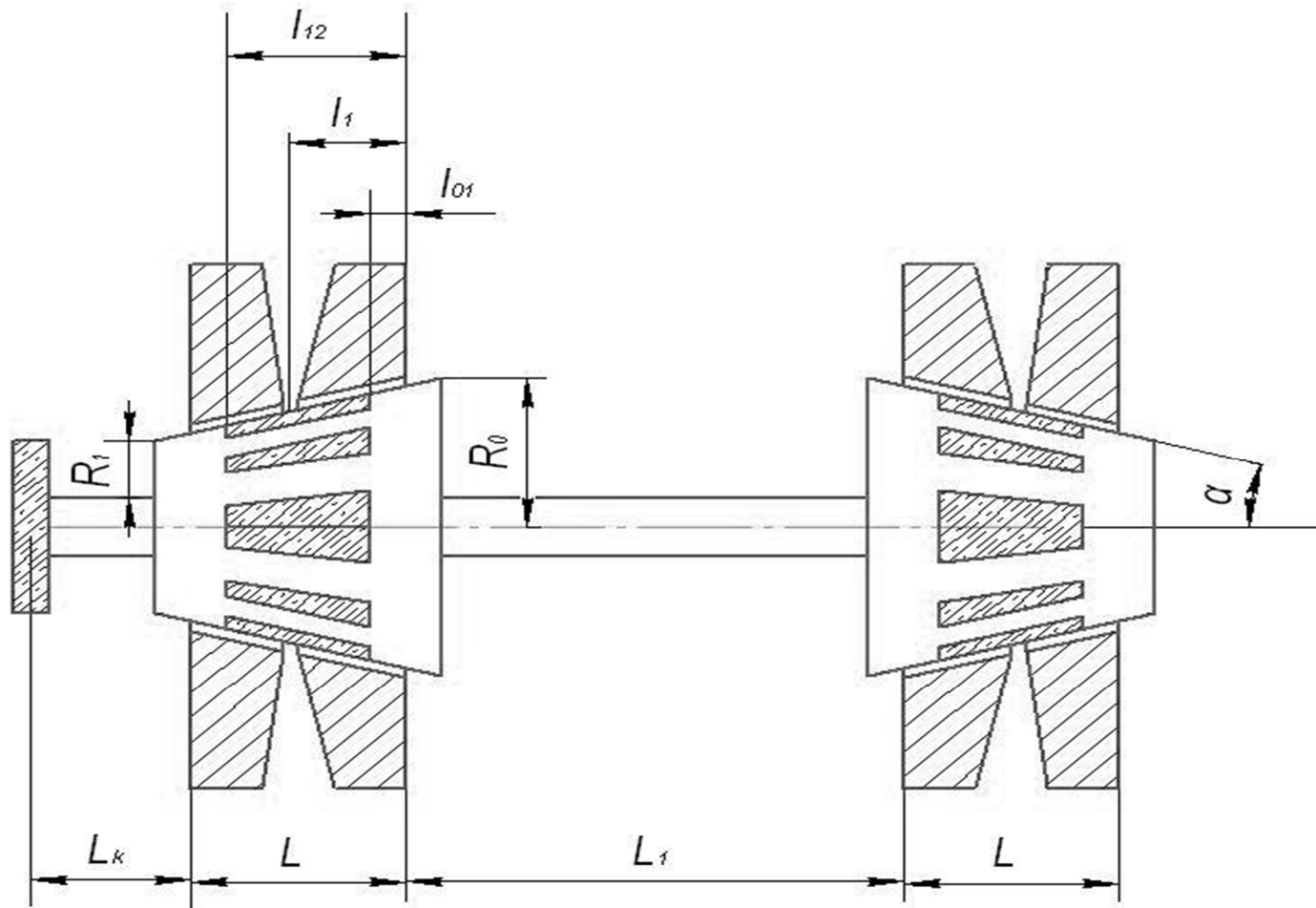


Рисунок В.1 – Схема шпинделя на двох пневматичних кінцевих опорах з поздовжніми канавками змінної глибини

Геометричні позначення:  $\lambda_k = \frac{L_k}{2R_0}$ ,  $\lambda_1 = \frac{L_1}{2R_0}$ ,  $\alpha$  - кут в градусах (таблиця В1) та градусах і хвилинах (таблиця В2);  
 $\lambda = \frac{L}{2R_0}$ ,  $\delta = \frac{R_0 - R_1}{R_0}$ ,  $\xi_{01} = \frac{l_{01}}{L}$ ,  $\xi_1 = \frac{l_1}{L}$ ,  $\xi_{12} = \frac{l_{12}}{L}$ ,  $\beta = \frac{\sigma}{c + \sigma_0}$ ,  $\sigma$  - мінімальна глибина поздовжньої канавки;  $\sigma_0$  -  
максимальна глибина поздовжньої канавки;  $c$  - номінальна товщина газового шару;  $\varkappa = \frac{\varphi_e}{\varphi_e + \varphi_a}$ ;  $\varphi_e$  - ширина дна  
канавки;  $\varphi_a$  - ширина вершини канавки.

Безрозмірні характеристики шпинделів.

$F_\zeta^*$  - безрозмірна приведена осьова навантажувальна сила,

$K_{oc}^*$  - безрозмірна приведена осьова жорсткість,

$K_{\delta\delta a}^*$  - безрозмірна приведена радіальна жорсткість,

$Q_\Sigma^*$  - безрозмірні витрати стиснутого газу.

Таблиця В.1 – Оптимальні характеристики і відповідні їм конструктивні параметри шпинделів на пневматичних конічних опорах з поздовжніми канавками за критерієм  $\max\left(\frac{K_{\delta\delta\delta}^*}{Q_{\Sigma}^*}\right)$

$P_H$	$\lambda_K$	$\lambda_1$	$\alpha$	$\lambda$	$\delta$	$\xi_{01}$	$\xi_1$	$\xi_{12}$	$\beta$	$\alpha$	$F_{\zeta}^*$	$K_{oc}^*$	$K_{\delta\delta\delta}^*$	$Q_{\Sigma}^*$
5	0,5	0	8	1,0	0,281	0,261	0,5	0,509	1,97	0,50	1,364	0,0128	0,1177	119,6
			12	1,0	0,425	0,280	0,5	0,509	1,98	0,50	1,888	0,0252	0,0912	106,1
			16	1,0	0,573	0,291	0,5	0,509	1,92	0,50	2,314	0,0434	0,0754	94,2
			20	1,0	0,728	0,312	0,5	0,509	1,98	0,50	2,617	0,0561	0,0530	79,9
			8	1,5	0,422	0,256	0,5	0,509	1,93	0,50	1,899	0,0204	0,1548	75,9
			12	1,5	0,638	0,281	0,5	0,509	1,93	0,50	2,484	0,0387	0,0944	63,1
			16	1,5	0,860	0,277	0,5	0,509	1,99	0,50	2,877	0,0690	0,0332	54,6
			8	2,0	0,562	0,306	0,5	0,922	0,95	0,50	2,342	0,0731	0,2621	65,2
			12	2,0	0,850	0,258	0,5	0,982	1,94	0,50	3,028	0,1144	0,1112	88,9
			8	1,0	0,281	0,335	0,5	0,761	0,83	0,25	1,318	0,0343	0,1630	106,8
			12	1,0	0,425	0,345	0,5	0,887	0,98	0,25	1,850	0,0833	0,1712	112,6
			16	1,0	0,573	0,361	0,5	0,903	1,33	0,25	2,310	0,1357	0,1412	110,7
			20	1,0	0,728	0,364	0,5	0,812	0,91	0,25	2,512	0,1478	0,0695	73,0
			8	1,5	0,422	0,323	0,5	0,897	1,18	0,25	1,889	0,0637	0,3117	84,9
			12	1,5	0,638	0,295	0,5	0,747	1,99	0,25	2,588	0,0812	0,1075	67,7
			16	1,5	0,860	0,297	0,5	0,825	1,92	0,25	2,919	0,1333	0,0419	55,7
			8	2,0	0,562	0,309	0,5	0,922	1,40	0,25	2,339	0,0809	0,3157	64,9
			12	2,0	0,850	0,280	0,5	0,974	2,03	0,25	2,923	0,1315	0,1080	66,4



Продовження таблиці В.1

$P_H$	$\lambda_K$	$\lambda_1$	$\alpha$	$\lambda$	$\delta$	$\xi_{01}$	$\xi_1$	$\xi_{12}$	$\beta$	$\alpha$	$F_\zeta^*$	$K_{oc}^*$	$K_{\delta\alpha\alpha}^*$	$Q_\Sigma^*$
5	0,75	0	8	1,0	0,281	0,280	0,5	0,509	1,98	0,50	1,351	0,0112	0,0917	114,9
			12	1,0	0,425	0,300	0,5	0,529	1,99	0,50	1,882	0,0227	0,0752	102,5
			16	1,0	0,573	0,305	0,5	0,509	1,93	0,50	2,295	0,0389	0,0584	91,1
			20	1,0	0,728	0,325	0,5	0,509	1,98	0,50	2,594	0,0505	0,0407	77,5
			8	1,5	0,422	0,268	0,5	0,509	1,92	0,50	1,887	0,0189	0,1280	73,7
			12	1,5	0,638	0,290	0,5	0,509	1,92	0,50	2,470	0,0366	0,0771	61,7
			16	1,5	0,860	0,279	0,5	0,509	1,98	0,50	2,874	0,0684	0,0266	54,4
			8	2,0	0,562	0,313	0,5	0,924	0,97	0,50	2,338	0,0719	0,2266	65,4
			12	2,0	0,850	0,261	0,5	0,982	1,95	0,50	3,025	0,1126	0,0940	88,6
			8	1,0	0,281	0,351	0,5	0,759	0,85	0,25	1,316	0,0330	0,1257	105,9
			12	1,0	0,425	0,360	0,5	0,888	0,98	0,25	1,840	0,0796	0,1318	111,2
			16	1,0	0,573	0,375	0,5	0,903	1,34	0,25	2,296	0,1301	0,1083	109,2
			20	1,0	0,728	0,371	0,5	0,753	0,82	0,25	2,476	0,1282	0,0475	68,6
			8	1,5	0,422	0,334	0,5	0,898	1,16	0,25	1,878	0,0616	0,2561	83,7
			12	1,5	0,638	0,326	0,5	0,897	1,94	0,25	2,592	0,1050	0,1523	82,4
			16	1,5	0,860	0,305	0,5	0,880	1,92	0,25	2,915	0,1390	0,0413	58,3
			8	2,0	0,562	0,317	0,5	0,924	1,42	0,25	2,334	0,0793	0,2731	65,2
			12	2,0	0,850	0,282	0,5	0,975	2,04	0,25	2,919	0,1299	0,0914	66,5

Продовження таблиці В.1

$P_H$	$\lambda_K$	$\lambda_1$	$\alpha$	$\lambda$	$\delta$	$\xi_{01}$	$\xi_1$	$\xi_{12}$	$\beta$	$\alpha$	$F_\zeta^*$	$K_{oc}^*$	$K_{\delta\alpha\alpha}^*$	$Q_\Sigma^*$
5	1.0	0	8	1,0	0,281	0,293	0,5	0,509	2,00	0,50	1,342	0,0101	0,0736	111,8
			12	1,0	0,425	0,310	0,5	0,529	2,00	0,50	1,872	0,0210	0,0600	100,5
			16	1,0	0,573	0,324	0,5	0,533	1,96	0,50	2,288	0,0348	0,0460	88,5
			20	1,0	0,728	0,336	0,5	0,509	1,98	0,50	2,574	0,0464	0,0322	75,5
			8	1,5	0,422	0,277	0,5	0,509	1,94	0,50	1,878	0,0175	0,1072	72,2
			12	1,5	0,638	0,296	0,5	0,509	1,94	0,50	2,462	0,0345	0,0640	60,9
			16	1,5	0,860	0,280	0,5	0,509	1,99	0,50	2,872	0,0678	0,0218	54,2
			8	2,0	0,562	0,318	0,5	0,925	0,99	0,50	2,336	0,0709	0,1981	65,9
			12	2,0	0,850	0,263	0,5	0,983	1,96	0,50	3,016	0,1120	0,0824	90,6
			8	1,0	0,281	0,363	0,5	0,813	0,87	0,25	1,319	0,0352	0,1115	110,6
			12	1,0	0,425	0,371	0,5	0,889	0,97	0,25	1,832	0,0770	0,1043	110,3
			16	1,0	0,573	0,384	0,5	0,902	1,33	0,25	2,286	0,1261	0,0854	108,0
			20	1,0	0,728	0,381	0,5	0,811	0,90	0,25	2,491	0,1361	0,0412	71,5
			8	1,5	0,422	0,344	0,5	0,897	1,22	0,25	1,882	0,0609	0,2180	84,7
			12	1,5	0,638	0,302	0,5	0,747	1,99	0,25	2,580	0,0787	0,0719	66,8
			16	1,5	0,860	0,301	0,5	0,825	1,92	0,25	2,912	0,1308	0,0273	55,1
			8	2,0	0,562	0,324	0,5	0,925	1,45	0,25	2,331	0,0779	0,2383	65,4
			12	2,0	0,850	0,284	0,5	0,973	2,05	0,25	2,920	0,1287	0,0770	65,4

Продовження таблиці В.1

$P_H$	$\lambda_K$	$\lambda_1$	$\alpha$	$\lambda$	$\delta$	$\xi_{01}$	$\xi_1$	$\xi_{12}$	$\beta$	$\alpha$	$F_\zeta^*$	$K_{oc}^*$	$K_{\delta\alpha\alpha}^*$	$Q_\Sigma^*$
5	0,5	1,0	8	1,0	0,281	0,268	0,5	0,816	0,70	0,50	1,382	0,0429	0,2181	127,5
			12	1,0	0,425	0,267	0,5	0,893	0,78	0,50	1,934	0,0977	0,2082	131,5
			16	1,0	0,573	0,262	0,5	0,899	0,93	0,50	2,411	0,1622	0,1605	124,0
			20	1,0	0,728	0,250	0,5	0,917	1,02	0,50	2,757	0,2299	0,1033	112,6
			8	1,5	0,422	0,269	0,5	0,899	0,84	0,50	1,936	0,0663	0,3180	92,4
			12	1,5	0,638	0,217	0,5	0,848	1,92	0,50	2,806	0,0923	0,1396	97,0
			16	1,5	0,860	0,188	0,5	0,883	1,73	0,50	3,166	0,1786	0,0605	83,5
			8	2,0	0,562	0,257	0,5	0,926	1,06	0,50	2,411	0,0846	0,3058	73,1
			12	2,0	0,850	0,190	0,5	0,981	1,92	0,50	3,143	0,1494	0,1349	99,1
			8	1,0	0,281	0,249	0,5	0,764	1,17	0,25	1,396	0,0470	0,2229	127,1
			12	1,0	0,425	0,266	0,5	0,891	1,17	0,25	1,932	0,1097	0,2357	130,8
			16	1,0	0,573	0,261	0,5	0,899	1,39	0,25	2,414	0,1816	0,1861	124,7
			20	1,0	0,728	0,233	0,5	0,870	1,96	0,25	2,879	0,2279	0,1041	117,8
			8	1,5	0,422	0,267	0,5	0,897	1,34	0,25	1,955	0,0755	0,3805	95,3
			12	1,5	0,638	0,243	0,5	0,796	1,95	0,25	2,671	0,1122	0,1570	78,6
			16	1,5	0,860	0,196	0,5	0,770	1,95	0,25	3,049	0,2044	0,0575	69,7
			8	2,0	0,562	0,260	0,5	0,923	1,48	0,25	2,398	0,0930	0,3650	70,8
			12	2,0	0,850	0,207	0,5	0,970	2,09	0,25	3,048	0,1725	0,1373	75,0

Продовження таблиці В.1

$P_H$	$\lambda_K$	$\lambda_1$	$\alpha$	$\lambda$	$\delta$	$\xi_{01}$	$\xi_1$	$\xi_{12}$	$\beta$	$\alpha$	$F_\zeta^*$	$K_{oc}^*$	$K_{\delta\alpha\alpha}^*$	$Q_\Sigma^*$
5	0,75	1,0	8	1,0	0,281	0,273	0,5	0,816	0,70	0,50	1,380	0,0424	0,1799	126,9
			12	1,0	0,425	0,272	0,5	0,894	0,79	0,50	1,932	0,0967	0,1724	131,5
			16	1,0	0,573	0,267	0,5	0,900	0,92	0,50	2,405	0,1599	0,1312	123,1
			20	1,0	0,728	0,212	0,5	0,871	1,88	0,50	2,993	0,1737	0,0621	134,1
			8	1,5	0,422	0,274	0,5	0,900	0,84	0,50	1,933	0,0655	0,2739	92,2
			12	1,5	0,638	0,256	0,5	0,901	1,12	0,50	2,619	0,1288	0,1624	85,8
			16	1,5	0,860	0,181	0,5	0,882	1,94	0,50	3,212	0,1661	0,0500	88,2
			8	2,0	0,562	0,261	0,5	0,927	1,08	0,50	2,412	0,0838	0,2715	73,7
			12	2,0	0,850	0,190	0,5	0,981	1,94	0,50	3,146	0,1487	0,1179	99,8
			8	1,0	0,281	0,249	0,5	0,764	1,19	0,25	1,399	0,0470	0,1842	127,9
			12	1,0	0,425	0,271	0,5	0,892	1,18	0,25	1,931	0,1085	0,1951	130,8
			16	1,0	0,573	0,267	0,5	0,898	1,36	0,25	2,405	0,1785	0,1511	122,6
			20	1,0	0,728	0,235	0,5	0,870	1,96	0,25	2,875	0,2257	0,0843	117,1
			8	1,5	0,422	0,274	0,5	0,901	1,26	0,25	1,933	0,0734	0,3192	92,4
			12	1,5	0,638	0,249	0,5	0,898	1,93	0,25	2,685	0,1347	0,1999	92,2
			16	1,5	0,860	0,196	0,5	0,772	1,95	0,25	3,049	0,2042	0,0480	69,6
			8	2,0	0,562	0,265	0,5	0,924	1,50	0,25	2,397	0,0920	0,3236	71,2
			12	2,0	0,850	0,208	0,5	0,971	2,10	0,25	3,047	0,1715	0,1192	75,2

Продовження таблиці В.1

$P_H$	$\lambda_K$	$\lambda_1$	$\alpha$	$\lambda$	$\delta$	$\xi_{01}$	$\xi_1$	$\xi_{12}$	$\beta$	$\alpha$	$F_\zeta^*$	$K_{oc}^*$	$K_{\delta\alpha\alpha}^*$	$Q_\Sigma^*$
5	0,5	2,0	8	1,0	0,281	0,229	0,5	0,863	0,76	0,50	1,405	0,0502	0,3095	144,7
			12	1,0	0,425	0,226	0,5	0,882	0,80	0,50	1,957	0,1068	0,2631	136,3
			16	1,0	0,573	0,216	0,5	0,903	0,93	0,50	2,440	0,1834	0,2204	133,4
			20	1,0	0,728	0,207	0,5	0,903	0,95	0,50	2,769	0,2585	0,1467	114,2
			8	1,5	0,422	0,235	0,5	0,891	0,85	0,50	1,958	0,0716	0,3703	95,4
			12	1,5	0,638	0,185	0,5	0,751	1,44	0,50	2,717	0,1170	0,1778	87,8
			16	1,5	0,860	0,168	0,5	0,768	1,29	0,50	3,050	0,2154	0,0984	74,2
			8	2,0	0,562	0,225	0,5	0,917	1,04	0,50	2,436	0,0914	0,3460	74,2
			12	2,0	0,850	0,161	0,5	0,955	1,56	0,50	3,136	0,1820	0,1495	80,1
			8	1,0	0,281	0,224	0,5	0,819	1,14	0,25	1,406	0,0541	0,3244	137,6
			12	1,0	0,425	0,224	0,5	0,881	1,17	0,25	1,952	0,1196	0,2999	135,1
			16	1,0	0,573	0,219	0,5	0,891	1,23	0,25	2,400	0,1974	0,2381	123,1
			20	1,0	0,728	0,199	0,5	0,816	1,44	0,25	2,782	0,2712	0,1508	105,9
			8	1,5	0,422	0,233	0,5	0,892	1,25	0,25	1,954	0,0803	0,4337	95,1
			12	1,5	0,638	0,196	0,5	0,802	1,93	0,25	2,715	0,1372	0,2314	87,8
			16	1,5	0,860	0,171	0,5	0,770	1,75	0,25	3,025	0,2395	0,1221	71,9
			8	2,0	0,562	0,225	0,5	0,915	1,48	0,25	2,425	0,1014	0,4197	72,7
			12	2,0	0,850	0,170	0,5	0,948	1,95	0,25	3,079	0,2002	0,1818	71,5

Продовження таблиці В.1

$P_H$	$\lambda_K$	$\lambda_1$	$\alpha$	$\lambda$	$\delta$	$\xi_{01}$	$\xi_1$	$\xi_{12}$	$\beta$	$\alpha$	$F_\zeta^*$	$K_{oc}^*$	$K_{\delta\alpha\alpha}^*$	$Q_\Sigma^*$
5	0,75	2,0	8	1,0	0,281	0,232	0,5	0,818	0,73	0,50	1,399	0,0469	0,2415	134,8
			12	1,0	0,425	0,229	0,5	0,884	0,80	0,50	1,950	0,1063	0,2274	136,3
			16	1,0	0,573	0,223	0,5	0,894	0,85	0,50	2,409	0,1761	0,1776	124,8
			20	1,0	0,728	0,202	0,5	0,815	0,97	0,50	2,779	0,2411	0,1067	104,9
			8	1,5	0,422	0,238	0,5	0,893	0,86	0,50	1,957	0,0712	0,3285	95,5
			12	1,5	0,638	0,172	0,5	0,798	1,91	0,50	2,832	0,1040	0,1534	103,0
			16	1,5	0,860	0,168	0,5	0,768	1,29	0,50	3,051	0,2151	0,0851	74,3
			8	2,0	0,562	0,227	0,5	0,919	1,05	0,50	2,436	0,0910	0,3121	74,5
			12	2,0	0,850	0,161	0,5	0,958	1,58	0,50	3,139	0,1817	0,1343	81,3
			8	1,0	0,281	0,221	0,5	0,766	1,18	0,25	1,406	0,0504	0,2505	132,4
			12	1,0	0,425	0,227	0,5	0,883	1,18	0,25	1,952	0,1192	0,2595	135,3
			16	1,0	0,573	0,222	0,5	0,892	1,23	0,25	2,399	0,1963	0,2046	122,9
			20	1,0	0,728	0,207	0,5	0,870	1,38	0,25	2,769	0,2804	0,1398	108,3
			8	1,5	0,422	0,236	0,5	0,894	1,26	0,25	1,953	0,0798	0,3842	95,0
			12	1,5	0,638	0,192	0,5	0,802	1,92	0,25	2,717	0,1394	0,2047	88,5
			16	1,5	0,860	0,175	0,5	0,824	1,72	0,25	3,032	0,2446	0,1119	72,6
			8	2,0	0,562	0,228	0,5	0,917	1,48	0,25	2,424	0,1007	0,3776	72,8
			12	2,0	0,850	0,172	0,5	0,951	1,96	0,25	3,079	0,1995	0,1624	72,1

Продовження таблиці В.1

$P_H$	$\lambda_K$	$\lambda_1$	$\alpha$	$\lambda$	$\delta$	$\xi_{01}$	$\xi_1$	$\xi_{12}$	$\beta$	$\alpha$	$F_\zeta^*$	$K_{oc}^*$	$K_{\delta\alpha\alpha}^*$	$Q_\Sigma^*$
5	1,00	2,0	8	1,0	0,281	0,231	0,5	0,765	0,73	0,50	1,390	0,0433	0,1863	127,5
			12	1,0	0,425	0,232	0,5	0,885	0,80	0,50	1,956	0,1058	0,1980	136,3
			16	1,0	0,573	0,220	0,5	0,903	0,97	0,50	2,450	0,1821	0,1654	134,7
			20	1,0	0,728	0,210	0,5	0,902	0,96	0,50	2,771	0,2562	0,1074	113,7
			8	1,5	0,422	0,241	0,5	0,894	0,86	0,50	1,956	0,0708	0,2929	95,5
			12	1,5	0,638	0,175	0,5	0,798	1,98	0,50	2,838	0,0989	0,1299	103,0
			16	1,5	0,860	0,172	0,5	0,822	1,27	0,50	3,056	0,2203	0,0777	74,9
			8	2,0	0,562	0,229	0,5	0,921	1,06	0,50	2,437	0,0907	0,2836	75,1
			12	2,0	0,850	0,161	0,5	0,960	1,58	0,50	3,139	0,1819	0,1210	82,3
			8	1,0	0,281	0,233	0,5	0,864	1,14	0,25	1,405	0,0561	0,2666	144,5
			12	1,0	0,425	0,230	0,5	0,883	1,18	0,25	1,952	0,1186	0,2257	135,1
			16	1,0	0,573	0,220	0,5	0,902	1,36	0,25	2,433	0,2023	0,1892	131,5
			20	1,0	0,728	0,211	0,5	0,903	1,34	0,25	2,750	0,2842	0,1268	111,2
			8	1,5	0,422	0,239	0,5	0,895	1,26	0,25	1,953	0,0794	0,3430	95,2
			12	1,5	0,638	0,214	0,5	0,900	1,72	0,25	2,678	0,1594	0,2399	94,0
			16	1,5	0,860	0,175	0,5	0,824	1,73	0,25	3,033	0,2442	0,0979	72,7
			8	2,0	0,562	0,232	0,5	0,918	1,47	0,25	2,419	0,1000	0,3391	72,4
			12	2,0	0,850	0,172	0,5	0,952	1,96	0,25	3,077	0,1996	0,1454	72,5

Продовження таблиці В.1

$P_H$	$\lambda_K$	$\lambda_1$	$\alpha$	$\lambda$	$\delta$	$\xi_{01}$	$\xi_1$	$\xi_{12}$	$\beta$	$\alpha$	$F_\zeta^*$	$K_{oc}^*$	$K_{\delta\alpha\alpha}^*$	$Q_\Sigma^*$
5	0,5	4,0	8	1,0	0,281	0,197	0,5	0,857	0,77	0,50	1,413	0,0531	0,3982	149,8
			12	1,0	0,425	0,193	0,5	0,865	0,79	0,50	1,965	0,1120	0,3418	138,1
			16	1,0	0,573	0,189	0,5	0,850	0,81	0,50	2,410	0,1810	0,2734	121,4
			20	1,0	0,728	0,179	0,5	0,853	0,87	0,50	2,754	0,2636	0,2126	109,1
			8	1,5	0,422	0,200	0,5	0,874	0,84	0,50	1,970	0,0757	0,4549	96,5
			12	1,5	0,638	0,171	0,5	0,849	1,15	0,50	2,690	0,1540	0,3383	92,9
			16	1,5	0,860	0,157	0,5	0,765	1,09	0,50	2,986	0,2306	0,1964	71,6
			8	2,0	0,562	0,191	0,5	0,888	0,99	0,50	2,444	0,0966	0,4173	72,0
			12	2,0	0,850	0,153	0,5	0,803	1,30	0,50	3,063	0,1852	0,2180	61,2
			8	1,0	0,281	0,193	0,5	0,819	1,14	0,25	1,411	0,0573	0,4277	142,9
			12	1,0	0,425	0,191	0,5	0,865	1,16	0,25	1,960	0,1254	0,3917	137,2
			16	1,0	0,573	0,187	0,5	0,867	1,20	0,25	2,404	0,2060	0,3228	123,2
			20	1,0	0,728	0,178	0,5	0,861	1,26	0,25	2,740	0,2950	0,2500	108,4
			8	1,5	0,422	0,197	0,5	0,876	1,23	0,25	1,963	0,0849	0,5341	96,1
			12	1,5	0,638	0,152	0,5	0,792	1,94	0,25	2,742	0,1593	0,3713	98,3
			16	1,5	0,860	0,159	0,5	0,768	1,51	0,25	2,954	0,2553	0,2346	69,5
			8	2,0	0,562	0,189	0,5	0,893	1,40	0,25	2,431	0,1085	0,5122	71,7
			12	2,0	0,850	0,153	0,5	0,825	1,66	0,25	3,017	0,2007	0,2672	58,8



Продовження таблиці В.1

$P_H$	$\lambda_K$	$\lambda_1$	$\alpha$	$\lambda$	$\delta$	$\xi_{01}$	$\xi_1$	$\xi_{12}$	$\beta$	$\alpha$	$F_\zeta^*$	$K_{oc}^*$	$K_{\delta\alpha\alpha}^*$	$Q_\Sigma^*$
5	0,75	4,0	8	1,0	0,281	0,196	0,5	0,765	0,76	0,50	1,403	0,0469	0,3063	135,2
			12	1,0	0,425	0,195	0,5	0,866	0,79	0,50	1,965	0,1118	0,3103	138,1
			16	1,0	0,573	0,191	0,5	0,851	0,80	0,50	2,405	0,1797	0,2453	120,5
			20	1,0	0,728	0,178	0,5	0,764	0,86	0,50	2,731	0,2428	0,1716	101,6
			8	1,5	0,422	0,202	0,5	0,875	0,85	0,50	1,970	0,0756	0,4179	96,6
			12	1,5	0,638	0,191	0,5	0,801	0,88	0,50	2,579	0,1386	0,2547	76,7
			16	1,5	0,860	0,157	0,5	0,765	1,09	0,50	2,987	0,2303	0,1776	71,5
			8	2,0	0,562	0,192	0,5	0,890	0,99	0,50	2,445	0,0965	0,3859	72,2
			12	2,0	0,850	0,150	0,5	0,795	1,23	0,50	3,037	0,1776	0,1959	60,1
			8	1,0	0,281	0,195	0,5	0,818	1,14	0,25	1,410	0,0570	0,3870	142,3
			12	1,0	0,425	0,193	0,5	0,866	1,16	0,25	1,960	0,1252	0,3555	137,2
			16	1,0	0,573	0,190	0,5	0,852	1,16	0,25	2,394	0,2003	0,2822	119,0
			20	1,0	0,728	0,177	0,5	0,754	1,26	0,25	2,723	0,2719	0,2007	100,9
			8	1,5	0,422	0,200	0,5	0,877	1,23	0,25	1,963	0,0846	0,4899	96,1
			12	1,5	0,638	0,156	0,5	0,743	1,79	0,25	2,688	0,1546	0,3154	90,8
			16	1,5	0,860	0,160	0,5	0,769	1,49	0,25	2,959	0,2545	0,2109	69,0
			8	2,0	0,562	0,191	0,5	0,895	1,41	0,25	2,431	0,1083	0,4730	71,8
			12	2,0	0,850	0,153	0,5	0,826	1,65	0,25	3,014	0,2010	0,2434	58,6

Продовження таблиці В.1

$P_H$	$\lambda_K$	$\lambda_1$	$\alpha$	$\lambda$	$\delta$	$\xi_{01}$	$\xi_1$	$\xi_{12}$	$\beta$	$\alpha$	$F_\zeta^*$	$K_{oc}^*$	$K_{\delta\alpha\alpha}^*$	$Q_\Sigma^*$
5	1,0	4,0	8	1,0	0,281	0,200	0,5	0,858	0,77	0,50	1,414	0,0530	0,3297	149,5
			12	1,0	0,425	0,196	0,5	0,867	0,79	0,50	1,965	0,1117	0,2825	138,1
			16	1,0	0,573	0,190	0,5	0,868	0,82	0,50	2,413	0,1839	0,2293	124,2
			20	1,0	0,728	0,180	0,5	0,857	0,88	0,50	2,756	0,2640	0,1739	109,6
			8	1,5	0,422	0,203	0,5	0,876	0,85	0,50	1,970	0,0755	0,3846	96,6
			12	1,5	0,638	0,173	0,5	0,848	1,15	0,50	2,689	0,1528	0,2809	92,4
			16	1,5	0,860	0,157	0,5	0,766	1,10	0,50	2,989	0,2304	0,1617	71,4
			8	2,0	0,562	0,193	0,5	0,891	0,99	0,50	2,445	0,0964	0,3576	72,4
			12	2,0	0,850	0,152	0,5	0,807	1,31	0,50	3,069	0,1752	0,1834	61,7
			8	1,0	0,281	0,196	0,5	0,819	1,14	0,25	1,411	0,0570	0,3531	142,5
			12	1,0	0,425	0,194	0,5	0,867	1,16	0,25	1,960	0,1250	0,3236	137,2
			16	1,0	0,573	0,189	0,5	0,870	1,20	0,25	2,405	0,2058	0,2659	123,5
			20	1,0	0,728	0,180	0,5	0,863	1,26	0,25	2,741	0,2946	0,2040	108,4
			8	1,5	0,422	0,201	0,5	0,878	1,24	0,25	1,964	0,0847	0,4514	96,2
			12	1,5	0,638	0,163	0,5	0,802	1,75	0,25	2,702	0,1622	0,3100	92,2
			16	1,5	0,860	0,159	0,5	0,768	1,52	0,25	2,966	0,2551	0,1935	69,7
			8	2,0	0,562	0,192	0,5	0,896	1,41	0,25	2,433	0,1081	0,4389	72,0
			12	2,0	0,850	0,153	0,5	0,833	1,73	0,25	3,037	0,2008	0,2289	60,3

Таблиця В.2 Оптимальні характеристики і відповідні конструктивні параметри шпинделів на пневматичних конічних опорах з поздовжніми канавками за критерієм  $\max \left( \frac{K_{\delta\alpha\alpha}^* \cdot K_{oc}^*}{Q_{\Sigma}^*} \right)$

$P_H$	$\lambda_K$	$\lambda_1$	$\alpha$	$\lambda$	$\delta$	$\xi_{01}$	$\xi_1$	$\xi_{12}$	$\beta$	$\alpha$	$F_{\zeta}^*$	$K_{oc}^*$	$K_{\delta\alpha\alpha}^*$	$Q_{\Sigma}^*$
5	0,5	0	18,26	1,0	0,667	0,112	0,437	0,952	1,25	0,50	2,799	0,2896	0,1464	202,6
	0,5		11,39	1,5	0,618	0,115	0,434	0,952	1,28	0,50	2,693	0,1775	0,2677	146,6
	0,5		8,50	2,0	0,621	0,079	0,455	0,973	1,93	0,50	2,836	0,1557	0,4217	185,4
	0,75		18,12	1,0	0,658	0,099	0,401	0,962	1,61	0,50	2,889	0,2860	0,1324	265,8
	0,75		11,35	1,5	0,615	0,117	0,437	0,953	1,30	0,50	2,689	0,1763	0,2213	147,2
	0,75		8,39	2,0	0,609	0,085	0,416	0,972	1,92	0,50	2,815	0,1409	0,3846	180,9
	1,0		15,49	1,0	0,566	0,166	0,175	0,959	1,82	0,50	2,578	0,1839	0,1584	250,1
	1,0		11,31	1,5	0,611	0,119	0,432	0,953	1,30	0,50	2,681	0,1728	0,1877	147,2
	1,0		8,36	2,0	0,605	0,088	0,414	0,972	1,92	0,50	2,806	0,1378	0,3360	179,3
	0,5		18,50	1,0	0,682	0,112	0,448	0,946	1,81	0,25	2,839	0,3345	0,1518	196,2
	0,5		11,56	1,5	0,634	0,114	0,434	0,953	1,83	0,25	2,732	0,2034	0,2969	144,8
	0,5		8,47	2,0	0,618	0,110	0,461	0,955	1,95	0,25	2,707	0,1559	0,3982	117,8
	0,75		18,4	1,0	0,676	0,114	0,441	0,953	1,81	0,25	2,820	0,3254	0,1201	200,1
	0,75		11,53	1,5	0,631	0,116	0,437	0,953	1,85	0,25	2,730	0,2021	0,2450	145,5
	0,75		8,43	2,0	0,614	0,113	0,458	0,955	1,95	0,25	2,698	0,1526	0,3452	117,5
	1,0		18,31	1,0	0,670	0,116	0,432	0,953	1,82	0,25	2,815	0,3172	0,0973	202,3
	1,0		11,50	1,5	0,628	0,118	0,436	0,953	1,86	0,25	2,725	0,1996	0,2058	145,5
	1,0		8,41	2,0	0,611	0,114	0,454	0,955	1,95	0,25	2,691	0,1501	0,3011	117,2

Продовження таблиці В.2

$P_H$	$\lambda_k$	$\lambda_1$	$\alpha$	$\lambda$	$\delta$	$\xi_{01}$	$\xi_1$	$\xi_{12}$	$\beta$	$\alpha$	$F_\zeta^*$	$K_{oc}^*$	$K_{\delta\alpha\alpha}^*$	$Q_\Sigma^*$
5	0,5	1,0	18,24	1,0	0,665	0,109	0,470	0,952	1,33	0,50	2,803	0,3065	0,1872	210,0
	0,5		11,57	1,5	0,635	0,111	0,479	0,953	1,32	0,50	2,727	0,1976	0,2891	146,8
	0,5		9,12	2,0	0,648	0,073	0,507	0,974	1,94	0,50	2,877	0,1804	0,4251	185,2
	0,75		18,18	1,0	0,662	0,104	0,450	0,948	1,39	0,50	2,835	0,3007	0,1598	219,4
	0,75		11,52	1,5	0,630	0,112	0,473	0,952	1,32	0,50	2,717	0,1933	0,2513	146,6
	0,75		9,09	2,0	0,644	0,074	0,503	0,974	1,93	0,50	2,871	0,1772	0,3778	185,1
	1,0		17,50	1,0	0,643	0,120	0,438	0,940	1,16	0,50	2,727	0,2673	0,1310	187,0
	1,0		11,50	1,5	0,628	0,112	0,466	0,952	1,32	0,50	2,716	0,1909	0,2199	147,2
	1,0		9,06	2,0	0,641	0,075	0,500	0,974	1,93	0,50	2,865	0,1744	0,3374	184,8
	0,5		18,58	1,0	0,687	0,110	0,490	0,953	1,88	0,25	2,832	0,3596	0,1955	200,8
	0,5		12,26	1,5	0,661	0,111	0,488	0,953	1,86	0,25	2,775	0,2327	0,3131	141,0
	0,5		9,06	2,0	0,640	0,108	0,502	0,956	1,96	0,25	2,741	0,1734	0,4113	115,7
	0,75		18,50	1,0	0,682	0,111	0,483	0,953	1,87	0,25	2,826	0,3524	0,1638	202,3
	0,75		12,21	1,5	0,657	0,112	0,485	0,953	1,86	0,25	2,767	0,2291	0,2711	141,4
	0,75		9,03	2,0	0,638	0,109	0,498	0,956	1,96	0,25	2,739	0,1708	0,3646	115,7
	1,0		18,34	1,0	0,672	0,106	0,451	0,947	1,92	0,25	2,843	0,3558	0,1467	211,4
	1,0		12,17	1,5	0,653	0,113	0,482	0,953	1,86	0,25	2,761	0,2260	0,2369	141,9
	1,0		8,51	2,0	0,622	0,107	0,468	0,955	1,95	0,25	2,716	0,1604	0,3477	118,6

Продовження таблиці В.2

$P_H$	$\lambda_k$	$\lambda_1$	$\alpha$	$\lambda$	$\delta$	$\xi_{01}$	$\xi_1$	$\xi_{12}$	$\beta$	$\alpha$	$F_\zeta^*$	$K_{oc}^*$	$K_{\delta\alpha\alpha}^*$	$Q_\Sigma^*$
5	0,5	2,0	22,12	1,0	0,816	0,084	0,595	0,965	1,72	0,50	3,034	0,5123	0,1754	221,7
	0,5		39,32	0,52	0,863	0,110	0,760	0,861	1,97	0,50	2,940	0,9959	0,0476	225,5
	0,5		9,47	2,0	0,690	0,065	0,520	0,975	1,92	0,50	2,940	0,2080	0,4547	183,2
	0,75		21,31	1,0	0,789	0,101	0,596	0,958	1,50	0,50	2,949	0,4639	0,1466	191,4
	0,75		14,53	1,5	0,797	0,076	0,653	0,973	1,93	0,50	2,999	0,3816	0,2113	185,8
	0,75		9,47	2,0	0,690	0,065	0,519	0,973	1,93	0,50	2,948	0,2073	0,4024	181,9
	1,0		33,23	0,66	0,865	0,098	0,700	0,924	1,87	0,50	3,001	0,8279	0,0531	227,3
	1,0		13,27	1,5	0,718	0,099	0,568	0,961	1,49	0,50	2,873	0,2733	0,2191	150,7
	1,0		9,44	2,0	0,686	0,066	0,519	0,973	1,92	0,50	2,941	0,2052	0,3635	181,4
	0,5		22,09	1,0	0,814	0,114	0,596	0,950	1,91	0,25	2,925	0,5079	0,1786	158,6
	0,5		14,13	1,5	0,760	0,109	0,589	0,954	1,96	0,25	2,886	0,3222	0,2804	125,9
	0,5		9,43	2,0	0,684	0,099	0,518	0,955	1,96	0,25	2,823	0,1990	0,4311	112,3
	0,75		22,02	1,0	0,809	0,113	0,596	0,950	1,92	0,25	2,923	0,5048	0,1540	160,8
	0,75		13,44	1,5	0,733	0,102	0,540	0,955	1,96	0,25	2,891	0,2943	0,2828	136,6
	0,75		9,40	2,0	0,682	0,100	0,518	0,955	1,97	0,25	2,819	0,1978	0,3875	112,7
	1,0		21,56	1,0	0,805	0,114	0,596	0,951	1,91	0,25	2,918	0,5002	0,1333	161,1
	1,0		14,02	1,5	0,750	0,110	0,587	0,956	1,96	0,25	2,876	0,3159	0,2236	129,0
1,0	9,39	2,0	0,680	0,100	0,518	0,955	1,97	0,25	2,814	0,1965	0,3492	112,6		

Продовження таблиці В.2

$P_H$	$\lambda_k$	$\lambda_1$	$\alpha$	$\lambda$	$\delta$	$\xi_{01}$	$\xi_1$	$\xi_{12}$	$\beta$	$\alpha$	$F_\zeta^*$	$K_{oc}^*$	$K_{\delta\alpha\alpha}^*$	$Q_\Sigma^*$
5	0,5	4,0	45,02	0,43	0,861	0,105	0,942	0,951	1,96	0,50	2,584	1,4738	0,1272	286,6
	0,5		45,17	0,47	0,940	0,111	0,890	0,901	1,95	0,50	2,612	1,5048	0,1208	179,1
	0,5		44,55	0,46	0,912	0,105	0,870	0,886	1,95	0,50	2,676	1,4200	0,1226	203,0
	0,75		45,06	0,43	0,860	0,106	0,932	0,941	1,96	0,50	2,607	1,4531	0,1103	270,8
	0,75		44,59	0,47	0,941	0,117	0,926	0,938	1,95	0,50	2,529	1,5635	0,1082	178,6
	0,75		44,51	0,46	0,911	0,102	0,845	0,869	1,96	0,50	2,734	1,3718	0,1060	209,7
	1,0		44,56	0,43	0,859	0,106	0,926	0,936	1,95	0,50	2,615	1,4347	0,0960	264,6
	1,0		44,55	0,47	0,939	0,112	0,889	0,898	1,95	0,50	2,620	1,4861	0,0948	178,1
	1,0		45,19	0,46	0,914	0,104	0,846	0,899	1,94	0,50	2,734	1,3870	0,0909	212,7
	0,5		45,03	0,43	0,859	0,149	0,883	0,892	2,02	0,25	2,514	1,2967	0,1129	178,0
	0,5		45,00	0,47	0,939	0,146	0,823	0,851	2,02	0,25	2,565	1,3083	0,1109	133,1
	0,5		44,53	0,46	0,911	0,159	0,896	0,906	2,03	0,25	2,453	1,3829	0,1147	144,6
	0,75		44,53	0,43	0,857	0,146	0,835	0,844	2,01	0,25	2,591	1,2137	0,0964	171,0
	0,75		44,57	0,47	0,940	0,141	0,786	0,849	2,02	0,25	2,646	1,2513	0,0946	140,3
	0,75		44,54	0,46	0,912	0,147	0,839	0,875	2,02	0,25	2,566	1,2989	0,0987	147,6
	1,0		44,56	0,43	0,859	0,154	0,875	0,885	2,01	0,25	2,533	1,2749	0,0865	173,9
	1,0		44,58	0,47	0,941	0,162	0,888	0,897	2,03	0,25	2,433	1,4117	0,0877	124,9
	1,0		45,06	0,46	0,915	0,159	0,905	0,914	2,05	0,25	2,433	1,4134	0,0888	145,7