

Національна академія наук України
Центр математичного моделювання Інституту прикладних проблем
механіки і математики ім. Я.С.Підстригача

На правах рукопису

ГЛАДУН
СЕРГІЙ ВАЛЕНТИНОВИЧ

УДК 621.532.3.004.17:681.142:622.691.24:536.12

**МОДЕЛЮВАННЯ ТА РОЗРАХУНОК ОПТИМАЛЬНИХ
ПАРАМЕТРІВ РОБОТИ ПІДЗЕМНОГО СХОВИЩА ГАЗУ В СИСТЕМІ
МАГІСТРАЛЬНИХ ТРУБОПРОВОДІВ**

01.05.02 – математичне моделювання та обчислювальні методи

Дисертація на здобуття наукового ступеня
кандидата технічних наук

Науковий керівник -
доктор технічних наук
П'янило Я.Д.

ЛЬВІВ-2017

ЗМІСТ	2
ВСТУП	5
РОЗДІЛ 1 ОГЛЯД ЛІТЕРАТУРИ ТА АНАЛІЗ ПРОБЛЕМИ	13
РОЗДІЛ 2. РОЗРАХУНОК ПАРАМЕТРІВ ЛІНІЙНОЇ ЧАСТИНИ ГАЗОТРАНСПОРТНОЇ СИСТЕМИ	22
2.1. Розрахунок гідродинамічних параметрів газотранспортних систем	22
2.1.1. Математична модель нестационарного неізотермічного руху газу в трубопроводі	23
2.1.2. Фільтрація газу в пористих середовищах	24
2.2. Розрахунок параметрів усталеного руху газу	26
2.3. Розрахунок параметрів неусталеного руху газу	30
2.4. Нестационарний рух газу в трубопроводах при наявності компресорних станцій та відводів	34
2.5. Ітераційна схема визначення середньої температури газу з врахуванням сил тертя та її вплив на об'ємну витрату газу	40
2.6. Вплив точності вимірювання на розрахунок робочих параметрів ГТС	50
2.7. Визначення хімічного складу суміші газу	51
2.8. Розрахунок режимних параметрів роботи газотранспортних систем	53
2.9. Гідравлічний розрахунок газотранспортних мереж в стаціонарному випадку (алгебраїчний підхід)	60
РОЗДІЛ 3. МОДЕЛЮВАННЯ РОБОТИ ПСГ	68
3.1. Підземна газогідродинаміка. Аналітичні методи дослідження. Задачі і область використання стосовно підземних газосховищ	68
3.2. Основні закони фільтрації	68
3.2.1. Проникність пластів – колекторів (k)	69
3.2.2. Рівняння фільтрації газу та рідини	70

3.2.3.	Умови відбирання газу із свердловин	72
3.3.	Притік газу до свердловини при порушенні закону Дарсі	74
3.4.	Обчислення середнього тиску в пласті	75
3.5.	Дослідження процесу відбирання газу при сталій швидкості його руху у вибійній зоні на основі послідовної зміни стаціонарних станів	77
3.6.	Неусталений радіальний рух газу до свердловини при наявності двох режимів фільтрації	79
3.7.	Витіснення газу кураєвою водою	80
3.8.	Метод суперпозиції в підземній газо гідродинаміці	84
3.9.	Укрупнена свердловина	84
3.10.	Нестаціонарна дифузія газу в пористих середовищах із зосередженими джерелами	89
3.11.	Поведінка вагового дебіту поблизу свердловини малого діаметру	92
3.12.	Лінеаризована модель процесу дифузії газу в пористих середовищах	96
	РОЗДІЛ 4 МОДЕЛЮВАННЯ СИСТЕМНИХ ОБ’ЄКТІВ	101
4.1.	Моделювання роботи системи пласт підземного сховища газу-газозбірний пункт (шлейфовий спосіб збору)	101
4.2.	Аналітичний спосіб розрахунку параметрів гідравлічної ув’язки колекторного способу збору газу в підземних сховищах	106
4.3.	Опис математичної моделі системи “пласт підземного сховища газу – газозбірний пункт”.	108
4.4.	Алгоритм розрахунку	109
4.5.	Моделювання сумісної роботи газотранспортної системи та підземного сховища газу	111
4.6.	Рух газу через звужуючий пристрій	112
4.7.	Вплив способу включення підземного сховища газу в магістральний газопровід на енергетичні витрати	117
4.8.	Обчислювальний експеримент	126

4.9.	Розрахунок параметрів КС, необхідних для перекачування газу	129
4.10.	Оптимізація неусталених режимів роботи магістральних газопроводів	132
	ОСНОВНІ РЕЗУЛЬТАТИ ТА ВИСНОВКИ	138
	СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ	140
	Додатки	155
	Додаток А	156
	Додаток Б	157

ВСТУП

Актуальність теми. На цей час у зв'язку з постійним зростанням цін на енергоносії, зменшенням їх видобутку і виробництва та постійною зміною умов транспортування й використання необхідно мати ефективні методи розрахунку як фізичних, так і економічних параметрів роботи енергетичних систем, зокрема і газотранспортних.

Для ефективного управління процесами масопереносу, які проходять в газотранспортних системах (ГТС), включаючи наземну частину, видобуток газу та підземні сховища газу (ПСГ), будують адекватні математичні моделі, які сприяють ефективному вирішенню ряду задач, які виникають у процесі транспорту газу: розрахунок оптимальних режимів газотранспортних систем; розрахунок оптимальних параметрів керування газопотоками в умовах неусталених газових потоків; розрахунок фільтрації газу в неоднорідних порових середовищах, тощо.

Режим роботи магістральних газопроводів і їх конкретних ділянок визначається і контролюється з урахуванням встановлених технічних обмежень робочих параметрів роботи обладнання та трубопроводів. Під час розробки режиму роботи магістральних газопроводів (МГ), диспетчерська служба підприємства повинна проводити гідравлічні розрахунки з урахуванням його технічного стану і графіка режиму роботи (місячним, кварталним, річним). У разі відхилення фактичного режиму від розрахункового, повинні бути прийняті заходи щодо відновлення розрахункового режиму. ГТС повинна експлуатуватися за умови оптимальних режимів або задаватися ДС межами допустимих значень тиску і температури газу, що призначаються з урахуванням фактичного технічного стану і умов експлуатації.

Диспетчерська служба повинна аналізувати і виявляти вузькі місця у системах газозабезпечення за підсумками роботи в зимовий період, розробляти пропозиції щодо їх усунення; приймати оперативні рішення про модифікації відбору або закачування газу в підземні сховища газу; приймати участь у

розробці і здійсненні проектів і заходів з розвитку систем газопостачання, в тому числі направлених на підвищення надійності її роботи; оперативно управляти режимом роботи магістральних газопроводів і їх ділянок у межах підприємства тощо.

Газотранспортні системи складаються з великого числа технологічних об'єктів (десятків тисяч), кожен з яких описується своєю математичною моделлю. Процеси, які проходять в таких системах, розгортаються на значних просторових і часових вимірах. Для побудови математичної моделі системи необхідно на основі певних фізичних законів або принципів ув'язати математичні моделі кожного з технологічних об'єктів (ТО). Слід ще врахувати і те, що математичні моделі багатьох ТО є емпіричні або напівемпіричні і при їх застосуванні необхідно постійно проводити процедуру адаптації. Як правило, всі математичні моделі відносяться до класу нелінійних із розподіленими чи зосередженими параметрами. Параметри моделей справедливі в певних просторово-часових проміжках та залежать від багатьох чинників.

У випадку моделювання роботи підземних сховищ газу необхідно знати параметри, які характеризують технічний стан об'єктів, особливо пласту, і є відомі достатньо наближено. Використання їх нормативних або довідкових значень допустиме тільки при оціночних розрахунках, а оперативне ж планування режимів роботи повинно проводитися із врахуванням реальних параметрів гідравлічного стану ТО. В процесі експлуатації технологічних об'єктів ці параметри значно відрізняються від нормативних. У зв'язку з цим необхідно уточнювати їх шляхом розв'язання обернених коефіцієнтних задач.

При моделюванні роботи газотранспортних систем на цей час досліджувались або окремі технологічні об'єкти, або окремі підсистеми ГТС в спрощених варіантах і, в основному, за стаціонарних умов руху газу. Зокрема, роботи ПСГ та МГ, як правило, досліджувались окремо. В свою чергу дослідження ПСГ зводилось до дослідження пласту. Разом з тим, оскільки робота МГ та ПСГ взаємозв'язана, то виникає необхідність в побудові та розрахунку параметрів сумісної роботи МГ та ПСГ.

Таким чином у теперішній час актуальною є загальна проблема розробки ефективних, простих у реалізації й достатньо універсальних аналітико-числових моделей фізичних процесів транспорту та зберігання газу у випадку сумісної роботи МГ та ПСГ, адаптивних методів розв'язування виникаючих задач математичної фізики і обробки експериментальних даних, які орієнтовані на використання апріорної інформації.

У цій роботі розроблено та досліджено аналітико-числові моделі руху газу в трубопроводах та природних пористих середовищах стосовно практичних проблем оптимізації процесів згідно критеріїв мінімізації енергетичних затрат. Побудовано моделі сумісної роботи МГ та ПСГ, що дають можливість оптимізувати режимні параметри, зокрема способи включення ПСГ в роботу МГ, розрахунку параметрів роботи КС для виконання поставлених задач. Уточнено існуючі або запропоновані нові аналітико-числові алгоритми та методи розв'язання поставлених задач. Одержані теоретичні результати апробовані в ході числових експериментів на базі заміряних даних.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами. Дисертаційна робота виконувалась у межах планових науково-дослідних робіт Центру математичного моделювання ІППММ ім.Я.С.Підстригача НАН України та ПАТ «Укртрансгаз», в яких автор був виконавцем.

Матеріали дослідження використовувались при розробці науково-дослідних робіт:

“Нестационарні задачі фільтрації газу в неоднорідних пористих середовищах в газовому і водонапірному режимах із зосередженими джерелами і стоками” (держ. реєстр. № 0107U000356);

„Розробка та дослідження математичних моделей процесів деформування та переносу в неоднорідних середовищах з урахуванням локальної структури та зосереджених джерел і стоків” (І кв. 2012 –IV кв. 2016);

“Розроблення математичних моделей, методів та алгоритмів для прогнозування і оптимального керування режимами експлуатації підземних сховищ газу. Побудова методів та алгоритмів для прогнозування і оптимального

керування процесами відбору-закачування газу в підземні сховища” (держ. реєстр. № 0107U005812);

„Розроблення підсистеми оперативного планування динамічних режимів роботи магістральних газопроводів для автоматизованого диспетчерського керування потоками газу в газотранспортній системі України” (держ. реєстр. № 0110U004141);

“Математичне моделювання нестационарної фільтрації газу в неоднорідних пористих середовищах з рухомими границями розділу газ-вода ” Розділ 1 «Побудова математичної моделі та алгоритмів дослідження фільтрації газу та рідини в неоднорідних середовищах складної форми» до договору № 1 від 17 березня 2014 р. згідно з розпорядженням Президії НАН України від 05.03.2014 №142.

“Фізико-математичне моделювання та дослідження механічних і фільтраційно-дифузійних процесів у дрібнодисперсних середовищах з врахуванням хімічних перетворень і електромагнітних процесів” (держ. реєстр. № 0104U000202).

Мета і завдання дослідження. Метою роботи є розробка та аналіз математичних моделей руху газу в трубопроводах і природних пористих середовищах та побудова математичної моделі для розрахунку оптимальних параметрів сумісної роботи підземних сховищ газу в системі магістральних трубопроводів, побудова методів та алгоритмів для розрахункових схем газотранспортних мереж.

Для досягнення цієї мети у дисертації були поставлені та вирішені такі основні завдання:

- дослідити математичні моделі масопереносу в газопроводах та пористих середовищах та вивчити вплив гідродинамічних параметрів газу та геометричних параметрів трубопроводів і пластів ПСГ на цей процес;
- сформулювати та досліджені задачі математичної фізики стосовно знаходження розподілу тиску, температури та масової швидкості газу в трубопроводах та пористих середовищах;

- розробити алгоритми і побудувати ітераційні схеми розв'язування нелінійних задач масопереносу та дифузії газу в пористих середовищах із зосередженими джерелами;
- дослідити ефективність способів збору газу при роботі ПСГ;
- побудувати методи та алгоритми для розрахункових схем газотранспортних мереж;
- дослідити ефективність та точність побудованих алгоритмів шляхом апробації результатів у практичних розрахунках на реальних даних.

Об'єктом дослідження є процеси поширення газу в трубопроводах, фільтрації газу в пористих середовищах та побудова математичної моделі сумісної роботи МГ і ПСГ.

Предметом дослідження є математичні моделі масопереносу в трубопроводах та пористих середовищах складної структури, розвиток підходів до побудови аналітико-числових моделей сумісної роботи МГ та ПСГ.

Методи дослідження. Рух газу в складних системах трубопровідного транспорту описується, як правило, нелінійними системами диференціальних рівнянь та нелінійними емпіричними і напівемпіричними співвідношеннями. Загальна методика розрахунку режимних параметрів полягає у застосуванні варіаційних та ітераційних методів до побудови та розв'язування поставлених задач математичної фізики. Для цього використано: теорію функціонального аналізу та диференціальних рівнянь для обґрунтування існування і єдиності розв'язку задач; теорію похибок та обробки експериментальних результатів для аналізу меж невизначеності та оцінки точності числових результатів, методи розв'язування задач математичної фізики. Застосовано об'єктно-орієнтований підхід до програмної реалізації алгоритмів.

Наукова новизна одержаних результатів. У роботі розв'язано завдання науково-технічного характеру в галузі математичного моделювання та обчислювальних методів – створення адаптивних чисельно-аналітичних моделей руху газу в трубопроводах, пористих середовищах та сумісної роботи МГ і ПСГ.

У процесі розв’язання вказаного завдання отримано такі нові результати:

- вперше сформульовано уточнені математичні моделі сумісної роботи МГ та ПСГ, які враховують газодинамічну ув’язку руху газу в трубопроводах та фільтрації газу в пластах підземних сховищ;
- вперше побудовано аналітичну модель збору газу при колекторному підключення свердловин до газозбірної пункту;
- створено нові гібридні чисельно-аналітичні ітераційні методи для розв’язування задач газової динаміки в системі ПСГ-МГ з метою їх використання для розрахунку режимних параметрів роботи цієї системи;
- обґрунтовано ефективність розвинених алгоритмів для моделювання процесів масопереносу в складних системах.

Практичне значення одержаних результатів. У роботі запропоновано чисельно-аналітичні моделі масопереносу в трубопроводах та фільтрації газу у підземних сховищах, сумісної роботи системи ПСГ-МГ, а також методи їх дослідження. Отримані теоретичні результати дали змогу побудувати розрахункові схеми газотранспортних мереж, включаючи ПСГ, та отримати основні співвідношення, які дають можливість сформулювати рекомендації щодо оптимізації роботи системи.

Одержані в дисертаційній роботі результати дозволили:

- формувати режимні параметри роботи системи ПСГ-МГ з метою оптимізації енергетичних затрат;
- оптимізувати роботу та приймати рішення системи пласт підземного сховища газу - газозбірний пункт, прогнозувати параметри процесів відбору-закачування газу. (використано в ДК “Укртрансгаз”);
- побудувати алгоритми для розрахунку параметрів поточкорозподілу газу в газотранспортній системі для прийняття адекватних управлінських рішень в умовах оперативних змін роботи системи.

Частина результатів теоретичного і практичного характеру використано при розробці спецкурсу “Математичне моделювання фізичних процесів” для студентів Львівського національного університету імені Івана Франка.

До дисертаційної роботи додані акти про використання результатів роботи на виробництві та в навчальному процесі.

Вірогідність отриманих результатів забезпечується строгістю постановок задач та строгістю їх числового моделювання. Отримані теоретичні результати апробовані в обчислювальних експериментах на модельних задачах. Оцінки точності та збіжності запропонованих методів і алгоритмів обґрунтовані як теоретично, так і в процесі проведення числових експериментів на експериментальних даних.

Особистий внесок здобувача. У роботах, опублікованих у співавторстві, автору дисертації належать: формулювання задачі, підготовка вхідної інформації та побудова алгоритму розрахунку – [1, 3, 6, 7], побудова алгоритму розрахунку та аналіз отриманих результатів – [4, 5]; підготовка вхідної інформації, проведення розрахунків та аналіз отриманих результатів – [8, 24]; підготовка вхідної інформації, проведення розрахунків та верифікація результатів – [10-12, 20, 21]; визначення режимних параметрів та побудова алгоритму розрахунку – [14]; аналіз моделей процесу масопереносу в технологічних об'єктах газотранспортних систем – [15]; формулювання задачі та критеріїв оптимізації – [9]; побудова алгоритму програмного комплексу та аналіз отриманих результатів – [13, 16, 18, 19, 22, 23]; побудова структурної схеми розрахунку режимних параметрів та верифікація отриманих результатів – [17]. В усіх опублікованих у співавторстві працях автору належать активна участь у постановці задач та в аналізі отриманих результатів.

Апробація результатів дисертації. Основні результати досліджень доповідалися на конференціях різного рівня, зокрема: 2-й Міжнародній науково-технічній конференції “Теория и практика разработки, промышленного внедрения компьютерных комплексов” (Москва, 2004); Всеукраїнській конференції „Интеллектуальные системы принятия решений та прикладні аспекти інформаційних технологій” (Євпаторія, 2005); 3-й Міжнародній науково-технічній конференції “Компьютерные технологии поддержки принятия решений в диспетчерском управлении газотранспортными и газодобывающими

системами” (Москва, 2007); 3-й Міжнародній науково-технічній конференції „Комп’ютерні науки та інформаційні технології” (CSIT 2008) (Львів, 2008); Науково-технічній конференції “Інформаційні системи і технології в енергетиці і житлово-комунальній сфері” (Ялта, 2011); 5-й Міжнародній науково-технічній конференції “Компьютерные технологии поддержки принятия решений в диспетчерском управлении газотранспортными и газодобывающими системами” (Москва, 2012); Науково-технічній конференції «Мікро- та нанонеоднорідні матеріали: моделі та експеримент» (INTERPOR’15) (Львів, 2015).

У повному обсязі дисертаційна робота доповідалась і обговорювалась на семінарах Центру математичного моделювання Інституту прикладних проблем механіки і математики ім. Я.С.Підстригача НАН України, Інституту прикладних проблем механіки і математики ім. Я.С.Підстригача НАН України, кафедри прикладної математики Львівського національного університету імені Івана Франка, кафедри математичного та функціонального аналізу Прикарпатського національного університету імені Василя Стефаника, Національному університеті „Львівська політехніка”.

РОЗДІЛ 1

ОГЛЯД ЛІТЕРАТУРИ ТА АНАЛІЗ ПРОБЛЕМИ

В останній час у зв'язку із зменшенням запасів енергоресурсів, забрудненням атмосфери, що веде до зростання парникового ефекту, все гостріше стоїть питання ефективного та ощадного використання енергоресурсів. Згадана проблема пов'язана ще і з тим, що видобуток енергоресурсів вимагає постійного збільшення капітальних затрат. Оскільки одним із джерел енергоресурсів є газ, то розвиток трубопровідного транспорту, видобутку та підземного зберігання газу в світі зумовив розвиток відповідних фундаментальних та прикладних досліджень наступних областях:

- газова динаміка [1, 3, 5-6, 9, 29 -30, 41, 125, 126, 128];
- масоперенос флюїдів в складних пористих середовищах;
- математичне моделювання руху газу в трубопровідних мережах [68, 88, 107, 108, 111–116] та складних пористих середовищах;
- формулювання задач математичної фізики стосовно проблем масо переносу в цій галузі;
- розробка аналітичних, чисельних і чисельно–аналітичних методів і алгоритмів розв'язування різних типів рівнянь і систем, обґрунтування їх збіжності і оцінка їх швидкодії та складності [2, 4, 7, 10-13, 24, 28, 31-33, 48 -51, 58, 64,].

Зауважимо, що задачі, які при цьому виникають, є нелінійними, дослідження їх необхідно проводити в умовах значної невизначеності тощо. Все це вимагає значних трудових затрат. Тому до появи швидкодіючих обчислювальних машин дослідження проводились, в основному, для окремих технологічних об'єктів та аналітичними методами. З появою швидкодіючих обчислювальних машин та удосконаленням і розвитком методів розв'язування задач математичної фізики почався розвиток як уточнених математичних

моделей окремих технологічних об'єктів, так і моделювання складних систем в цілому.

Слід зауважити, що адекватність математичних моделей процесам руху газу в складних системах залежить від задач, які необхідно розв'язати, наявної вхідної інформації, відповідності розрахункової структурної схеми топології досліджуваної газотранспортної мережі тощо. Сформулюємо основні вимоги до складових математичної моделі процесу (рис. 1.1) [105].

Вимоги до моделей:

- адаптивність в заданих просторово-часових межах;
- врахування основних фізичних залежностей – обмежує сферу використання моделі;
- адекватне врахування топології – необхідність усереднення коефіцієнта гідравлічного опору та траси;
- адекватне врахування місцевих опорів - усереднення коефіцієнта гідравлічного опору;
- аналіз коефіцієнтів параметричних співвідношень – необхідність використання числових методів або побудова ітераційних процедур.

Вимоги до вхідних даних:

Інформативність – вхідні дані повинні бути задані в таких точках і в такі часи, які би давали можливість:

- ідентифікувати моделі;
- у випадку використання емпіричних формул уточнити значення коефіцієнтів, що в них входять;
- можливість порівняння заміряних та розрахованих даних.

Точність – повинна бути узгодженою з:

- точністю адаптивності моделі;
- точністю вхідних даних;
- точністю методів розв'язування.

Необхідна кількість даних повинна забезпечувати:

- Адаптацію моделі;

- Побудову початково-граничних умов;
- Аналіз числових результатів.

Вимоги до методів:

Збіжність – необхідність дослідження границь застосування, числові методи не дають можливості отримувати розв’язки в особливих зонах;

Точність – числові методи мають обмежену похибку знизу; аналітичні методи, оскільки як правило розв’язки є у виді рядів, вимагають регуляризації операції сумування;

Час реалізації – суттєво залежить від поставлених задач:

- для планування на великі проміжки часу виступає на другий план;
- для розв’язування задач оперативного керування час реалізації повинен бути таким, щоб після проведення розрахунків була можливість прийняти відповідні рішення;
- за невиконання останньої вимоги необхідно використовувати (по можливості) інші методи розрахунку.

Точність розрахованих значень – повинна бути такою, що можна було, в кінцевому рахунку, розв’язувати задачі оптимального керування потоками і повинна бути:

- в межах заданого діапазону на вказаному просторово-часовому проміжку;
 - співмірна з точністю вхідних даних;
- Зміна топології не повинна приводити до погіршення результатів.

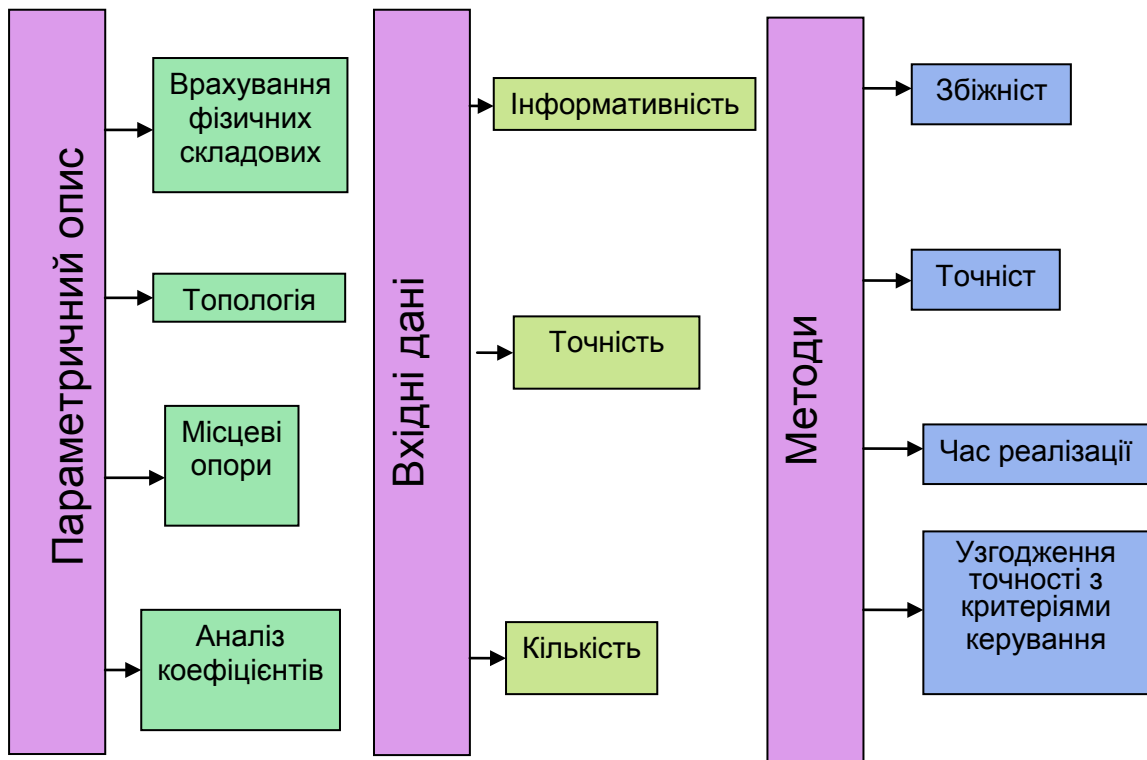


Рис. 1.1. Схематичне подання основних вимог до складових математичної моделі процесу

Враховуючи сказане, в даній роботі розроблено та проаналізовано математичні моделі руху газу в трубопроводах і природних пористих середовищах та побудовано математичні моделі сумісної роботи газотранспортної системи і підземних сховищ газу. Побудована модель дає можливість розраховувати значення режимних параметрів, які за заданим критерієм оптимізують роботу системи. Для побудови розрахункових схем газотранспортних мереж розроблено відповідні методи та алгоритми.

Фізичні процеси масо переносу в складних трубопровідних та пористих системах описуються нелінійними диференціальними рівняннями або нелінійними системами диференціальних рівнянь (звичайними або в частинних похідних). Достатньо повний аналіз опису різних фізичних процесів приведений в роботі І.М. Федоткіна [133]. Так рух газу в трубопроводі, що знаходиться в ґрунті, при відповідних початково–крайових умовах в нестационарному неізотермічному режимі описується нелінійною взаємозв'язаною системою диференціальних рівнянь в частинних похідних

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\rho v)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(p + \rho v^2) &= -\rho \left(\frac{\lambda v |v|}{2D} + g \frac{dh}{dx} \right), \\ \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho v) &= 0, \\ \frac{\partial}{\partial t}(\rho E) + \frac{\partial}{\partial x} \left[\rho v \left(E + \frac{p}{\rho} \right) \right] &= \frac{4k(T_{sp} - T)}{D} - \rho v g \frac{dh}{dx}, \\ p &= \rho \chi R T, \end{aligned} \quad (1.1)$$

де ρ, v та p – відповідно густина, швидкість руху і тиск газу; λ – коефіцієнт гідравлічного опору; k – коефіцієнт теплопередачі від труби до ґрунту; T і T_{sp} – температура газу і ґрунту відповідно; h – глибина залягання труби; E – повна енергія одиниці маси газу; g – прискорення вільного падіння; D – діаметр трубопроводу; t – час; $x, x \in [0, l]$ – біжуча координата; l – довжина трубопроводу, χ – коефіцієнт стисливості, який характеризує відмінність реального газу від ідеального і визначається на основі побудованих емпіричних залежностей [26,182] R – газова стала. Густина повної енергії означається виразом

$$E = i - \frac{P}{\rho} + \frac{v^2}{2}, \quad (1.2)$$

в якому для зміни внутрішньої енергії i справедливе співвідношення

$$di = C_p dT + \left[\frac{1}{\rho} - T \left(\frac{\partial(1/\rho)}{\partial T} \right)_p \right] dp,$$

де C_p – питома теплоємність при сталому тиску.

Задача неусталеної фільтрації реального газу в неоднорідному пористому середовищі (пласті підземного сховища газу) зводиться до інтегрування рівняння [48,164,175]

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{kh}{\mu z} \frac{\partial p^l}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y_1} \left(\frac{kh}{\mu z} \frac{\partial p^l}{\partial y_1} \right) + \frac{\partial}{\partial y_2} \left(\frac{kh}{\mu z} \frac{\partial p^l}{\partial y_2} \right) = 2mh \left(\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{p}{z} \right) + 2qp_{at} \right). \quad (1)$$

В останньому рівнянні $l=2$ для газу та $l=1$ для нестисливої рідини; $k = k(x, y_1, y_2, t)$, $m = m(x, y_1, y_2)$ та $h = h(x, y_1, y_2)$ коефіцієнти

проникності, пористості та товщина середовища відповідно; μ – динамічна в'язкість речовини, p_{at} – атмосферний тиск, q – густина відбору, z – коефіцієнт стисливості газу для обчислення якого побудована значна кількість емпіричних формул на основі експериментальних даних, зокрема,

$$z = \frac{1}{1 + fp},$$

де $f = (24 - 0.21t^{\circ}C) \cdot 10^4$, а $p(x, y_1, y_2)$ вимірюється в атмосферах, коефіцієнт стикованості газу (для нестисливої рідини $z = 1$).

Відбори газу з пористих середовищ здійснюються через I свердловин, які розміщені в точках (x_i^0, y_i^0) на протязі деякого проміжку часу $t \in [t_{1i}, t_{2i}]$, ($i = \overline{1, I}$).

Тому густина відбору визначається формулою

$$q = \frac{1}{V} \sum_{i=1}^I q_i(x, y, t) \delta(x - x_i^0)(y - y_i^0) [\eta(t - t_{1i}) - (t - t_{2i})].$$

Тут q_i – відбір газу з i -ої свердловини в момент часу t , $\delta(x)$ – дельта-функція Дірака, $\eta(t - t_{ji})$ – одинична функція Хевісайда.

Основна задача полягає в знаходженні розв'язку $p(x, y_1, y_2, t)$ рівняння (1) за відомими значеннями тиску $p(x_i, y_{1i}, y_{2i}, t_0)$ у заданих точках середовища. При цьому необхідно, щоб виконувалась умова балансування маси газу в сховищі

$$M = \int_V \rho dv,$$

де інтегрування проводиться по об'єму сховища V , M – маса газу в сховищі, ρ – густина газу, яка пов'язана з тиском рівнянням стану $p = \rho z RT$. Тут R – газова стала, T – температура газу. Якщо врахувати подані вище зауваження щодо геометрії середовища і перейти від маси газу до об'єму в стандартних умовах $Q_{зан}$, то останню рівність наближено можна записати наступним чином

$$Q_{зан} = \frac{T_{am}}{P_{am}} \int_0^F \int_0^h \frac{p m}{T z} dF dh \approx \frac{T_{cm}}{P_{cm}} \frac{\bar{p}}{\bar{T} \bar{z}} \bar{m} \bar{h} F.$$

Тут рискою зверху позначено усереднені значення відповідних величин, а F – площа пласту сховища з усередненою товщиною \bar{h} .

Фізико–математичні моделі руху газу в трубопроводах та пористих середовищах сформульовані в роботах зарубіжних І.А. Чарного [175,176], А.В. Александрова, Є.І. Яковлева, С.А. Бобровского [4,16,17] М.Г. Сударева [160,161] і багатьох інших та вітчизняних М.А. Жідкової, А.Д.Тівяшева, В.Я.Грудза, Я.В.Грудза, М.Тимківа, Я.Д.П’янила, М.Г.Притули, Н.М.Притули, Гіммера, Кондрата і інших вчених. Стосовно методів розв’язування рівнянь газової динаміки доцільно відзначити роботи М.А. Жідкової [37,38] Є.І. Яковлева, А.В. Александрова [4], Ф.Г. Темпеля [162,163], М.Г. Сухарева [160,161], Я.Д.П’янила, М.Г.Притули, Н.М.Притули та інших.

Зауважимо, що як правило природні пористі середовища, зокрема підземні сховища газу, мають неканонічну форму і початкові та граничні умови відомі в дискретних нееквідистантних точках з невеликою точністю. Аналітичний розв’язок конкретних задач математичної фізики, поставлених на цій основі, можна отримати тільки в окремих часткових випадках. Тому для побудови методів їх розв’язування використовуються певні наближення, які повинні бути узгоджені з вибраними модельними положеннями.

Загальні аспекти математичних методів наближеного розв’язування таких задач розглянуто в роботах В.В. Іванова [41], Л.В. Канторовича [44], В.І. Крилова [53,54], М.М. Лаврентьєва [62], Г.І. Марчука [72], В.І. Митропольського [74,75], А.А. Самарського [152], О.С. Лимарченка [65], Ф.Г. Темпеля [163], І.А. Чарного [176], А.В. Ликова [64], Я.Д.П’янила, М.Г.Притули, Н.М.Притули, В.С. Дейнеки [46], Р.Галлагера [21], К.Мортонна [55], Ж. Міллера [52], Д. Норрі [60], Р.В. Хеммінга [101], Г.І. Марчука[49], Я.Г. Савули [82, 83] та інших.

Більшість методів моделювання, що мають практичне застосування, використовують такі постановки задач, які приводять до систем алгебраїчних чи звичайних диференціальних рівнянь. Прямих числових методів розв’язування рівнянь газової динаміки (які могли б достатньо якісно дослідити динаміку транспорту газу) практично не зустрічається. Одним із прикладів гідравлічного

розрахунку трубопровідних систем є інженерні методи розрахунку параметрів руху газу, які базуються на усередненні багатьох параметрів. В якості методів отримання аналітичних залежностей використовують методи розділення змінних Фур'є, операційні методи, методи автотельних рішень. Всі вони вимагають проведення лінеаризації вихідних систем рівнянь. При моделюванні трубопровідних систем повна система рівнянь газової динаміки без суттєвих спрощень не використовується. Спрощення моделі базуються на спільному використанні числових і аналітичних способів отримання розв'язку. Наближення звичайними диференціальними рівняннями може бути здійснено методами розділення змінних і інтегральних перетворень і т.д.

Процеси, що відбуваються в пласті при розробці родовищ природних газів та експлуатації газових сховищ також описуються нелінійними диференціальними рівняннями в частинних похідних. Для визначення показників їх роботи з урахуванням неоднорідності пласта за колекторськими властивостями, довільного розташування різнодебітних свердловин, нерівномірності просування межі розділу газ-вода і так далі необхідне інтегрування диференціальних рівнянь неусталеної фільтрації газу, води і конденсату за відповідних початкових і граничних умов.

Колектори природного газу характеризуються неоднорідністю, мінливістю параметрів пласта. Потужність продуктивних відкладень по площі газового покладу може змінюватися в дуже широких межах. Коефіцієнти проникності і пористості пласта зазнають значних змін як за висотою і площею газового покладу, так і в процесі експлуатації підземних сховищ газу.

З аналізу літератури випливає необхідність побудови адаптивних математичних моделей процесів масопереносу, зокрема, поширення газу в трубопроводах, фільтрації газу в пористих середовищах (підземних сховищах газу), поширення домішкових речовин в приповерхневих шарах ґрунту та регуляризованих методів розв'язування задач математичної фізики і обробки експериментальних даних, орієнтованих на використання апріорної інформації. У

випадку прикладних досліджень при дискретному заданні вхідних даних необхідно розробити способи побудови параметричних виглядів початково–крайових умов. Методи розв’язування прикладних задач повинні дозволяти контролювати точність обчислень, виключати наростання машинної похибки та використовувати апріорну інформацію про поведінку шуканих полів в певних областях.

На основі проведеного огляду літератури та аналізу існуючих методів розв’язування задач обробки інформації та математичної фізики обґрунтовано необхідність дальшого розвитку існуючих та побудови нових способів розв’язування згаданих вище задач.

Висновки. В першому розділі наведено огляд літератури за темою дисертації, окреслено її місце у вирішенні науково–прикладних задач газової динаміки в газотранспортних мережах та обробки інформації. Показана необхідність побудови адаптивних математичних моделей процесів масопереносу та постановки відповідних задач математичної фізики. Сформульовані основні вимоги до моделей і методів, які дали можливість забезпечити достатню точність результатів в реальних умовах їх експлуатації.

РОЗДІЛ 2.

РОЗРАХУНОК ПАРАМЕТРІВ ЛІНІЙНОЇ ЧАСТИНИ ГАЗОТРАНСПОРТНОЇ СИСТЕМИ

2.1. Розрахунок гідродинамічних параметрів основних технологічних об'єктів газотранспортних систем

Математичне моделювання роботи газотранспортної системи (ГТС) пов'язане з необхідністю узгодження моделей різнорідних технологічних об'єктів (лінійних ділянок (трубопроводів), компресорних станцій (КС), запірної арматури) та взаємодії великої кількості джерел і споживачів.

Основними взаємопов'язаними задачами, які виникають при побудові математичних моделей ГТС є:

- визначення просторово-часових меж дії математичних моделей;
- ідентифікація стану технологічних об'єктів системи та системи в цілому;
- розрахунок режимно-технологічних параметрів системи та знаходження оптимальних параметрів;
- розрахунок прогнозних параметрів системи;
- керування режимами роботи системи.

Для розв'язання поставлених задач необхідно моделювати газотранспортні мережі різної конфігурації та складності, адаптувати їх до реальних умов роботи та знаходити відповідні робочі газодинамічні параметри. Для досліджень та розрахунків роботи складних мереж необхідно володіти моделями різного типу складності та адаптивності з метою досягнення необхідної точності, часу реалізації та можливості прийняття рішень. Аналіз проблем зі створення сучасних комплексів моделювання та оптимізації режимів роботи систем транспорту газу підтверджує [1], що на сьогодні не існує задовільних для практики розробок у даному напрямі. Актуальність таких комплексів не викликає

сумнівів, тому що вона пов'язана з ефективним керуванням складних систем різної природи: - газотранспортних, енергетичних та інших.

Основними елементами газотранспортних систем є лінійні трубопроводи, компресорні станції з відповідними технологічними об'єктами та місцеві опори. Для розрахунку параметрів руху газу в названих технологічних об'єктах побудована значна кількість математичних моделей. Кожна з них дозволяє розв'язати певний клас практичних задач і не може задовольнити всіх критеріїв, які ставляться до цих задач. Тому є необхідність в дослідженні наявних моделей стосовно їх адаптивності та достовірності. Оскільки в математичному плані математичні моделі є, як правило, нелінійними, то поряд з дослідженням їх адаптивності необхідно адаптувати або побудувати методи розв'язування виникаючих задач математичної фізики, які дадуть можливість отримати достовірні розв'язки з необхідною точністю за сприйнятливий час.

Подамо математичні моделі основних технологічних об'єктів, які дозволяють побудувати модель ГТС з метою керування процесами, що проходять в ній.

2.1.1. Математична модель нестационарного неізотермічного руху газу в трубопроводі.

Моделювання фізичних процесів базується, як правило, на законах збереження (кількості руху, імпульсу, тощо). Адаптивність моделей в значній мірі залежить від того, які складові вона враховує [1, 2]. Для опису нестационарного неізотермічного руху газу в трубопроводах найчастіше використовують систему диференціальних рівнянь в частинних похідних виду

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\rho v)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(p + \rho v^2) &= -\rho \left(\frac{\lambda v |v|}{2D} + g \frac{dh}{dx} \right), \\ \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho v) &= 0, \\ \frac{\partial}{\partial t}(\rho E) + \frac{\partial}{\partial x} \rho v \left(E + \frac{P}{\rho} \right) &= \frac{4K(T_{gp} - T)}{D} - \rho v g \frac{dh}{dx}, \end{aligned} \quad (2.1)$$

де ρ, v, P – відповідно густина, швидкість руху і тиск газу; k – коефіцієнт теплопередачі від труби до ґрунту; T_{gp} – температура ґрунту; T – температура газу; h – висота залягання труби; E – повна енергія одиниці маси; x – біжуча координата $x \in [0, L]$, L – довжина трубопроводу. Тут

$$\begin{aligned} E &= i - \frac{P}{\rho} + \frac{v^2}{2}, \\ di &= \frac{\partial i}{\partial T} dT + \frac{\partial i}{\partial P} dP = C_p dT + \left[\frac{1}{\rho} - T \left(\frac{\partial(1/\rho)}{\partial T} \right)_P \right] dP, \\ C_p &= \left(\frac{\partial i}{\partial T} \right) \rho. \end{aligned} \quad (2.2)$$

Для замикання системи рівнянь використовується рівняння стану газу

$$P = g \rho z R T, \quad (2.3)$$

де g – прискорення вільного падіння; R – газова стала; z – коефіцієнт стисливості газу.

2.1.2. Фільтрація газу в пористих середовищах

Фільтрація газу в пласті підземного сховища в нестационарному випадку описується нелінійним диференціальним рівнянням в частинних похідних з розподіленими параметрами [1,4]

$$\frac{\partial}{\partial x_1} \left(\frac{k_{x1} h}{\mu z} \frac{\partial p^2}{\partial x_1} \right) + \frac{\partial}{\partial x_2} \left(\frac{k_{x2} h}{\mu z} \frac{\partial p^2}{\partial x_2} \right) + \frac{\partial}{\partial x_3} \left(\frac{k_{x3} h}{\mu z} \frac{\partial p^2}{\partial x_3} \right) = 2\alpha_n m h \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{P}{z} \right) + 4m h q_{p_{st}}, \quad (2.4)$$

що має місце в трьохвимірній області $\Omega_3 \subset R^3$, яку займає пласт ПСГ. На Ω_3 задана множина точок (свердловин) з координатами $\{x_{1i}, x_{2i}, x_{3i}\}$, $i=1, \dots, n$, та значення тисків $p(x_{1i}, x_{2i}, x_{3i}, t_0)$ в цих точках в момент часу t_0 . В рівнянні (2.4) позначено: k_u – проникність пласту в напрямі u , μ – динамічна в'язкість газу, z – коефіцієнт стисливості, h – товщина пласту, m – пористість пласту, α_n – коефіцієнт газонасиченості, q – густина відбору, p_{st} – значення атмосферного тиску в стандартних умовах ($p_{st} = 0,1033$ МПа, $T_A = 293$ К).

Рівняння (2.4) є нелінійним за тиском. Вхідними даними для знаходження його розв'язку на практиці є заміряні значення тиску в робочих і замірних свердловинах та умова непроникності на границі. Враховуючи такі особливості та неканонічність області Ω_3 , аналітично розв'язати таке рівняння можна в часткових випадках.

Пласти підземних сховищ газу, як і родовищ, мають порівняно незначну товщину. Зміна тиску на такому перепаді висот є незначною і нею можна знехтувати.

Якщо розглядати розподіл тиску в області свердловини, то рівняння (2.4) доцільно записати в циліндричних координатах. Враховуючи, що область свердловини порівняно із всім сховищем є невеликою, параметри, які входять в рівняння (2.4), можна вважати сталими за координатою на деякому проміжку часу. За таких допущень рівняння фільтрації газу в циліндричних координатах буде мати вигляд [1]

$$\frac{\partial^2 p}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial r} = \frac{D}{p_0} \frac{\partial p}{\partial \tau}, \quad (2.5)$$

де r - радіус-вектор, проведений з центру свердловини, p_0, p_2 - початкове значення тиску та значення тиску на границі області, за Лейбензоном

$$\tau = \frac{p_2}{p_0} t + \left(1 - \frac{p_2}{p_0}\right) \frac{1 - e^{-\beta t}}{\beta}, \quad \beta = \frac{p_0 k \lambda_m^2}{2m\mu}.$$

Модель КС у найпростішому випадку можна подати у вигляді [2]

$$p_n^2 - \theta p_k^2 = \sigma q^2, \quad (2.6)$$

де θ та σ - деякі сталі.

Спад тиску на місцевих опорах визначається формулою

$$\Delta p = \rho \frac{v^2}{2} \xi, \quad (2.7)$$

де ξ – коефіцієнт місцевого опору, який обчислюється за формулою

$$\xi = \frac{A}{\text{Re}} + \xi_{KB}.$$

Тут A – коефіцієнт залежний від виду місцевого опору; ξ_{KB} – коефіцієнт місцевого опору у квадратичній зоні, яка визначається згідно формули

$$Q \geq Q_{\text{пер}} = 0.4 D^{2.5} \frac{\mu}{\Delta}.$$

Формула (2.7) використовується для побудови аналітичних та емпіричних моделей різного роду місцевих опорів, зокрема, поворотів трубопроводу, трійників, пристроїв звуження та розширення трубопроводів, відкриття та закриття кранів, тощо.

2.2. Розрахунок параметрів усталеного руху газу

Для розв'язання багатьох задач керування газовими потоками, зокрема прогнозних, достатньо розглядати рух газу в усталеному ізотермічному режимі. В цьому випадку рух газу в горизонтальних трубопроводах можна описати з різним ступенем точності диференціальними рівняннями виду

$$\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\lambda \rho v^2}{2D} = 0, \quad (2.8)$$

та

$$\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\lambda \rho v^2}{2D} - \frac{v^2}{zRT} \frac{\partial p}{\partial x} = 0. \quad (2.9)$$

Якщо параметри z та T вважати постійними, то розв'язки диференціальних рівнянь (2.8) та (2.9) при відомому вхідному тискові p_0 мають вид

$$p_0^2 - p^2 = \frac{\lambda z r t}{D} \left(\frac{M}{F} \right)^2 x, \quad (2.10)$$

та

$$p_0^2 - p^2 = \lambda z R T \left(\frac{M}{F} \right)^2 \ln \frac{p}{p_0} = \frac{\lambda z R T}{D} \left(\frac{M}{F} \right)^2 x, \quad (2.11)$$

де $F = \pi D^2 / 4$ – площа поперечного перерізу газопроводу, $M = \rho_0 Q_0$ – масовий розхід.

Формула (2.10) є вихідною при моделюванні руху газу в лінійних трубопроводах. Однак при визначенні гідродинамічних параметрів руху газу в довгих трубопроводах великого діаметру вже з невеликим перепадом висот необхідно виходити з рівняння

$$\frac{dp}{\rho} + \alpha d \left(\frac{v^2}{2} \right) + \lambda \frac{v^2}{2} \frac{dx}{D} + g dh = 0, \quad (2.12)$$

в якому останній доданок характеризує трасу залягання трубопроводу. Відомо, що коефіцієнта стисливості z залежить від тиску та температури і для його обчислення побудовано значну кількість емпіричних формул, що мають місце в різних діапазонах тиску та температури.

В умовах роботи газотранспортної системи України для обчислення коефіцієнта стисливості доцільно використати емпіричну формулу [3]

$$z = \frac{1}{1 + fp}, \quad (2.13)$$

яка з достатньою для практики точністю описує відмінність реального газу від ідеального, Тут p – вимірюється в атмосферах, $f = (24 - 0.21t^\circ C) \cdot 10^{-4}$, $t^\circ C$ – температура газу за Цельсієм.

Якщо вважати, що температура є постійною, то підстановка залежності (2.13) у рівняння (2.12) при $\alpha=0$ приводить до диференціального рівняння з відокремленими змінними:

$$\left[p[1 + fp] - gRT \left(\frac{M}{F} \right)^2 \frac{1}{p} \right] dp = - \frac{\lambda RT}{2D} \left(\frac{M}{F} \right)^2 dx. \quad (2.14)$$

Розв'язок останнього рівняння має вигляд

$$p^2 - p_0^2 + \frac{2}{3} f (p^3 - p_0^3) - 2RT \left(\frac{M}{F} \right)^2 \ln \frac{p}{p_0} = - \frac{\lambda RT}{2D} \left(\frac{M}{F} \right)^2 x. \quad (2.15)$$

Отримані вище залежності розподілу тиску від довжини трубопроводу отримані при сталій температурі. Врахування зміни температури по довжині трубопроводу

$$T = T_{zp} + (T_0 - T_{zp}) e^{-ax} - \left[D_i \frac{p_n - p_k}{L} + \frac{q \Delta h}{C_p L} \right] \frac{1 - e^{-ax}}{a}, \quad (2.16)$$

на розподіл тиску при постійному коефіцієнті стисливості z приводить до формули

$$p^2 - p_0^2 = -2\eta \left\{ T_{gr} x + (T_0 - T_{gr}) \frac{1 - e^{-ax}}{a} - \left[\frac{p_i p_0 - p_k}{a L} + \frac{q \Delta h}{a L C_p} \right] \left[x - \frac{1 - e^{-ax}}{a} \right] \right\}. \quad (2.17)$$

Тут позначено: D_i – коефіцієнт Джоуля-Ленца; C_p – коефіцієнт теплопередачі від газу до ґрунту; Δh – перепад висот між кінцем і початком газопроводу; p_0, p_k – значення тиску на початку і в кінці газопроводу; $a = \frac{k\pi D}{C_p M}$.

Врахування залежності $z = z(T, p)$ у вигляді (2.13) приводить до наступного алгоритму для визначення розподілу тиску в трубопроводі.

Нехай

$$\eta_1 = \frac{\lambda R}{2D} \left(\frac{M}{F} \right)^2.$$

Тоді диференціальне рівняння для визначення розподілу тиску буде мати вигляд

$$pdp = -\eta_1 \frac{T}{1 + fp} dx. \quad (2.18)$$

Останнє диференціальне рівняння є нелінійним відносно p із змінними коефіцієнтами. Для його розв'язування можна використати числові або ітераційні методи. Швидкість збіжності ітераційних процесів великою мірою залежить від початкового наближення.

Нехай T_{00} і T_c – температура газу в нормальних (стандартних) умовах та середня температура газу в трубопроводі. Позначимо $z_0 = z(T_{00}, p)$. За початкове наближення будемо брати розподіл тиску, який визначається з наступного диференціального рівняння

$$pdp = -\eta_1 T z_0 dx. \quad (2.19)$$

Останнє рівняння можна розв'язувати за різних припущень:

- а) сталому значенні коефіцієнта стисливості та середньому значенні температури;
- б) $z_0 = const$ та врахуванні залежності (2.16).

Ітераційна схема для знаходження розподілу тиску вздовж газопроводу.

З рівняння (2.18) дістаємо

$$p^2 = p_n^2 - \eta_1 \int_0^x \frac{T}{a + fp} dx$$

Якщо $p_j = p_j(x)$ – значення тиску в точці x на j -му кроці, то значення тиску на $j + 1$ -му кроці визначатимемо наступним чином:

$$p_{j+1}^2 = p_n^2 - \eta_1 \int_0^x \frac{T(y) dy}{1 + (24 - 0.21(T(y) - T_{00})) p_j(y) \cdot 10^{-4}}, \quad (2.20)$$

де залежність $T(x)$ задається формулою (2.16). За нульове наближення в даному випадку можна взяти один із знайдених вище розподілів тиску вздовж труби. З формули (2.20) дістаємо, що

$$p_{j+1} = \left\{ p_n^2 - \eta_1 \int_0^x \frac{T(y) dy}{1 + (24 - 0.21(T(y) - T_{00})) \cdot 10^{-4} p_j(y)} \right\}^{\frac{1}{2}}. \quad (2.21)$$

Якщо в формулі (2.21) j -у ітерацію виразити через $j-1$ і продовжити цей процес далі до початкової ітерації, то довільна $j+1$ -а ітерація визначається через початкову у вигляді аналога підхідного інтегрального ланцюгового дробу.

2.3 Розрахунок параметрів неусталеного руху газу

В процесі експлуатації ГТС в магістральних газопроводах під дією різних збурень виникає неусталений рух, що супроводжується коливаннями тиску та пропускної здатності, які слід враховувати при оперативному диспетчерському керуванні. На даний час існує незначна кількість робіт, присвячених комплексному аналізу математичних моделей течії газу в нестационарному випадках. У більшості робіт основна увага приділена способам розв'язування вихідних задач математичної фізики [4,5].

Оскільки процес неусталеного руху газу описується нелінійною системою диференціальних рівнянь, то на першому етапі вихідна система лінеаризується. За початковий стан трубопроводу приймається стаціонарний розподіл тиску або масопереносу. Як правило, збурення потоку газу в трубопроводі проходить за рахунок включення або виключення газоперекачувальних агрегатів (ГПА) КС. При цьому достатньо повними та точними є об'ємні витрати газу q_i , $i=1, \dots, N$ в певні моменти часу t_i , що транспортуються по трубопроводі. Зміна режиму роботи компресорної станції приводить до зміни об'ємної витрати Δq . На основі цих даних будується певна функціональна залежність $q = q(t)$. Аналіз та обробка існуючих даних показує, що вказану залежність можна вибирати у вигляді

$$q(t) = a + b e^{-ct}.$$

Лінеаризований варіант нестационарного руху газу в ізотермічному режимі при використанні двочленної апроксимації має вигляд

$$\begin{cases} \frac{\partial \omega}{\partial t} + \frac{\partial p}{\partial x} + a \omega - b p = 0; \\ \frac{1}{c^2} \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\partial \omega}{\partial x} = 0, \end{cases} \quad (2.22)$$

де $\omega = \rho v$ – масова витрата,

$$b = \frac{\lambda v_1 v_2}{2DgzRT}, \quad a_i = \frac{\lambda (v_1 + v_2)}{2D}.$$

За початкових Система (2.22) розв'язана

$$p(x, 0) = p_{00} - p_{kk} e^{-b(l-x)}, \quad p_{00} = \frac{p_0 - p_k e^{-bl}}{1 - e^{-bl}}, \quad p_{kk} = \frac{p_0 - p_k}{1 - e^{-bl}},$$

та граничних умов

$$p(l, t) = p_l, \quad \omega(0, t) = \rho_0 q(t)$$

рішення поставленої задачі є

$$\begin{aligned} p(0, t) = & p_{kk} e^{-bl} + \omega(0, 0) f_1(t) - p_{00} f_3(t) - \\ & \rho_0 \frac{d}{dt} \int_0^t f_2(t - \tau) q_1(\tau) d\tau + 2(p_l + p_{00} - p_{kk}) e^{-\frac{bl}{2}} f_4(t), \end{aligned} \quad (2.23)$$

де позначено:

$$\begin{aligned} f_1(t) = & -\frac{cb_c}{a} (1 - e^{-at}) + e^{-\frac{at}{2}} I_0 \left(\frac{s_2 - s_1}{2} t \right) + \frac{b_c^2}{a} \int_0^t e^{-\frac{a\tau}{2}} I_0 \left(\frac{s_2 - s_1}{2} \tau \right) (1 - e^{-a(t-\tau)}) d\tau, \\ f_2(t) = & -cb_c t + ce^{-\frac{at}{2}} I_0 \left(\frac{s_2 - s_1}{2} t \right) + c \int_0^t e^{-\frac{a\tau}{2}} I_0 \left(\frac{s_2 - s_1}{2} \tau \right) (a + b_c(t - \tau)) d\tau, \\ f_3(t) = & 1 + \frac{2}{a} cb_c^2 (e^{-at} - 1 + at) - 2b_c \int_0^t e^{-\frac{a\tau}{2}} I_0 \left(\frac{s_2 - s_1}{2} \tau \right) \left(1 + \frac{b_c^2}{a^3} (a(t - \tau) - 1 + e^{-a(t-\tau)}) \right) d\tau, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
f_4(t) &= \frac{1}{c} e^{-\frac{at}{2}} I_0 \left(\frac{s_2 - s_1}{2} \sqrt{t^2 - \left(\frac{l}{c}\right)^2} \right) + \frac{1}{c} \int_{\frac{l}{c}}^t e^{-\frac{a\tau}{2}} I_0 \left(\frac{s_2 - s_1}{2} \sqrt{\tau^2 - \left(\frac{l}{c}\right)^2} \right) \\
&\quad \left\{ \frac{b_c^3}{a^2} \left[a(t - \tau) - 1 + e^{-a(t-\tau)} \right] - b_c - \frac{d}{dt} \left(e^{-\frac{a(t-\tau)}{2}} I_0 \left(\frac{s_2 - s_1}{2} (t - \tau) \right) \right) \right\} - \\
&\quad - a e^{-\frac{a(t-\tau)}{2}} I_0 \left(\frac{s_2 - s_1}{2} (t - \tau) \right) - \\
&\quad \int_{l/c}^t e^{-\frac{a\xi}{2}} I_0 \left(\frac{s_2 - s_1}{2} \xi \right) \left[2b_c^2 + \frac{1}{a^2} \left(-1 + a(t - \tau - \xi) e^{-a(t-\tau-\xi)} \right) \right] d\xi d\tau. \\
b_c &= \frac{bc}{2}, \quad s_1 = -\frac{a}{2} - \sqrt{\frac{a^2}{4} - b_c^2}, \quad s_2 = -\frac{a}{2} + \sqrt{\frac{a^2}{4} - b_c^2}.
\end{aligned}$$

Для $t < \frac{l}{c}$ згідно з теорією операційного числення необхідно покласти $f_4(t) = 0$.

Тут p_0 та p_k – відповідно початкове та кінцеве значення тиску у вихідному стаціонарному стані його розподілу по трубі.

2.4. Нестационарний рух газу в трубопроводах при наявності компресорних станцій та відводів

До вивчення руху газу в трубопроводах при наявності КС та відводів можна підходити двома шляхами: весь газопровід розбити на ділянки між КС та пунктами відводів й розв'язувати вихідну систему на окремих проміжках, узгоджуючи початкові та граничні умови в точках стику; наявні на трасі газопроводу КС та пункти відбору моделювати узагальненими функціями. Другий шлях більш зручний, оскільки граничні умови в точках КС та відборів входять в самі рівняння, а також скорочується час обчислення.

Розглянемо математичну модель транспортування газу при наявності на трасі КС та відборів моделюванням їх узагальненими функціями.

В загальному така задача зводиться до розв'язування системи взаємозв'язаних диференціальних рівнянь в частинних похідних

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \omega}{\partial t} + \frac{\partial p}{\partial x} + b_1 p + b_2 \omega + b_3 \frac{\partial \omega}{\partial x} = -b_0 \frac{a_p}{RT} + \varphi(\rho, v) + \Theta(x, t), \\ \frac{\partial \omega}{\partial x} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial p}{\partial t} = \Psi(x, t). \end{array} \right.$$

Функції

$$\Theta(x, t) = \sum_{i=1}^I p_{st,i} \delta(x - x_i) [\eta(t - t_{1i}) - \eta(t - t_{2i})]$$

та

$$\Psi(x, t) = \pm \sum_{j=1}^J \frac{q_j(t)}{F} \delta(x - x_j) [\eta(t - t_{1j}) - \eta(t - t_{2j})]$$

моделюють наявність по трасі компресорних станцій в точках $x = x_i, i = \overline{1, I}$ та пунктів відводу в точках $x = x_j, j = \overline{1, J}$, з часами включення t_{1i}, t_{1j} і виключення t_{2i}, t_{2j} відповідно, F – площа поперечного перерізу трубопроводу, знак (+) вказує на відвід газу, а (–) – на поступлення.

Розглянемо процес руху газу в горизонтальному трубопроводі довжини l при заданих граничних умовах на функцію тиску

$$p(0, t) = p_{ok}(t), p(l, t) = p_{kk}(t),$$

або масової витрати

$$\omega(0, t) = \omega_{ok}(t), \omega(l, t) = \omega_{kk}(t).$$

За початкову умову приймається відомий стаціонарний розподіл тиску

$$p(x, 0) = p_{om}(x)$$

або масової витрати

$$\omega(x, 0) = \omega_{om}(x).$$

Рух газу досліджується в ізотермічному режимі з нехтуванням сили Коріоліса при постійному значенні коефіцієнта стисливості χ . За таких припущень система (7.67) записується

$$\begin{cases} \frac{\partial \omega}{\partial t} + \frac{\partial p}{\partial x} + a\omega - bp = \Theta(x, t), \\ \frac{\partial \omega}{\partial x} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial p}{\partial t} = \Psi(x, t). \end{cases}$$

При сталих гранично-початкових умовах замість функцій \bar{p} і $\bar{\omega}$ введемо в розгляд функції

$$\bar{p} = \bar{p} + \frac{x}{l} h_p - p_{0k}, \quad \bar{\omega} = \bar{\omega} + \frac{x}{l} h_\omega - \omega_{0k},$$

де

$$h_p = p_{0k} - p_{kk}, \quad h_\omega = \omega_{0k} - \omega_{kk}.$$

Розподіл тиску трубопроводах при наявності компресорних станцій (КС) та відводів визначається за формулою

$$\tilde{p}_n(t) = -\left(\frac{c}{l}\right)^2 \frac{l}{v_n} [d_1 \xi_{1n}(t) + d_2 \xi_{2n}(t) + d_3 \xi_{3n}(t)] - \left(\frac{c}{l}\right)^2 \frac{l}{v_n} \xi_{4n}(t) + c^2 \xi_{5n}(t),$$

Де введено позначення:

$$d_1 = \hat{v}_n (ah_\omega - bh_p) + \hat{v}_n \left(\frac{1}{l} h_p + bp_{ok} - a\omega_{ok} \right) - av_n \hat{v}_n h_\omega,$$

$$d_2 = \hat{v}_n h_\omega + \hat{v}_n (\omega_{om} - \omega_{ok}) - v_n l \left(\frac{1}{l} \hat{v}_n h_\omega + \frac{a}{c^2} (\hat{v}_n h_p + \hat{v}_n (p_{om} - p_{ok})) \right),$$

$$d_3 = -v_n l \frac{1}{c^2} (\hat{v}_n h_p + \hat{v}_n (p_{om} - p_{ok})).$$

$$v_n = \frac{1}{n\pi i}, \quad \hat{v}_n = v_n [1 + (-1)^{n+1}], \quad \hat{v}_n = v_n [v_n + (-1)^{n+1} (1 + v_n)],$$

$$\xi_{1n}(t) = \frac{1}{s_1 s_2} - \frac{e^{s_1 t}}{s_1 (s_2 - s_1)} + \frac{e^{s_2 t}}{s_2 (s_2 - s_1)},$$

$$\xi_{2n}(t) = \frac{e^{s_2 t} - e^{s_1 t}}{(s_2 - s_1)},$$

$$\xi_{3n}(t) = \frac{s_2 e^{s_2 t} - s_1 e^{s_1 t}}{(s_2 - s_1)}.$$

$$\xi_{4n}(t) = \frac{1}{l} \sum_{i=1}^I p_{st,i} e^{-\frac{x_i}{v_n t}} \left[\begin{cases} 0, & t < t_{1i} \\ \varphi_{1n}(t - t_{1i}), & t > t_{1i} \end{cases} - \begin{cases} 0, & t < t_{2i} \\ \varphi_{1n}(t - t_{2i}), & t > t_{2i} \end{cases} \right].$$

$$\xi_{5n}(t) = \frac{1}{l} \sum_{j=1}^J \frac{q_j}{F} e^{-\frac{x_j}{v_n t}} \left[\begin{array}{l} 0, \quad t < t_{1j} \\ \xi_{2n}(t-t_{1j}) + a\xi_{1n}(t-t_{1j}), t > t_{1j} \end{array} \right] - \left[\begin{array}{l} 0, \quad t < t_{2j} \\ \xi_{2n}(t-t_{2j}) + a\xi_{1n}(t-t_{2j}), t > t_{2j} \end{array} \right].$$

2.4. Ітераційна схема визначення середньої температури газу з врахуванням сил тертя та її вплив на об'ємну витрату газу

Якщо G – масова витрата газу, то в стаціонарному ізотермічному випадку для її визначення використовується формула

$$G = F \sqrt{\frac{D(P_0^2 - P_k^2)}{\lambda z R T_c L}}. \quad (2.24)$$

Оскільки $G = \rho_0 Q_0$, то з формули (2.24)

$$Q_0 = \frac{F}{\rho_0} \sqrt{\frac{D(P_0^2 - P_k^2)}{\lambda z R T_c L}}. \quad (2.25)$$

В формулі (2.25) T_c – середня температура. При визначенні розподілу температури вздовж горизонтального трубопроводу, як правило, користуються формулою

$$t = t_r + (t_0 - t_r)e^{-ax} - D_h \frac{P_0 - P_k}{L} \frac{1 - e^{-ax}}{a}, \quad (2.26)$$

де

$$a = \frac{k\pi D}{Gc_p}.$$

В формулі (2.26) останній доданок правої частини визначає ефект Джоуля-Томсона, тобто зниження температури при русі газу.

Формула (2.26) не враховує зміну температури за рахунок роботи затраченої на протидію тертю. Якщо врахувати останню, то розподіл

температури вздовж горизонтального трубопроводу визначається згідно формули

$$t = t_r + (t_0 - t_r)e^{-ax} - D_h \frac{\Delta P}{aL}(1 - e^{-ax}) + \frac{gi}{ac_p}(1 - e^{-ax}), \quad (2.27)$$

де

$$i = \frac{\Delta P}{g\rho_c L}, \quad \Delta P = P_0 - P_k.$$

З формули (2.27) випливає, що врахування роботи тертя приводить до підвищення температури. Показано, що формула (2.27) дає значно точніші результати, ніж формула (2.26).

В формулу (2.25) входить середня температура, яка визначається згідно формули

$$t_c = \frac{1}{L} \int_0^L t(x) dx. \quad (2.28)$$

Середнє значення температури згідно формули (2.26) обчислюється наступним чином

$$t_{c,1} = t_r + (t_0 - t_r) \frac{(1 - e^{-ax})}{aL} - D_h \frac{\Delta P}{aL} \left(1 - \frac{(1 - e^{-ax})}{aL}\right), \quad (2.29)$$

а згідно формули (2.27)

$$t_{c,2} = t_r + (t_0 - t_r) \frac{(1 - e^{-aL})}{aL} - D_h \frac{\Delta P}{aL} \left[1 - \frac{(1 - e^{-aL})}{aL}\right] + \frac{gi}{ac_p} \left[1 - \frac{(1 - e^{-aL})}{aL}\right]. \quad (2.30)$$

Алгоритм дослідження впливу температури на об'ємний розхід.

1) Вхідні параметри: k , D , L , c_p , t_0 – початкова температура газу, t_r – температура ґрунту.

2) Згідно формули

$$t_{c,3} = t_r + (t_0 - t_r) \frac{(1 - e^{-ax})}{aL}.$$

обчислюється початкове наближення середньої температури.

3) Згідно приведених вище формул обчислюються коефіцієнт гідравлічного опору та коефіцієнт надстисливості.

4) Згідно формули

$$P_k = \sqrt{P_0^2 - \frac{\lambda z R t_{c,3} L}{D} \left(\frac{G}{F}\right)^2} \quad (2.31)$$

обчислюється початкове наближення кінцевого тиску.

5) Маючи тепер наближене значення P_k , уточнюємо середнє значення температури згідно формул (2.29) та (2.30).

5) Уточнюємо коефіцієнт гідравлічного опору.

8) Уточнюємо коефіцієнт надстисливості, де використовуються знайдені значення середньої температури та середнє значення тиску

$$P_c = \frac{2}{3} \left(P_0 + \frac{P_k^2}{P_0 + P_k} \right)$$

9) Вихідний тиск P_k Обчислюється згідно формули (2.31) при уточнених значеннях коефіцієнтів.

10) Після другої ітерації, тобто кроку 9, досліджується вплив початкової температури t_0 на об'ємний розхід Q_0 . При заданому значенні P_0 , та розрахованих параметрах λ , z , P_k . При цьому розглянуто два випадки:

$$1) T_c = t_{c,1},$$

$$2) T_c = t_{c,2}.$$

Поряд з уточненням середньої температури уточнюється і коефіцієнт C_p з врахуванням розрахованої середньої температури на кожній ітерації згідно формули:

$$C_p = \alpha_1 + \alpha_2(t_c + 273) + \alpha_3 \rho_0 + \alpha_4(t_c + 273)10^{-2} + \alpha_5(t_c + 273)(t_c + 273)10^{-4},$$

де $\alpha_1 = 2.9629$, $\alpha_2 = -0.95495$, $\alpha_3 = 0.04553$, $\alpha_4 = 0.01194$, $\alpha_5 = 0.22871$.

Результати, які отримуються в результаті проведення обчислювального експерименту, подані у вигляді таблиць 2.1-2.6 та рисунків 2.1-2.4.

1. Різниця середніх температур з врахуванням сили тертя і без тертя.

2. Різниця Q_0 з врахуванням сили тертя і без тертя.
3. Зміна C_p .
4. Вплив зміни C_p на Q_0 з врахуванням тертя
5. dQ між ітераціями (без врахування сили тертя)
6. dQ між ітераціями (з врахуванням сил тертя)

Коефіцієнт теплоємності, який має вплив на витрати газу, залежить від температури газу. Тому в ході обчислювального експерименту вивчався вплив середньої температури на значення цього коефіцієнта та об'ємні витрати. Результати експерименту приведені в таблиці 2.2. В даній таблиці приведені значення об'ємних витрат газу при сталому значенні коефіцієнта теплоємності, та врахуванням залежності його від температури при різних значеннях середньої температури.

Аналіз формул (2.29) та (2.30) показує, що врахування ефекту Джоуля-Томпсона приводить до зниження середньої температури, а врахування сил тертя – до її збільшення (табл. 2.1, рис. 2.1). Причому збільшення середньої температури за рахунок врахування сил тертя є за модулем більше ніж зміна середньої температури за рахунок врахування ефекту Джоуля-Томпсона. Як видно з результатів, приведених в табл. 2.2, для розглядуваного випадку врахування сил тертя при визначенні середньої температури приводить до зміни об'ємних витрат в околі 12 000 м³ за годину (рис. 2.2), тобто результати даного експерименту підтверджують необхідність більш детального і глибокого вивчення впливу параметрів газу на його гідродинамічні характеристики, зокрема – визначення хімічного складу сумішей газу.

Таблиця 2.1.

Значення середніх температур з врахуванням сили тертя і без врахування сили тертя.

	без врахування тертя		з врахуванням тертя	
t_0, C	$t_c,$ без ітер.	$t_c,$ з ітер.	$t_c,$ без ітер.	$t_c,$ з ітер.

1	2	3	4	5
0	3.494963434	3.498760751	5.66426757	5.663873694
1	3.804653086	3.808394638	5.973957222	5.971284021
2	4.114342738	4.117658125	6.283646874	6.27833151
3	4.424032389	4.426552522	6.593336525	6.585017426
4	4.733722041	4.735079129	6.903026177	6.891343022
5	5.043411693	5.043239238	7.212715829	7.197309547
6	5.353101345	5.351034135	7.522405481	7.502918239
7	5.662790996	5.658465096	7.832095132	7.808170332
8	5.972480648	5.965533391	8.141784784	8.11306705
9	6.2821703	6.272240281	8.451474436	8.417609612
10	6.591859952	6.578587019	8.761164088	8.721799228
11	6.901549603	6.884574851	9.07085374	9.0256371
12	7.211239255	7.190205018	9.380543391	9.329124426
13	7.520928907	7.495478748	9.690233043	9.632262393
14	7.830618559	7.800397268	9.999922695	9.935052185
15	8.140308211	8.104961792	10.30961235	10.23749498
16	8.449997862	8.40917353	10.619302	10.53959193
17	8.759687514	8.713033685	10.92899165	10.84134422
18	9.069377166	9.016543451	11.2386813	11.14275299
19	9.379066818	9.319704016	11.54837095	11.44381939
20	9.688756469	9.62251656	11.85806061	11.74454456
21	9.998446121	9.924982258	12.16775026	12.04492964
22	10.30813577	10.22710228	12.47743991	12.34497575
23	10.61782542	10.52887778	12.78712956	12.64468401
24	10.92751508	10.83030991	13.09681921	12.94405555
25	11.23720473	11.13139982	13.40650886	13.24309146
26	11.54689438	11.43214866	13.71619852	13.54179286
27	11.85658403	11.73255755	14.02588817	13.84016083

28	12.16627368	12.03262762	14.33557782	14.13819646
29	12.47596334	12.33235998	14.64526747	14.43590085
30	12.78565299	12.63175577	14.95495712	14.73327506
31	13.09534264	12.93081607	15.26464678	15.03032016
32	13.40503229	13.229542	15.57433643	15.32703723
33	13.71472194	13.52793465	15.88402608	15.62342732
34	14.02441159	13.8259951	16.19371573	15.91949149
35	14.33410125	14.12372444	16.50340538	16.21523077
36	14.6437909	14.42112374	16.81309503	16.51064622
37	14.95348055	14.71819408	17.12278469	16.80573886
38	15.2631702	15.01493652	17.43247434	17.10050973
39	15.57285985	15.31135211	17.74216399	17.39495985
40	15.8825495	15.60744191	18.05185364	17.68909024
41	16.19223916	15.90320697	18.36154329	17.98290191
42	16.50192881	16.19864832	18.67123294	18.27639587
43	16.81161846	16.493767	18.9809226	18.56957313
44	17.12130811	16.78856403	19.29061225	18.86243466
45	17.43099776	17.08304045	19.6003019	19.15498147

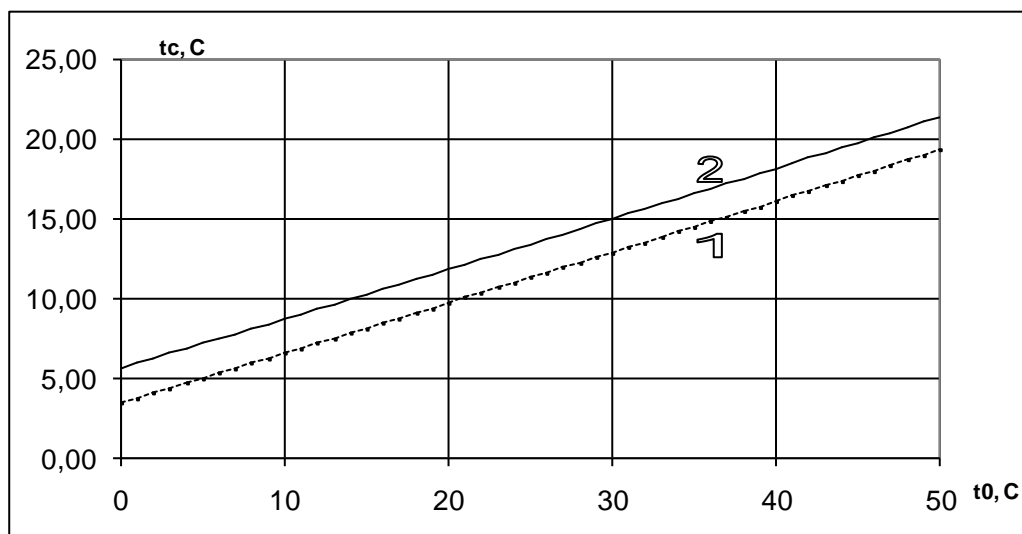


Рис. 2.1. Залежність середніх температур від початкової температури з врахуванням сили тертя і без врахування сили тертя з ітер.: 1 - без врахування

тертя, 2 - з врахуванням тертя; відповідні графіки, без врахування тертя і врахуванням тертя, без ітерацій накладаються на приведені графіки.

Таблиця 2.2.

Значення об'ємної витрати газу Q_0 з врахуванням сили тертя і без врахування сили тертя.

t0	без врахування тертя		з врахуванням тертя	
	Q0, без ітер	Q0, з ітер	Q0, без ітер	Q0, з ітер
0	1267713.48	1267714.04	1253275.31	1253297.02
1	1267713.48	1267713.88	1253289.01	1253316.58
2	1267713.49	1267713.75	1253302.69	1253336.11
3	1267713.50	1267713.64	1253316.36	1253355.61
4	1267713.51	1267713.56	1253330.01	1253375.08
5	1267713.51	1267713.51	1253343.65	1253394.51
6	1267713.52	1267713.48	1253357.28	1253413.92
7	1267713.53	1267713.47	1253370.89	1253433.28
8	1267713.53	1267713.49	1253384.48	1253452.62
9	1267713.54	1267713.53	1253398.06	1253471.92
10	1267713.54	1267713.59	1253411.63	1253491.19
11	1267713.55	1267713.67	1253425.18	1253510.42
12	1267713.55	1267713.77	1253438.72	1253529.61
13	1267713.56	1267713.89	1253452.24	1253548.77
14	1267713.57	1267714.03	1253465.75	1253567.90
15	1267713.57	1267714.19	1253479.25	1253586.99
16	1267713.58	1267714.37	1253492.73	1253606.04
17	1267713.58	1267714.56	1253506.19	1253625.05
18	1267713.58	1267714.76	1253519.65	1253644.03
19	1267713.59	1267714.98	1253533.09	1253662.96
20	1267713.59	1267715.22	1253546.51	1253681.86
21	1267713.60	1267715.46	1253559.93	1253700.72

22	1267713.60	1267715.72	1253573.32	1253719.54
23	1267713.61	1267715.99	1253586.71	1253738.31
24	1267713.61	1267716.27	1253600.08	1253757.04
25	1267713.61	1267716.55	1253613.44	1253775.73
26	1267713.62	1267716.84	1253626.78	1253794.38
27	1267713.62	1267717.14	1253640.12	1253812.98
28	1267713.62	1267717.45	1253653.44	1253831.54
29	1267713.62	1267717.76	1253666.74	1253850.05
30	1267713.63	1267718.07	1253680.03	1253868.52
31	1267713.63	1267718.38	1253693.31	1253886.93
32	1267713.63	1267718.69	1253706.58	1253905.30
33	1267713.63	1267719.00	1253719.83	1253923.62
34	1267713.64	1267719.31	1253733.07	1253941.89
35	1267713.64	1267719.62	1253746.30	1253960.11
36	1267713.64	1267719.92	1253759.52	1253978.27
37	1267713.64	1267720.22	1253772.72	1253996.38
38	1267713.64	1267720.51	1253785.91	1254014.44
39	1267713.64	1267720.79	1253799.09	1254032.44
40	1267713.64	1267721.06	1253812.25	1254050.39
41	1267713.64	1267721.32	1253825.40	1254068.28
42	1267713.65	1267721.56	1253838.54	1254086.11
43	1267713.65	1267721.80	1253851.67	1254103.88
44	1267713.65	1267722.01	1253864.79	1254121.59
45	1267713.65	1267722.21	1253877.89	1254139.23

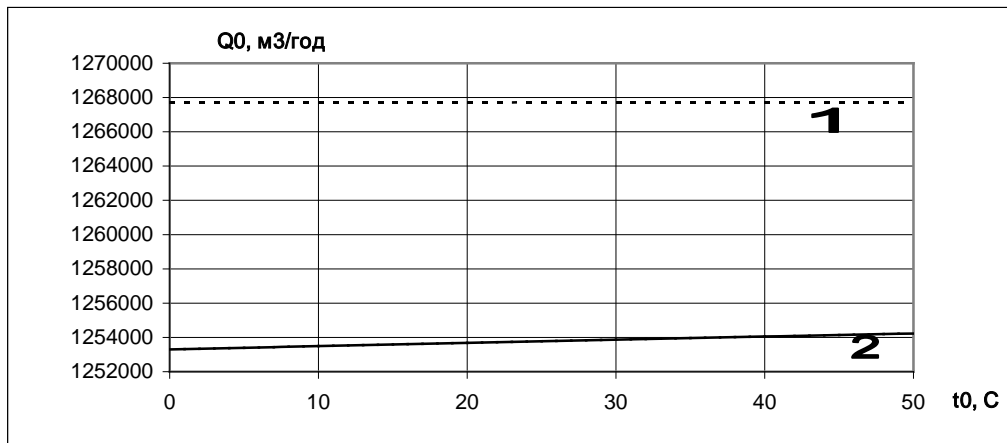


Рис.2.2. Залежність об'ємної витрати газу Q_0 з врахуванням сили тертя і без врахування сили тертя з ітер.: 1 - без врахування тертя, 2 - з врахуванням тертя; відповідні графіки, без врахування тертя і врахуванням тертя, без ітерацій накладаються на приведені графіки.

Таблиця 2.3.

Значення коефіцієнта C_p при різних значеннях температури.

t_0	C_p , без ітер	C_p , з ітер
0	2125.62	2125.95
1	2126.65	2126.94
2	2127.68	2127.93
3	2128.72	2128.93
4	2129.76	2129.94
5	2130.81	2130.95
6	2131.86	2131.97
7	2132.91	2132.99
8	2133.97	2134.02
9	2135.04	2135.05
10	2136.11	2136.09
11	2137.18	2137.13
12	2138.26	2138.18
13	2139.35	2139.23

14	2140.44	2140.29
15	2141.53	2141.36
16	2142.63	2142.43
17	2143.73	2143.50
18	2144.84	2144.58
19	2145.95	2145.67
20	2147.07	2146.76
21	2148.19	2147.86
22	2149.32	2148.96
23	2150.45	2150.07
24	2151.59	2151.19
25	2152.73	2152.31
26	2153.88	2153.43
27	2155.03	2154.56
28	2156.18	2155.70
29	2157.34	2156.84
30	2158.51	2157.99
31	2159.68	2159.14
32	2160.85	2160.30
33	2162.03	2161.47
34	2163.22	2162.64
35	2164.41	2163.82
36	2165.60	2165.00
37	2166.80	2166.19
38	2168.00	2167.38
39	2169.21	2168.59
40	2170.42	2169.79
41	2171.64	2171.00
42	2172.86	2172.22

43	2174.09	2173.45
44	2175.32	2174.68
45	2176.56	2175.91

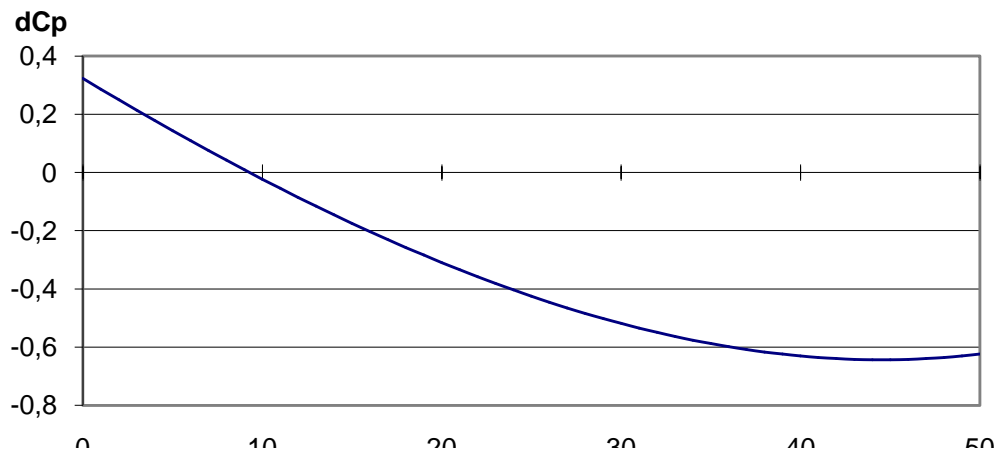


Рис. 2.3. Залежність похибки обчислення коефіцієнта C_p з використанням ітераційної процедури та без використання ітераційної процедури.

Таблиця 2.4.

Залежність впливу зміни коефіцієнта C_p на об'ємні відбори Q_0 з врахуванням сили тертя.

t0	$Q_0, C_p = \text{const}$	$Q_0, C_p = f(tc, ro_0)$
0	1253400.80	1253297.02
1	1253422.05	1253316.58
2	1253443.23	1253336.11
3	1253464.34	1253355.61
4	1253485.38	1253375.08
5	1253506.35	1253394.51
6	1253527.25	1253413.92
7	1253548.08	1253433.28
8	1253568.84	1253452.62
9	1253589.53	1253471.92
10	1253610.16	1253491.19
11	1253630.71	1253510.42
12	1253651.20	1253529.61

13	1253671.62	1253548.77
14	1253691.97	1253567.90
15	1253712.26	1253586.99
16	1253732.48	1253606.04
17	1253752.63	1253625.05
18	1253772.72	1253644.03
19	1253792.74	1253662.96
20	1253812.69	1253681.86
21	1253832.58	1253700.72
22	1253852.41	1253719.54
23	1253872.17	1253738.31
24	1253891.86	1253757.04
25	1253911.49	1253775.73
26	1253931.06	1253794.38
27	1253950.57	1253812.98
28	1253970.01	1253831.54
29	1253989.39	1253850.05
30	1254008.70	1253868.52
31	1254027.96	1253886.93
32	1254047.15	1253905.30
33	1254066.28	1253923.62
34	1254085.35	1253941.89
35	1254104.36	1253960.11
36	1254123.30	1253978.27
37	1254142.19	1253996.38
38	1254161.02	1254014.44
39	1254179.78	1254032.44
40	1254198.49	1254050.39
41	1254217.14	1254068.28

42	1254235.72	1254086.11
43	1254254.25	1254103.88
44	1254272.72	1254121.59
45	1254291.13	1254139.23

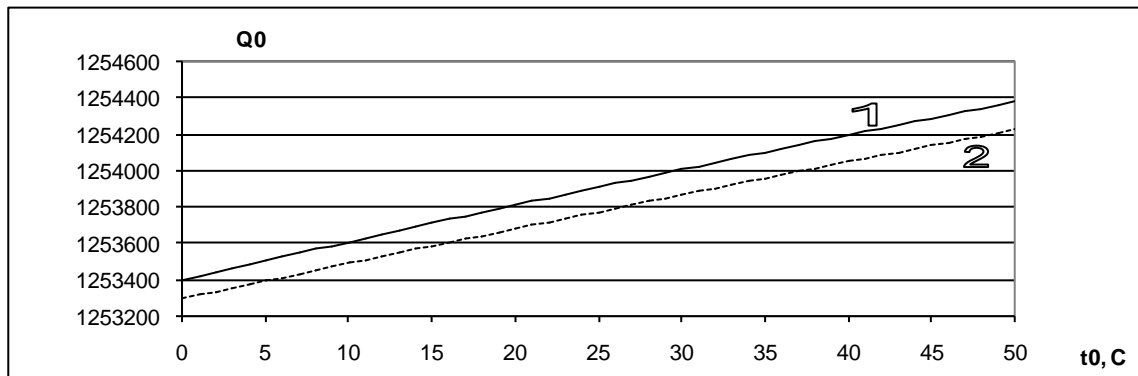


Рис. 2.4. Залежність об'ємні відбори Q_0 від температури при впливі зміни коефіцієнта $C_p = \text{const}$ та $C_p = f(t_c, \rho_0)$.

Таблиця 2.5.

Значення зміни об'ємних відборів між ітераціями i_t без врахування сил тертя.

	dQ між ітераціями				
1	2	3	4	5	6
$t_0 \setminus i_t$	1	2	3	4	5
0	0.79481	0.002377	7.11E-06	2.13E-08	0
1	0.794619	0.001889	4.49E-06	1.06E-08	2.05E-10
2	0.794421	0.001403	2.48E-06	4.30E-09	0
3	0.794216	0.000918	1.06E-06	1.23E-09	0
4	0.794004	0.000434	2.37E-07	0	0
5	0.793785	-4.88E-05	2.86E-09	0	0
6	0.793558	-0.00053	3.55E-07	-4.09E-10	2.05E-10
7	0.793325	-0.00101	1.29E-06	-1.43E-09	0
8	0.793084	-0.00149	2.80E-06	-5.32E-09	2.05E-10
9	0.792836	-0.00197	4.89E-06	-1.21E-08	0
10	0.792581	-0.00245	7.55E-06	-2.33E-08	0

11	0.792318	-0.00292	1.08E-05	-3.97E-08	0
12	0.792048	-0.0034	1.46E-05	-6.26E-08	4.09E-10
13	0.791771	-0.00387	1.89E-05	-9.25E-08	4.09E-10
14	0.791486	-0.00434	2.38E-05	-1.31E-07	6.14E-10
15	0.791194	-0.00481	2.93E-05	-1.78E-07	1.23E-09
16	0.790895	-0.00528	3.53E-05	-2.36E-07	1.64E-09
17	0.790588	-0.00575	4.19E-05	-3.05E-07	2.05E-09
18	0.790273	-0.00622	4.90E-05	-3.85E-07	3.07E-09
19	0.789951	-0.00669	5.66E-05	-4.79E-07	4.09E-09
20	0.789622	-0.00715	6.48E-05	-5.87E-07	5.32E-09
21	0.789284	-0.00762	7.35E-05	-7.09E-07	6.75E-09
22	0.788939	-0.00808	8.27E-05	-8.47E-07	8.59E-09
23	0.788587	-0.00854	9.25E-05	-1.00E-06	1.08E-08
24	0.788226	-0.009	0.000103	-1.17E-06	1.35E-08
25	0.787858	-0.00946	0.000114	-1.36E-06	1.64E-08
26	0.787483	-0.00992	0.000125	-1.57E-06	1.96E-08
27	0.787099	-0.01037	0.000137	-1.80E-06	2.37E-08
28	0.786708	-0.01083	0.000149	-2.05E-06	2.82E-08
29	0.786309	-0.01128	0.000162	-2.32E-06	3.34E-08
30	0.785901	-0.01173	0.000175	-2.61E-06	3.89E-08
31	0.785486	-0.01218	0.000189	-2.93E-06	4.54E-08
32	0.785063	-0.01263	0.000203	-3.27E-06	5.26E-08
33	0.784632	-0.01308	0.000218	-3.63E-06	6.06E-08
34	0.784193	-0.01353	0.000233	-4.02E-06	6.94E-08
35	0.783746	-0.01397	0.000249	-4.44E-06	7.92E-08
36	0.783291	-0.01441	0.000265	-4.88E-06	8.98E-08
37	0.782828	-0.01486	0.000282	-5.35E-06	1.02E-07
38	0.782357	-0.0153	0.000299	-5.85E-06	1.14E-07
39	0.781877	-0.01574	0.000317	-6.37E-06	1.28E-07

40	0.78139	-0.01617	0.000335	-6.93E-06	1.43E-07
41	0.780894	-0.01661	0.000353	-7.52E-06	1.60E-07
42	0.780389	-0.01705	0.000372	-8.13E-06	1.78E-07
43	0.779877	-0.01748	0.000392	-8.78E-06	1.97E-07
44	0.779356	-0.01791	0.000412	-9.46E-06	2.17E-07
45	0.778827	-0.01834	0.000432	-1.02E-05	2.39E-07

Таблиця 2.6.

Значення зміни об'ємних відборів між ітераціями i_t з врахування сил тертя.

$t_0 \backslash i_t$	1	2	3	4	5	6
0	14312.34	1.153304	8.63E-05	6.55E-09	0	0
1	2	3	4	5	6	7
1	14299.68	-7.44963	0.003939	-2.08E-06	1.02E-09	0
2	14287.06	-16.0226	0.018124	-2.05E-05	2.31E-08	0
3	14274.47	-24.5656	0.042562	-7.37E-05	1.28E-07	-2.05E-10
4	14261.91	-33.079	0.077172	-0.00018	4.20E-07	-1.02E-09
5	14249.38	-41.5628	0.121876	-0.00036	1.05E-06	-3.07E-09
6	14236.88	-50.0172	0.176594	-0.00062	2.20E-06	-7.78E-09
7	14224.41	-58.4423	0.241249	-0.001	4.11E-06	-1.68E-08
8	14211.97	-66.8383	0.315764	-0.00149	7.05E-06	-3.34E-08
9	14199.56	-75.2052	0.400062	-0.00213	1.13E-05	-6.02E-08
10	14187.18	-83.5434	0.494066	-0.00292	1.73E-05	-1.02E-07
11	14174.83	-91.8528	0.597702	-0.00389	2.53E-05	-1.65E-07
12	14162.51	-100.134	0.710894	-0.00505	3.58E-05	-2.54E-07
13	14150.22	-108.386	0.833569	-0.00641	4.93E-05	-3.79E-07
14	14137.96	-116.61	0.965652	-0.008	6.62E-05	-5.48E-07
15	14125.73	-124.806	1.107072	-0.00982	8.71E-05	-7.73E-07
16	14113.52	-132.974	1.257755	-0.0119	0.000113	-1.06E-06
17	14101.35	-141.114	1.417629	-0.01424	0.000143	-1.44E-06

18	14089.21	-149.227	1.586624	-0.01687	0.000179	-1.91E-06
19	14077.1	-157.311	1.764669	-0.01979	0.000222	-2.49E-06
20	14065.01	-165.369	1.951694	-0.02303	0.000272	-3.21E-06
21	14052.96	-173.399	2.14763	-0.0266	0.000329	-4.08E-06
22	14040.93	-181.401	2.352406	-0.0305	0.000396	-5.13E-06
23	14028.93	-189.377	2.565956	-0.03477	0.000471	-6.38E-06
24	14016.96	-197.326	2.788211	-0.0394	0.000557	-7.86E-06
25	14005.02	-205.248	3.019105	-0.04441	0.000653	-9.61E-06
26	13993.11	-213.143	3.258569	-0.04981	0.000762	-1.16E-05
27	13981.22	-221.011	3.506539	-0.05563	0.000883	-1.40E-05
28	13969.37	-228.853	3.762949	-0.06187	0.001017	-1.67E-05
29	13957.54	-236.669	4.027733	-0.06854	0.001166	-1.98E-05
30	13945.74	-244.459	4.300827	-0.07566	0.001331	-2.34E-05
31	13933.97	-252.223	4.582167	-0.08324	0.001512	-2.75E-05
32	13922.22	-259.96	4.87169	-0.09129	0.001711	-3.21E-05
33	13910.51	-267.672	5.169332	-0.09982	0.001928	-3.72E-05
34	13898.82	-275.359	5.475031	-0.10885	0.002164	-4.30E-05
35	13887.16	-283.019	5.788725	-0.11839	0.002421	-4.95E-05
36	13875.53	-290.654	6.110353	-0.12845	0.0027	-5.68E-05
37	13863.92	-298.264	6.439853	-0.13903	0.003002	-6.48E-05
38	13852.34	-305.849	6.777165	-0.15016	0.003327	-7.37E-05
39	13840.79	-313.409	7.12223	-0.16184	0.003678	-8.36E-05
40	13829.26	-320.943	7.474986	-0.17408	0.004054	-9.44E-05
41	13817.77	-328.453	7.835377	-0.1869	0.004458	-0.00011
42	13806.3	-335.938	8.203342	-0.2003	0.004891	-0.00012
43	13794.85	-343.399	8.578824	-0.2143	0.005353	-0.00013
44	13783.44	-350.835	8.961765	-0.2289	0.005847	-0.00015
45	13772.05	-358.246	9.352108	-0.24412	0.006372	-0.00017

2.5. Вплив точності вимірювання на розрахунок робочих параметрів ГТС

Відомо, що при проведенні обчислювальних процедур мають місце три види похибок: методу; вхідних даних; машинні похибки (виникають за рахунок обмеженої розрядності обчислювальних машин). При розв'язуванні задач математичної фізики, коли вхідними даними є дані замірних приладів, на практиці на перший план виступає похибка, яка виникає за рахунок не точності вхідних даних. Параметри газопроводів (кінцевий та початковий тиск, кількість газу, що транспортується і т.п.) обчислюються на основі фактичних даних, які заміряються з певними похибками. А тому й кінцевий результат обчислення газодинамічних характеристик отримується з певною неусувною похибкою. Будемо вважати, що вхідний тиск $p_0(x)$, вихідний $p(x)$, об'ємний перенос Q та гідродинамічний опір λ відомі з деякими абсолютними (відносними) похибками $\Delta p_0, \Delta p, \Delta Q$ та $\Delta \lambda$ відповідно. Похибки замірних величин при відсутності перепаду висот ($\Delta h = 0$) пов'язані співвідношенням

$$f_0(p) \frac{\Delta p}{p} - f_0(p_0) \frac{\Delta p_0}{p} - 2a_{10} \left[2 \ln \frac{p(1+fp)}{p_0(1+fp_0)} - \frac{\lambda x}{\alpha D} \right] \frac{\Delta Q}{Q} + a_{20} x \frac{\Delta \lambda}{\lambda} = 0. \quad (2.32)$$

В останній формулі позначено:

$$f_0(p) = 1 + fp - 2a_{10} \frac{1+fp}{p^2(1+fp)}, \quad a_{20} = \frac{\lambda}{\alpha D} a_{10}, \quad a_{10} = \frac{\alpha}{2} \left(\frac{Q_0 \rho_0}{F} \right)^2 g RT.$$

2.6. Визначення хімічного складу суміші газу

Необхідність визначення хімічного складу суміші газу виникає в тому випадку, коли в один з вузлів системи транспортування газу попадають різні кількості газу з відповідно з різними хімічними складами. В результаті необхідно визначити хімічний склад суміші газу за відомими хімічними складами тих

частин газу, які попали в даний вузол. В математичному плані знаходження розподілу складу суміші газу по мережі зводиться до необхідності розв'язування системи лінійних алгебраїчних рівнянь для елементів мережі, де склад газу змінюється. Вважається що зміна розподілу складу газу відбувається тільки в вузлах, де є більше одної вхідної труби. Для названих вище вузлів складається лінійне рівняння типу:

$$\frac{Q_n}{\sum_{i=n..m} Q_i} \alpha_n + \dots + \frac{Q_m}{\sum_{i=n..m} Q_i} \alpha_m = 1, \quad (2.33)$$

де $\alpha_n \dots \alpha_m$ - невідомі частки кількості розглядуваної компоненти складу газу, а $Q_n \dots Q_m$ - відомі об'ємні витрати газу в вхідних трубах вузла що розглядається.

Для вузлів з надходженням газу більш ніж через один трубопровід (рис.2.5) виконується рівність $\alpha_n = \beta_j$, де β_j - відповідний відсоток j -ї складової газу.

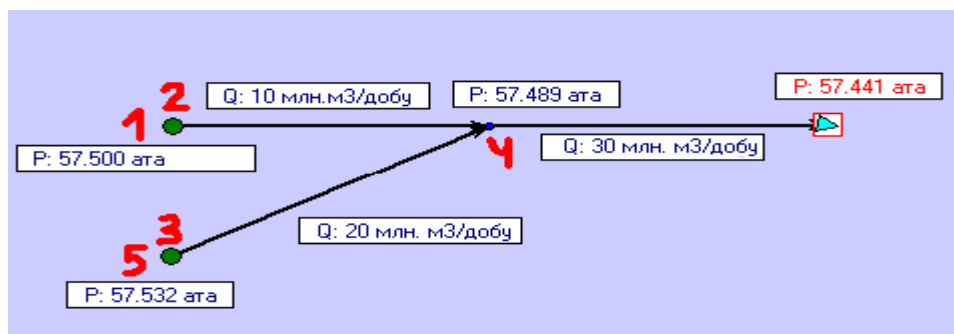


Рис. 2.5. Схема змішування газу у вузлі з'єднання двох трубопроводів.

Очевидно, що для вузлів в яких є одна вхідна труба рівняння типу (2.33) не складається. В результаті отримується система лінійних алгебраїчних рівнянь такого порядку, скільки є вузлів з надходженням газу більш ніж через один трубопровід. Підставивши в сформовану систему відповідні коефіцієнти β_j - знаходиться розподіл для кожної складової газу.

Для зображеного на рис.2.5 вузла система лінійних рівнянь, записана в матричній формі, має вид:

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{3} & \frac{2}{3} & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \\ \alpha_4 \\ \alpha_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\beta_{j,1} \\ 0 \\ 0 \\ -\beta_{j,5} \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2.34)$$

1-й і 4-й рядки матриці формуються для вузлів 2 і 3 відповідно, де є входження газу; $\beta_{j,1}$ і $\beta_{j,5}$ - частка j -ї компоненти газу що надходять в даній вершини, а 3-й рядок відображає змішування газу в 4-й вершині.

Система (2.34) розв'язується відносно змінних α_i , $i = \overline{1,5}$.

2.7. Розрахунок режимних параметрів роботи газотранспортних систем

При побудові математичної моделі роботи газотранспортної системи (ГТС) як газової мережі вважають, що вона являє собою систему взаємодії великої кількості споживачів, компресорних станцій, лінійних ділянок (трубопроводів) і запірної арматури. При розрахунку параметрів керування процесами в ГТС виділяють такі групи взаємозв'язаних задач:

- розрахунок прогнозних параметрів;
- ідентифікація стану елементів;
- розрахунок режимно-технологічних параметрів, знаходження оптимальних параметрів;
- керування режимами роботи системи.

Для розв'язання цих та інших задач необхідно знаходити гідравлічні параметри мереж довільної конфігурації. Аналіз проблем по створенню сучасних комплексів моделювання і оптимізації режимів роботи систем транспорту газу підтверджує [1], що на сьогодні не існує задовільних для практики розробок в даному напрямі. Актуальність таких комплексів не викликає сумнівів, тому що вона пов'язана з ефективним керуванням складних енергетичних систем. При побудові моделей газової мережі в неусталеному режимі необхідно мати

розв'язки при різних початково-граничних умовах. Оскільки процес неусталеного руху газу описується нелінійною системою диференціальних рівнянь, то на першому етапі вихідна система лінеаризується. Для отримання розв'язку вихідної системи необхідно задати початкові та граничні умови. За початковий стан трубопроводу приймається стаціонарний розподіл тиску або масової витрати. Як правило, збурення потоку газу в трубопроводі проходить за рахунок включення або виключення газоперекачуючих агрегатів (ГПА). При цьому достатньо повними та точними є об'ємні витрати газу q_i , $i = 1, \dots, N$, в певні моменти часу t_i , що транспортуються по трубопроводі. Зміна режиму роботи компресорної станції приводить до зміни об'ємної витрати Δq . На основі цих даних будується певна функціональна залежність $q = q(t)$. Аналіз та обробка існуючих даних показує, що вказану залежність можна вибирати у вигляді

$$q(t) = a + b e^{-ct}.$$

Математична модель ГТС будується на базі подання її у вигляді орієнтованого графу $G(V, E)$ з множиною вершин V і множиною ребер E . Вершини графу відповідають тим об'єктам ГТС, для яких вхід і вихід нерозрізняються (відбори, пункти виміру, місця відводів). Ребра графу відповідають об'єктам, для яких характерна наявність входу і виходу (лінійна ділянка, кран, компресорна станція, редуктор і т.п.). Орієнтація ребер відповідає напрямку руху газу. В подальшому парою (i, j) будемо позначати ребро, яке йде з вершини i у вершину j .

Гідравлічний розрахунок мережі базується на представленні її у вигляді орієнтованого графу, в вершинах якого зосередженні притоки і відбори. Математична модель включає умови балансу витрат газу у всіх вершинах і рівняння, які зв'язують параметри в початковій і кінцевій вершинах кожної дуги з витратою на ній q і напором H виду

$$\varphi_n - \varphi_k + H = f(a, q), \quad (2.35)$$

де a - вектор, параметри якого характеризують дугу.

Параметр вершини – тиск p в деякій степені (для горизонтальних ділянок газопроводів середнього та високого тисків $\varphi = p^2$). Вигляд функції f визначається призначенням мережі в умовах її функціонування в стаціонарному режимі.

Алгоритмічний підхід. Теорія інженерних мереж, які базуються на моделях типу (2.35), до задач розрахунку газових мереж високого тиску, при наявності компресорних станцій (КС), не може бути використана в повній мірі. Це пояснюється тим, що модель КС в найпростішому представленні має вигляд [2,4]

$$p_n^2 - ap_k^2 = bq^2, \quad (2.36)$$

тобто не належить до класу (2.35). Проблема створення алгоритмів з гарантованою збіжністю для мереж довільної конфігурації з КС на сьогодні ще не в повній мірі розв'язана. Для гідравлічного розрахунку мереж запропоновано ряд алгоритмів [4,5], збіжність яких підтверджується, в основному, практичним застосуванням.

Розглянемо обмеження, які ми накладатимемо на ГТС i , відповідно, на граф. По-перше, розглядатимемо тільки стаціонарний ізотермічний режим течії газу. По-друге, всі лінійні ділянки будемо вважати горизонтальними. По-третє, сумарне надходження газу в систему дорівнює сумарному відбору газу з системи. Отже, якщо $V^+ \subseteq V$ підмножина вершин графу, в які надходить газ, а $V^- \subseteq V$ - підмножина вершин графу, з яких відбирається газ, то:

$$\sum_{i \in V^+} Q_i^+ = \sum_{j \in V^-} Q_j^-, \quad (2.37)$$

де через Q_i^+ позначено об'єм газу в одиницю часу, який надходить у вершину i , а через Q_j^- - об'єм газу в одиницю часу, який відбирається з вершини j .

В подальшому будемо вважати, що кожне ребро графу G має тип: труба, кран, компресорна станція (КС). Кожному ребру типу "труба" або "кран" приписано діаметр, крім того ребру типу "труба" приписана довжина. Ребро типу "кран" має 2 стани: 1) відкритий и 2) закритий. Відомо, що для мереж, що мають

лише ребра 2-х типів: "труба" і "кран", виконуються перший та другий закони Кірхгофа. Перш ніж їх сформулювати, введемо деякі позначення. Через q_{ij} позначимо об'єм газу, що проходить через поперечний переріз ребра (i,j) . Через E_j^+ позначимо підмножину ребер графу, які входять у вершину $j \in V$, через E_j^- - підмножину ребер графу, які виходять з вершини j . Тоді виконання першого закону Кірхгофа (баланс об'ємів у вершинах) означає, що для любой вершини $j \in V$ виконується рівність

$$\sum_{(i,j) \in E_j^+} q_{ij} = \sum_{(j,k) \in E_j^-} q_{jk} \quad (2.38)$$

Відомо, що для ребер типу "труба" формула, яка поєднує тиск на початку і в кінці труби, має вид:

$$P_n^2 - P_k^2 = \gamma \cdot Q_0^2 \cdot L \quad (2.39)$$

де

$$\gamma = \lambda \rho_0 P_0 \frac{T}{T_0 D^5} \left(\frac{4}{\pi} \right)^2,$$

причому P_n - тиск газу на початку труби (Па); P_k - тиск газу в кінці труби (Па); Q_0 - об'єм газу, що проходить через поперечний переріз, приведений до нормальних умов ($\text{м}^3/\text{сек}$); D - внутрішній діаметр труби; ρ_0 - щільність газу в нормальних умовах; T - температура газу (K°); λ - коефіцієнт тертя.

Зауважимо, що для ребра типу "кран" формула, що зв'язує тиск на початку і в кінці, має вид:

$$P_n^2 - P_k^2 = \gamma_k \cdot Q_0^2, \quad (2.40)$$

де γ_k - коефіцієнт, який характеризує гідравлічний опір крану.

Нехай зв'язний граф G має n вершин ($|V|=n$) и m ребер ($|E|=m$). З теорії графів відомо, що такий граф має $p=m-n+1$ незалежних циклів: C_1, C_2, \dots, C_p . Для кожного циклу задамо обхід ребер. Тоді виконання другого закону Кірхгофа означає, що

$$\sum_{(i,j) \in C_k} (-1)^{\varepsilon_{ij}} \cdot \gamma_{ij} \cdot q_{ij}^2 \cdot L_{ij} = 0, \quad (2.41)$$

де

$$\varepsilon_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{якщо орієнтація ребра } (i, j) \text{ співпадає з напрямом обходу;} \\ 0, & \text{в іншому випадку,} \end{cases}$$

γ_{ij} - коефіцієнт гідравлічного опору ребра (i, j) , L_{ij} - довжина ребра (i, j) .

Формулювання задачі гідравлічного розрахунку ГТС.

Будемо говорити, що стан графу відомий, якщо відомі стани (відкритий/закритий) кожного ребра типу "кран". По заданому графу G і його стану, за заданими Q_i^+ надходженнями, заданими відборами Q_j^- газу і заданому в одній з вершин його тиску, знайти витрати q_{ij} на кожному ребрі $(i, j) \in E$, визначити його орієнтацію і тиск P_i в кожній вершині $i \in V$.

Таким чином, ми маємо $n-1$ незалежних балансових рівнянь і $m-n+1$ контурних рівнянь виду (2.40), тобто систему з m рівнянь відносно q_{ij} . Якщо ми знайдемо m невідомих q_{ij} , тоді, очевидно, знаючи тиск P_{i_0} в деякій вершині i_0 і $P_i^2 - P_j^2$ для всіх ребер, легко знайдемо P_j .

Поставлена задача розв'язується в два етапи.

Етап 1. Знаходиться попередній розподіл потоків газу так, щоб для кожної вершини виконувався перший закон Кірхгофа.

Спочатку розглянемо випадок, коли підмножина V^+ містить один елемент. Нехай $V^+ = \{1\}$.

Крок 1. З графу G видаляємо всі ребра типу "кран", стани яких визначені як "закритий". Отриманий таким чином граф позначимо через \bar{G} . В подальшому для простоти будемо вважати, що \bar{G} зв'язний граф.

Крок 2. Будуємо дерево T , яке покриває граф \bar{G} і росте з вершини 1. Алгоритмів побудови покриваючого дерева багато. В нашому випадку можна скористатись алгоритмом, запропонованим в [5], який будує неорієнтоване покриваюче дерево.

Крок 3. Кожне ребро дерева T орієнтуємо від кореня до висячих вершин. Потім кожному ребру дерева приписуємо відповідну витрату. Зауважимо, що це

можна зробити єдиним чином. Витрата на ребрах графу \bar{G} , що не належать дереву T , приймається рівною нуль. Очевидно після виконання цього кроку для кожної вершини \bar{G} матиме місце баланс витрат.

Крок 4. Будуємо систему множин незалежних циклів графу \bar{G} : C_1, C_2, \dots, C_p і на кожному з них задаємо напрям обходу.

На цьому етап 1 закінчується.

Етап 2. Гідравлічна ув'язка контурів.

Якщо в лівій частині рівнянь (2.41) підставити q_{ij} , знайдені на етапі 1, ми, взагалі кажучи, отримаємо відмінні від нуля числа:

$$\sum_{(i,j) \in C_k} (-1)^{\varepsilon_{ij}} \cdot \gamma_{ij} \cdot q_{ij}^2 \cdot L_{ij} = \Delta_k, k=1, \dots, p. \quad (2.42)$$

Числа $\Delta_1, \Delta_2, \dots, \Delta_p$ називають нев'язками втрат тиску. Наша задача полягає в тому, щоб ввести такі поправки на витрати кожного ребра, що входять в контур, які б з однієї сторони - не порушували виконання першого закону Кірхгофа, а з другої – зменшували б нев'язки на кожному контурі. В даній роботі пропонується теоретико-графський підхід до розв'язування поставленої задачі.

Розглянемо конкретний контур, наприклад C_s . Нехай напрям обходу контуру C_s вибрано таким, що з вершин k ми попадаємо в вершину j а потім в вершину i . З точністю до позначень, є дві можливості.

Якщо витрату q_{jk} на ребрі (j,k) ми хочемо зменшити на деяку величину Δq_{jk} (ув'язочна витрата), то для збереження балансу витрат у вершині j необхідно з витрати q_{ij} на ребрі (i,j) відняти ту ж величину Δq_{jk} . У іншому випадку, витрату q_{ji} на ребрі (j,i) необхідно збільшити на ту ж величину Δq_{jk} . Таким чином, для збереження балансу витрат в кожній вершині деякого контуру ув'язочна витрата для всіх ребер повинен на бути одною і тою ж. Якщо через Δq_k позначити ув'язочну витрату k -го контуру, тоді (2.41) з урахуванням ув'язочних витрат матиме вид:

$$\sum_{(i,j) \in C_k} (-1)^{\varepsilon_{ij}} \cdot \gamma_{ij} \cdot (q_{ij} - \Delta q_k)^2 \cdot L_{ij} = \Delta_k. \quad (2.43)$$

Відкидаючи члени з Δq_k^2 , отримаємо наближене значення ув'язочних витрат:

$$\Delta q_k = \frac{\Delta_k}{2 \sum_{(i,j) \in C_k} (-1)^{\varepsilon_{ij}} \cdot \gamma_{ij} \cdot q_{ij} \cdot L_{ij}} \quad k=1, \dots, p. \quad (2.44)$$

Тепер опишемо алгоритм гідравлічної ув'язки контурів.

Крок 1. Для s -го контуру C_s , скориставшись (2.43), знаходимо ув'язочну витрату Δq_s .

Крок 2. Для кожного ребра (i,j) контуру C_s зменшуємо витрату q_{ij} на Δq_s , якщо орієнтація ребра співпадає з напрямом обходу, а якщо ні - то збільшуємо q_{ij} на Δq_s .

Крок 3. Якщо в результаті виконання кроку 2 на деякому ребрі (i,j) витрата стала негативною, змінюємо орієнтацію ребра і знак q_{ij} на протилежний.

Кроки 1, 2 і 3 повторюємо для кожного контуру, починаючи з C_1 і закінчуючи контуром C_p . Зауважимо, що після внесених таким чином поправок, баланси витрат в кожній вершині не порушилися. Потім знаходимо нове значення нев'язок кожного контуру і якщо максимальне значення нев'язок $\max(\Delta_1, \Delta_2, \dots, \Delta_p)$ перевищує наперед задану точність, повторюємо цей процес.

Відзначимо важливу деталь запропонованого методу, а саме, на кожному кроці ітераційної процедури ми маємо справу лише з одним рівнянням для знаходження ув'язочних витрат, що з однієї сторони збільшує швидкість збіжності, а з іншої – знімає обмеження на розмірність відповідної матриці.

Аналіз обмежень, які приймалися на етапі 1. Нехай в граф G газ надходить більш ніж через одну вершину (випадок $|V^+| > 1$). Виберемо довільну вершину з V^+ , наприклад i_0 , яка буде коренем покриваючого дерева. Будемо вважати, що в i_0 надходить витрата газу:

$$Q = \sum_{i \in V^+} Q_i^+,$$

а в інші вершини з V^+ надходять нульові витрати газу. Потім виконаємо кроки 1–4. Очевидно сумарна витрата по ребрах, що виходять з i_0 , буде рівною:

$$Q = \sum_{j \in V^-} Q_j^-.$$

Зауважимо, що в дереві є тільки єдиний шлях, що з'єднує пару вершин. Для кожної вершини $j \in V^+ \setminus \{i_0\}$ будемо шлях $P_{i_0, j}$, що з'єднує корінь i_0 з вершиною j . Потім витрату на кожному ребрі цього шляху зменшуємо на Q_j^+ і вважаємо, що в вершину j надходить витрата газу Q_j^+ . Проробивши таку процедуру із всіма такими шляхами, перевіряємо чи не змінився знак у витрат ребер, що входять в ці шляхи. Якщо на деякому ребрі витрата має від'ємний знак, змінюємо орієнтацію ребра і відповідно знак витрати. Легко бачити, що така процедура не порушує балансів витрат у вершинах. Таким чином, ми побудували покриваюче дерево, в якому в задані вершини з V^+ надходять відповідні витрати Q_j^+ газу і при цьому виконуються баланс витрат в кожній вершині.

2.8. Гідравлічний розрахунок газотранспортних мереж в стаціонарному випадку (алгебраїчний підхід).

В основі даного підходу лежить перший закон Кірхгофа, згідно якого сумарний спад тиску по замкнутому контуру рівний нулю. Приведений вище алгоритм базується на мінімізації максимальної неув'язки ітераційним методом. Даний метод дає можливість знаходити розподіл потоків в ГТС в реальному часі, однак має деякі недоліки, що стосуються сумісної роботи компресорних станцій і магістральних газопроводів. Тому виникла необхідність в розробці та побудові іншого алгоритму розрахунку параметрів роботи ГТС.

В математичному плані визначення поточкорозподілу зводиться до необхідності розв'язування системи нелінійних алгебраїчних рівнянь. На даний час існує достатньо багато способів розв'язування таких систем рівнянь. Однак більшість з них дають лише принципову можливість їх застосування на практиці. Для виявлення можливостей такого підходу розглянемо мережу, зображену на

рис. 2.7, де є чотири замкнуті контури. Всі інші позначення приведені на рисунку.

Базовою моделлю розподілу тиску є наступна залежність

$$p(x) = \sqrt{p_0^2 e^{-bx} - \lambda z \frac{RT}{D} \left(\frac{M}{S}\right)^2 \frac{1 - e^{-bx}}{b} x},$$

де позначено:

$$S = \frac{\pi D^2}{4}, \quad b = \frac{2g\Delta h}{zRT}.$$

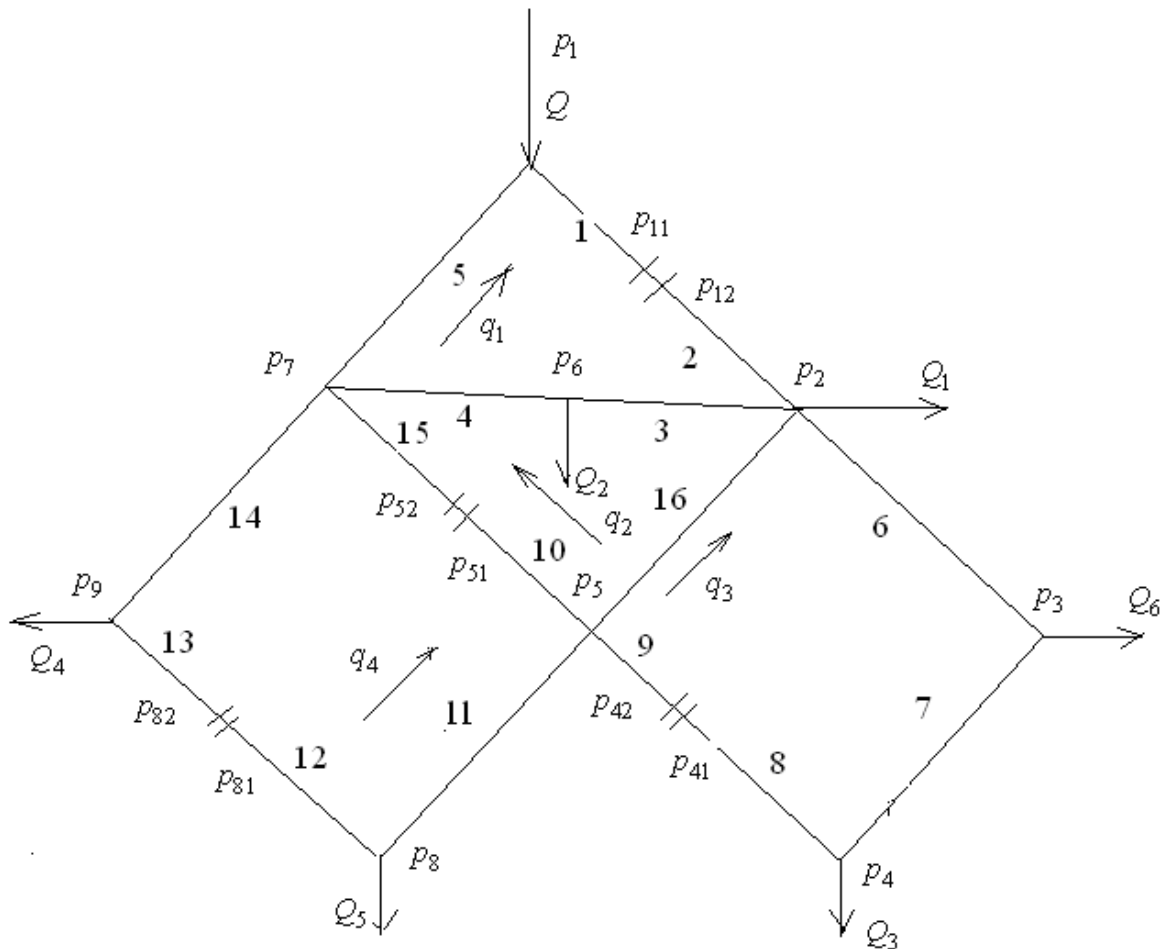


Рис. 2.7. Приклад модельної мережі, на основі якої апробується аналітичний підхід

Використаємо закон Кірхгофа для першого контуру. В результаті отримаємо наступне співвідношення

$$p_{11}^2 e^{b_1} (\varepsilon_1^2 - 1) + p_1^2 (1 - \exp(b_1 + b_2 + b_3 + b_4 + b_5)) = a_1 e^{b_1} |Q' + q_1| (Q' + q_1) +$$

$$+a_2 e^{b_1+b_2} |Q' + q_1| (Q' + q_1) + a_3 e^{b_1+b_2+b_3} |Q' + q_1 - q_2| (Q' + q_1 - q_2) +$$

$$a_4 e^{b_1+b_2+b_3+b_4} |q_1 - q_2| (q_1 - q_2) + a_5 e^{b_1+b_2+b_3+b_4+b_5} |Q'' - q_2| (Q'' - q_2).$$

Легко бачити, що приведенне рівняння відносно невідомих потоків газу q_i є нелінійним. Поряд з цим в нього входить невідоме значення тиску на вході в першу компресорну станцію, яке можна визначити згідно формули

$$p_{11}^2 = p_1^2 e^{-b_1} - a_1 |Q' + q_1| (Q' + q_1).$$

Аналогічним чином будується рівняння для другого контуру

$$p_{51}^2 e^{b_{10}+b_{16}} (\varepsilon_5^2 - 1) + p_2^2 (1 - \exp(b_3 + b_4 + b_{10} + b_{15} + b_{16})) =$$

$$= a_3 \exp(b_3 + b_4 + b_{10} + b_{15} + b_{16}) |q_2 - q_1 - Q_2| (q_2 - q_1 - Q_2) +$$

$$+ a_4 \exp(b_4 + b_{10} + b_{15} + b_{16}) |q_2 - q_1| (q_2 - q_1) +$$

$$a_{15} \exp(b_{10} + b_{15} + b_{16}) |q_2 + q_4| (q_2 + q_4)$$

$$a_{10} e^{b_{10}+b_{16}} |q_2 + q_4| (q_2 + q_4) + a_{16} e^{b_{16}} |q_2| q_2,$$

де

$$p_2^2 = p_1^2 \exp(b_3 + b_4 + b_5) + a_3 \exp(b_3) |Q_2 + q_1 - q_2| (Q_2 + q_1 - q_2) +$$

$$+ a_4 \exp(b_4 + b_3) |q_1 - q_2| (q_1 - q_2) + a_5 \exp(b_3 + b_4 + b_5) |Q'' - q_1| (Q'' - q_1),$$

а

$$p_{51}^2 = p_2^2 e^{-b_{10}-b_{16}} + a_{10} |q_2 + q_4| (q_2 + q_4) + a_{16} e^{-b_{10}} |q_2| q_2.$$

Для третього та четвертого контурів рівняння мають вигляд

$$p_{41}^2 e^{b_6+b_7+b_8} (\varepsilon_4^2 - 1) + p_2^2 (1 - \exp(b_6 + b_7 + b_8 + b_9 + b_{10})) =$$

$$= a_{16} \exp(b_6 + b_7 + b_8 + b_9 + b_{10}) |q_3 - q_2| (q_3 - q_2) +$$

$$+ a_9 \exp(b_6 + b_7 + b_8 + b_9) |q_3| q_3 + a_7 \exp(b_6 + b_7) |Q_5 + q_3| (Q_5 + q_3) +$$

$$+ a_6 e^{b_6} |Q_6 + Q_3 + q_3| (Q_6 + Q_3 + q_3)$$

та

$$p_{51}^2 e^{b_{10}} (\varepsilon_5^2 - 1) + p_{82}^2 e^{b_{10}+b_{13}+b_{14}+b_{15}} (\varepsilon_8^2 - 1) +$$

$$+ p_5^2 (1 - \exp(b_{10} + b_{11} + b_{12} + b_{13} + b_{14} + b_{15})) =$$

$$\begin{aligned}
&= a_{11} \exp(b_{10} + b_{11} + b_{12} + b_{13} + b_{14} + b_{15}) |q_4| q_4 + \\
&+ a_{12} \exp(b_{10} + b_{12} + b_{13} + b_{14} + b_{15}) |Q_5 + q_4| (Q_5 + q_4) + \\
&+ a_{13} \exp(b_{10} + b_{13} + b_{14} + b_{15}) |Q_5 + q_4| (Q_5 + q_4) + \\
&a_{14} \exp(b_{10} + b_{14} + b_{15}) |Q_5 + Q_4 + q_4| (Q_5 + Q_4 + q_4) + \\
&a_{10} \exp(b_{10}) |q_2 + q_4| (q_2 + q_4) + a_{15} \exp(b_{10} + b_{15}) |q_2 + q_4| (q_2 + q_4).
\end{aligned}$$

При цьому значення невідомих тисків, що входять в останні два рівняння, знаходяться аналогічно до перших двох рівнянь.

Побудовану систему нелінійних алгебраїчних рівнянь розв'язана наступним ітераційним способом.

- Всім невідомим в першому рівнянні, за виключенням одного, надаємо деякі початкові значення і дане рівняння розв'язується відносно цього невідомого.
- В другому рівнянні проводиться аналогічна процедура, за виключенням того, що використовується розв'язок першого рівняння.
- Така ж процедура проводиться для всіх рівнянь, що залишилися.

Аналогічним чином проводиться друга ітерація. Процес закінчується тоді, коли різниця між розв'язками, отриманими на двох сусідніх ітераціях, не перевищує заданої величини значень вхідного тиску.

Обчислювальний експеримент проводився на експериментальних даних. Результати обчислень значень тисків та швидкостей у вузлах за різних вхідних даних подані в таблицях 2.7-2.9.

Таблиця 2.7.

Значення тисків у вузлах модельної мережі та розподіл потоків газу по ребрах мережі при заданому вхідному тиску 50 атм та об'ємному вході в мережу 360000 м^3 та відборах газу $Q_1 = Q_2 = Q_3 = Q_4 = Q_5 = Q_6 = 600000 \text{ м}^3$ та $\varepsilon_i = 1.3$, $i = \overline{1,4}$ для різних значень вхідного тиску.

t(j)	5	50	100
p1(j)	4903325	5103325	5303325

qz(j)	20	50	60
p11	4227658.204	4404947.454	4582724.42
p12	5495955.666	5726431.69	5957541.746
p2	4902655.047	5113868.977	5326200.401
p6	4912135.794	5123531.155	5336761.385
p7	4928960.067	5140421.481	5354658.832
p5	4850419.14	5055178.253	5258747.627
p51	4212186.749	4391618.994	4571510.375
p52	5475842.773	5709104.693	5942963.488
p3	4309692.865	4503197.502	4697095.571
p4	4060542.919	4235208.973	4409621.079
p41	3955115.034	4120213.789	4284679.932
p42	5141649.544	5356277.925	5570083.911
p9	4255665.71	4412537.991	4565164.768
p82	4021670.043	4150514.364	4271029.565
p8	4647770.885	4862609.184	5080685.492
v1	1128.947696	1171.236785	1213.130309
v2	1128.947696	1171.236785	1213.130309
v3	-18.2766498	-22.57862672	-32.15421656
v4	-184.9433209	-189.2452978	-198.8208876
v5	128.9476698	171.2367589	213.1302827
v6	751.1599547	778.859084	807.050202
v7	584.4932836	612.192413	640.3835309
v8	417.8266125	445.5257419	473.7168598
v9	417.8266125	445.5257419	473.7168598
v10	1093.112169	1137.970268	1181.366266
v11	445.8878363	444.1548686	436.0817536
v12	632.5545074	680.8215397	732.7484246
v13	632.5545074	680.8215397	732.7484246

v14	799.2211785	847.4882108	899.4150957
v15	1093.112169	1137.970268	1181.366266
v16	229.3977203	248.289657	271.5676527

Таблиця 2.8.

Значення тисків у вузлах модельної мережі та розподіл потоків газу по ребрах мережі при заданому вхідному тиску 50 атм та об'ємному вході в мережу 360000 м³ та відборах газу $Q_1 = Q_2 = Q_3 = Q_4 = Q_5 = Q_6 = 600000$ м³ та $\varepsilon_1 = 1.1, \varepsilon_1 = 1.3, \varepsilon_1 = 1.2, \varepsilon_1 = 1.05$ для різних значень вхідного тиску.

t(j)	5	50	100
1	2	3	4
p1(j)	4903325	5103325	5303325
dz(j)	20	50	60
p11	4603203.393	4796987.235	4989293.598
p12	5063523.733	5276685.958	5488222.958
p2	4773484.892	4981021.499	5185401.217
p6	4818722.434	5028831.768	5236767.477
p7	4878379.231	5091073.306	5302689.059
p5	4770518.429	4976718.053	5178786.252
p51	4354992.853	4544396.587	4731316.693
p52	5225991.424	5453275.904	5677580.032
p3	4205130.822	4396579.382	4584839.757
p4	3977121.393	4151298.927	4322299.164
p41	3882146.17	4047613.385	4209861.585
p42	5046790.021	5261897.4	5472820.06
p9	4210870.673	4369211.77	4520010.051
p82	3980042.257	4110500.246	4229645.052
p8	4571430.182	4787776.687	5004803.501
v1	767.7297454	791.5411125	817.1433306

v2	767.7297454	791.5411125	817.1433306
v3	-179.0335869	-194.0590736	-212.1871562
v4	-345.700258	-360.7257447	-378.8538273
v5	-232.2702811	-208.458914	-182.8566959
v6	726.0189271	752.4027751	778.5116762
v7	559.352256	585.736104	611.8450051
v8	392.685585	419.0694329	445.178334
v9	392.685585	419.0694329	445.178334
v10	885.0671962	922.1382955	957.1270539
v11	438.3038772	436.5381227	427.7965804
v12	624.9705482	673.2047938	724.4632515
v13	624.9705482	673.2047938	724.4632515
v14	791.6372193	839.8714648	891.1299226
v15	885.0671962	922.1382955	957.1270539
v16	54.07773411	66.53073994	84.15213951

Таблиця 2.9.

Значення тисків у вузлах модельної мережі та розподіл потоків газу по ребрах мережі при заданому вхідному тиску 50 атм та об'ємному вході в мережу 360000 м³ та відборах газу $Q_1=Q_2=Q_3=Q_4=Q_5=Q_6=600000$ м³ та $\varepsilon=1$ для різних значень вхідного тиску.

t(j)	5	50	100
p1(j)	4903325	5103325	5303325
qz(j)	20	50	60
p11	4775774.638	4980402.033	5184545.087
p12	4775774.638	4980402.033	5184545.087
p2	4644722.891	4854367.391	5062979.307
p6	4649655.922	4860340.254	5070401.443
p7	4660380.428	4872409.993	5084331.428

p5	4628221.894	4836059.308	5042222.574
p51	4641727.35	4851257.801	5059621.488
p52	4641727.35	4851257.801	5059621.488
p3	4607111.592	4817039.35	5025464.376
p4	4617078.832	4825897.432	5033142.855
p41	4627898.022	4835749.232	5041979.04
p42	4627898.022	4835749.232	5041979.04
p9	4614108.412	4817803.85	5018953.322
p82	4613098.542	4815540.043	5014641.505
p8	4649498.251	4864747.235	5081293.723
v1	505.0182694	506.0294801	507.2988904
v2	505.0182694	506.0294801	507.2988904
v3	23.0472781	10.88530584	-4.279087919
v4	-143.619393	-155.7813652	-170.945759
v5	-494.9817571	-493.9705463	-492.7011361
v6	189.5862572	193.1061873	197.7187806
v7	22.9195861	26.43951617	31.0521095
v8	-143.747085	-140.2271549	-135.6145616
v9	-143.747085	-140.2271549	-135.6145616
v10	-160.8207421	-174.4017294	-190.5505336
v11	-142.7917202	-169.5458904	-202.1284987
v12	43.87495093	67.12078064	94.53817242
v13	43.87495093	67.12078064	94.53817242
v14	210.541622	233.7874517	261.2048435
v15	-160.8207421	-174.4017294	-190.5505336
v16	125.718063	135.371316	147.1925267

РОЗДІЛ 3. МОДЕЛЮВАННЯ РОБОТИ ПСГ

3.1. Підземна газогідродинаміка. Аналітичні методи дослідження.

Задачі і область використання стосовно підземних газосховищ

Підземні газосховища (ПСГ) забезпечують надійну роботу газотранспортної системи України на протязі року, а особливо в осінньо-зимовий період. Більше того, вони дозволяють підтримувати роботу системи транспорту газу в оптимальному режимі. Не дивлячись на те, що перші експериментальні результати по фільтрації рідини були приведені інженером Дарсі ще в далекому 1856 році, кількість досліджень в цій області з часом не зменшується. Це пояснюється зростанням обсягів зберігання газу та кількості газосховищ в світі. Більше того зростають вимоги до надійності, оптимальності, продуктивності, зокрема піковості їх експлуатації і т.д. Останнім часом проводиться велика робота по реконструкції газосховищ, що вимагає проведення додаткових досліджень для формування таких передпроектних рішень, які можна досягнути мінімальними ресурсними засобами.

Приведені в роботі результати можна використати для розробки системи регулювання дебіту свердловин, визначення параметрів вибійної зони газових свердловин, розробки системи формування режимів експлуатації газосховищ в умовах їх оперативної роботи, кількісного та якісного вивчення властивостей пластів – колекторів.

3.2. Основні закони фільтрації

В 1856 році інженер Дарсі встановив закон фільтрації, який виражає лінійну залежність між швидкістю фільтрації і градієнтом тиску

$$v = -\frac{k}{\mu} \frac{dp}{dx}.$$

При сумісному русі в пласті води і газу різних фаз, вводиться поняття фазової проникності, тоді маємо

$$v_g = -\frac{k_g}{\mu_g} \frac{\partial p_1}{\partial x}, \quad v_w = -\frac{k_w}{\mu_w} \frac{\partial p_2}{\partial x},$$

де p_1, p_2 - відповідно тиск у газовій і водній фазах. Їх різниця рівна капілярному тиску. При фільтрації води чи газу у вертикальному напрямку, маємо

$$v = -\frac{k}{\mu} \left(\frac{\partial p}{\partial z} + \rho g \right).$$

Тут ρ - густина флюїду, g - прискорення вільного падіння.

3.2.1. Проникність пластів – колекторів (k)

Основною властивістю пористих середовищ є його проникність. Для їх визначення можна використовувати як експериментальні, так і числові методи. Слід зауважити, що при експериментальному способі визначення проникності використовують керни, які змінюють свої властивості в порівнянні з материнським пластом. Тому на практиці експериментальні значення служать початковим наближенням для визначення проникності аналітичними або числовими методами. В таблиці 3.1 приведені формули для розрахунку проникності пористого середовища при лінійному одномірному русі газу і рідини. Позначеннях: a - атмосферний, c - свердловина, s - стандартний, k - контур, 0 - початковий.

Таблиця 3.1.

Формула	Позначення	Зауваження
1	2	3
$k = \frac{Q\mu L}{F\Delta p}$	Q - витрата рідини (газу), L - довжина досліджуваного пористого зразка, F - площа поперечного перетину зразка, Δp - перепад тиску між входом і виходом.	Емпірична формула, отримана на основі експериментальних даних, аналог гідравлічного опору в трубопроводах

Продовження таблиці 3.1.

1	2	3
$k = 2Q \frac{\mu p_a L}{F(p_1^2 - p_2^2)}$	Q - витрата газу при нормальних умовах, μ - динамічна в'язкість газу, p_a - атмосферний тиск, p_1, p_2 - тиск газу до і після зразку	Визначення наближеного значення коефіцієнта проникності на основі замірених даних
$k = \frac{2\mu z p_c L T}{a F T_c}$	z - коефіцієнт стисливості газу, T і T_c - відповідно температура фільтрації газу і стандартна, a - постійна, яка виражає залежність витрати газу від перепаду тиску	лінійний
$k = \frac{\mu z p_c T \ln \frac{R_k}{R_c}}{\pi a h T_c}$	R_k і R_c - відповідно радіуси зовнішньої і внутрішньої меж пласту, h - товщина пласту	нелінійний

3.2.2. Рівняння фільтрації газу та рідини

Відомо, що товщини пластів підземних сховищ є порівняно невеликими (декілька десятків метрів) в порівнянні з площею горизонтального поперечного перерізу (декілька десятків квадратних кілометрів). З аналізу літератури випливає, що за рахунок порівняно невеликих товщин пластів підземних сховищ розподіл тиску газу в них достатньо добре описується нелінійним диференціальним рівнянням [1]

$$\frac{\partial}{\partial x_1} \left(\frac{k_{x_1} h}{\mu z} \frac{\partial p^2}{\partial x_1} \right) + \frac{\partial}{\partial x_2} \left(\frac{k_{x_2} h}{\mu z} \frac{\partial p^2}{\partial x_2} \right) = 2\alpha_n m h \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{p}{z} \right) + 4m h q_{p_{st}} \quad (3.1)$$

Опис сталих в формулі (3.1) поданий в першому розділі. Якщо розглядати розподіл тиску в області свердловини, то рівняння (3.1) доцільно записати в циліндричних координатах. Враховуючи, що область свердловини порівняно із всім сховищем є невеликою, параметри, які входять в рівняння (3.1), можна

вважати сталими за координатою на деякому проміжку часу. Тоді рівняння для визначення розподілу тиску матиме вид

$$\Delta^2 P = \frac{m\mu}{nk} P^{-\frac{n}{n+1}} \frac{\partial P}{\partial t} \quad (3.2)$$

Тут n - параметр, який характеризує площу, через яку проходить газ в самому вузькому місці каналу (для газу вибирають $n = 1$).

Якщо допустити, що крайові умови не залежать від вертикальної координати, то для опису розподілу тиску можна використати полярні координати (рис. 3.1) і рівняння фільтрації газу буде

$$\frac{\partial^2 P}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial P}{\partial r} = \frac{D}{p_0} \frac{\partial P}{\partial \tau}, \quad (3.3)$$

де r - радіус-вектор, проведений з центру свердловини, R_c - радіус свердловини (внутрішній контур), R_k - радіус контуру живлення (зовнішній контур), за Лейбензоном

$$\tau = \frac{p_2}{p_0} t + \left(1 - \frac{p_2}{p_0}\right) \frac{1 - e^{-\beta t}}{\beta},$$

p_0, p_2 - початкове значення тиску та значення тиску на границі області,

$$\beta = \frac{p_0 k \lambda_m^2}{2m\mu}.$$

Рівняння (3.1) є нелінійним за тиском. Для розв'язування рівнянь такого типу широке застосування має метод розділення змінних.

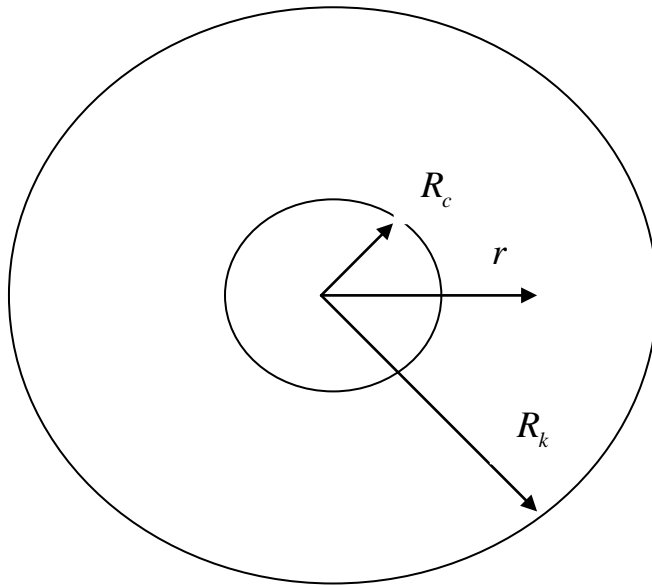


Рис.3.1. Схематичне подання пласту в області свердловини.

3.2.3. Умови відбирання газу із свердловин

При дослідженні процесу відбирання газу з пластів ПСГ необхідно розглядати його фільтрацію в нестационарному режимі. Задання початкових та граничних умов залежить від задачі, яка ставиться та від характеру вхідної інформації. Зміна процесів відбирання та закачування газу супроводжується нейтральними періодами. Тому в якості початкових умов можна вважати, що тиск в пласті є однаковим і рівний початковому значенню, тобто при $p = p_0$ при $t = 0$.

Граничні умови.

На зовнішній границі швидкість фільтрації газу рівна нулю (умова непроникності), тобто

$$\frac{\partial p}{\partial n} = 0,$$

де p - тиск, а n - нормаль до контуру підтоку.

На свердловині граничні умови можуть бути різними. Вони залежать від способів відбору газу.

1. Тиск на свердловині рівний p_c і в процесі відбору залишається постійним

$$p_c = const .$$

2. Дебіт свердловини є функцією часу, тобто

$$q = q(t) .$$

Це буде в тому випадку, коли відома в часі динаміка відбору газу, причому при її заданні необхідно, щоб виконувались необхідні технологічні та фізичні обмеження. Частковим випадком може бути

$$q = const .$$

3. На протязі деякого часу зберігається постійний процент відбирання $\theta = const$, тобто кількість відібраного газу зі свердловини складає один і той же процент від вільного дебіту, під яким розуміється дебіт повністю відкритої свердловини. Збереження постійного значення θ означає також збереження постійної величини $\varepsilon = p_c / p_k$. Тому цю умову можна записати у виді

$$\theta = const ,$$

$$\varepsilon = \frac{p_c}{p_k} = const .$$

4. На протязі деякого часу підтримується постійна швидкість фільтрації газу в вибійній зоні пласту. Ця умова записується у виді

$$q = c p_0 ,$$

де c - деяка постійна величина. Підтримка максимально допустимої швидкості фільтрації v_{\max} означає відбір максимально можливої кількості газу без порушення технологічних та інших обмежень. В цьому випадку дебіт буде

$$q = 2\pi r_c h v_{\max} p_c .$$

Тоді постійна c буде

$$c = 2\pi r_c h v_{\max}$$

Остання формула має місце при повному розкритті свердловин. На практиці газ поступає в свердловину через перфораційні отвори, які не завжди повністю розкривають пласт. В таких умовах відбору формула для визначення дебіту з

приведеною вище сталою не може бути використана. В таких випадках для постійної c доцільно використовувати формулу

$$c = \frac{q}{P_c} = \frac{q_n}{P_{cn}},$$

де P_{cn} - значення тиску на вибої свердловини при дебіті рівному q_n .

3.3. Притік газу до свердловини при порушенні закону Дарсі

Для рівномірно анізотропних пластів пластовий тиск P_r і вибійний P_c пов'язані співвідношенням [10, 27, 28]

$$p_r^2 - p_c^2 = aQ + bQ^2,$$

$$a = \frac{\mu z p_a T_r}{\pi k h T_c} \left(\ln \frac{R_k}{r_c} + \frac{1}{\nu} \ln \frac{\bar{R}^\nu - x}{\bar{h}} - \ln \bar{R} + \frac{h}{n R_0} \right),$$

$$b = \frac{\rho_a z p_a T_r}{2\pi^2 l h T_c} \left(\frac{1}{r_c} - \frac{1}{R_k} + \frac{1}{\nu} \ln \frac{\bar{R}^\nu - x}{\bar{h}} \frac{1}{\bar{h} \ln \bar{R}} + \frac{h^2}{3n^2 R_0^3} \right),$$

де $\bar{h} = \frac{h_{vs}}{h}$ - відносна товщина розкриття пласту, $\nu = \sqrt{\frac{k_{ver}}{k_{gor}}}$ - коефіцієнт анізотропії,

$x = 1 - \bar{h}$, $\bar{R} = \frac{R_k}{r_c}$, n - густина перфораційних каналів, R_0 - радіус каверни.

У випадку ізотропних пластів для досконалих свердловин фільтраційні коефіцієнти будуть

$$a = \frac{\mu z p_a T_r}{\pi k h T_c} \left(\ln \frac{R_k}{r_c} + \frac{h}{n R_0} \right),$$

$$b = \frac{\rho_a z p_a T_r}{2\pi^2 l h T_c} \left(\frac{1}{r_c} - \frac{1}{R_k} + \frac{h^2}{3n^2 R_0^3} \right),$$

3.4. Обчислення середнього тиску в пласті

На практиці середній тиск в пласті обчислюється на основі заміряних даних на гирлі свердловини, які перераховуються відповідним чином на значення пластового тиску. При цьому за середнє приймається середнє арифметичне перерахованих величин. Реально це не відповідає дійсності, оскільки пласти є неоднорідними за своїми властивостями і процес відбирання (закачування) є зосередженим, а не рівномірним. В загальному випадку середній пластовий тиск визначається як відношення

$$\tilde{p} = \frac{1}{\Omega} \oint_V p dV.$$

Для випадків, коли в деякій області відомий розподіл тиску в параметричній формі, значення середнього пластового тиску можна знайти в аналітичному виді.

На віддалі r від свердловини визначимо кільцевий елемент пласту шириною dr . Якщо пористість пласту рівна m , то середньозважений за об'ємом тиск \tilde{p} в пласті буде

$$\tilde{p} = \frac{2\pi hm}{\pi(r_k^2 - r_c^2)hm} \int_{r_c}^{r_k} pr dr = \frac{2}{r_k^2 - r_c^2} \int_{r_c}^{r_k} pr dr.$$

За умов усталеної радіальної фільтрації газу розподіл тиску визначається формулою

$$p = \sqrt{p_c^2 + \frac{p_k^2 - p_c^2}{\ln \frac{r_k}{r_c}} \ln \frac{r}{r_c}},$$

де p_k - тиск на круговому контурі кільцевої зони дренажу, обмеженої радіусом r_k , p_c - тиск на контурі свердловини радіусом r_c . З останніх двох формул отримуємо, що

$$\tilde{P} = \frac{2}{R_k^2 - 1} \frac{1}{\alpha} \int_{\alpha}^{\alpha P_k} \exp(y^2 - \alpha^2) y^2 dy,$$

де позначено

$$R = \frac{r}{r_c}, \quad R_k = \frac{r_k}{r_c}, \quad P = \frac{p}{p_c}, \quad P_k = \frac{p_k}{p_c} = \frac{1}{\varepsilon}, \quad \tilde{P} = \frac{\tilde{p}}{p_c}, \quad \alpha = \sqrt{\frac{2 \ln R_k}{P_k^2 - 1}}.$$

Показано, що з достатньою для практики точністю середнє значення тиску можна обчислювати за формулою

$$\tilde{P} = P_k + \frac{P_k - 1}{R_k^2 - 1} - \frac{R_k^2}{R_k^2 - 1} \frac{P_k^2 - 1}{4P_k \ln R_k} \int_0^8 \exp(-Z + \beta Z^2) dZ. \quad (3.4)$$

Тут

$$\beta = \frac{P_k^2 - 1}{8 \ln R_k P_k^2}.$$

Інтеграл, що стоїть в рівності (3.4), можна знайти як числовими, так і наближеними способами. Отримані вище результати відносилися до досконалої свердловини. Випадок недосконалих свердловин можна розглядати як проміжний між радіально плоскою фільтрацією газу до гідродинамічно досконалих свердловин і просторово радіальним рухом газу.

Будемо вважати, що пласт задається сферою радіуса r_k , а свердловина – сфера радіуса r_c . Якщо знехтувати силою ваги газу, то в сферичних координатах усталений рух газу описується рівнянням

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial p^2}{\partial r} \right) = 0.$$

У випадку просторово радіального усталеного руху граничні умови можуть будуть наступні:

$$r = r_c, p^2 = p_c^2, \quad r = r_k, p^2 = p_k^2.$$

За таких умов розподіл тиску в області, яка міститься між сферами з радіусами r_c та r_k визначається за формулою

$$p = \sqrt{p_c^2 + \frac{p_k^2 - p_c^2}{\frac{1}{r_c} - \frac{1}{r_k}} \left(\frac{1}{r_c} - \frac{1}{r} \right)}.$$

Середнє значення тиску в цій області обчислюється за формулою

$$\tilde{p} = \frac{3}{4\pi(r_k^2 - r_c^2)} \int_{r_c}^{r_k} 4\pi m p r^2 dr.$$

Якщо вважати, що радіус свердловини набагато менший радіуса дренажу і позначити

$$R = \frac{r}{r_c}, \quad R_k = \frac{r_k}{r_c}, \quad \varepsilon = \frac{p_c}{p_k},$$

то отримаємо

$$\xi = \frac{\tilde{p}}{p_k} = \frac{3}{R_k^2 - 1} \int_1^{R_k} R \sqrt{R^2 - (1 - \varepsilon)^2} R dR,$$

або

$$\bar{p} = \frac{3p_k}{R_k^2 - 1} \int_1^{R_k} R \sqrt{R^2 - (1 - \varepsilon)^2} R dR.$$

3.5. Дослідження процесу відбирання газу при сталій швидкості його руху у вибійній зоні на основі послідовної зміни стаціонарних станів

Задача зводиться до інтегрування диференціального рівняння

$$q dt = -\Omega d\tilde{p}$$

за граничної умови

$$q = c p_c.$$

З першого рівняння отримуємо, що

$$q = -\Omega \frac{d\tilde{p}}{dt}.$$

Якщо припустити, що в кожний момент часу розподіл тиску такий, як і при усталеному русі газу, то отримуємо співвідношення

$$q = \frac{\pi k h p_{at}}{\mu} \frac{p_k^2 - p_c^2}{\ln \frac{r_k}{r_c}}.$$

В останніх формулах під тисками \tilde{p} , p_k , p_c прийнято відношення відповідних тисків до атмосферного. Таким чином дані величини є безрозмірними. Позначимо

$$A = \frac{\pi k h p_{at}}{\mu \ln \frac{r_k}{r_c}}.$$

Тоді отримаємо

$$q = A(p_k^2 - p_c^2).$$

Якщо вважати, що похибка при заміні $\frac{d\tilde{p}}{dt}$ на $\frac{dp_k}{dt}$ є незначною, то отримуємо диференціальне рівняння

$$-\Omega \frac{dp_k}{dt} = \frac{c^2}{2A} \left[-1 + \sqrt{1 + \left(\frac{2A}{c} \right)^2 p_k^2} \right].$$

Якщо позначити

$$y = \frac{2A}{c} p_k = \frac{2\pi k h p_{at}}{c \mu \ln \frac{r_k}{r_c}} p_k,$$

то при початковій умові

$$y = y_n = \frac{2A}{c} p_n$$

та $a = 2A/c$ отримуємо розв'язок диференціального рівняння у виді

$$t = \frac{Q}{c} \left\{ 2 \left[\frac{1}{-1 + a p_k + \sqrt{1 + a^2 p_k^2}} - \frac{1}{-1 + a p_n + \sqrt{1 + a^2 p_n^2}} \right] + \ln \frac{a p_k + \sqrt{1 + a^2 p_k^2}}{p_k + \sqrt{1 + a^2 p_k^2}} \right\}.$$

Задаючи тепер певні значення змінної t , можемо знайти відповідне значення тиску p_k . За знайденим значенням p_k за формулою

$$p_k = \frac{c}{2A} \left[-1 + \sqrt{1 + \left(\frac{2A}{c} \right)^2 p_k^2} \right]$$

обчислюється значення тиску на контурі свердловини та дебіт свердловини.

3.6. Неусталений радіальний рух газу до свердловини при наявності двох режимів фільтрації

Неусталений рух газу до свердловини будемо розглядати як послідовну зміну стаціонарних станів. Пласт вважається круговим з радіусом r_k потужністю h . В центрі круга міститься свердловина. На деякій віддалі від свердловини за рахунок малих швидкостей рух газу проходить за законом Дарсі. На деякій віддалі від свердловини швидкість руху газу досягає свого критичного значення v_{kr} , починаючи з якого порушується закон Дарсі

$$|v| = ck^{\frac{3n-1}{2}} \mu^{1-2n} \rho^{n-1} \left| \frac{dp}{dr} \right|^n,$$

причому показник режиму фільтрації n стає меншим за одиницю. Радіус цього контуру позначимо через r_{kr} , а тиск на ньому через p_{kr} . Всередині цієї області показник режиму фільтрації є величиною змінною, залежною від чисел Re $0.5 \leq n < 1$.

Випишемо вирази для визначення дебіту свердловини:

$$q = E' \left(\frac{1-n}{n} \right)^n \left(\frac{p_{kr}^2 - p_c^2}{r_c^{\frac{n-1}{n}} - r_{kr}^{\frac{n-1}{n}}} \right)^n.$$

Зовнішню область, в якій справедливий закон Дарсі, можна розглядати як свердловину великого діаметру і записати

$$q = \frac{\pi k h p_{at}}{\mu} \frac{p_k^2 - p_{kr}^2}{\ln \frac{r_k}{r_{kr}}}.$$

Враховуючи, що на контурі, який відділяє дію закону Дарсі, швидкість фільтрації є критичною можна записати

$$q = 2\pi r_{kr} h v_{kr} p_{kr},$$

де

$$v_{kr} = \frac{\mu \sqrt{Sl}}{p_{kr} \rho_{at} \sqrt{k}} Re_{kr}.$$

З останніх двох формул отримуємо

$$q = \frac{2\pi h \mu \sqrt{Sl}}{\rho_{at} \sqrt{k}} \operatorname{Re}_{kr} r_{kr}.$$

Нарешті, враховуючи, що в умовах радіальної фільтрації середній тиск \tilde{p} може бути замінений на контурний p_k , отримуємо ще одну формулу для обчислення дебіту свердловини

$$q = -\Omega \frac{dp_k}{dt}.$$

Таким чином ми дістали систему чотирьох рівнянь з чотирма невідомими q, p_k, r_{kr}, p_{kr} , які є залежними від часу. Аналітичний метод їх розв'язування є неможливим. Тому для знаходження їх розв'язку можна користуватися наближеними або числовими методами, зокрема графоаналітичним.

3.7. Витіснення газу краєвою водою.

Розглянемо пористе середовище, в якому є наявний газ рухається під дією води, яка розміщена навколо нього (рис. 3.2).

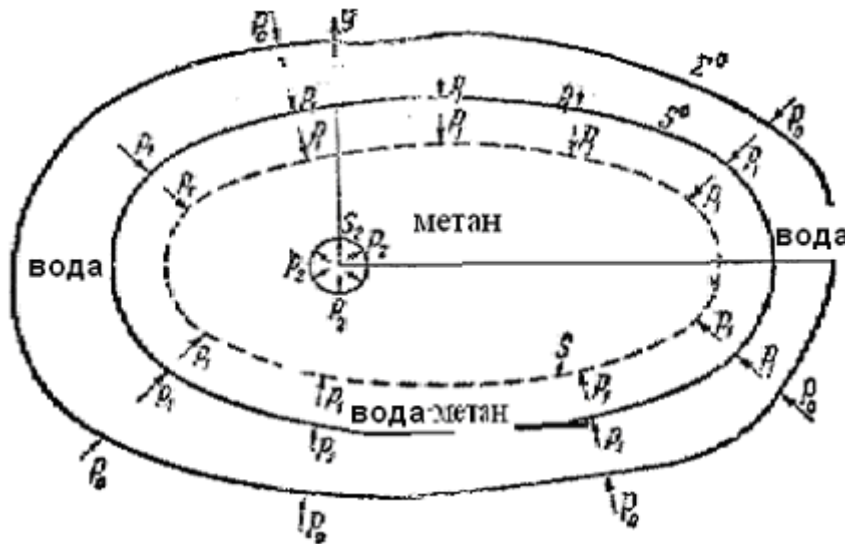


Рис. 3.2. Схематичне представлення пласту ПСГ за наявності краєвої води.

Водяна частина пласту обмежена контуром Σ_0 (рис. 3.2). Тиск води на цьому контурі - p_0 . В початковий момент часу газ і вода розмежовані контуром S^0 з тиском p_0^1 в довільний момент часу. В довільний момент часу вода і газ

розмежовані контуром S з тиском p_1 . Тиск на контурі S_2 рівний p_2 . Тиск води задовольняє рівняння

$$\Delta p = 0.$$

Складові швидкості води визначаються формулами

$$u = -\frac{k}{\mu_1} \frac{\partial p}{\partial x}, \quad v = -\frac{k}{\mu_1} \frac{\partial p}{\partial y}.$$

Тут μ_1 - абсолютна в'язкість води, k - проникність пласту, зайнятого водою. Для води краєві умови наступні:

1. $p = p_0$ на контурі живлення;
2. $p = p_1$ на рухомому контурі;
3. рівняння витрати на рухомому контурі

$$-m \frac{\partial n_0}{\partial t} = \frac{k}{\mu_1} \frac{\partial p}{\partial n_0},$$

dn_0 - елемент зовнішньої нормалі до контуру S . Дифузія газу в неусталеному режимі описується рівнянням

$$\Delta P = \frac{D}{p} \frac{\partial P}{\partial t}.$$

Тут $D = \frac{m\mu}{k}$, μ - абсолютна в'язкість газу, компоненти швидкостей

$$\rho u = -\frac{k}{2\beta\mu} \frac{\partial P}{\partial x}, \quad \rho v = -\frac{k}{2\beta\mu} \frac{\partial P}{\partial y}.$$

Крайові умови для газу:

1. $P = P_1 = p_1^2$ на рухомому контурі;
2. $p = p_2$ на контурі свердловини;
3. рівняння витрати на рухомому контурі

$$-m \frac{\partial n_0}{\partial t} = \frac{k}{2\mu p} \frac{\partial P}{\partial n_0}.$$

Поряд з цими умовами необхідно задати початкову умову для $t = 0$ для води та газу $p = p_0$.

Експлуатація газових свердловин з підшовною водою супроводжується деформацією поверхні газоводяного контакту з утворенням конусу води. При досягненні граничних значень депресії і дебіту вода проривається на вибій свердловини. Тому в пластах з підшовною водою відбір газу зі свердловин обмежують допустимою депресією на пласт (граничним безводним дебітом). Запропоновано багато формул для визначення допустимої депресії на пласт і граничного безводного дебіту, зокрема

$$\Delta p_{gr}^2 = 10^{-6} g (h - h_{roz}) (\rho_v - \rho_g) \left[2p_{pl} - 10^{-6} g (h - h_{roz}) (\rho_v - \rho_g) \right],$$

для ізотропного пласта

$$q_{gr} = \frac{A\bar{h} \ln \bar{R} / \bar{h}}{2B \ln \bar{R}} \left[-1 + \sqrt{1 + \frac{k_0 (1 - \bar{h})}{\bar{h} (\ln \bar{R} / \bar{h})^2}} \right],$$

для анізотропного пласта

$$q_{gr} = \frac{A\bar{h}}{2B} \left[-1 + \sqrt{1 - \frac{4B\nu D (1 - \bar{h}) \ln \bar{R}}{A^2 \bar{h} \ln \frac{\bar{R}^{\nu-c}}{\bar{h}}}} \right],$$

де

$$\bar{R} = \frac{R_k}{R_c}, k_0 = \frac{4BD (\ln \bar{R})^2}{A^2}, c = 1 - \bar{h}, \nu = \sqrt{k_v / k_g}, D = 2 \cdot 10^{-6} p_{pl} gh (\rho_v - \rho_g).$$

Останні формули дають змогу розрахувати допустиму депресію і граничний безводний дебіт для фіксованого положення контакту газ-вода. В міру відбору газу і зниження пластового тиску контакт газ-вода піднімається. Переміщення газу водяного контакту враховується шляхом заміни в наведених формулах h на $h(t)$, p_{pl} на $p_{pl}(t)$, ρ_v на $\rho_v(t)$ та ρ_g на $\rho_g(t)$. Відповідно залежними від часу будуть і інші величини, які залежать від зазначених вище.

У промисловій практиці як критерій стійкої роботи обводнених газових свердловин використовують мінімально допустимий дебіт газу q_{mn} . Запропоновано ряд залежностей для визначення мінімально допустимого дебіту. Однією з них є

$$q_{mn} = 2.076 \cdot 10^6 \frac{d_{vn}^2}{z_{vyb} T_{vyb}} \sqrt{p_{vyb}},$$

де p_{vyb} - вибійний тиск, T_{vyb} - вибійна температура, d_{vn} - внутрішній діаметр ліфтових труб, z_{vyb} - коефіцієнт стисливості газу при вибійних значеннях тиску та температури.

Для характеристики умов роботи обводнених газових свердловин застосовують і інші параметри, зокрема Фруда. Параметр Фруда характеризує співвідношення інерційних сил і сил ваги і визначається за такими формулами:

Для газу і рідини

$$F_{rg} = \frac{W_g^2}{g d_{vn}}, F_{rr} = \frac{W_r^2}{g d_{vn}},$$

для газової суміші

$$F_{rs} = \frac{(W_g + W_r)^2}{g d_{vn}},$$

зведений параметр для газового потоку

$$F_{rp} = \frac{W_g^2}{g d_{vn}} \frac{\bar{\rho}_g T_{sr} p_{sr}}{\bar{\rho}_r T_{sr} p_{at} z_{sr}},$$

де

$$W_g = 5.1 \cdot 10^{-6} \frac{q_g z_{vyb} T_{vyb}}{p_{vyb} d_{vn}^2}, W_r = 1.47 \cdot 10^{-5} \frac{q_g}{d_{vn}^2}, \rho_g = 3485.34 \bar{\rho}_g \frac{p_{vyb}}{z_{vyb} T_{vyb}}.$$

Поряд з врахуванням руху ГВК, вивченню газонасиченостей пластових вод і коефіцієнтів дифузії газів у водонасичених колекторах не приділяється належної уваги. Проведення розрахунків додаткових об'ємів чи запасів газу в розчиненій воді вимагає додаткових досліджень і залежить від концентрації газу в рідині. Зміна концентрації в часі визначається за другим законом Фіка, спрощений варіант якого має вид

$$\frac{\partial C}{\partial t} = D \frac{\partial^2 C}{\partial h^2}.$$

3.8. Метод суперпозиції в підземній газогідродинаміці

Нехай дебіт свердловини міняється в часі таким чином

$$q = \begin{cases} q_1, t = [0, t_1]; \\ q_2, t = (t_1, t_2]; \\ q_3, t = (t_2, t]. \end{cases}$$

Тоді пластовий тиск в околі свердловини в залежності від часу буде мати вигляд

$$p_0^2 - p_c^2(t) = \frac{q_1 \mu p_a}{2\pi kh} \ln \frac{2.25 \chi t}{R_c^2} - \frac{(q_1 - q_2) \mu p_a}{2\pi kh} \ln \frac{2.25 \chi (t - t_1)}{R_c^2} + \frac{(q_3 - q_2) \mu p_a}{2\pi kh} \ln \frac{2.25 \chi (t - t_2)}{R_c^2}.$$

Якщо в пласті діє група свердловин, серед яких є нагнітальні і добувні, тоді в деякій точці M пласту, зміна тиску в околі цієї точки можна знайти таким чином

$$p_0^2 - p_M^2 = \frac{\mu p_a}{2\pi kh} \sum_{j=1}^n \pm q_j \ln \frac{2.25 \chi}{R_j^2}.$$

Тут знак мінус – для нагнітальної свердловини; R_j – віддаль від j - тої свердловини до точки M .

3.9. Укрупнена свердловина

Досить часто для отримання оціночного результату вважають, радіус газоносного пласту знаходиться із відношення $\pi R^2 = S$. Нехай укрупнена свердловина в однорідному по колекторських властивостях пласті експлуатується при постійному перепаді тиску $\Delta p = p_0 - p_c$ (p_c - вибійний тиск на стінці укрупненої свердловини).

Задача зводиться до розв'язання диференціального рівняння теорії пружного режиму фільтрації

$$\frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{\partial^2 p^2}{\partial r^2} = \frac{1}{\chi} \frac{\partial p}{\partial t}. \quad (3.5)$$

Розглянемо водонапірний режим відбору газу і все можливі завдання граничних умов, для розрахунку границі розділу газ-вода і умов на цій границі, які можна побачити в табл. 3.2.

Таблиця 3.2.

Граничні умови та рішення рівняння 3.5 для розрахунку границі розділу газ-вода.

Початково - граничні умови	Розв'язок задачі	Позначення
1	2	3
$t = 0, p = p_0 = const,$ $r = R, \Delta p = const,$ $r \rightarrow \infty, p = p_0$	$Q_w = \frac{2\pi kh R^2}{\mu_w \chi} \Delta p \bar{Q}(t_0),$ $\bar{Q}\left(\frac{\chi t}{R^2}\right) = \frac{4}{\pi^2} \int_0^\infty \frac{(1 - e^{-u^2 t_0})}{u^3 [I_{10}^2(u) - I_{20}^2(u)]} du,$	де I_{10}, I_{20} - функції Бесселя першого і другого роду нульового порядку
$t = 0, p = p_0 = const$ $\left(r \frac{\partial p}{\partial r}\right)_{r=R} = \frac{\mu_w}{2\pi kh} q_w = const$ $r \rightarrow \infty, p = p_0$	$p(r, t) = p_0 - \frac{\mu_w q_w}{2\pi kh} \bar{p}(t_0),$ $\bar{p}(t_0) = \frac{4}{\pi^2} \int_0^\infty \frac{(1 - e^{-u^2 t_0})}{u^3 [I_{11}^2(u) - I_{21}^2(u)]} du$	де I_{11}, I_{21} - функції Бесселя відповідно першого і другого роду першого порядку
$t = 0, p = p_0 = const,$ $r = R, p(t) = p_0 - \Delta p_i,$ $\Delta p_i = \Delta p(t - t_i),$ $r \rightarrow \infty, p = p_0$	$Q_w(t) = \frac{2\pi kh R^2}{\mu_w \chi} \times$ $\times [\Delta p_0 \bar{Q}(t_0) + \Delta p_1 \bar{Q}(t_0 - t_{01}) + \dots + \Delta p_n \bar{Q}(t_0 - t_{0n-1})]$ $t_0 - t_{0i} = \frac{\chi(t - t_{0i})}{R^2}$	

$t = 0, p = p_0 = const,$ $r = R, q(t) = q_0 - \Delta q_i, \Delta q_i = \Delta q(t - t_i)$ $r \rightarrow \infty, p = p_0$	$p(R, t) = p_0 - \frac{\mu_w}{2\pi kh} \sum_{i=1}^n \Delta q_{wj} \overline{p}(t_0 - t_{0i-1})$	
$t = 0, p = p_0 = const$ $r = R, \Delta p = const$ $r = R_k, p = p_0.$		
$t = 0, p = p_0 = const$ $r = R, \Delta p = const$ $r = R_k, \frac{\partial p}{\partial r} = 0.$		

Таблиця 3.3.

Рішення рівняння 3.5 на границі контакту розділу газ-вода.

№ п/п	Умови на зовнішній стілці	Умови на внутрішній стілці	Знайдена величина	Формула для розрахунку
1	2	3	4	5
1	$r = R_k \rightarrow \infty, p = p_0$	$r = R, p = const$ $r = R, q = const$ $r = R, p = p(t)$ $r = R, q = q(t)$	$q(t)$ $p(t)$ $q(t)$ $p(t)$	$p(R, t) = p_0 - \frac{\mu_w q_w}{2\pi kh} \overline{p}_\infty(t_0)$ $Q_w = \frac{2\pi kh R^2}{\mu_w \chi} \Delta p \overline{Q}_\infty(t_0)$ $t_0 = \frac{\chi t}{R^2}, \text{ функції}$ $\overline{p}(t_0), \overline{Q}(t_0)$ протабульовані

Продовження таблиці 3.3.

2	$r = R_k, p = p_0$	$r = R, p = const$ $r = R, q = const$ $r = R, p = p(t)$ $r = R, q = q(t)$	$q(t)$ $p(t)$ $q(t)$ $p(t)$	$p(R, t) = p_0 - \frac{\mu_w q_w}{2\pi kh} \overline{p_k}(t_0)$ $Q_w = \frac{2\pi kh R^2}{\mu_w \chi} \Delta p \overline{Q_k}(t_0)$
3	$r = R_k, \frac{\partial p}{\partial r} = 0$	$r = R, p = const$ $r = R, q = const$ $r = R, p = p(t)$ $r = R, q = q(t)$	$q(t)$ $p(t)$ $q(t)$ $p(t)$	

Пластовий тиск в області відбору буде визначатися із матеріального балансу водонапірного режиму, який буде мати такий вигляд

$$p(t) = \frac{z(p(t)) \left[\frac{p_0 \alpha \Omega_0}{z_0} - p_a Q_{w\Sigma}(t) \right]}{\alpha \Omega_0 - \{ Q_w(t - \Delta t) + [q_w(t - \Delta t) + \Delta q_w(t)] \Delta t \}},$$

$$Q_w(t) = \frac{\{ \alpha - \alpha_{zal}(p_w(t)) \} \left\{ \alpha \Omega_0 \left[\frac{p_0}{z_0} - \frac{p(t)}{z(p(t))} \right] - p_a Q_{w\Sigma}(t) \right\}}{\alpha_{zal}(p_w(t)) \frac{p_w(t)}{z(p_w(t))} - \alpha \frac{p(t)}{z(p(t))}}.$$

Якщо підтримувати в сховищі тиск рівним початковому, тоді

$$Q_w(t) = - \frac{\{ \alpha - \alpha_{zal}(p_w(t)) \} \{ p_a Q_{w\Sigma}(t) \}}{\alpha_{zal}(p_w(t)) \frac{p_w(t)}{z(p_w(t))} - \alpha \frac{p_0}{z_0}},$$

ця формула характеризує процес поршневого витиснення газу водою.

$$R(t) = \sqrt{R - \frac{Q_w(t)}{\pi m h (\alpha - \alpha_{zal})}}.$$

Рівняння підтоку газу до середньої свердловини має вигляд

$$p^2(t) - p_c^2(t) = A \overline{\mu z} q(t) + B \overline{z} q^2(t),$$

де

$$A = \frac{\sum_{i=1}^n A_i \bar{\mu} z_i q_i}{\bar{\mu} z_i \sum_{i=1}^n q_i}, \quad B = \frac{n \sum_{i=1}^n B_i \bar{z}_i q_i^2}{\bar{z} \left[\sum_{i=1}^n q_i \right]^2},$$

де q_i - дебіт газу i - ї свердловини; A_i, B_i - коефіцієнти фільтраційного опору i - тої свердловини.

При за контурному заводненні пласт характеризується двома областями фільтрації: від R_0 до R_w (границя початкового розділу газ-вода) і від R_w до $R(t)$ - область фільтрації води із защемленим газом. Використовуючи формулу Дююї для цих областей запишемо

$$q_w(t) = \frac{2\pi k_w h}{\mu_w} \frac{p(R_w, t) - p(R, t)}{\ln\left(\frac{R_w}{R(t)}\right)},$$

$$q_w(t) = \frac{2\pi k h}{\mu_w} \frac{p(R_0, t) - p(R_w, t)}{\ln\left(\frac{R_0}{R_w}\right)}.$$

При сумісному розв'язуванні цих рівнянь будемо мати

$$q_w(t) = \frac{p(R_0, t) - p(R, t)}{\frac{\mu_w \ln(R_w / R(t))}{2\pi k_w h} + \frac{\mu_w \ln(R_0 / R_w)}{2\pi k h}}.$$

За знайденими тисками на віддальх $R(t)$ і R_w уточнюється залежність зміни в часі середнього тиску в заводненій частині пласту. Для цього використовується така формула

$$p_w(t) = \bar{p}(t) + \frac{p(p_w, t)}{\ln \frac{R_w}{R(t)}} \left[\frac{R_w^2 \ln R_w / R(t)}{R_w^2 - R^2(t)} - \frac{1}{2} \right].$$

Після чого уточнюються значення $z(\bar{p}(t))$ і $\alpha(\bar{p}_w(t))$.

3.10. Нестационарна фільтрація газу в пористих середовищах із зосередженими джерелами

Постановка проблеми та огляд результатів. Однією із важливих особливостей притоку газу до свердловини є значні втрати тиску в вибійній зоні пласту. Так на вибійну зону радіусом 0.4 м припадає, в реальних пластах – колекторах при незначних дебітах і при стаціонарній фільтрації газу за законом Дарсі, біля 20% всіх втрат тиску. Із збільшенням депресії на пласт втрати тиску в околі свердловини зростають. Також зростає відповідна доля загальних втрат тиску, яка припадає на вибійну зону пласту, і в умовах недосконалого за характером розкриття свердловини, порушення закону Дарсі і при нестационарному притоку газу до свердловини [1,2]. Величина втрати тиску в околі свердловини суттєво впливає, в умовах водонапірного режиму, на підтягування конусу води, що обмежує величину її максимального дебіту. На величину максимального дебіту впливає і обмеженість низу тиску газу на гирлі свердловини. Так як основними параметрами газосховищ є їх піковість (сумарний максимальний відбір газу за заданий час) та мінімальні часові інтервали відборів і закачування, що зумовлює вивчення газодинамічних процесів в вибійних зонах [3,4]. Складність такого вивчення полягає в тому, що розрахунок основних параметрів газу в околі свердловини та ідентифікацію гідродинамічних параметрів вибійної зони потрібно проводити одночасно. Не менша проблема виникає і з побудовою адекватних математичних моделей і методів. Це пов'язано, в першу чергу, з дискретністю вхідних даних та їх точністю. На основі цих даних будуються початково-граничні умови відповідних задач математичної фізики. При їх розв'язуванні виникають питання існування, стійкості розв'язку та забезпечення, з потрібною точністю, відповідних балансових показників. Неточності в замірах, усереднення розподілених параметрів, дискретизація, метод та багато інших факторів впливають на неузгодженість початково-граничних умов з одного боку, та рівнянь математичної фізики, які описують рух газу в околі зосереджених джерел. Це приводить, досить часто, до результатів із

значними похибками, або до неможливості отримати будь який результат. Отримати обґрунтований результат, без вивчення поведінки розв'язків від різного роду можливих, згаданих вище, неузгодженостей, неможливо. Більше того необхідно знайти спосіб нейтралізувати такий негативний вплив на розв'язок задачі максимально.

Рівняння фільтрації газу в декартових координатах мають місце в довільній просторовій області. Очевидно, що отримати параметричний розв'язок відповідної задачі математичної фізики в загальному випадку проблематично. Розв'язок можна отримати числовими способами, зокрема, методом скінчених різниць та методом скінчених елементів. Числові методи мають той недолік, що при згущенні сітки розбиття погіршується їх стійкість. У випадку дослідження свердловин основна зміна газодинамічних параметрів проходить в невеликому околі свердловини. Це означає, що в цьому випадку необхідно достатньо сильно згущувати сітку розбиття, що може привести до нестійкого розв'язку. Далі, мають місце ряд прогнозних задач, які не вимагають достатньо точних розв'язків і для яких достатньо отримати якісну картину процесу. В таких випадках достатньо добре зарекомендував себе метод зведення фільтраційного рівняння до циліндричних або полярних координат. Для даних рівнянь відомо багато методів, які дають можливість отримати розв'язок в аналітичному вигляді.

Розглянемо один з таких випадків на прикладі циліндричної області, в центрі якої знаходиться свердловина (рис. 3.2.).

Нехай радіус зовнішнього кола S_0 (рис. 3.2) рівний a , радіус концентричного йому внутрішнього кола \tilde{r} рівний r . Задамо граничні умови.

На зовнішній границі S_0

$$\frac{\partial P}{\partial r} = 0;$$

на внутрішній границі $-P = P_2 \equiv const$. Тут $P = p^2$, $P_2 = p_2^2$, $P_0 = p_0^2$. Початковий розподіл тиску є сталим і рівний P_0 . За таких умов розв'язок поставленої задачі має вид

$$P = P_2 - 2(P_0 - P_2) \sum_{m=1}^{\infty} \frac{(b\lambda_m) Z_1(b\lambda_m) Z_0(r\lambda_m) \exp\left(-\frac{P_0 \tau \lambda_m^2}{D}\right)}{(a\lambda_m)^2 Z_0^2(a\lambda_m) - (b\lambda_m)^2 Z_1^2(b\lambda_m)}. \quad (3.6)$$

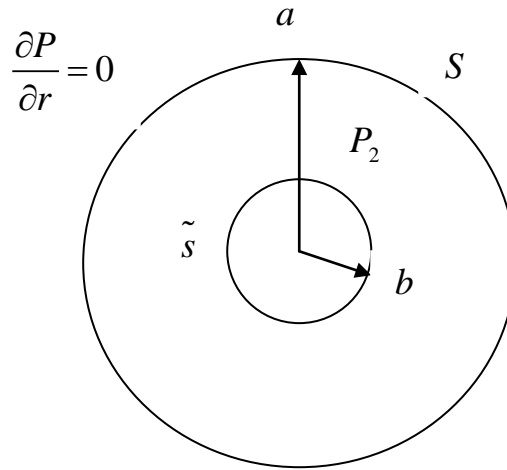


Рис. 3.2. Циліндрична область, в центрі якої знаходиться свердловина.

В останній рівності позначено

$$Z_0(\lambda_m r) = J_0(\lambda_m r) + A_m N_0(\lambda_m r), \quad Z_1(\lambda_m r) = J_1(\lambda_m r) + A_m N_1(\lambda_m r),$$

$$A_m = -\frac{J_0(\lambda_m b)}{N_0(\lambda_m b)} = -\frac{J_1(\lambda_m a)}{N_1(\lambda_m a)}.$$

$J_i(\lambda_m r)$ - функція Бесселя дійсного аргументу порядку i $N_i(\lambda_m r)$ - функція Неймана порядку i , λ_m - корені рівняння

$$J_0(\mu x) N_1(x) - J_1(x) N_0(\mu x) = 0,$$

$$\mu = b/a, \quad a\lambda_m = x, \quad b\lambda_m = \mu x.$$

Ваговий дебіт свердловини на довільній поверхні $r = r_0$ ($b < r_0 < a$) за відомим розподілом тиску в області обчислюється за формулою

$$G = \frac{2\pi n k h g}{\beta(n+1)\mu} \left[r \frac{\partial P}{\partial r} \right]_{r=r_0}.$$

Якщо в останній формулі використати знайдений розподіл тиску при заданих крайових умовах, то отримаємо

$$G = \frac{4\pi nkhg(P_0 - P_2)}{\beta(n+1)\mu} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{(b\lambda_m)^2 Z_1^2(b\lambda_m) Z_0(r\lambda_m) \exp\left(-\frac{p_0\tau\lambda_m^2}{D}\right)}{(a\lambda_m)^2 Z_0^2(a\lambda_m) - (b\lambda_m)^2 Z_1^2(b\lambda_m)}.$$

Використовуючи властивості функцій Бесселя та Неймана після тотожних перетворень отримаємо

$$G = \frac{4\pi nkhg(P_0 - P_2)}{\beta(n+1)\mu} \sum_{m=1}^{\infty} B_m \exp\left(-\frac{p_0\tau\lambda_m^2}{D}\right),$$

де

$$B_m = \frac{2N_1^2(a\lambda_m)}{N_0^2(b\lambda_m) - N_1^2(a\lambda_m)}.$$

3.11. Поведінка вагового дебіту поблизу свердловини малого діаметру

Згідно означення вагового дебіту свердловини

$$G = \frac{nhg}{\beta(n+1)\mu} \oint \frac{\partial P}{\partial r} \partial s$$

на основі отриманого розв'язку поблизу свердловини малого діаметру отримуємо

$$G = \frac{nhg}{\beta(n+1)\mu} \left[C \oint \frac{dN_0}{dr} ds + \oint \frac{d\psi}{dr} ds \right] \exp\left(-\frac{\lambda^2\tau p_0}{D}\right).$$

Тут постійну C необхідно визначити, а функція ψ задовольняє рівняння

$$\nabla^2\psi + \lambda^2\psi = 0.$$

Обидва інтеграли необхідно брати по контуру кола s . Оскільки для малих значень аргументу

$$N_0(x) = -\frac{2}{\pi} \ln \frac{2}{\gamma x} + \dots,$$

то для малих значень λr наближено буде

$$N_0(x) = -\frac{2}{\pi} \ln \frac{2}{\gamma x} + \frac{2}{\pi} \ln r,$$

та

$$\frac{dN_0}{dr} = \frac{2}{\pi r}.$$

Якщо параметр r необмежено спадає, то другий інтеграл прямує до нуля. В такому випадку розподіл тиску визначається наступною формулою

$$P = \frac{\beta(n+1)\mu}{4knhg} G(\tau) N_0(\lambda r) + \psi(x, y) \exp\left(-\frac{\lambda^2 \tau p_0}{D}\right).$$

Остання формула може бути використана для розрахунку параметрів вибійної зони свердловини.

Обчислювальний експеримент. Обчислювальний експеримент проводився за наступних значень параметрів: початковий пластовий тиск $p_n=50$ атм, тиск на внутрішньому контурі $p_c=49$ атм, внутрішній радіус $r_c=0.1$ м, зовнішній радіус $r_k=750$ м, абсолютна точність знаходження коренів $\varepsilon_k=0.000001$, абсолютна точність обчислення сум $\varepsilon_c=0.001$, коефіцієнт проникності $k=1.02 \cdot 10^{-12}$ м², коефіцієнт пористості $m=0.2$, коефіцієнт динамічної в'язкості $\mu=1.223 \cdot 10^{-5}$, густина газу в стандартних умовах $\rho_0=0.682$ кг/м³, температура газу $T=300$ °К, газова стала $R=510$ Дж/кг °К для різних значень часів. Зауважимо, що в цьому випадку початкові і граничні умови є неузгодженими, оскільки при $t=0$ та $r=r_c$ функція розподілу тиску $p(r, t)$ має розрив першого роду (стрибок $|p_c - p_n|$). Результати обчислень подані у виді рисунків.

Таблиця 3.5.

Значення перших коренів рівняння

m	1	2	3	4	5	6	7	8	9
λ	0.494	4.056	7.255	10.426	13.586	16.742	19.896	23.047	26.197

Таблиця 3.6.

Значення доданків, що стоять під сумами у формулах, які забезпечують задану точність

m	r	D_m	$D_m \exp\left(-\frac{p_0 \tau \lambda_m^2}{D}\right)$		B_m	$B_m \exp\left(-\frac{p_0 \tau \lambda_m^2}{D}\right)$	
			1h	5h		1h	5h
1	2	3	4	5	6	7	8
1	1.00E-01	-5.58E-01	-5.56E-01	-5.48E-01	4.01E-06	3.99E-06	3.94E-06
2	1.00E-01	-5.38E-02	-3.84E-02	-1.61E-02	4.12E-06	2.94E-06	1.23E-06
3	1.00E-01	-3.19E-02	-1.08E-02	-6.65E-04	4.77E-06	1.62E-06	9.93E-08
4	1.00E-01	-2.33E-02	-2.50E-03	-7.85E-06	5.29E-06	5.67E-07	1.78E-09
5	1.00E-01	-1.85E-02	-4.18E-04		5.73E-06	1.29E-07	
6	1.00E-01	-1.55E-02	-4.90E-05		6.13E-06	1.94E-08	
7	1.00E-01	-1.34E-02	-3.94E-06		6.49E-06	1.91E-09	
1	3.00E+02	-5.41E-01	-5.38E-01	-5.31E-01	9.70E-02	9.65E-02	9.52E-02
2	3.00E+02	-1.72E-01	-1.23E-01	-5.12E-02	-9.41E-02	-6.71E-02	-2.81E-02
3	3.00E+02	1.61E-02	5.47E-03	3.36E-04	-1.82E-01	-6.17E-02	-3.79E-03
4	3.00E+02	9.52E-03	1.02E-03	3.21E-06	7.42E-01	7.96E-02	2.50E-04
5	3.00E+02	-9.52E-01	-2.15E-02		1.88E-01	4.25E-03	
6	3.00E+02	-5.00E-03	-1.58E-05		5.68E-01	1.79E-03	
7	3.00E+02	-6.39E-03	-1.88E-06		-3.12E-01	-9.20E-05	
1	6.00E+02	-5.20E-01	-5.18E-01	-5.11E-01	5.38E-01	5.36E-01	5.29E-01
2	6.00E+02	2.79E-02	1.99E-02	8.31E-03	-3.83E-01	-2.73E-01	-1.14E-01

Продовження таблиці 3.6.

3	6.00E+02	-2.90E-02	-9.84E-03	-6.04E-04	3.72E-01	1.26E-01	7.75E-03
4	6.00E+02	-2.56E-02	-2.75E-03	-8.64E-06	-4.71E-01	-5.05E-02	-1.59E-04
5	6.00E+02	5.83E-03	1.32E-04		8.77E-01	1.98E-02	
6	6.00E+02	-3.38E-03	-1.07E-05		-1.73E+01	-5.45E-02	
7	6.00E+02	3.14E-03	9.24E-07		-1.23E+00	-3.63E-04	
1	7.40E+02	-5.15E-01	-5.12E-01	-5.06E-01	1.48E+00	1.47E+00	1.46E+00

2	7.40E+02	2.15E-02	1.54E-02	6.42E-03	7.71E+00	5.50E+00	2.30E+00
3	7.40E+02	-9.59E-03	-3.25E-03	-2.00E-04	-6.66E+00	-2.26E+00	-1.39E-01
4	7.40E+02	5.82E-03	6.24E-04	1.96E-06	9.32E+00	1.00E+00	3.14E-03
5	7.40E+02	-4.05E-03	-9.13E-05		-1.58E+01	-3.56E-01	
6	7.40E+02	3.04E-03	9.62E-06		4.04E+01	1.28E-01	

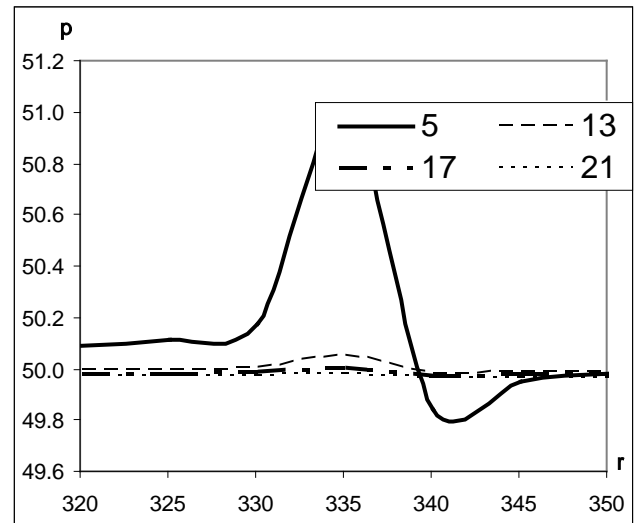
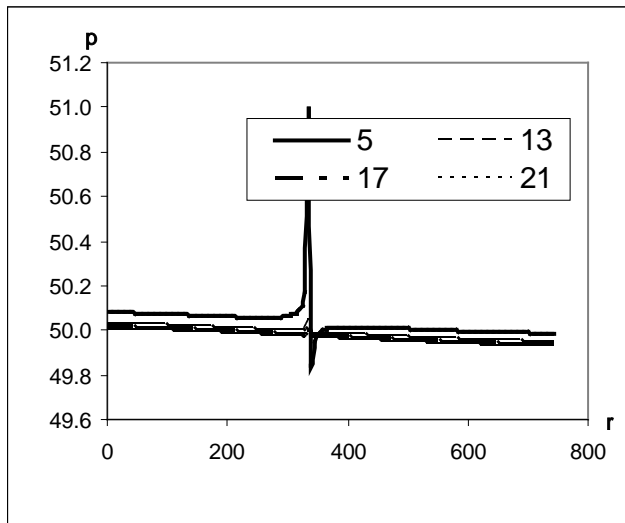


Рис. 3.3. Залежність розподілу пластового тиску від радіуса для різних значень часів (цифра означає кількість годин від початку відбору).

Рис. 3.4. Залежність розподілу пластового тиску від радіуса в околі особливої точки для різних значень часів (цифра означає кількість годин від початку відбору).

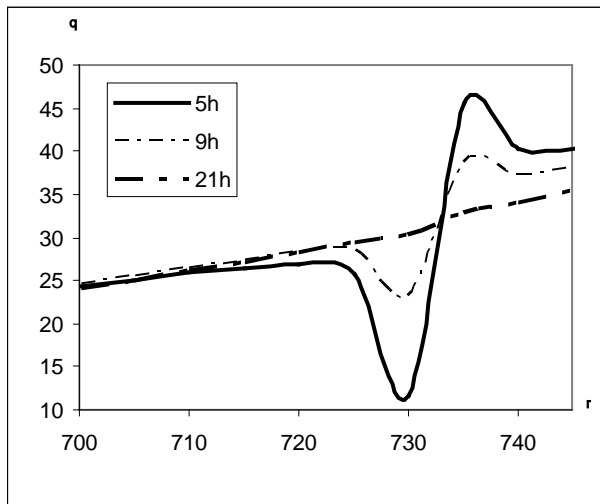


Рис. 3.5. Залежність дебіту свердловини від радіуса в околі особливої точки для різних значень часів (цифра означає кількість годин від початку відбору).

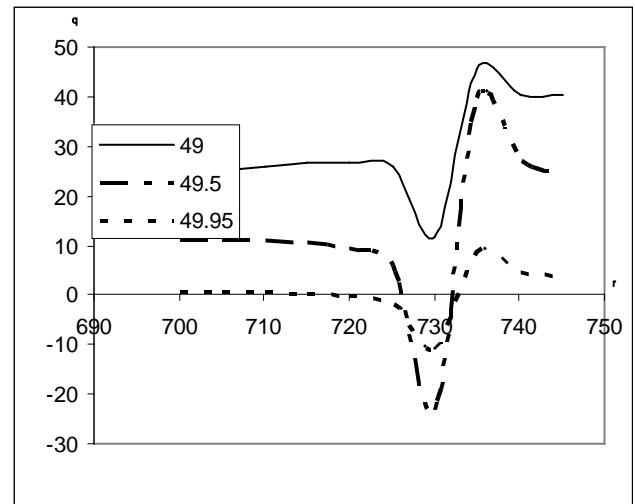


Рис. 3.6. Залежність дебіту свердловини від радіуса в околі особливої точки для різних значень граничної умови на внутрішньому контурі (цифра означає величину пластового тиску в атмосферах).

3.12. Лінеаризована модель процесу дифузії газу в пористих середовищах.

Знайдемо розподіл тиску в області пористого середовища який описується диференціальним рівнянням (3.1) при нульових граничних мовах та сталому початковому пластовому тискові. Рівняння (3.1) запишемо наступним чином

$$\frac{\partial p}{\partial t} - \kappa_1 \left(\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} \right) = \beta_1 \sum_{i=1}^I q_i \delta \left(x - x_i^0 \right) \delta \left(y - y_i^0 \right) [\eta(t - t_{1i}) - \eta(t - t_{2i})], \quad (8.26)(3.7)$$

де

$$\kappa_1 = \frac{a_1}{a_2 \kappa_0 \alpha_n}, \quad \beta_1 = \frac{2 p_{st}}{\alpha_n a_2 V}.$$

Параметри k, h, μ будемо вважати сталими за координатами на деякому проміжку зміни часу. Відбори газу з підземних сховищ здійснюються через I свердловин, які розміщені в точках (x_i^0, y_i^0) на протязі деякого проміжку часу $t \in [t_{1i}, t_{2i}]$, $(i = \overline{1, I})$. В даному випадку густина відбору визначається формулою

$$q = \frac{1}{V} \sum_{i=1}^I q_i \delta(x - x_i^0) (y - y_i^0) [\eta(t - t_{1i}) - (t - t_{2i})].$$

В останній формулі q_i – відбір газу з i – ої свердловини, $\delta(x)$ – дельта-функція Дірака, $\eta(t - t_{ji})$ – одинична функція Хевісайда.

Розв'язок рівняння (3.7) знаходиться з використанням перетворення Лапласа-Карсона за змінною часом t та у вигляді ряду Фур'є за змінною x на базі побудови функції Гріна.

Рішення рівняння має вигляд [85]

$$p(x, y, t) = \sum_{n=1}^{\infty} p_n(y, t) \sin \frac{n\pi(x - x_0)}{x_k - x_0},$$

Величини, які входять в останню формулу, подані нижче.

$$p_n(y, t) = p_{n1}(y, t) + p_{n2}(y, t),$$

$$p_{n1}(y, t) = -\frac{2\beta_1}{x_k - x_0} \sum_{i=1}^I q_i G_{2i}(y, t) \sin \frac{n\pi(x_i^0 - x_0)}{x_k - x_0}$$

$$G_{2i}(y, t) = \int_{t-t_{2i}}^{t-t_{1i}} G_{11}(y, y_i^0, \tau) d\tau,$$

$$G_{11}(y - y_i^0, \tau) = \frac{1}{\kappa_1} G_1(y - y_i^0, \tau).$$

$G_{2i}(y, t)$ визначається з формули (8.47) з відповідними замінами функцій $\Theta(y, t)$ на $\Theta_{2i}(y, t)$. Таким чином остаточно отримуємо, що

$$p_{n2}(y, t) = -\frac{1}{\kappa_1} \int_{y_0}^{y_k} G_1(y, z, t) p_n(z, 0) dz. \quad (8.48)$$

$G_1(y, z, t)$ має вигляд

$$\begin{aligned}
G_1(y, z, t) = & -\frac{1}{2} \sum_{m=0}^{\infty} \left[\Theta(2m(y_k - y_0) - y + z, t) - \Theta(2m(y_k - y_0) + \right. \\
& + 2y_k - y - z, t) - \Theta(2m(y_k - y_0) - 2y_0 + y + z, t) + \\
& \left. + \Theta(2m(y_k - y_0) + 2(y_k - y_0) + y - z, t) \right] \quad (8.46)
\end{aligned}$$

для $y_0 \leq y \leq z$, та

$$\begin{aligned}
G_1(y, z, t) = & \frac{1}{2} \left\{ \Theta(2y_k - y - z, t) + \Theta(y + z - 2y_0, t) - \Theta(y - z, t) - \right. \\
& - \Theta(2(y_k - y_0) + y - z, t) - \sum_{m=1}^{\infty} \left[\Theta(2m(y_k - y_0) - y + z, t) - \right. \\
& - \Theta(2m(y_k - y_0) + 2y_k - y - z, t) - \Theta(2m(y_k - y_0) - 2y_0 + y + z, t) + \\
& \left. \left. + \Theta(2(m+1)(y_k - y_0) + y - z, t) \right] \right\} \quad (8.46')
\end{aligned}$$

при $z \leq y \leq y_k$.

$$G_{11}(y - y_i^0, \tau) = \frac{1}{\kappa_1} G_1(y - y_i^0, \tau).$$

$$\Theta(\tau, t) = \sqrt{\frac{\kappa_1}{n\pi}} \exp\left(-s_0 t - \frac{\tau^2}{4\kappa_1 t}\right).$$

$$\begin{aligned}
\Theta_{2i}(\eta, t) = & \frac{1}{2\sqrt{\kappa_1 s_0}} \left\{ e^{\eta \sqrt{\frac{s_0}{\kappa_1}}} \left[\operatorname{erf}\left(\sqrt{s_0(t-t_{1i})} + \frac{\eta}{2\sqrt{\kappa_1(t-t_{1i})}}\right) - \right. \right. \\
& - \operatorname{erf}\left(\sqrt{s_0(t-t_{2i})} + \frac{\eta}{2\sqrt{\kappa_1(t-t_{2i})}}\right) \left. \right] + e^{-\eta \sqrt{\frac{s_0}{\kappa_1}}} \left[\operatorname{erf}\left(\sqrt{s_0(t-t_{1i})} - \frac{\eta}{2\sqrt{\kappa_1(t-t_{1i})}}\right) - \right. \\
& \left. \left. - \operatorname{erf}\left(\sqrt{s_0(t-t_{2i})} - \frac{\eta}{2\sqrt{\kappa_1(t-t_{2i})}}\right) \right] \right\}.
\end{aligned}$$

$$\Theta_{2i}(\eta, t) = \frac{1}{2\sqrt{\kappa_1 s_0}} \left\{ \exp\left(\eta \sqrt{\frac{s_0}{\kappa_1}}\right) \operatorname{erf}\left(\sqrt{s_0(t-t_{1i})} + \frac{\eta}{2\sqrt{\kappa_1(t-t_{1i})}}\right) + \right.$$

$$\begin{aligned}
& + \exp\left(-\eta\sqrt{\frac{s_0}{\kappa_1}}\right) \operatorname{erf}\left(\sqrt{s_0(t-t_{1i})} - \frac{\eta}{2\sqrt{\kappa_1(t-t_{1i})}}\right) - \exp\left(\eta\sqrt{\frac{s_0}{\kappa_1}}\right) + \exp\left(-\eta\sqrt{\frac{s_0}{\kappa_1}}\right) \Big\} = \\
& = \frac{1}{2\sqrt{\kappa_1 s_0}} \left\{ \exp\left(\eta\sqrt{\frac{s_0}{\kappa_1}}\right) \operatorname{erfc}\left(\sqrt{s_0(t-t_{1i})} + \frac{\eta}{2\sqrt{\kappa_1(t-t_{1i})}}\right) - \right. \\
& \left. - \exp\left(-\eta\sqrt{\frac{s_0}{\kappa_1}}\right) \operatorname{erfc}\left(\sqrt{s_0(t-t_{1i})} - \frac{\eta}{2\sqrt{\kappa_1(t-t_{1i})}}\right) + 2\exp\left(-\eta\sqrt{\frac{s_0}{\kappa_1}}\right) \right\}.
\end{aligned}$$

Висновки.

1. З отриманих результатів видно, що за рахунок неузгодженості початкових і граничних умов виникають особливі точки як при обчисленні тиску, так і при обчисленні відбору газу.
2. Особливі точки функцій $p(r,t)$ та $q(r,t)$ не співпадають, що вимагає їх окремого дослідження.
3. В околі особливих точок, за рахунок неузгодженості початкових і граничних умов, значення функцій суттєво відхиляються від своїх дійсних значень.
4. Як видно з рис. 1-3 величина впливу неузгодженості початкових і граничних зменшується з часом, таким чином отримані розв'язки необхідно використовувати при достатньо великих значеннях часів.
5. Результати обчислень, подані на рис. 4 показують, що узгодженість початкових і граничних умов веде до зменшення відхилення знайденого розв'язку від дійсного.
6. З проведених досліджень випливає, що для уникнення появи відхилення знайденого розв'язку від дійсного необхідна узгодженість початкових і граничних умов. В протилежному випадку таку неузгодженість необхідно

враховувати при побудові відповідних диференціальних рівнянь - моделі руху газу.

7. Як видно із результатів обчислень, поданих в таблицях, поведінку шуканих розв'язків визначають декілька перших доданків відповідних сум. Функції Бесселя та Неймана мають осцилюючий характер і особливість в нулі. Така їх особливість вимагає достатньо точного їх обчислення при розв'язуванні рівняння (4).

РОЗДІЛ 4

МОДЕЛЮВАННЯ СИСТЕМНИХ ОБ'ЄКТІВ

4.1. Моделювання роботи системи пласт підземного сховища газу-газозбірний пункт (шлейфовий спосіб збору)

При моделюванні гідравлічної ув'язки системи пласт ПСГ-газозбірний пункт однією з основних труднощів є моделювання руху газу на проміжку від області живлення свердловини до робочої колони. Як показує практика, на цьому проміжку є значний спад тиску, розрахунок якого пов'язаний із значними труднощами. Як правило, за значення пластового тиску вибирається його середнє значення, обчислене на основі замірів тиску певної кількості свердловин. Очевидно, що такий підхід вносить деяку похибку в розрахунок параметрів роботи ПСГ. Тому є зміст провести більш точні дослідження поведінки функції тиску в околі свердловини і побудувати відповідну гідравлічну ув'язку.

Метою моделювання є побудова гідравлічної ув'язки системи пласт підземного сховища газу-газозбірний пункт (ГЗП) з врахуванням особливостей поведінки функції тиску в околі свердловини.

Задача полягає в тому, щоб за побудованою гідравлічною ув'язкою (тобто за математичною моделлю роботи системи пласт-ГЗП) розраховувати параметри роботи за наступних умов:

за відомим розподілом пластового тиску і заданій величині об'ємного відбору Q_z визначити тиск на вході в газозбірний пункт;

за відомим розподілом пластового тиску і заданій величині вхідного тиску на ГЗП визначити об'ємний відбір газу Q_z зі сховища;

за відомим розподілом пластового тиску і заданій мінімальній величині вхідного тиску на ГЗП визначити максимальний об'ємний відбір газу Q_z зі сховища.

В роботі [1] досліджено особливості розрахунку пластового тиску згідно поданих вище результатів для однієї свердловини та постійних початково-граничних умов. Для побудови гідравлічної ув'язки пласт підземного сховища-газозбірний пункт необхідно змодельовати процес руху газу у всіх технологічних об'єктах, які при цьому приймають участь.

Враховуючи геометричні розміри шлейфів та горизонтальних трубопроводів для обчислення розподілу тиску в них достатньо використати стаціонарні моделі руху газу в горизонтальній трубі [2,3]

$$p(x) = \sqrt{p_0^2 - \lambda z \frac{gRT}{D} \left(\frac{M}{S}\right)^2 x} \quad (4.1)$$

та в робочій колоні -

$$p(x) = \sqrt{p_0^2 e^{-bx} - \lambda z \frac{RT}{D} \left(\frac{M}{S}\right)^2 \frac{1 - e^{-bx}}{b} x}. \quad (4.2)$$

Тут позначено

$$S = \frac{\pi D^2}{4}, \quad b = \frac{2g\Delta h}{zRT}.$$

Коефіцієнт стисливості газу в даному випадку доцільно обчислювати за формулою

$$z = \frac{1}{1 + fp},$$

де $f = (24 - 0.21t^\circ\text{C}) \cdot 10^{-4}$, а $p(x)$ - вимірюється в атмосферах.

Для моделювання обв'язки свердловин та місцевих опорів використовується емпірична формула

$$\Delta p = p_g - p_o = \frac{\xi}{2} \rho v^2,$$

яку можна звести до виду

$$p_g^2 - p_o^2 = \xi \frac{zRT}{S^2} q^2,$$

де q - дебіт свердловини.

Зв'язок пластового тиску з вибійним -

$$p_{nl}^2 - p_b^2 = Aq + Bq^2. \quad (4.3)$$

Вибійний тиск зв'язаний з гирловим наступним співвідношенням

$$p_v^2 e^{-b} - p_g^2 = a_r q^2. \quad (4.4)$$

В свою чергу для гирлового тиску і тиску на виході з обв'язки свердловини має місце формула

$$p_g^2 - p_o^2 = a_o q^2. \quad (4.5)$$

Зв'язок тиску на виході з обв'язки свердловини з тиском на вході в ГЗП

$$p_o^2 - p_{gzp}^2 = a_s q^2. \quad (4.6)$$

Якщо для розподілу пластового тиску використати подану вище формулу (3.6), то, враховуючи ваговий дебіт свердловини, отримується співвідношення

$$p_{nl} - p_c = 2DFG, \quad (4.7)$$

де позначено

$$D(r, \tau) = \frac{(b\lambda_m)Z_1(b\lambda_m)Z_0(r\lambda_m)}{(a\lambda_m)^2 Z_0^2(a\lambda_m) - (b\lambda_m)^2 Z_1^2(b\lambda_m)}$$

та

$$\frac{1}{F} = \frac{4\pi nkhg}{\beta(n+1)\mu} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{(b\lambda_m)^2 Z_1(b\lambda_m)Z_1(r\lambda_m) \exp\left(-\frac{P_0 \tau \lambda_m^2}{D}\right)}{(a\lambda_m)^2 Z_0^2(a\lambda_m) - (b\lambda_m)^2 Z_1^2(b\lambda_m)}.$$

Сумування поданих вище співвідношень (4.1)-(4.7) приводить до наступного нелінійного рівняння відносно дебіту свердловини q :

$$p_{nl}^2 - p_{gzp}^2 e^b = Aq + 2DFG + \left[B + (a_s + a_o + a_r) e^b \right] q^2. \quad (4.8)$$

В поданих вище співвідношеннях використані позначення:

$$A = \frac{A_1}{k_{nl}} + \frac{A_2}{k_b}, \quad B = \frac{B_1}{k_{nl}^{3/2}} + \frac{B_2}{k_b^{3/2}}, \quad a_r = \lambda zL_r \frac{RT}{D} \left(\frac{\rho_0}{S} \right)^2 \frac{1 - e^{-b}}{b},$$

$$a_s = \lambda zL_s \frac{RT}{D} \left(\frac{\rho_0}{S} \right)^2, \quad a_o = \xi \frac{zRT}{S^2}.$$

Для обчислення коефіцієнту гідравлічного опору має місце рівномірна відносно режиму течії формула

$$\lambda = \left(\frac{Y + \varepsilon + C^{1.5}}{1 + 76C} \right)^{0.2}, \quad \varepsilon = \frac{k_{uu}}{D}, \quad Y = \frac{79}{\text{Re}}, \quad C = (2Y)^{10}.$$

Числа Рейнольда обчислюються згідно формули

$$\text{Re} = \frac{Dv\rho}{\mu_0 RT} \frac{T + C}{273 + C} \left(\frac{273}{T} \right)^{3/2}.$$

При відборі-закачуванні газу в ПСГ в більшості випадків мають місце три типи з'єднань свердловини з ГЗП:

1.Свердловина з'єднана з ГЗП окремим (індивідуальним) шлейфом. При цьому об'єктами шлейфово-колекторної системи є: пласт; вибійна зона; робоча колона (НКТ); обв'язка свердловини; шлейф; ГЗП. Для розрахунку названих об'єктів використовуються їх математичні моделі з врахуванням місцевих опорів.

2. Шлейф є спільним для двох свердловин. В даному випадку до елементів, названих в пункті 1, додаються наступні: пласт, вибійна зона та робоча колона (НКТ) для другої свердловини і трійних з відповідним місцевим опором, через який друга свердловина підключена до шлейфу.

3. Шлейф-колектор є спільним для двох свердловин, причому робоча колона ближньої свердловини з'єднана із шлейфом горизонтальним трубопроводом (шлейф 2). В останній тип з'єднання входять всі елементи другого разом з врахуванням обв'язки другої свердловини та додаткового шлейфу, який з'єднує другу свердловину з основним шлейфом.

В зв'язку з тим при побудові алгоритму гідравлічної ув'язки пласт ПСГ-ГЗП необхідно враховувати вказані вище типи з'єднань.

Формула (4.8) є вихідною для моделювання роботи системи пласт підземного сховища газу-газозбірний пункт. В залежності від вхідних даних вона дозволяє розв'язувати ряд задач, які при цьому виникають.

Розглянемо далі основні задачі, які мають місце при розрахунку режиму роботи ПСГ.

Задача 1. При відомому розподілі пластового тиску і заданій величині об'ємного відбору Q_z визначити тиск на вході в газозбірний пункт.

Алгоритм розв'язування.

1. За прийнятими моделями обчислюється значення пластового тиску в координатах свердловин.
2. Задається початкове значення тиску на вході ГЗП (як правило, з практики відомі межі зміни даного тиску).
3. За обчисленими значеннями коефіцієнтів для кожної i -ої ($i=1, I$), де I - кількість працюючих свердловин, свердловини і заданими значеннями тисків знаходяться дебіти свердловин q_i як розв'язок рівняння (4.8).
4. Сумарний відбір знаходиться згідно формули

$$Q_r = \sum_{i=1}^I q_i.$$

5. Обчислюється різниця

$$\delta = Q_z - Q_r.$$

6. Якщо $\delta > 0$, то з певним кроком зменшується тиск на вході в ГЗП і повертається до третього кроку.
7. Якщо $\delta < 0$, то з певним кроком збільшується тиск на вході в ГЗП і повертається до третього кроку.
8. Вказані вище обчислення проводяться до цього часу, поки не буде виконуватись нерівність $\delta < \varepsilon$, де ε - задана точність.

Задача 2. При відомому розподілі пластового тиску і заданій величині вхідного тиску на ГЗП визначити об'ємний відбір газу Q_z зі сховища.

Алгоритм розв'язування даної задачі зводиться до визначення коренів q_i , ($i=1, I$) рівняння (4.8) та їх сумуванні, тобто

$$Q_z = \sum_{i=1}^I q_i.$$

Задача 3. Аналогічно до задачі 2 при відомому розподілі пластового тиску і заданій мінімальній величині вхідного тиску на ГЗП визначити максимальний об'ємний відбір газу Q_z зі сховища.

4.2. Аналітичний спосіб розрахунку параметрів гідравлічної ув'язки колекторного способу збору газу в підземних сховищах

При відбиранні газу з підземного сховища (ПСГ), як і при його видобуванні з родовища, використовують два способи збору: шлейфовий (кожна із свердловин має окреме з'єднання зі газозбірним пунктом); колекторний (до одного шлейфу-колектора приєднано декілька свердловин). Якщо будувати модель роботи сховища, то в математичному плані шлейфове підключення простіше і легше піддається формальному опису та алгоритмізації. За умов колекторного підключення для розрахунку параметрів роботи свердловин застосовувався, в основному, числовий алгоритмічний підхід. Як і кожний з числових способів, він має свої переваги та недоліки. Тому є зміст розглянути аналітичний спосіб визначення параметрів роботи свердловин при колекторному їх підключенні.

Основними технологічними об'єктами, які приймають участь у відбиранні газу, є пласт, вибійна зона свердловини, робоча колона, обв'язка свердловини, шлейф та газозбірний пункт. При моделюванні такої системи необхідно мати моделі кожного з об'єктів.

Побудуємо аналітичний алгоритм розрахунку гідравлічної ув'язки системи пласт підземного сховища-газозбірний пункт за колекторного способу підключення свердловин. При цьому використаємо подані вище математичні моделі технологічних об'єктів, які приймають участь в процесі відбирання газу за виключенням тих, які ще не описані.

Коефіцієнт проникності вибою свердловини визначається виразом [2]

$$k_v = k_{v0} + k_{v1}, \quad (4.9)$$

$$k_{v0} = \frac{A_2}{\Delta_1 p}, \quad k_{v1} = \frac{B_2 q k_{v0}}{1.5 B_2 + A_2 q \sqrt{k_{v0}}}, \quad \Delta_1 p = \frac{A_1 q}{k_{pl}} + \frac{B_1 q^2}{k_{pl}^{1.5}} + C q^2.$$

Обв'язка свердловини. Спад тиску на місцевому опорі визначається так [4]

$$\Delta p = \rho \frac{v^2}{2} \xi.$$

Тут v - швидкість руху газу, ξ - коефіцієнт, який залежить від типу місцевого опору. На основі останньої формули та заміряних даних будуються емпіричні формули для обв'язки свердловини, зокрема

$$\xi = \begin{cases} 201.87 + 18455 e^{-3.1455q}, & q \leq 1.46, \\ 1011.8 - 540.71q + 78.039q^2, & q \geq 1.46. \end{cases} \quad (4.10)$$

В останній формулі q - дебіт свердловин в м³/сек..

Визначення середньої температури в лінійних ділянках трубопроводів. Якщо врахувати протидію тертю, то температури вздовж горизонтального трубопроводу визначається виразом [3]

$$t = t_r + (t_0 - t_r) e^{-ax} - D_h \frac{\Delta P}{aL} (1 - e^{-ax}) + \frac{gi}{ac_p} (1 - e^{-ax})$$

де

$$i = \frac{\Delta P}{g \rho_c L}, \quad \Delta P = P_0 - P_k, \quad a = \frac{k\pi D}{MC_p}.$$

Середня температура тоді визначається так

$$t_c = t_r + (t_0 - t_r) \frac{(1 - e^{-aL})}{aL} - D_h \frac{\Delta P}{aL} \left(1 - \frac{(1 - e^{-aL})}{aL}\right) + \frac{gi}{ac_p} \left(1 - \frac{(1 - e^{-aL})}{aL}\right).$$

4.3. Опис математичної моделі системи “пласт підземного сховища газу – газозбірний пункт”

Розрахунок параметрів роботи газосховища зводиться до розв'язання комплексу взаємопов'язаних задач. До основних задач відносяться:

- розрахунок термогазодинамічних параметрів газоносного пласта, свердловин, шлейфово-колекторної системи;
- розрахунок параметрів стану об'єктів газосховища, фізичних констант, гідравлічних еквівалентів, тощо;
- розробка алгоритмів, які б узгоджували розрахункові статичні і динамічні параметри, знаходили параметри спряження окремих задач.

Розглянемо колектор, до якого приєднано n свердловин (рис. 4.1). На рисунку позначено: $p_{pl,i}$ - значення пластового $p_{v,i}$ - вибійного $p_{g,i}$ - гирлового тисків в околі i - ї свердловини.

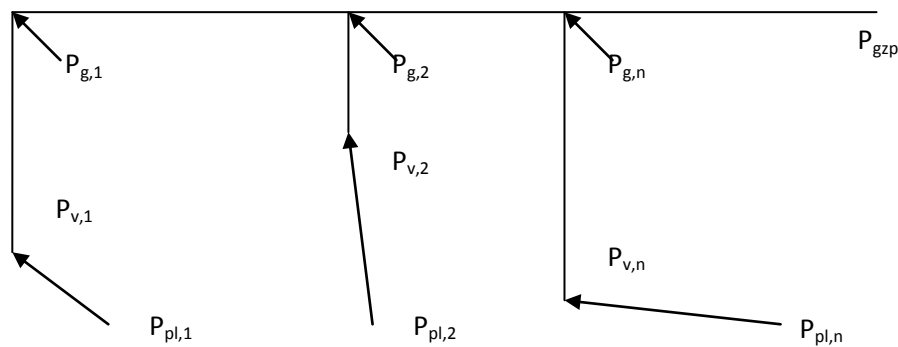


Рис. 4.1. Структурна схема колекторного збору газу.

Для побудови гідравлічної ув'язки системи пласт – газозбірний пункт використовуються наступні співвідношення між вихідними та вхідними тисками на відповідних технологічних об'єктах [1-4]:

$$p_{pl}^2 - p_v^2 = Aq_0^2 + Bq_0^2 \quad p_g^2 = p_v^2 e^{-b} - a_s q_0^2 \quad p_n^2 = p_g^2 - a_{sh,n} q_0^2.$$

4.4. Алгоритм розрахунку

1. Задамо початкове значення дебіту q_1 останньої від ГЗП свердловини. Тоді мають місце наступні співвідношення:

$$p_{pl,1}^2 - p_{v,1}^2 = A_1 q_1 + B_1 q_1^2,$$

$$p_{v,1}^2 - p_{g,1}^2 \exp(b_1) = a_{s,1} q_1^2 \exp(b_1).$$

2. З останніх двох рівностей маємо, що

$$p_{pl,1}^2 - p_{g,1}^2 \exp(b_1) = A_1 q_1 + (B_1 + a_{s,1} \exp(b_1)) q_1^2,$$

або

$$p_{g,1}^2 = p_{pl,1}^2 \exp(-b_1) - [A_1 \exp(-b_1) q_1 + (B_1 \exp(-b_1) + a_s) q_1^2].$$

3. Оскільки

$$p_{g,1}^2 - p_{g,2}^2 = a_{sh,12} q_1^2,$$

то гирловий тиск на другій свердловині обчислюється за формулою

$$p_{g,2}^2 = p_{pl,1}^2 \exp(-b_1) - [A_1 \exp(-b_1) q_1 + (B_1 \exp(-b_1) + a_{s,1}) q_1^2] - a_{sh,12} q_1^2.$$

4. Зв'язок між пластовим тиском в околі другої свердловини та відповідним гирловим тиском задається формулою

$$p_{pl,2}^2 - p_{g,2}^2 \exp(b_2) = A_2 q_2 + (B_2 + a_{s,2} \exp(b_2)) q_2^2.$$

5. З останнього рівняння знаходиться q_2 . Для двох послідовних підключень свердловин до колектора можна записати

$$p_{g,2}^2 - p_{g,3}^2 = a_{sh,23} (q_1 + q_2)^2,$$

звідки знаходиться $p_{g,3}$.

6. Для третьої свердловини має місце співвідношення

$$p_{pl,3}^2 - p_{g,3}^2 \exp(b_2) = A_3 q_3 + (B_3 + a_{s,3} \exp(b_2)) q_3^2,$$

яке дає можливість знайти q_3 .

5. Аналогічно процес продовжується до n -ної свердловини.

6. Рівність, що пов'язує n -ну свердловину з ГЗП буде мати вигляд

$$p_{g,n}^2 - p_{gzp}^2 = a_{sh,n,gzp} (q_1 + q_2 + \dots + q_n)^2.$$

9. **Умова закінчення алгоритму.** Якщо задається відбір газу Q_z з колектора, то за такого алгоритму можливі варіанти:

$$1 - Q_r = q_1 + q_2 + \dots + q_n < Q_z;$$

$$2 - Q_r = q_1 + q_2 + \dots + q_n = Q_z;$$

$$3 - Q_r = q_1 + q_2 + \dots + q_n > Q_z.$$

Якщо виконується друга умова, то поставлена задача розв'язана. Для заданого відбору газу на ГЗП необхідно підтримувати тиск p_{gzp} .

Якщо виконується перша умова, то для розв'язку поставленої задачі необхідно збільшити відбір газу з найдальшої свердловини, тобто замість q_1 взяти $q_1 + \Delta q$ та повторити поданий вище алгоритм.

За виконання третьої умови необхідно замість q_1 взяти $q_1 - \Delta q$ та повторити поданий вище алгоритм.

Очевидно, що процес необхідно продовжувати до цього часу, поки не буде виконуватись нерівність

$$|Q_r - Q_z| \leq \varepsilon,$$

де ε - задана точність обчислення сумарного відбору газу з колектора.

Описаний вище алгоритм має місце в тому випадку, коли відомо об'ємний відбір газу з пласта-колектора.

Якщо ж задається значення тиску на ГЗП $p_{gzp,z}$, то описаний алгоритм дозволяє визначити відбір газу зі сховища. Для розв'язку поставленої задачі описаний алгоритм повторюється з тією різницею, що умовою його закінчення буде рівність $p_{gzp,r} = p_{gzp,z}$, де

$$p_{gzp,r}^2 = p_{g,n}^2 - a_{sh,n,gzp} (q_1 + q_2 + \dots + q_n)^2.$$

4.5. Моделювання сумісної роботи газотранспортної системи та підземного сховища газу

Підземні сховища газу працюють в сукупності з роботою ГТС. Відомо, що моделювання окремих технологічних об'єктів з подальшим їх об'єднанням на

базі граничних умов не дає можливості побудувати адекватну математичну модель системи. Тому доцільно будувати модель роботи підсистеми пласт ПСГ-магістральний газопровід з врахуванням газодинамічної ув'язки всіх ТО. При цьому кінцевим результатом моделі повинна бути оптимізація роботи розглядуваної підсистеми, яка полягає в наступному:

- досягнення піковості на заданий проміжок часу;
- оптимальність роботи за мінімумом використання енергії;
- надійність та стійкість роботи на заданому проміжку часу.

При цьому необхідно дотримуватись як фізичних, так і технологічних обмежень. Фізичні обмеження полягають в тому, що процес масопереносу має бути таким, щоб узгоджувались відповідні закони збереження, зокрема рівність тисків у вузлах з'єднань технологічних об'єктів, нерозривність поля швидкостей, тощо. До технологічних обмежень можна віднести те, що при значній депресії тиску можливий винос твердих частинок породи, які можуть погіршити вибійну зону свердловин. Далі, відомо, що майже в кожному пласті ПСГ є наявною вода, яка із зменшення пластового тиску наближається до вибою свердловини. Тому падіння пластового тиску повинно бути таким, щоб не дати можливість обводнення свердловини.

Метою моделювання є побудова гідравлічної ув'язки системи пласт підземного сховища газу-магістральний газопровід з врахуванням основних технологічних об'єктів та особливостей поведінки функції тиску в околі свердловини.

Задача полягає в побудові гідравлічної ув'язки вказаної підсистеми з врахуванням різного роду обмежень на основі якої можна буде розв'язувати поставлені оптимізаційні задачі. Для спрощення викладок будемо розглядати шлейфовий спосіб збору газу. До основних технологічних об'єктів віднесемо:

- пласт ПСГ;
- вибійна зона;
- робоча колона;
- обв'язка свердловини;

- шлейф;
- звужуючий пристрій;
- компресорна станція.

В попередніх розділах в тому ж порядку подано математичні моделі, які описують рух газу у вказаних ТО. Виключення складає тільки рух газу через звужуючі пристрої, яких є багато як в складі підземних сховищ, так і на магістральних трубопроводах.

4.6. Рух газу через звужуючий пристрій

В структурі технологічних об'єктів ГТС значне місце займають звужуючі пристрої – крани, діафрагми, тощо. Масова витрата газу ω , яка проходить через звуження площею S визначається наступним чином

$$\omega = k_q S \sqrt{2 \frac{k}{k-1} p_{z1} \rho_{z1} \left[\left(\frac{p_{z2}}{p_{z1}} \right)^{\frac{2}{k}} - \left(\frac{p_{z2}}{p_{z1}} \right)^{\frac{k+1}{k}} \right]},$$

де k_q - коефіцієнт врахування впливу багатьох факторів і відома емпірична формула його розрахунку, k - показник адіабати, p_{z1}, ρ_{z1} - тиск і густина газу справа, а p_{z2} - тиск зліва від звужуючого пристрою. Тут $p_{z2} / p_{z1} \leq 1$.

Проведемо деякі математичні перетворення останньої рівності. Оскільки $p_{z2} / p_{z1} \leq 1$, то отримується рівність

$$\omega^2 = 2k_q^2 S^2 \frac{k}{k-1} p_{z1} \rho_{z1} \left[\left(\frac{p_{z2}}{p_{z1}} \right)^{\frac{2}{k}} - \left(\frac{p_{z2}}{p_{z1}} \right)^{\frac{k+1}{k}} \right], \quad p = \rho_z RT.$$

Далі, оскільки

$$\left(\frac{p_{z2}}{p_{z1}} \right)^{\frac{2}{k}} - \left(\frac{p_{z2}}{p_{z1}} \right)^{\frac{k+1}{k}} = \frac{\omega^2 (k-1)}{2k_q^2 S^2 p_{z1} \rho_{z1} k},$$

то останню рівність можна привести до виду

$$\left(1 - \frac{p_{z1} - p_{z2}}{p_{z1}}\right)^{\frac{2}{k}} - \left(1 - \frac{p_{z1} - p_{z2}}{p_{z1}}\right)^{\frac{k+1}{k}} = \frac{\omega^2(k-1)}{2k_q S p_{z1} \rho_{z1} k}.$$

Враховуючи нерівність $(p_{z1} - p_{z2}) / p_{z1} < 1$, отримаємо

$$\left(\frac{k+1}{k} - \frac{2}{k}\right) \frac{p_{z1} - p_{z2}}{p_{z1}} = \frac{\omega^2(k-1)}{2k_q^2 S^2 p_{z1} \rho_{z1} k}.$$

Таким чином

$$p_{z1} - p_{z2} = \frac{\omega^2(k-1)}{2(k-1)k_q^2 S^2 \rho_{z1}}.$$

Якщо використати наближене співвідношення

$$\frac{1}{\rho_{z1}} = \frac{zRT}{p_{z1}} = \frac{2zRT}{p_{z1} + p_{z2}},$$

то остання формула записується у вигляді

$$p_{z1}^2 - p_{z2}^2 = q^2 \frac{zRT \omega^2(k-1)}{q^2(k-1)k_q^2 S^2} = a_{zz} q^2, \quad a_{zz} = \frac{zRT \omega^2(k-1)}{q^2(k-1)k_q^2 S^2}.$$

Набір параметрів, які входять в моделі газових потоків в технологічних об'єктах, умовно розбиваються на режимні, стану, керовані та регульовані. Надземна частина системи пласт - магістраль зображається у виді орієнтованого графа з ребрами (i, j) , де i та j ($i, j = \overline{1, I}$) вершини графу.

Моделі основних технологічних об'єктів:

$P(x) = \varphi_1(P_i, T_i, q_{ij}, D_1, \lambda_{ij}, x)$, $T(x) = \varphi_2(P_i, P_j, T_i, q_{ij}, D_2, K_T, x)$ (i, j) $\in M$ - потік газу в трубі,

$P_j = \varphi_3(q_{ij}, T_i, P_i, D_3, G, \bar{n})$, $T_j = \varphi_4(T_i, P_i, P_j, D_4, \eta)$, $Q_i^- = \varphi_5(P_j, T_j, D_5, K_s, N)$ - (i, j) $\in L$ - потік газу через компресорну станцію;

$P_j - P_i = \Delta P = \varphi_6(\rho, \nu, D_6)$, $T_j = \varphi_7(T_i, \Delta P, D_{di}, D_7)$ (i, j) $\in K$, - місцевий опір;

$\varphi_8(P_i, P_j) = \{q_{ij} = Q, P_i \geq P_j; q_{ij} = 0, P_i < P_j\}$, (i, j) $\in R_Q$, - редуктор;

$q_{ij} = \varphi_9(\Delta P)$, $\Delta P = P_i - P_j$, $(i, j) \in R_p$ - регулятор витрати ;

$q_{ij} = \varphi_{10}(P_i, P_j) = \{q_{ij}, P_i > P_j; 0, P_i \leq P_j\}$, $(i, j) \in R_p$ - незворотній кран;

$\varphi_{11}(x, y, p, T, \rho, h, k, m, \alpha, \Gamma) = 0$ - пласт сховища із зосередженими

джерелами;

$\varphi_{12}(p_{n,i}, p_{s,i}, q_i, A_i, B_i) = 0$ - вибій свердловини;

сепаратори, пороховловлювачі та інших аналогічні технологічні об'єкти

моделюються емпіричними формулами виду $\varphi_{13}(F, \Delta p, q_{ij}) = 0$.

Балансові співвідношення:

масової витрати $\sum_i m_{ij} + \sum_k m_{jk} = 0$;

$T_j \sum_k q_{jk} - \sum_i q_{ij} T_i = 0$, $j \in V$ теплового балансу;

$P \sum_k V_k = \sum_i x_i (PV)_i + \sum_j \sum_k x_j x_k F_{jk}(T, \rho)$, $PV = Rf(T, \rho)$ - стану суміші газу.

В останніх співвідношеннях позначено: $D_l (l = \overline{1,7})$ - набори відповідних коефіцієнтів, характеристик, обмежень тощо, $\varphi_i (i = \overline{1,13})$ - деякі функції, представлення яких залежить від вибраної моделі газового потоку для заданого об'єкту, Q_i^- — затрати паливного газу, x_i — мольні частки компонент газу, F_{ik} — функція взаємодії компонент газу, які визначають експериментально, A_i, B_i - фільтраційні коефіцієнти вибійної зони i - ої свердловини, $i = \overline{1, I}$, I - кількість робочих свердловин, $F, \Delta p$ та q_{ij} - множина параметрів відповідних технологічних об'єктів, спаду тиску на них та об'ємна кількість газу, що проходить через них відповідно; M - множина ребер ГТС; L - множина КС; N - потужність КС; q_{\min}, q_{\max} - мінімальне та максимальне значення об'ємної витрати; n_{\min}, n_{\max} - мінімальне та максимальне значення обертів нагнітача; T_{\max}, N_{\max} - максимальні значення температури та потужності; K - множина місцевих опорів; V - множина вузлів графа; (x, y) - декартові координати пласту сховища; R_q -

множина регуляторів витрати газу; R_p - множина незворотних кранів; ΔP - депресія тиску на місцевих опорах та відповідних технологічних об'єктах.

Разом з виконанням балансових співвідношень при побудові математичної моделі системи пласт-магістральний газопровід необхідно враховувати технологічні та інші обмеження на параметри процесу.

Якщо формулюються задачі, то вважається, що відомими є наступні дані: технологічна схема $G(X, Y)$ наземної частини, яка об'єднує технологічні схеми шлейфово - колекторної системи збору газу $G_1(X_1, Y_1)$ та технологічну схему компресорної станції $G_2(X_2, Y_2)$ ($G(X, Y) = G_1(X_1, Y_1) \cup G_2(X_2, Y_2)$); значення параметрів, що входять в моделі технологічних об'єктів системи.

Диференціальні рівняння та системи диференціальних рівнянь в частинних похідних і інші параметричні залежності, якими описується рух газу в технологічних об'єктах, є нелінійними. Знайти їх аналітичний розв'язок можна в окремих випадках.

На основі проведеної роботи побудований програмний комплекс, який дозволяє розв'язувати як основні режимні задачі, так і задачі допоміжного характеру.

Основні режимні задачі.

За відомим початковим станом газосховища і прогнозові роботи сховища знайти стан кожної експлуатаційної свердловини.

За відомим початковим станом газосховища і станом кожної експлуатаційної свердловини знайти прогнозні значення тиску та відбору.

За відомим початковим станом газосховища і станом кожної експлуатаційної свердловини знайти "пікові" значення тиску та відбору.

При заданому тиску і початковому стані газосховища для заданого часового інтервалу знайти стан кожної експлуатаційної свердловини та сумарні і максимальні відбори (закачування) газу.

Сформульовані задачі використовуються як для прогнозу, так і оперативного керування роботою ПСГ.

Задачі обчислювального характеру: формування початково-граничних умов за замірними дискретними даними; побудова ефективних та надійних методів розв'язування прямих та обернених задач математичної фізики.

Задача. На заданому проміжку часу $[t_0, t_n]$ в моменти $t_i, i = \overline{1, n}$, необхідно відібрати зі сховища сумарні об'єми газу Q_i . При цьому в задані моменти часу є відомими значення тисків p_i в точці врізки відводу із сховища в магістральний газопровід; значення тисків $p_j, j = \overline{1, m}$, на робочих і замірних свердловинах; стосовно компресорної станції – значення вхідних та вихідних тисків, температуру газу та оточуючого середовища.

Необхідно розрахувати кількість свердловин, що забезпечать задані відбори газу, режим роботи компресорної станції (схеми з'єднання газоперекачуючих агрегатів, оберти нагнітачів, тощо) та кількість паливного газу, необхідного для виконання роботи.

Розв'язок задачі зволитья до: 1) адаптації моделі процесу руху газу в системі пласт-магістральний газопровід на основі апріорної інформації; 2) побудови крайових умов та знаходження розподілу тиску в пласті на заданий період; 3) знаходження кількості робочих свердловин L та їх дебітів q_{il} для забезпечення сумарних відборів $Q_i = \sum_{l=1}^L q_{il}$ на основі гідравлічної ув'язки технологічних об'єктів; 4) параметрів роботи компресорної станції.

4.7. Вплив способу включення підземного сховища газу в магістральний газопровід на енергетичні витрат

Підземні сховища газу (ПСГ) служать для ліквідації дисбалансу газу в ГТС в осінньо-зимовий період. Нерівномірність як відбору, так і закачування істотно впливає на основні режимні параметри: максимальний час безкомпресорного

відбору і закачування; максимальні відбори газу за визначений час (піковість); тривалість періоду відбору і т.п. Процеси фільтрації газу в пластах підземних сховищ є істотно нестаціонарними [2-13]. Параметри, що характеризують пласт (пористість, проникність, газонасиченість, фільтраційні коефіцієнти і т.п.) є складними нелінійними функціями багатьох параметрів і відомі приблизно [1,2,13]. В літературі сумісна робота підземних сховищ газу та всієї газотранспортної системи висвітлена недостатньо повно. Як правило, окремо досліджується робота ГТС та ПСГ. Однак в кінцевому результаті робота підземних сховищ газу залежить від роботи всієї газотранспортної системи. В зв'язку з цим є необхідність в досить детальному вивченні та моделюванні сумісної роботи підземного сховища газу та газотранспортної системи.

Метою було вивчення впливу схеми підключення підземного сховища газу в магістральний газопровід на енергетичні затрати його транспортування з врахуванням гідравлічної ув'язки системи пласт ПСГ-магістральний газопровід.

Роботу ПСГ слід досліджувати в неусталеному режимі руху газу. Що ж до руху газу в МГ, то є сенс досліджувати не всю ГТС, а тільки ту її частину, де проходить збурення потоку. Такий вибір пояснюється ще й тим, що за рахунок властивостей газу, зокрема його стисливості, не стаціонар достатньо швидко згасає. Збурення газового потоку проходить достатньо рідко (аварійні ситуації, необхідність змінити об'ємні витрати, тощо). Основний свій час ГТС працює в усталеному режимі.

Основою досліджень є математична модель підсистеми, яка складається з ділянки МГ, на якій є три КС та ПСГ зі своєю дожимною КС (рис. 4.2.).

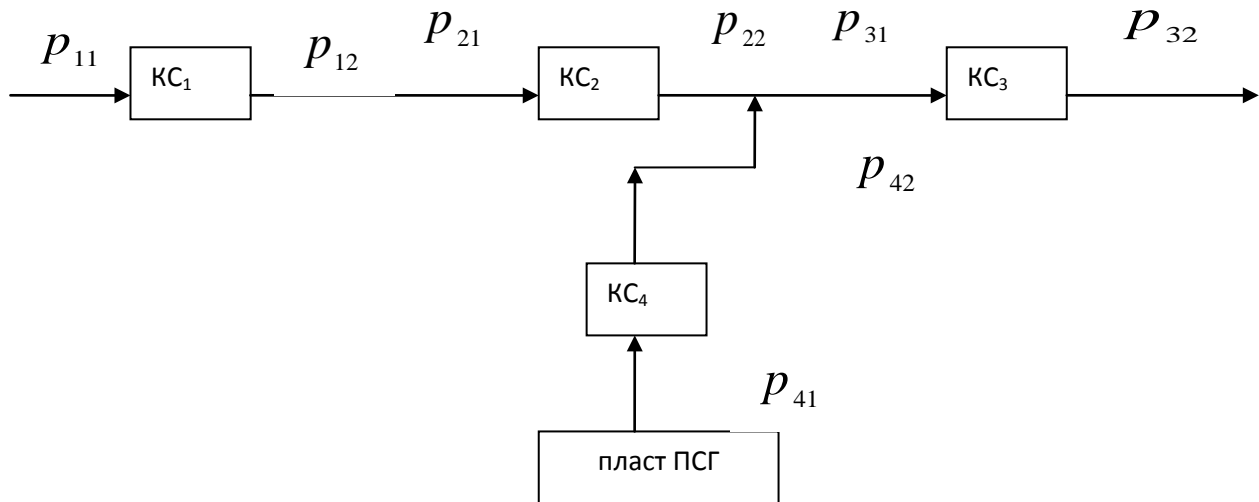


Рис. 4.2. Схема підключення ПСГ в МГ після КС.

Дослідження полягає в тому, щоби в'яснити як впливає спосіб підключення ПСГ до другої компресорної станції, до входу в другу КС, чи на її виході, на енергетичні затрати транспортування газу у вибраній підсистемі.

Вхідні дані в систему:

- тиск p_{11} на вході в першу компресорну станцію та об'ємний розхід газу Q_1 .

Вихідні дані з системи:

- тиск p_{33} на виході третьої КС та об'ємний розхід газу $Q = Q_1 + Q_2$, де Q_2 - об'єм газу, який поступив з підземного сховища.

Дані для розрахунку режиму роботи сховища є середній пластовий тиск p_n та об'ємний відбір Q_2 . Розглядається два способи включення ПСГ в мережу:

I – до входу в КС₂;

II – на виході з КС₂.

Основна задача полягає в мінімізації паливного газу.

Вихідні співвідношення.

Робота компресорної станції залежить від її потужності

$$N = \xi \frac{zR}{m} qT_1 \left(\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{m/\eta_{\text{пол}}} - 1 \right). \quad (4.11)$$

Тут q - розхід газу через КС ($\frac{M^3}{\text{добу}}$), T_1 - температура газу на вході в КС, m - показник політропи, який можна обчислити за формулою

$$m = \left(1 - \lg \frac{T_2}{T_1} / \lg \frac{p_2}{p_1} \right)^{-1}, \quad (4.12)$$

$K = \frac{C_p}{C_v}$, $\varepsilon = \frac{p_2}{p_1}$, C_v , C_p - питомі теплоємності газу при сталому об'ємі та тиску відповідно, p_1 - тиск на вході в КС, p_2 - тиск на виході з КС, T_2 - температура газу на виході КС, T_1 - температура газу на вході КС, $\eta_{пол}$ - політропний к.к.д., для обчислення якого використовується формула

$$\eta_{пол} = \frac{m}{m-1} \frac{k-1}{k}, \quad (4.13)$$

де k - показник адіабатичного процесу, ξ - розмірний коефіцієнт.

Кількість паливного газу, яка витрачається при роботі КС, обчислюється за формулою [48]

$$q_n = 0.02064 \frac{N_{КС}}{1.16 \eta_{зму} Q_n} \left[\frac{3}{4} + 0.025 \frac{p_a}{1.033 K_3} \sqrt{\frac{T_1}{288}} \right], \quad (4.14)$$

де Q_n - нижня теплотворна здатність газу ($\frac{\text{дж}}{M^3}$), $\eta_{зму}$ - к.к.д. газотурбінного приводу компресора, p_a - атмосферний тиск (МПа), K_3 - коефіцієнт завантаження двигуна. На основі формул (4.11)-(4.14) визначається кількість паливного газу, яка необхідна для підтримки вихідного тиску на заданому рівні.

Для скорочень записів введемо позначення:

$$\Theta_1(T_1) = \frac{0.02064}{1.16 \eta_{зму} Q_n} \left[\frac{3}{4} + 0.025 \frac{p_a}{1.033 K_3} \sqrt{\frac{T_1}{288}} \right], \quad \Theta_2(T_1) = \xi \frac{zR}{m} T_1,$$

$$\eta = m / \eta_{пол}, \quad \Theta_3(T_1) = \Theta_1 \Theta_2, \quad \Theta_4(T_1) = \lambda z \frac{RT_1 l}{D} \left(\frac{\rho_0}{S} \right)^2.$$

Очевидно, що параметри Θ_i ($i=1,2,3$) та η відносяться до КС, а Θ_4 - до лінійної ділянки, яка міститься між двома сусідніми КС.

Зміна температури газу вздовж трубопроводу визначається формулою

$$T(x) = T_{01} + T_{02}e^{-ax},$$

а його середня температура

$$T_s = T_{01} + T_{02} \frac{1 - e^{-aL}}{aL},$$

де позначено

$$T_{00} = \frac{1}{aL} \left(\Delta p \left(D_i - \frac{1}{c_p \rho_0} \right) + \frac{g \Delta h}{c_p} \right),$$

$$T_{01} = T_z - T_{00}, T_{02} = T_0 - T_z + T_{00}, \Delta p = p_0 - p_k; a = \frac{k_{gr} \pi D}{C_p M},$$

$h = h(x)$ - крива, що описує рельєф траси газопроводу; T_0 - температура газу на вході в трубопровід; T_z - температура ґрунту; T - температура газу; D_i - коефіцієнт Джоуля-Ленца; c_p - коефіцієнт теплопередачі від газу до ґрунту; p_0 - значення тиску на початку газопроводу; p_k - значення тиску в кінці газопроводу; $p = p(x)$ - розподіл тиску по довжині трубопроводу; R - газова стала; z - коефіцієнт стисливості газу; ρ_0 - густина газу в нормальних стандартних) умовах; x - біжуча координата $x \in [0, L]$, L - довжина трубопроводу, D - внутрішній діаметр трубопроводу, k_{gr} - коефіцієнт теплопередачі від газу до ґрунту.

В таких позначеннях вихідні співвідношення записуються у виді

$$T_1 = T_{01} + T_{02}e^{-aL_1}$$

$$p_1^2 = p_0^2 - \Theta_4(T_1)q^2,$$

$$q_n = \Theta_3(T_1)q(\varepsilon^n - 1).$$

Визначення паливного газу.

Сумарний паливний газ для 4-ох КС визначається сумою

$$q = q_{n1} + q_{n2} + q_{n3} + q_{n4},$$

де

$$q_{ni} = \theta_{3i} (T_{1i}) \left[\left(\frac{p_{i2}}{p_{i1}} \right)^n - 1 \right] Q_i.$$

1. Спочатку розглянемо варіант, коли газ з ПСГ поступає в магістральний газопровід після другої КС (рис. 4.2). З останніх формул отримуємо, що

$$q = \theta_{31} Q_1 \left(\frac{p_{12}}{p_{11}} \right)^{n1} + \theta_{32} Q_1 \left(\frac{p_{22}}{p_{21}} \right)^{n2} + \theta_{33} (Q_1 + Q_2) \left(\frac{p_{32}}{p_{31}} \right)^{n3} + \theta_{34} Q_2 \left(\frac{p_{42}}{p_{41}} \right)^{n4} - \theta,$$

де

$$\theta = \theta_{31} Q_1 + \theta_{32} Q_1 + \theta_{33} (Q_1 + Q_2) + \theta_{34} Q_2,$$

або

$$q = \theta_{31} Q_1 \varepsilon_1^{n1} + \theta_{32} Q_1 \varepsilon_1^{n2} + \theta_{33} (Q_1 + Q_2) \varepsilon_3^{n3} + \theta_{34} Q_2 \varepsilon_4^{n4} - \theta.$$

Побудуємо гідравлічну ув'язку технологічних об'єктів, поданих на рисунку 4.2.

Вихідний та вхідний тиски на компресорних станціях, коефіцієнти стиску яких $\varepsilon_i, i = 1, 2, 3$, пов'язані між собою наступними рівностями

$$p_{12} = \varepsilon_1 p_{11}, \quad p_{22} = \varepsilon_2 p_{21}, \quad p_{32} = \varepsilon_3 p_{31}.$$

Для лінійних ділянок в усталеному режимі руху газу мають місце співвідношення

$$p_{21}^2 = p_{12}^2 - Q_1^2 \theta_{41} (T_1) = \varepsilon_1^2 p_{11}^2 - Q_1^2 \theta_{41} (T_1),$$

та

$$p_{31}^2 = p_{22}^2 - Q_2^2 \theta_{42} (T_2) = \varepsilon_2^2 (\varepsilon_1^2 p_{11}^2 - Q_1^2 \theta_{41} (T_1)) - Q_2^2 \theta_{42} (T_2),$$

або

$$p_{31}^2 = \varepsilon_2^2 \varepsilon_1^2 p_{11}^2 - \varepsilon_2^2 Q_1^2 \theta_{41} (T_1) - Q_2^2 \theta_{42} (T_2).$$

Тут у величині $\theta_{4i} (T_i)$ індекс i відноситься до трубопроводу, що з'єднує КС.

Останні рівності дають можливість записати вихідний тиск з системи через вхідний та коефіцієнти стику лінійних компресорних станцій

$$p_{32}^2 = \varepsilon_1^2 \varepsilon_2^2 \varepsilon_3^2 p_{11}^2 - \varepsilon_2^2 \varepsilon_3^2 \theta_{41} (T_1) Q_1^2 - \varepsilon_3^2 \theta_{42} (T_2) Q_2^2.$$

З останньої рівності отримується формула для визначення коефіцієнта стиску на третій КС

$$\varepsilon_3^2 = \frac{p_{32}^2}{\varepsilon_1^2 \varepsilon_2^2 p_{11}^2 - \varepsilon_2^2 \theta_{41}(T_1) Q_1^2 - \theta_{42}(T_2) Q_2^2}.$$

Якщо газ з ПСГ подається на вихід другої компресорної станції, то можна записати наступні рівності:

$$\begin{aligned} p_{42} &= p_{22} = \varepsilon_4 p_{41}, \\ p_{41}^2 &= p_n^2 - A Q_2 - B_1 Q_2^2, \\ p_{22}^2 &= \varepsilon_4^2 p_n^2 - \varepsilon_4^2 A Q_2 - \varepsilon_4^2 B_1 Q_2^2. \end{aligned}$$

Тут

$$\begin{aligned} A &= \frac{A_1}{k_{pl}} + \frac{A_2}{k_v}, \quad B_1 = \frac{B_{11}}{k_{pl}^{3/2}} + \frac{B_{22}}{k_v^{3/2}} + B_{33} + B_{44}, \quad A_1 = \frac{1}{h\pi} \mu p_s \ln \frac{R_k}{R_c}, \\ A_2 &= \frac{\mu p_s}{\pi h_x} \ln \frac{2R_c h}{2r_k l_k n_0 h_x + \Theta(n_0)(r_1^2 - r_2^2)}, \quad B_{11} = 12 \cdot 10^{-5} \frac{\rho_0 p_s d^2}{2\pi^2 h^2 m} \left(\frac{1}{R_c} - \frac{1}{R_k} \right), \\ B_{22} &= \frac{\rho_0 p_s d^2}{\pi^2 h_x m} \left(\frac{1}{2r_k l_k n_0 h_x + \Theta(n_0)(r_1^2 - r_2^2)} - \frac{1}{2R_c h} \right), \quad B_{33} = \lambda z \frac{RT}{D} \left(\frac{\rho_0}{S} \right)^2 \frac{1 - e^{-b}}{b} L_{sv}, \\ B_{44} &= \lambda_{sh} z_{sh} \frac{gRT}{D_{sh}} \left(\frac{\rho_0}{S_{sh}} \right)^2 L_{sh}, \quad S = \frac{\pi D^2}{4}, \quad b = \frac{2gL_{sv}}{zRT}, \quad \lambda = \left(\frac{Y + \varepsilon + C^{1.5}}{1 + 76C} \right)^{0.2}, \quad \varepsilon = \frac{k_{uw}}{D}, \\ Y &= \frac{79}{\text{Re}}, \quad C = (2Y)^{10}, \quad \text{Re} = \frac{D v p}{\mu_0 RT} \frac{T + C}{273 + C} \left(\frac{273}{T} \right)^{3/2}, \quad z = \frac{1}{1 + fp}, \end{aligned}$$

де $f = (24 - 0.21t^\circ\text{C}) \cdot 10^{-4}$, а $p(x)$ - вимірюється в атмосферах, p_s, q_0, ρ_0 - значення тиску, дебіту свердловини та густини газу в нормальних (стандартних) умовах, d - діаметр зерен породи, m - пористість пласту, h - середня потужність пласту, h_x - потужність пласту в області свердловини, r_1, r_2 - радіуси обсадної колони (внутрішній) та кільця НКТ (зовнішній) відповідно, R_k - радіус поверхні циліндра області живлення свердловини, R_c - радіус поверхні циліндра

привибійної, r_k, l_k , - радіус та довжина перфораційного каналу, n_0 - густина перфорації.

Тоді можна записати, що

$$\varepsilon_1^2 \varepsilon_2^2 p_{11}^2 - \varepsilon_2^2 Q_1^2 \theta_{41}(T_1) = \varepsilon_4^2 p_n^2 - \varepsilon_4^2 A Q_2 - \varepsilon_4^2 B_1 Q_2^2,$$

звідки

$$\varepsilon_4^2 = \frac{\varepsilon_1^2 \varepsilon_2^2 p_{11}^2 - \varepsilon_2^2 Q_1^2 \theta_{41}(T_1)}{p_n^2 - A Q_2 - B_1 Q_2^2} = \frac{\varepsilon_2^2 (\varepsilon_1^2 p_{11}^2 - Q_1^2 \theta_{41}(T_1))}{p_n^2 - A Q_2 - B_1 Q_2^2}.$$

Використовуючи отримані залежності між коефіцієнтами стиску, паливний газ в розглядуваному випадку обчислюється за формулою

$$\begin{aligned} q = & \theta_{31} Q_1 \varepsilon_1^{n_1} + \theta_{32} Q_1 \varepsilon_1^{n_2} + \\ & + \theta_{33} (Q_1 + Q_2) \left(\frac{p_{32}^2}{\varepsilon_1^2 \varepsilon_2^2 p_{11}^2 - \varepsilon_2^2 \theta_{41}(T_1) Q_1^2 - \theta_{42}(T_2) Q_2^2} \right)^{n_3/2} + \\ & + \theta_{34} Q_2 \left(\frac{\varepsilon_1^2 \varepsilon_2^2 p_{11}^2 - \varepsilon_2^2 Q_1^2 \theta_{41}(T_1)}{p_n^2 - A Q_2 - B_1 Q_2^2} \right)^{n_4/2} - \theta. \end{aligned} \quad (4.15)$$

2. Нехай тепер газ із підземного сховища подається на вхід другої компресорної станції. Тоді

$$q = \theta_{31} Q_1 \varepsilon_1^{n_1} + \theta_{32} (Q_1 + Q_2) \varepsilon_2^{n_2} + \theta_{33} (Q_1 + Q_2) \varepsilon_3^{n_3} + \theta_{34} Q_2 \varepsilon_4^{n_4} - \theta_{v_2}.$$

В останній рівності позначено

$$\theta_{v_2} = \theta_{31} Q_1 + \theta_{32} (Q_1 + Q_2) + \theta_{33} (Q_1 + Q_2) + \theta_{34} Q_2.$$

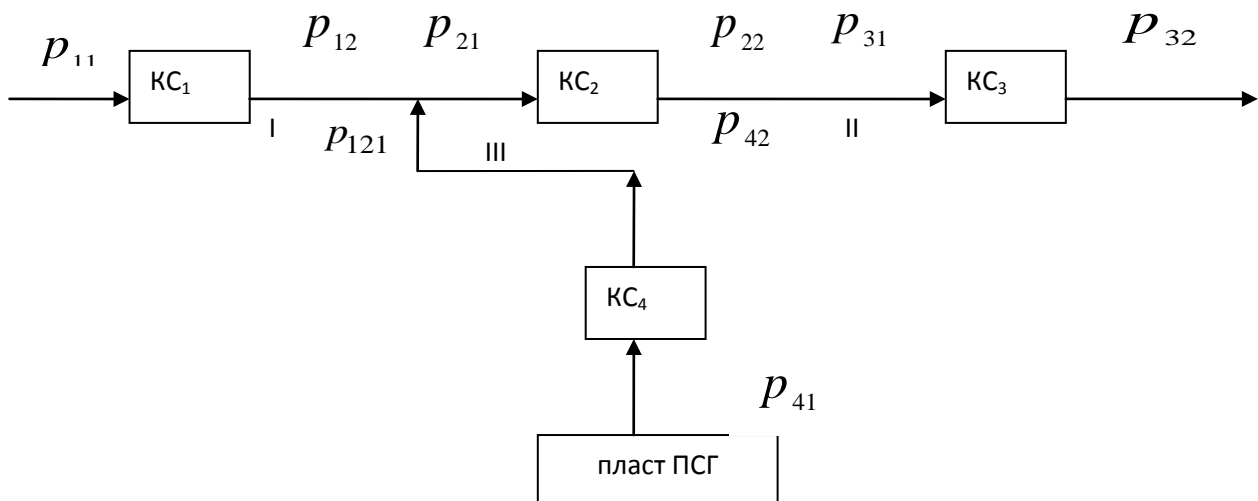


Рис. 4.3. Схема підключення ПСГ в МГ до КС.

Гідравлічна ув'язка технологічних об'єктів у випадку, коли ПСГ підключається на вхід другої КС на деякій віддалі від КС1 та КС2 (рис. 4.3).

Запишемо систему співвідношень між тисками, коефіцієнтами стиску та витратами для підсистеми магістрального трубопроводу.

$$p_{12}^2 - p_{121}^2 = \theta_{4121}(T_{121})Q_1^2$$

$$p_{121}^2 - p_{21}^2 = \theta_{4122}(T_{122})Q^2$$

$$p_{12}^2 - p_{21}^2 = \theta_{41}21(T_1)Q_1^2 + \theta_{4122}(T_{122})Q^2$$

$$\begin{aligned} p_{22}^2 &= \varepsilon_2^2 p_{21}^2 = \varepsilon_2^2 (p_{12}^2 - \theta_{4121}(T_{121})Q_1^2 - \theta_{4122}(T_{122})Q^2) = \\ &= \varepsilon_2^2 (\varepsilon_1^2 p_{11}^2 - \theta_{4121}(T_{121})Q_1^2 - \theta_{4122}(T_{122})Q^2) \end{aligned}$$

$$p_{22}^2 - p_{31}^2 = \theta_{422}(T_{22})Q^2$$

$$p_{31}^2 = \varepsilon_2^2 (\varepsilon_1^2 p_{11}^2 - \theta_{4121}(T_{121})Q_1^2 - \theta_{4122}(T_{122})Q^2) - \theta_{422}(T_{22})Q^2$$

$$p_{32}^2 = \varepsilon_1^2 \varepsilon_2^2 \varepsilon_3^2 p_{11}^2 - \varepsilon_2^2 \varepsilon_3^2 \theta_{4121}(T_{121})Q_1^2 - \varepsilon_2^2 \varepsilon_3^2 \theta_{4122}(T_{122})Q^2 - \varepsilon_3^2 \theta_{422}(T_{22})Q^2.$$

З останньої рівності отримуємо формулу для обчислення коефіцієнта стиску на третій КС

$$\varepsilon_3^2 = \frac{p_{32}^2}{\varepsilon_1^2 \varepsilon_2^2 p_{11}^2 - \varepsilon_2^2 \theta_{4121}(T_{121})Q_1^2 - \varepsilon_2^2 \theta_{4122}(T_{122})Q^2 - \theta_{422}(T_{22})Q^2}.$$

Будемо вважати, що $p_{121} = p_{42}$. Тоді гідравлічна ув'язка підсистеми пласт ПСГ – МГ визначається співвідношеннями.

$$p_{42} = p_{121} = \varepsilon_4 p_{41},$$

$$p_{42}^2 = p_{121}^2 = \varepsilon_1^2 p_{11}^2 - \theta_{4121}(T_{121})Q_1^2$$

$$p_{41}^2 = p_n^2 - A Q_2 - B_1 Q_2^2,$$

звідки

$$\varepsilon_1^2 p_{11}^2 - Q_1^2 \theta_{4121}(T_{121}) = \varepsilon_4^2 p_n^2 - \varepsilon_4^2 A Q_2 - \varepsilon_4^2 B_1 Q_2^2.$$

Тоді

$$\varepsilon_4^2 = \frac{\varepsilon_1^2 p_{11}^2 - Q_1^2 \theta_{4121}(T_{121})}{p_n^2 - A Q_2 - B_1 Q_2^2}.$$

Враховуючи формули для обчислення коефіцієнтів стиску на третій і четвертій КС, отримаємо

$$\begin{aligned}
 q = & \theta_{31} Q_1 \varepsilon_1^{\eta_1} + \theta_{32} (Q_1 + Q_2) \varepsilon_2^{\eta_2} + \\
 & + \theta_{33} (Q_1 + Q_2) \left(\frac{p_{32}^2}{\varepsilon_1^2 \varepsilon_2^2 p_{11}^2 - \varepsilon_2^2 \theta_{4121} (T_{121}) Q_1^2 - \varepsilon_2^2 \theta_{4122} (T_{122}) Q_2^2 - \theta_{422} (T_{22}) Q^2} \right)^{\eta_{3/2}} + \\
 & + \theta_{34} Q_2 \left(\frac{\varepsilon_1^2 p_{11}^2 - Q_1^2 \theta_{4121} (T_{121})}{p_n^2 - A Q_2 - B_1 Q_2^2} \right)^{\eta_{4/2}} - \theta_{v_2}. \quad (4.16)
 \end{aligned}$$

Керуючими параметрами в підсистемі, що досліджується, виступають коефіцієнти стиску газу на першій та другій компресорних станціях, тобто сумарний паливний газ q є функцією аргументів ε_1 та ε_2 ($q = f(\varepsilon_1, \varepsilon_2)$). Отримані функціональні залежності паливного газу від ε_1 та ε_2 дають можливість знайти глобальний мінімум за цими параметрами і, тим самим, дослідити вплив способу підключення ПСГ в МГ на сумарні енергетичні затрати. Аналітично глобальний екстремум знаходиться з наступної системи рівнянь

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial q}{\partial \varepsilon_1} = \frac{\partial f(\varepsilon_1, \varepsilon_2)}{\partial \varepsilon_1} = 0, \\
 \frac{\partial q}{\partial \varepsilon_2} = \frac{\partial f(\varepsilon_1, \varepsilon_2)}{\partial \varepsilon_2} = 0.
 \end{aligned}$$

4.5. Обчислювальний експеримент

Обчислювальний експеримент проводився для горизонтально розміщеного МГ за наступних вхідних даних:

$$\begin{aligned}
 p_{11}=55., \quad p_{32}=65., \quad p_a=1.033, \quad Q_1=900., \quad Q_2=180., \quad R=518., \quad \rho_0=0.68, \quad \text{tg}=288., \quad t_{11}=290., \\
 t_{41}=290., \quad C_p=2520., \quad D_i=0.4, \quad L_1=90000., \quad L_2=100000., \quad d_1 = d_2=1.338, \quad \lambda_1 = \lambda_2 =0.002, \\
 k_{gr1}=1., \quad k_{gr2}=1.3, \quad p_n=50., \quad A =1.02, \quad B_1=0.008, \quad \varepsilon_1=1.21, \quad \varepsilon_2=1.22, \quad \eta_{zmy1}=0.84, \\
 \eta_{zmy2}=0.85, \quad \eta_{zmy3}=0.85, \quad \eta_{zmy4}=0.82, \quad k_1=1.31, \quad k_2=1.32, \quad k_3=1.3, \quad k_4=1.31,
 \end{aligned}$$

$$Q_{n1} = Q_{n2} = Q_{n3} = Q_{n4} = 360000000., \quad \xi_1 = \xi_2 = \xi_3 = \xi_4 = 0.28, \quad K_{31} = 0.5, \quad K_{32} = 0.6, \quad K_{33} = 0.45, \\ K_{34} = 0.5.$$

За заданими вхідними даними з рівномірним кроком змінювалися коефіцієнти стискуваності на перших двох КС. Коефіцієнти стисливості на третій та четвертій КС обчислювалися на основі побудованої гідравлічної ув'язки. При цьому вхідні дані залишалися сталими. Наявність букви в індексі означає:

а - сумарний паливний газ q_{pvx} під'єднання ПСГ на вхід другої КС qp

в - сумарний паливний газ q_{pvxx} під'єднання ПСГ на вихід другої КС $qp1$

с - відношення $d = 100 \frac{qp - qp1}{qp}$

д - Залежність коефіцієнта стиску на третій КС, помноженого на 10, тобто $\varepsilon_3 \times 10$.

Результати обчислень подано у вигляді рисунків, де на осях ординат відкладено значення функцій, які визначено вище буквами а, в, с, д.

Відповідність кривих різним значенням коефіцієнтів стиску на першій та четвертій КС подана в таблиці 4.1.

Таблиця 4.1.

№ кривої	ε_1	ε_4
1	1.01	1.151
2	1.19	1.378
3	1.25	1.454
4	1.31	1.529
5	1.39	1.629

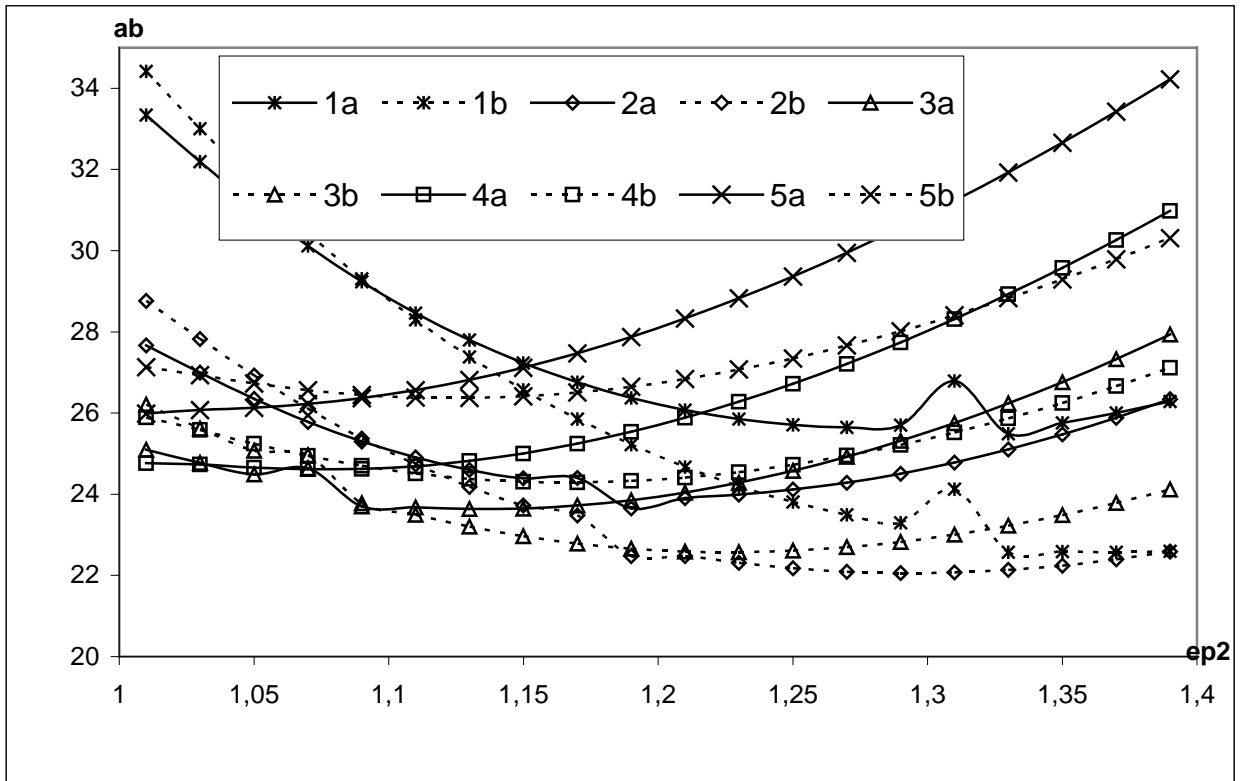


Рис.4.4. Залежність сумарного паливного газу від коефіцієнта стиску на KC_2 ϵ_2 (цифри на рисунку відповідають номерам лінійок в таблиці 4.1, де подані значення ϵ_1 та ϵ_4).

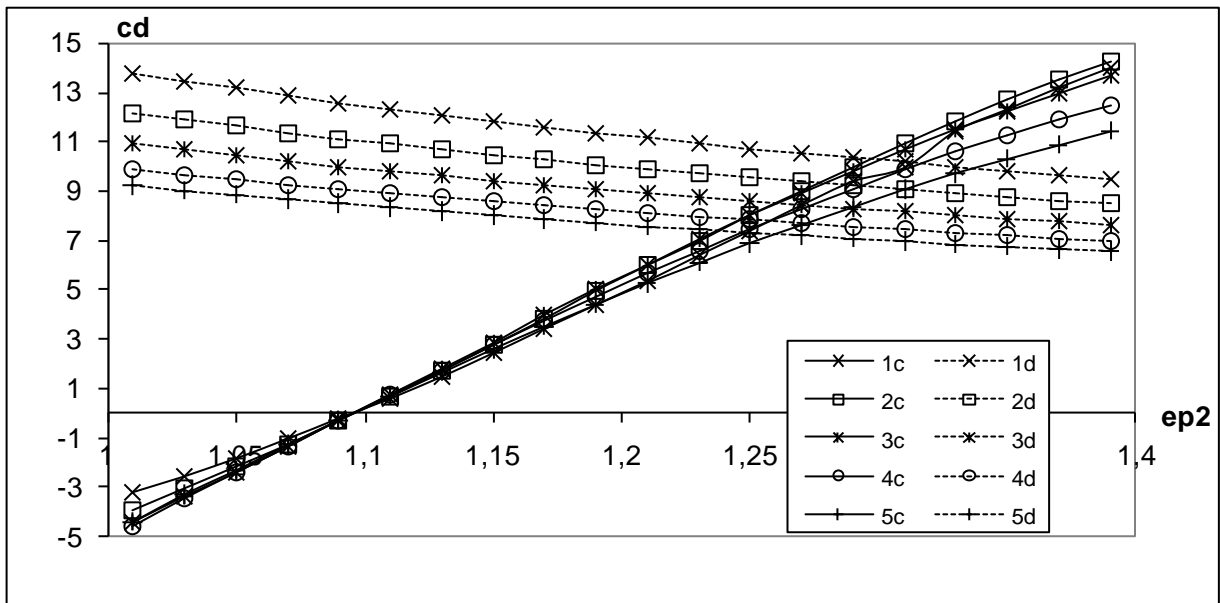


Рис. 4.5. Залежність відношення $d = 100((qp - qp1)/qp)$ та $\varepsilon_3 \times 10$ від коефіцієнта стиску на КС₂ ε_2 (цифри на рисунку відповідають номерам лінійок в таблиці 4.1, де подані значення ε_1 та ε_4).

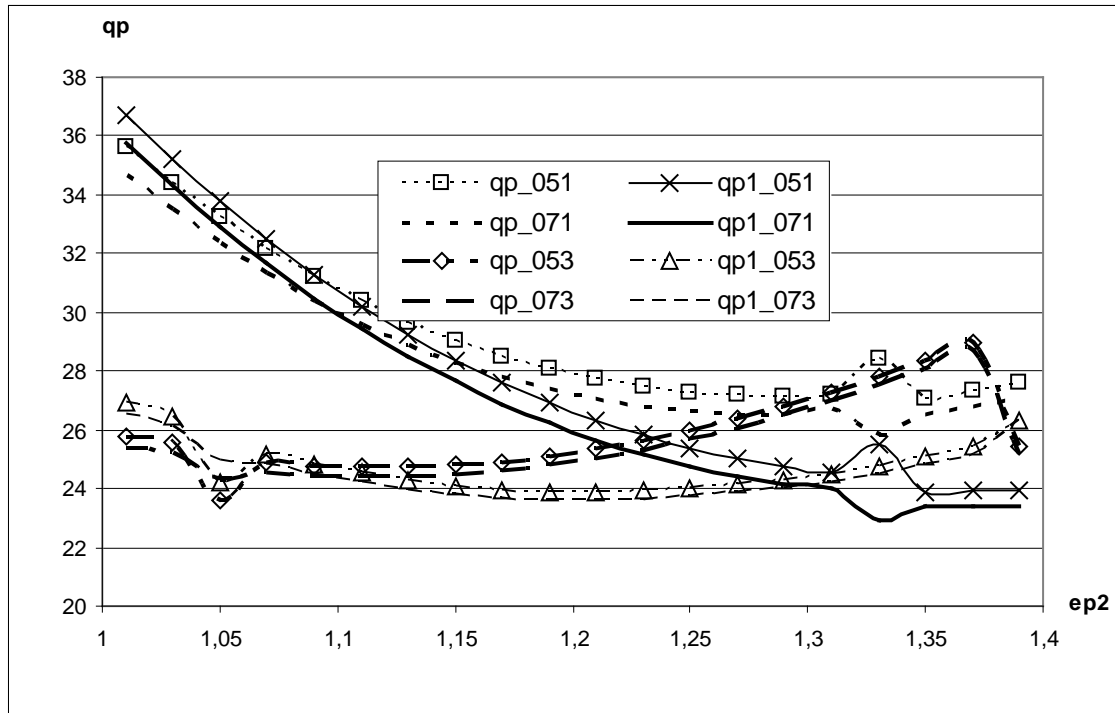


Рис. 4.6. Залежність сумарного паливного газу від коефіцієнта стиску на КС₂ ε_2 , коли ПСГ підключено до МГ посередині між КС₁ (qp_{05i}) та КС₂ і на віддалі 63 км від КС₁ (qp_{07i}).

На рис. 4.6 остання цифра 1 в позначеннях кривих відповідає $\varepsilon_1=1,01$, $\varepsilon_4=1,151$, а цифра 3 - $\varepsilon_1=1,25$, $\varepsilon_4=1,454$.

4.9. Розрахунок параметрів КС, необхідних для перекачування газу

Потужність компресорної станції, необхідна для перекачування газу об'ємом Q , обчислюється за формулою

$$N = \xi \frac{zR}{m} QT_1 \left(\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{m/\eta_{пол}} - 1 \right). \quad (4.17)$$

Тут Q - розхід газу через КС ($\frac{m^3}{\text{добу}}$), T_1 - температура газу на вході в КС, m - показник політропи, який обчислюється за формулою

$$m = \left(1 - \lg \frac{T_2}{T_1} / \lg \frac{p_2}{p_1} \right)^{-1}, \quad (4.18)$$

$K = \frac{C_p}{C_v}$, $\varepsilon = \frac{p_2}{p_1}$, C_v , C_p - питомі теплоємності газу при сталому об'ємі та тиску відповідно, p_1 - тиск на вході в КС, p_2 - тиск на виході з КС, T_2 - температура газу на виході КС, T_1 - температура газу на вході КС, $\eta_{пол}$ - політропний к.к.д., який визначається так

$$\eta_{пол} = \frac{m}{m-1} \frac{k-1}{k}, \quad (4.19)$$

де k - показник адіабатичного процесу, ξ - розмірний коефіцієнт.

Потужність ГПА на муфті приводу є

$$N_m = N_i + N_{mex}, \quad (4.20)$$

де N_{mex} механічні втрати (квт), а внутрішня потужність нагнітача обчислюється за формулою

$$N_i = \left[\frac{N_1}{\rho_n} \right]_{pr} \rho \left(\frac{n}{n_n} \right)_{pr}^3. \quad (4.21)$$

Тоді з формул (4.20) та (4.21) отримується

$$N_m = \left[\frac{N_1}{\rho_n} \right]_{pr} \rho \left(\frac{n}{n_n} \right)_{pr}^3 + N_{mex}. \quad (4.22)$$

В свою чергу наявна потужність ГПА визначається наступним чином

$$N_e^p = N_m K_{Ne} \left(1 - K_t \frac{t_3 - t_3^0}{t_3 + 273} \right) \frac{p_a}{0,1033}. \quad (4.23)$$

Враховуючи залежності (4.20)-(4.23), отримуємо формулу для визначення наявної потужності ГПА

$$N_e^p = \left(\left[\frac{N_1}{\rho_n} \right]_{pr} \rho \left(\frac{n}{n_n} \right)_{pr}^3 + N_{mex} \right) K_{Ne} \left(1 - K_t \frac{t_3 - t_3^0}{t + 273} \right) \frac{p_a}{0,1033}. \quad (4.24)$$

Необхідна потужність для перекачування Q газу при початковому тиску p_1 та вихідному p_2

$$N = \xi \frac{zR}{m} QT_1 \left(\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{m/\eta_{пол}} - 1 \right),$$

або

$$N = \xi \frac{zR}{m} QT_1 \left(\varepsilon^{m/\eta_{пол}} - 1 \right). \quad (4.25)$$

Таким чином, для того, щоб компресорна станція могла перекачати об'єм газу Q , необхідно виконання нерівності

$$\xi \frac{zR}{m} QT_1 \left(\varepsilon^{m/\eta_{пол}} - 1 \right) < \left(\left[\frac{N_1}{\rho_n} \right]_{pr} \rho \left(\frac{n}{n_n} \right)_{pr}^3 + N_{mex} \right) K_{Ne} \left(1 - K_t \frac{t_3 - t_3^0}{t + 273} \right) \frac{p_a}{0,1033},$$

або

$$\xi \frac{zR}{m} QT_1 \left(\varepsilon^{m/\eta_{пол}} - 1 \right) < \left(\left[\frac{N_1}{\rho_n} \right]_{pr} \frac{p_1}{zRT} \left(\frac{n}{n_n} \right)_{pr}^3 + N_{mex} \right) K_{Ne} \left(1 - K_t \frac{t_3 - t_3^0}{t + 273} \right) \frac{p_a}{0,1033}.$$

Оскільки

$$\left(\frac{n}{n_n} \right)_{pr}^3 = \left(\frac{n}{n_n} \right)^3 \left(\frac{z_n R_n T_n}{zRT} \right)^{1.5},$$

то останню нерівність можна записати у вигляді

$$\begin{aligned} & \xi \frac{zR}{m} QT_1 \left(\varepsilon^{m/\eta_{пол}} - 1 \right) < \\ & < \left(\left[\frac{N_1}{\rho_n} \right]_{pr} \frac{p_1}{zRT} \left(\frac{n}{n_n} \right)^3 \left(\frac{z_n R_n T_n}{zRT} \right)^{1.5} + N_{mex}^a \right) K_{Ne} \left(1 - K_t \frac{t - t^0}{t + 273} \right) \frac{p}{0,1033}. \end{aligned} \quad (4.26)$$

Таким чином мінімальні параметри ГПА, необхідні для виконання завдання визначаються з рівності

$$\xi \frac{zR}{m} Q T_1 (\varepsilon^{m/\eta_{\text{mol}}} - 1) =$$

$$= \left(\left[\frac{N_1}{\rho_n} \right]_{\text{pr}} \frac{p_1}{zRT} \left(\frac{n}{n_n} \right)^3 \left(\frac{z_n R_n T_n}{zRT} \right)^{1.5} + N_{\text{mex}}^a \right) K_{Ne} \left(1 - K_t \frac{t - t^0}{t + 273} \right) \frac{p}{0,1033}. \quad (4.27)$$

При цьому необхідна кількість паливного газу обчислюється за формулою

$$q_n = 0.02064 \frac{N_{KC}}{1.16 \eta_{\text{гму}} Q_n} \left[\frac{3}{4} + 0.025 \frac{p_a}{1.033 K_3} \sqrt{\frac{T_1}{288}} \right], \quad (4.28)$$

де Q_n - нижня теплотворна здатність газу $\left(\frac{\text{дж}}{\text{м}^3} \right)$, $\eta_{\text{гму}}$ - к.к.д. газотурбінного приводу компресора, p_a - атмосферний тиск (МПа), K_3 - коефіцієнт завантаження двигуна.

Робота компресорної станції характеризується коефіцієнтом стиску ε . В такому випадку, якщо p_{k2} - тиск газу після виходу з КС, то $p_{k2} = \varepsilon p_{z2}$, або $p_{k2}^2 = \varepsilon^2 p_{z2}^2$.

4.10. Оптимізація неусталених режимів роботи магістральних газопроводів

Однією із основних задач оперативного оптимального керування транспортуванням газу по магістральних газопроводах є перевід об'єкту транспортування із однієї точки функціонального фазового простору в інший, наперед заданий - задача зміни стаціонарних станів при відповідних початкових та крайових умовах. Іншою, в умовах високого рівня невизначеності за вхідними даними, задачею є підтримка режиму функціонування системи в технологічних межах.

Оптимальне планування режимів. Стаціонарний режим роботи МГ однозначно задається тиском і витратою газу на вході та тисками газу на виходах КС МГ. Замість тисків на виходах КС можна задавати один із перерахованих

наборів даних - тиски на входах КС, обороти відцентрових нагнітачів, потужності КС. Очевидно, що і оптимальний режим задається однозначно. Для кожного заданого об'єму акумульованого газу і типових вхідних даних існує свій оптимальний режим роботи. Оптимальні режими роботи МГ для різних об'ємів акумульованого газу в системі будуть відрізнятися об'ємами паливного газу.

За критерій оптимізації, як правило, вибирають показник мінімуму витрати енергоресурсів на одиницю транспортованого газу. Часто за показник ефективності транспортування газу використовують затрати енергоресурсів на 1 кВт год. політропної роботи стиску газу. У випадку значних об'ємів відбирання газу значні енергетичні втрати відбуваються в процесі дроселювання газу за відсутності турбодетандерних систем. І в певних випадках необґрунтовано в системі підтримувати максимально високий рівень тиску, який мінімізує енергозатрати на 1 кВт·год. політропної роботи.

Оптимальне керування газодинамічними процесами в МГ. Як показали числові експерименти за параметри керування зручно вибирати потужності КС зміна яких приводить до зміни всіх інших і режиму МГ зокрема. Якщо задача керування є розв'язною, тоді, як правило, має незчисленне число розв'язків, а значить і незчисленне число керувань. В такому випадку може бути поставлена **задача оптимального вибору**: серед допустимих керувань вибрати таке, при якому керований процес буде найкращим в деякому визначеному сенсі, тобто потрібно вибрати числову характеристику, яка в залежності від керування приймала мінімальне чи максимальне значення. Цю числову характеристику називають **критерієм якості**. Критерій якості являє собою функціонал, і з його допомогою отримуємо середню характеристику всього процесу. Таким чином, задача оптимального керування полягає в тому, щоб знайти таке керування $\bar{u}(t)$, яке реалізує ціль і для якого функціонал приймає екстремальне значення. При цьому керування $\bar{u}(t)$ називають оптимальним керуванням, відповідну фазову траєкторію $\bar{x}(t)$ – оптимальною траєкторією, а процес $(\bar{x}(t), \bar{u}(t))$ - оптимальним процесом. В нашому випадку, складність побудови оптимальної траєкторії полягає в тому, що в кожній точці на оптимальній траєкторії фазові координати

оптимального плану роботи МГ будуть не співпадати. Це говорить про те, що необов'язковим є досяжність в процесі керування оптимальних планових режимів.

Для керованих процесів найчастіше використовують інтегральний критерій якості, тобто знаходиться екстремум функціонала який забезпечує: а) критерій оптимальної швидкодії; б) критерій точності роботи системи (відхилення в середньому по фазових координатах); в) енергетичний критерій (затрати енергії); г) змішані інтегральні критерії.

Слід виділити декілька проблем, які виникають на етапі розроблення системи формування параметрів керування потоками газу – прогнозування, оптимальне планування та оптимальне керування. Методів керування є декілька. Серед них розрізняють пасивне та активне керування. Пасивне керування здійснюється запірною арматурою на лінійних ділянках газопроводів. Активне керування – зміна потужності ГПА і КС в цілому, зміна об'ємів перепотоків між різними нитками чи різними газопроводами, регулювання об'ємів відбирання із системи та поступлення в систему газу тощо. До активних об'єктів керування слід ще приєднати ГРС, вузли редукування, різного типу клапани (регулюючі, відсічні, дросельні, зворотні - обернені).

Першим етапом розв'язання проблеми формування параметрів керування газодинамічними процесами в ГТС є прогнозування. Прогнозований режим повинен забезпечити баланс газу в системі (баланс надходження, відбирання, видобування та транзиту газу). Другим етапом є оптимальне планування. На точність та оптимальність планування безпосередньо впливає точність прогнозування, яке уточнюється щодоби. На третьому етапі проводиться формування початкових та крайових умов, їх аналіз та формування керування. Вибір та зміна керування здійснюється згідно вибраних критеріїв оптимального керування.

Задача оптимізації режимів роботи КС. При заданій витраті газу, з відомою густиною і фіксованих крайових умовах на тиски на вході p_{ex} , виході

$p_{вих}$ і температурі газу на вході $T_{вх}$, - визначити таку схему КС, оберти відцентрових нагнітачів по ступенях та положення регулюючих установок, щоб було забезпечено мінімум енергетичних затрат по КС:

$$F(\bar{r}, \bar{u}) = \min_{\bar{u}} \sum_i^m \sum_j^n f_{ij}(\bar{r}, \bar{u}). \quad (1)$$

Компонентами вектора керування \bar{u} є параметри: число ГПА, оберти відцентрових нагнітачів (ВН), стан запірної і регулюючої арматури; m – число паралельних груп агрегатів, n – число послідовних ступенів. Вектор режимів повинен задовольняти таким технологічним обмеженням: на положення робочих точок на характеристиках ВН, пов'язаних з вимогами безпомпажної роботи ГПА на; максимальну об'ємну продуктивність ЦН; частоту обертання валу ЦН ($n_{\min} \leq n \leq n_{\max}$); максимальну потужність газотурбінної установки ГПА; максимальний вихідний тиск ЦН, який визначається міцністю трубопроводів на виході ЦН; максимальну температуру на виході ЦН, яка визначається ізоляційним покриттям трубопроводів; мінімальне значення тиску на виході кожного ЦН; умови віддаленості робочих точок ВН від зони помпажу; умови узгодженості схеми з'єднання ЦН з підвідними і відвідними шлейфами і магістральними газопроводами.

Потік газу до і після ГПА (до АПО) можна вважати ізотермічним, тобто на входи ГПА буде поступати газ з однаковою температурою T_i . Для розподілених потоків природного газу між ГПА повинен виконуватися умова балансу масових витрат.

Задача оптимізації стаціонарного режиму. Розрізняють задачу оперативного та перспективного оптимального планування. Для перспективного планування беруть стандартні вхідні дані. Оперативне планування вимагає додаткових вхідних даних. Такими даними можуть бути режимні параметри деякого стаціонарного режиму. За вказаними режимними параметрами можна сформулювати стандартні вхідні дані та розрахувати, як додаткову вхідну дану - об'єм акумульованого газу в системі.

то за усталеного режиму руху має місце співвідношення

$$p_i^2 - p_j^2 = a_{ij}Q^2.$$

Враховуючи останню формулу та залежність стиску газу ε в КС від вхідного p_{vx} та вихідного p_{vyx} тисків ($\varepsilon = p_{vyx} / p_{vx}$), можна прописати такі залежності для досліджуваної підсистеми:

$$p_2^2 = p_1^2 - a_{12}Q^2, \quad p_3 = \varepsilon_1 p_2, \quad p_4^2 = p_3^2 - a_{34}Q^2, \quad p_5 = \varepsilon_2 p_4, \quad p_6^2 = p_5^2 - a_{56}Q^2, \quad p_7 = \varepsilon_3 p_6, \\ p_8^2 = p_7^2 - a_{78}Q^2.$$

На базі останніх семи рівностей отримується зв'язок між значеннями початкового та кінцевого тисків і коефіцієнтами стисків

$$p_8^2 = (\varepsilon_3^2 \{ \varepsilon_2^2 [\varepsilon_1^2 (p_1^2 - a_{12}) - a_{34}] - a_{56} \} - a_{78}) q^2.$$

Якщо використати потужність компресорної станції, необхідну для перекачування газу об'ємом Q , ввести позначення

$$B_i = 0.02064 \frac{\xi_i z R T_1}{1.16 m \eta_{зmy} Q_n} \left[\frac{3}{4} + 0.025 \frac{p_a}{1.033 K_3} \sqrt{\frac{T_1}{288}} \right], \quad \alpha = m / \eta_{нол} = k(m-1) / (k-1),$$

і є наявні I КС, то сумарний паливний газ q_{sn} буде обчислюватись за формулою

$$q_{sn} = Q \sum_{i=1}^I B_i (\varepsilon_i^{\alpha_i} - 1). \text{ В свою чергу витрата газу обчислюється за формулою}$$

$$Q^2 = (\varepsilon_1^2 \varepsilon_2^2 \varepsilon_3^2 p_1^2 - p_8^2) / (\varepsilon_1^2 \varepsilon_2^2 \varepsilon_3^2 a_{12} + \varepsilon_2^2 \varepsilon_3^2 a_{34} + \varepsilon_3^2 a_{56} + a_{78}),$$

звідки

$$\varepsilon_1^2 = \frac{p_8^2 + (\varepsilon_2^2 \varepsilon_3^2 a_{34} + \varepsilon_3^2 a_{56} + a_{78}) Q^2}{\varepsilon_2^2 \varepsilon_3^2 (p_1^2 - a_{12} Q^2)}.$$

Тоді необхідна кількість паливного газу визначається згідно формули

$$q_{sn} = \left[(\varepsilon_1^2 \varepsilon_2^2 \varepsilon_3^2 p_1^2 - p_8^2) / (\varepsilon_1^2 \varepsilon_2^2 \varepsilon_3^2 a_{12} + \varepsilon_2^2 \varepsilon_3^2 a_{34} + \varepsilon_3^2 a_{56} + a_{78}) \right]^{0.5} \sum_{i=1}^3 B_i (\varepsilon_i^{\alpha_i} - 1). \quad (9)$$

Остання формула дає можливість мінімізувати кількість паливного газу, необхідного на перекачування витрати Q . Для цього необхідно знайти глобальний мінімум паливного газу, який обчислюється за формулою (9).

Висновки. В умовах суттєвої не завантаженості ГТС України проблема охолодження газу в процесі його транспортування не дає значного ефекту. Значніший ефект отримується від зниження енергетичних затрат і підвищення надійності газотранспортної системи за умов ефективної експлуатації технологічного обладнання. Рішення поставленої проблеми напряду пов'язано з рішенням обґрунтованого вибору із багатьох варіантів оптимального.

ОСНОВНІ РЕЗУЛЬТАТИ ТА ВИСНОВКИ

В роботі розв'язано актуальну науково-технічну задачу розроблення аналітико-числових методів та математичних моделей руху газу в складних системах транспорту і розподілу газу, які дали можливість побудувати ефективні методи і алгоритми розрахунку і оптимізації газопотоків.

1. На основі аналізу відомих математичних моделей процесів взаємодії руху газу з технологічними об'єктами та методів розв'язування відповідних нелінійних рівнянь і систем показана необхідність побудови нових і уточнення існуючих моделей і методів для забезпечення отримання необхідної точності результатів за прийнятний час.

2. Запропонована математична модель газотранспортної системи, яка пов'язує моделі технологічних схем із змінною топологією і різноманітні математичні моделі технологічних об'єктів (з зосередженими та розподіленими параметрами, заданих у вигляді аналітичних співвідношень, диференціальних рівнянь і систем, описаних алгоритмічно) технологічних об'єктів, що дало можливість побудувати методи, ітераційні процедури і алгоритми для знаходження параметрів потоків газу для існуючих типів, структурної організації газових мереж, існуючих технологій транспорту, керування та розподілу газопотоків.

3. Сформульовано крайові задачі стосовно знаходження розподілу тиску, температури та масової швидкості газу в трубопроводах та пористих середовищах. Граничні та початкові умови будуються на базі експериментальних даних, які зазнають попередньої обробки.

4. На базі газодинамічної ув'язки потоків газу побудовано алгоритми колекторного та шлейфового зборів газу при роботі ПСГ. Досліджено їх ефективність та вплив на процес ув'язки параметрів газу та ТО.

5. Розроблено алгоритми і побудовано ітераційні схеми розв'язування нелінійних задач масопереносу та дифузії газу в пористих середовищах із зосередженими джерелами.

6. Дослідено ефективність та точність побудованих алгоритмів шляхом проведення обчислювальних експериментів на модельних задачах та апробації результатів у практичних розрахунках на реальних даних.

7. Розроблено алгоритми розрахунку режимних параметрів транспорту газу з метою мінімізації енергетичних ресурсів для систем, які складаються групи магістральних трубопроводів та підземних сховищ газу.

8. Проведені теоретичні дослідження та числові експерименти для обґрунтування принципів оптимального керування газопотоками. В якості критерію оптимальності використовується, як правило, мінімізація енергетичних затрат на транспорт газу.

СПИСОК ВИКОРИТ СТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Lee A. L. The viscosity of natural gases. / Lee A. L., Gonzalez M. H., Eakin B. E. – J. Petr. Technol., 1966, – N28. – P. 997–1000.
2. Seleznev V. E. Implementation of the Non–Liner Programming Techniques for Solving the Optimization and Surety Problems of the Gas Transfer Compressor Station / Seleznev V. E., Klishin G. S., Chuchko V. F. // High Consequence Operations Safety Symposium II (Sandia National Laboratories / Albuquerque. New Mexico. USA. 29–31 July 1997). Publication of Reports SAND98–1557, USA. – 1998. – P. 367–375.
3. Seleznev V. E., Klishin G. S., Peretrukhin S. S., Samsonov E. Y. Implementation of mathematical optimization models for the efficacy enhancing and pipelines' surety. / Report MA24.1 of Papers Book of International Conference INFORMS'98 (25–28 October 1998, Seattle. Washington. USA). INFORMS: Seattle, Washington, USA, – 1998. – 12 p.
4. SIMONE documentation library. SIMONE Research Group. Prague. / [Kralik J. etc.] – Dynamic Modeling of Large Scale Network with Application to Gas Distribution. Elsevier. – 1988. – 517 p.
5. True W. R. Worldwide gas processing continues to expand, shift balance/ True W. R. // Oil & Gas Journal. 14 June. 1999. – P. 41–46.
6. Ya.D.Pyanylo, S.V.Gladun Optimization of energy costs for gas transportation in complex gas transmission systems //ANNALS of Faculty Engineering Hunedoara – International Journal of Engineering 31 | Fascicule 3 Tome XIII [2015] – Fascicule 3 [August].
7. Абрамович Г. Н. Прикладная газовая динамика / Абрамович Г.Н. – М. : Наука, 1969. – 825 с.
8. Автоматизация процессов газовой промышленности СПб. / [Балавин М.А., Продовиков С. П., Шайхутдинов А. З., Назаров О. В., Яковлев В. Б., Евдокимов Я. А., Зотов Н. С., Кораблев Ю. А.]. – М. : Наука, 2003. – 496 с.
9. Алгоритмы и программы решения задач на графах и сетях / [Нечепуренко М.

- И., Попков В. К., Майнагашев С. М. и др.] – Новосибирск : Наука, 1990. – 515 с.
10. Александров А.В., Яковлев Е.И. Проектирование и эксплуатация систем дальнего транспорта газа. – М.: Недра, 1974. – 432 с.
 11. Альбом характеристик центробежных нагнетателей природного газа – М. : ВНИИГаз, 1985.
 12. Альтшуль А. Д. Гидравлика и аэродинамика. / Альтшуль А. Д., Животовский Л. С., Иванов Л. П. – М. : Стройиздат, 1987. – 240 с.
 13. Альтшуль А. Д. Гидравлические сопротивления. Альтшуль А. Д. – М. : Недра, 1982. – 2-е изд. – 224 с.
 14. Альтшуль А. Д. Гидравлическое сопротивление / Альтшуль А. Д. – М. : Недра, 1982. – 224 с.
 15. Альтшуль А. Д., Гидравлика и аэродинамика. / Альтшуль А. Д., Киселев П. Г – М. : Изд, лит. по строительству, 1965. – 273 с.
 16. Андерсон Д. Вычислительная гидромеханика и теплообмен / Андерсон Д., Таннехилл Док., Плетчер Р. : В 2 т. / Пер. с англ. – М. : Мир, 1990. – Т.1. – 384 с.
 17. Атавин А. А. Описание переходных процессов в сложных трубопроводных системах моделями с сосредоточенными параметрами. / Атавин А. А., Тарасевич В. В. – Труды Международной конференции RDAMM–2001. – Т.6, Ч. 2
 18. Бабе Г. Д., Бондарев Э. А., Гройсман А. Г., Каниболотский М. А. Образование гидратов при движении газа в трубах. / Инженерно–физический журнал. – 1973. – Т. 25, № 1 – С. 94–98
 19. Бабе Г. Д., Бондаров Э. А., Воеводин А. Ф., Каниболотский М.А. Идентификация моделей гидравлики/ – Новосибирск : Наука, 1980. – 160 с.
 20. Базаров И. П. Термодинамика: Учеб. для вузов. 4-е изд., перераб. и доп. / Базаров И. П. – М. : Высшая школа, 1991.
 21. Баренблат Г.И., Ентов Б.М., Рыжик В.М. Теория нестационарной фильтрации

- жидкости и газа. – М.: Недра, 1972. – 288 с.
- 22.Бейко И. В. Методы и алгоритмы решения задач оптимизации / Бейко И. В., Бублик Б. Н., Зинько П. Н. – К. : Виш. шк., 1983. – 512 с.
- 23.Бейтмен Г., Эрдейи А. Высшие трансцендентные функции. В 2–х томах. – М.: Наука, 1974. – т.1 – 296 с., т.–2. – 300 с.
- 24.Белман Р., Энджел Э. Динамическое программирование и уравнения в частных производных. – М.: Наука, 1974. – 207 с.
- 25.Бермак Р. Автоматизированная система управления магистральными газопроводами. – Л: Недра, 1978. – 155 с.
- 26.Берман Р. Я. Оптимизация режимов газотранспортных систем в АСУ / Берман Р. Я. – М. : ВНИИГАЗПРОМ, 1983. – Вып.3. – 35 с.
- 27.Бобровский С. А. Движение газа в газопроводах с путевым отбором / Бобровский С. А., Щербаков С. Г., Гусейн–Заде М. А. – М. : Наука, 1972. – 192 с.
- 28.Бобровский С. А., Щербаков С. Г., Яковлев Е. И. и др Трубопроводный транспорт газа / – М.: Наука, 1976. – 495 с.
- 29.Варгафтик Н. Б. Справочник по теплофизическим свойствам газов и жидкостей. / Варгафтик Н. Б. – М. : Наука, 1972. – 708 с.
- 30.Васильев Ф. П. Численные методы решения экстремальных задач / Васильев Ф. П. – М. : Наука, 1988. – 552 с.
- 31.Ваулина Е. В. Моделирование и исследование режимов функционирования комплекса технологических объектов газодобывающего предприятия.: Дис. к.т.н. / Ваулина Е. В. – М., 1999.
- 32.Вейник А. И. Термодинамика необратимых процессов / Вейник А. И. – Минск : Наука и техника. – 359 с.
- 33.Волков М. М. Справочник работника газовой промышленности. 2–е издание, переработанное и дополненное. / Волков М. М., Михеев А. Л., Конев К. А. – М. : Энергоатомиздат, 1989.
- 34.Вольский Э. Л. Режим работы магистрального газопровода / Э. Л. Вольский, И. М. Константинова. – Л. : Недра, 1970. – 168 с.

35. Газ природный. Методы расчета физических свойств. Общие положения. : ГОСТ 30319.0,1,2,3–96. – Минск, 1996.
36. Газовая динамика. Избранное: В 2 т. / [Под общей ред. А. Н. Крайко]. – М. : Физико–математическая литература, 2000. – Т. 1. – 720 с.
37. Гидравлические цепи. Развитие теории и приложения. / [Новицкий Н.Н., Сеннова Е.В., Сухарев М.Г. и др.]. – Новосибирск : Наука, Сибирская издательская фирма РАН, 2000. – 273 с.
38. Гладун С. Моделювання масопереносу в системі пласт підземного сховища газу - магістральний газопровід з метою оптимізації його роботи// Фізико–математичне моделювання та інформаційні технології.–2016.–Вип. 23.–С. 52–61.
39. Гладун С., Притула Н., Землянський Б., Химко О. Розрахунок гідродинамічних параметрів стану об'єктів транспорту газу / // Вісник Національного університету “Львівська політехніка” “Комп’ютерні науки та інформаційні технології”. – Львів, 2008. – № 629. – С. 92–99
40. Григорьев Л. И. Основные проблемы теории диспетчерского управления. / Григорьев Л. И., Герке В. Г., Сарданашвили С. А. –Москва : Изд. «Газоил–пресс», декабрь 2002. – (Производственно–технический журнал Газовая промышленность)
41. Дацюк А. В., Фролов В. А., Гладун С. В. Химко О. М. Пянило Я. Д., Притула М. Г., Притула Н. М., Землянський Б. В., Лопух Н. Б. Програмний комплекс для моделювання і оптимізації роботи газотранспортних систем / 3–я Міжнародна науково–технічна конференція „Комп’ютерні науки та інформаційні технології” (CSIT 2008). – Львів, 2008. – С. 217–221.
42. Дацюк А. В., П’янило Я., Притула М., Притула Н., Землянський Б. Аналіз нестационарного процесу руху газу в трубопроводі / Вісник Національного університету “Львівська політехніка” “Комп’ютерні науки та інформаційні технології”. – Львів, 2008. – № . – С. .
43. Дацюк А. , Гладун С., Притула Н. , Притула М., П’янило Я. Розрахунок об’ємів акумульованого газу в газотранспортній системі // Вісник

- Національного університету “Львівська політехніка. Комп’ютерні науки та інформаційні технології. – 2009. – № 638. – С. 81-85.
44. Дацюк А. В. , Фролов В. А. , Гладун С. В. , Пяныло Я. Д. , Притула М. Г. , Притула Н. М. , Землянський Б. В. , Лопух Н. Б. Программный комплекс для определения газодинамических параметров работы газотранспортных систем // 3-й Межд. науч.-техн. конф. “Компьютерные технологии поддержки принятия решений в диспетчерском управлении газотранспортными и газодобывающими системами”: тезисы докладов (Москва, 2007). – 2007. – С. 27.
45. Дацюк А. В. , Фролов В. А. , Гладун С. В. , Притула Н. М. , Пяныло Я. Д. , Притула М. Г. Управление потоками газа в газотранспортных системах // 4-й Межд. науч.-техн. конф. “Компьютерные технологии поддержки принятия решений в диспетчерском управлении газотранспортными и газодобывающими системами”: сборник докладов (Москва, 2009).– С. 277-282.
46. Дацюк А. В. , Фролов В. А. , Гладун С. В. , Химко О. М. , Пяныло Я. Д. , Притула М. Г. , Притула Н. М. , Землянський Б. В. , Лопух Н. Б. Программный комплекс для моделирования і оптимізації роботи газотранспортних систем // 3-я Міжнародна науково-технічна конференція „Комп’ютерні науки та інформаційні технології” (CSIT 2008). Львів, – 2008. – С. 217-221.
47. Дейнека В.С., Сергиенко И.В., Скопецкий В.В. Математические модели и методы расчета задач с условиями сопряжения. – К.: Наук. думка, 1998. – 615 с.
48. Деч Г. Руководство к практическому применению преобразования Лапласа. – М.: Наука, 1965. – 287 с.
49. Диткин В.А., Прудников А.П. Операционное исчисление.– М.: Высшая школа, – 1975. – 407 с.
50. Диткин В.А., Прудников А.П. Справочник по операционному исчислению. – М.: Высшая школа, – 1965. – 466 с.
51. Евдокимов А.Г., Тевяшев А.Д., Дубровский В.В. Моделирование и оптимизация потокораспределением в КС. – М: Стройиздат, 1990. – 368 с.

- 52.Егоров А. В. Оптимизация режимов транспорта газа по ГТС. / Егоров А. В., Митичкин С. К., Сарданашвили С. А. – 1991. – Вып. 3 – (Газовая промышленность, сер. Экономика организация и управление производством в газовой промышленности).
- 53.Жидкова М.А. Трубопроводный транспорт газа. – Киев.: Наук. думка, 1973. – 142 с.
- 54.Жидкова М.А. О точности линеаризации уравнений неустановившегося движения газа // Газовая промышленность. – 1965, №11. – С. 20–26.
- 55.Ковалко М.П., Грудз В.Я., Михалків В.Б., Тимків Д.Ф. і інші.Трубопровідний транспорт газу / – К. : Арена, 2002. – 600 с.
- 56.Корн Г. и Корн Т. Справочник по математике. – М.:, Наука, – 1974. – 831 с.
- 57.Кочуева О. Н. Эвристические алгоритмы расчета экономичных режимов магистрального газопровода в диспетчерском управлении. / Кочуева О. Н., Митичкин С. К., Сарданашвили С. А. – Газовая промышленность. ИРЦ РА.0 "Газпром". – (Серия : Экономика, организация и управление производством в газовой промышленности). № 4–5 1993.
- 58.Крылов В.И., Бобков В.В., Монастырский П.И. Вычислительные методы высшей математики: В 2-х томах. – Минск: Вышэйш. шк., т.1. – 1972. –296 с., т.2. – 1975. – 320 с.
- 59.Кулик М. Н. Методы системного анализа в энергетических исследованиях / Кулик М. Н. – Киев : Наук.думка. 1987. – 200 с.
- 60.Кучик Б. Л. Оперативная информация в АСУ магистральных газопроводов / Кучик Б. Л. – М. : Недра, 1979, – 216 с.
- 61.Кучин Б. Л. Управление системой газоснабжения в осложненных условиях эксплуатации. / Кучин Б. Л., Алтунин А. Е. – Москва : Недра, 1984. – 208 с.
- 62.Логинов К. В. Расчет, оптимизация и управление режимами работы больших гидравлических сетей / Логинов К. В., Мызников А. М., Файзуллин Р. Т. // Математическое моделирование. – 2006. – Т. 18, № 9. – С. 92–106.
63. Лопух Н. Б., Пянило Я. Д., Притула М. Г., Притула Н. М. Розрахунок початково – граничних умов в задачах фільтрації газу в пористих середовищах

- / "Вісник Національного університету "Львівська політехніка "Комп'ютерні науки та інформаційні технології". – Львів, 2008. – № . – С. .
64. Люк Ю. Специальные математические функции и их аппроксимации. – М.: Мир, 1980. – 608 с.
65. Ляшко С. И. Моделирование и оптимизация подземного массопереноса / Ляшко С. И., Ключин Д. А., Тригуб А. С. – К. : Наук. думка., 1998. – 240 с.
66. М. П. Химко, О. Т. Михалевич, В. А. Фролов, С. В. Гладун, В. А. Павленко, Я. Д. Пяныло, М. Г. Притула, Н. М. Притула Программный комплекс для расчета режимных параметров газотранспортной системы // 2-ая Межд. научно-техническая конф. "Теория и практика разработки, промышленного внедрения компьютерных комплексов": тезисы докладов (Москва, 2004). – 2004. – С. 72-73.
67. М. П. Химко, О. Т. Михалевич, В. А. Фролов, С. В. Гладун, В. А. Павленко, Я. Д. П'яныло, М. Г. Притула, Н. М. Притула Розрахунок режимних параметрів роботи газотранспортних систем // Інформаційний огляд ДК "Укртрансгаз". – 2004. – № 5 (29). – С. 2-5.
68. Максимов Ю. И. Иммитационные модели оперативного планирования и управления магистральным транспортом газа / Максимов Ю. И. – Новосибирск : Наука, 1982. – 194 с.
69. Миркин А. З. Трубопроводные системы: Справочное издание. / Миркин А. З., Усиньш В. В. – М. : Химия, 1991, 366 с.
70. Митичкин С. К., Оптимизация режимов транспорта газа по газотранспортным сетям. / Митичкин С. К., Сарданашвили С. А.. – 1991. – № 2. – (Газовая промышленность, Сер. Экономика, организация и управление производством в газовой промышленности)
71. Молчанов И. Н. Машинные методы решения прикладных задач. Дифференциальные уравнения / Молчанов И. Н. – К. : Наук. думка, 1988. – 342 с.
72. Н. М. Притула, М. Г. Притула, О. Д. Грынив, И. Боярин, В. И. Ямнич, П. Г. Вавричук, А. В. Дацюк, В. А. Фролов, С. В. Гладун Топливо-

- энергетические затраты на транспорт газа (результаты численных экспериментов) // Науково-технічна конференція “Інформаційні системи і технології в енергетиці і житлово-комунальній сфері”: матеріали конференції (1-6 жовтня 2011, Ялта.). – С. 28-29.
- 73.Н. Притула, М. Притула, В. Ямнич, А. Дацюк, С. Гладун, О. Химко Про оптимальні режими роботи багато ниткових магістральних газопроводів // Вісник Національного університету "Львівська політехніка. Комп'ютерні науки та інформаційні технології. – 2011. – № 719. – С. 256-261.
- 74.Н. Притула, М. Притула, О.Грынив, А. Дацюк, В. Фролов, С. Гладун Расчет оптимальных параметров управления потоками в газотранспортных системах ладун // 5-ая Межд. научно-техническая конф. “Компьютерные технологии поддержки принятия решений в диспетчерском управлении газотранспортными и газодобывающими системами”: тезисы докладов (Москва, 2012). – 2012. – С. 63.
- 75.Н. Притула, М. Притула, А. Дацюк, С. Гладун, О. Химко Оптимізація режимів роботи газотранспортної системи // Вісник Національного університету "Львівська політехніка". Комп'ютерні науки та інформаційні технології. – 2011. – № 694. – С.395-401.
- 76.Н. Притула, М. Притула, В. Ямнич, А. Дацюк, С. Гладун, О. Химко Тепловий режим транспортування газу // Вісник Національного університету "Львівська політехніка" Комп'ютерні науки та інформаційні технології. – 2011. – № 710. – С. 234-239.
- 77.Н. Притула, М. Притула, В. Ямнич, А. Дацюк, С. Гладун, О. Химко Тепловий режим транспортування газу // Вісник Національного університету "Львівська політехніка" Комп'ютерні науки та інформаційні технології. – 2011. – № 710. – С. 234-239.
- 78.Н. М. Притула, М. Г. Притула, Р. Я. Шимко, С. В. Гладун Розрахунок режимів роботи Більче-Волицько-Угерського підземного сховища газу (програмний комплекс) // Нафтогазова галузь України. – 2013. – № 3. – С. 36-41.

79. Н. Притула, М. Притула, О. Грынив, С. Гладун, Р. Вечерик, П. Галий
Подземные хранилища и эффективное управление транспортом газа // 5-ая
Межд. научно-техническая конф. “Компьютерные технологии поддержки
принятия решений в диспетчерском управлении газотранспортными и
газодобывающими системами”: тезисы докладов (Москва, 2012). – 2012. –
С. 59.
80. Н. Притула, М. Притула, В. Ямнич, А. Дацюк, С. Гладун, О. Химко
Паливно-енергетичні затрати на транспортування газу // Вісник Національного
університету "Львівська політехніка". Комп'ютерні науки та інформаційні
технології. – 2011. – № 710. – С. 128-132.
81. Нигматулин Р.И. Динамика многофазных сред: В 2-х томах. – М.: Наука,
1987. – Т.1. – 464 с.; – Т.2. – 360 с.
82. Новицкий Н. Н., Сеннова Е. В., Сухарев М. Г. и др. Трубопроводные системы
энергетики: Управление развитием и функционированием. Коллективная
монография / – Новосибирск : Наука, 2004. – 461 с. – (разд. 4.1. Самойлов Р.В.
Оптимальное управление нестационарными режимами коридора
магистральных газопроводов.)
83. П'янило Я. Математичні моделі процесів енергомасопереносу в газовій
динаміці. Задачі та аналіз методів їх розв'язування / П'янило Я., Притула М. //
International workshop on free boundary flows and related problems of analysis. –
Ukraine, Kiev, 2005. – P. 58–59.
84. П'янило Я.Д. Дослідження гідравлічного тиску при нестационарному русі газу
в горизонтальних трубопроводах // Мат. методи і фіз. мех. поля. – 2004. – Т.
47, №1. – С. 169–174.
85. П'янило Я.Д. Дослідження неусталеного руху газу в пористих середовищах //
Прикл. проблеми мех. і мат. – 2004. – Вип.2. – С. 178–184.
86. П'янило Я.Д. Розподіл гідравлічного тиску при нестационарному русі газу в
трубопроводах при наявності компресорних станцій та відборів // Нелінійні
коливання. – Вип. 2. – 1998. – С. 84–88.

87. П'янило Я.Д., Притула М.Г., Фролов, В.А., Гладун С.В. Система прийняття рішень: Моделі, методи (для газотранспортної системи України) // Тези конф. „Інтелектуальні системи прийняття рішень та прикладні аспекти інформаційних технологій”. – Україна, Євпаторія, – 2005. С. 35–38.
88. П'янило Я.Д., Притула М.Г. Дослідження перехідних процесів при моделюванні руху газу в горизонтальних трубопроводах // Матеріали 2-ї Українсько-Польської конференція "Інформаційно-математичне моделювання складних систем – MIMUZ" – Львів: Центр математичного моделювання Інституту прикладних проблем механіки і математики ім. Я.С.Підстригача НАН України, Ахілл. – 2002. – С. 105–110.
89. П'янило Я.Д., Притула М.Г., Притула Н.М. Задачі, моделі і методи в задачах керування рухом газу в системі пласт підземного сховища газу – магістральний газопровід // Матеріали 4-ї Українсько-Польської конференції "Механіка середовища, методи комп'ютерних наук та моделювання" – Львів: Центр математичного моделювання Інституту прикладних проблем механіки і математики ім. Я.С.Підстригача НАН України, Сполон. – 2004. – С. 242–247.
90. П'янило Я.Д., Притула М.Г., Притула Н.М., Неусталений рух газу в трубопроводах і пористих середовищах // Фізико-математичне моделювання та інформаційні технології.–2006.–Вип. 4.–С. 72–80.
91. Я. П'янило, С. Гладун, Г.П'янило Аналітичний спосіб розрахунку параметрів гідравлічної ув'язки колекторного збору газу // Вісник Національного університету “Львівська політехніка”: Комп'ютерна інженерія та інформаційні технології. –Львів, – 2011. – №719. – С. 250–256.
92. Панкратов В. С. Разработка и эксплуатация АСУ газотранспортными системами / Панкратов В. С., Берман Р. Я. – Л. : Недрa, 1982. – 142 с.
93. Панкратов В.С., Герке В.Г., Митичкин С.К., Сарданашвили С.А. Комплекс моделирования и оптимизации режимов работы ГТС. / – М. : Газпром, 2002. – 56 с. – (Газовая промышленность. Серия: Автоматизация, телемеханизация и связь в газовой промышленности Изд. ООО ИРЦ).
94. Прилуцкий М. Х., Бухвалов И. Р., Афраймович Л. Г., Старостин Н. В.,

- Филимонов А. В. Оптимизационные задачи оперативного управления работой компрессорной станцией. / Электронный научный журнал «Исследовано в России». – 2008. – С. 375–382. – <http://zhurnal.ape.relarn.ru/articles/2008/032.pdf>
95. Притула М.Г., П'янило Я.Д., Савула С.В. Розрахунок дебіту свердловини з врахуванням глибини спуску ліфтової труби // Нафтова і газова промисловість. – 2002. – № 3. – С. 25–28.
96. Притула Н. М. Задачі оптимізації потокорозподілу в газотранспортних системах / Притула Н. М. // Вісник Національного університету “Львівська політехніка” “Комп’ютерні науки та інформаційні технології”. – Львів, 2007. – № 604. – С. 220–227.
97. Притула Н. М. Розрахунок параметрів потокорозподілу в газотранспортній системі (стаціонарний випадок) / Притула Н. М. // Фізико–математичне моделювання та інформаційні технології. – Львів, 2007. – Вип. 5. – С. 146–157.
98. Притула Н. М. Розрахунок параметрів усталеного руху газу в магістральних газопроводах / Притула Н. М., Притула М. Г., П'янило Я. Д. // Вісник Національного університету “Львівська політехніка” “Комп’ютерні науки та інформаційні технології”. – Львів, 2006. – № 565. – С. 270–274.
99. Притула Н. М., П'янило Я. Д., Притула М. Г., Дацюк А. В., Фролов В. А., Гладун С. В. Математичні моделі і методи розрахунку режимів роботи газотранспортної системи України (програмний комплекс) / П'ята науково–практична конференція з міжнародною участю „Математичне та імітаційне моделювання систем МОДС 2010. – 2010, . – С. 138–139.
100. Прудников А.П., Брычков Ю.А., Маричев О.И. Интегралы и ряды. – М.: Наука, 1981. – 800 с.
101. Прудников А.П., Брычков Ю.А., Маричев О.И. Интегралы и ряды. Специальные функции. – М.: Наука, 1983. – 752 с.
102. П'янило Я.Д., Притула М.Г., Землянський Б.В. Ітераційні методи розв’язування задач про розподіл тиску в трубопроводах // Фізико–математичне моделювання та інформаційні технології.–2005.–Вип. 1.–С. 97–105.

103. П'янило Я.Д., Притула М.Г., Павленко В.А., Землянський Б.В. Алгоритм термогідравлічних розрахунків газових мереж // Вісник Національного університету “Львівська політехніка”: Комп’ютерна інженерія та інформаційні технології. – 2004. – № 521. – С. 196–200.
104. П'янило Я. Д., Гладун С. В., Притула М., Притула Н., П'янило Г. Розрахунок режимних параметрів роботи підсистеми транспорту газу пласт підземного сховища-магістральний газопровід Науково-технічна конференція «Мікро- та нанонеоднорідні матеріали: моделі та експеримент» (INTERPOR'15) 22–24 вересня 2015 року (Львів, Україна) - 2015. – С.67-69.
105. Притула Н. М., П'янило Я. Д., Притула М. Г. Підземне зберігання газу (математичні моделі та методи). — Львів. : Растр – 7, 2015. —266 с.
106. Рид Р., Свойства газов и жидкостей / Рид Р., Шервуд Т. [Пер. с англ.; Под ред. В.Б. Когана]. – Л. : Химия, 1971.
107. Гладун С. Моделирование масопереносу в системе пласт подземного хранилища газа - магистральный газопровод с целью оптимизации його роботи// Фізико-математичне моделювання та інформаційні технології.–2016.–Вип. 23.–С. 52–61.
108. Самарский А. А. Введение в теорию разностных схем / Самарский А. А. – М. : Наука, 1971.– 552 с.
109. Сарданашвили С. А. Расчетные методы и алгоритмы / Сарданашвили С. А. – М. : Изд-во “Нефть и газ”, 2005. – 577 с.
110. Селезнев В. Е. Методы и технологии численного моделирования газопроводных систем / Селезнев В. Е., Алешин В. В., Клишин Г. С. – М : Едиториал УРСС, 2002. – 448 с.
111. Селезнев В. Е., Клишин Г. С. и др.Численный анализ и оптимизация газодинамических режимов транспорта природного газа / – М : Едиториал УРСС, 2003. – 224 с.
112. Сергиенко И.В., Скопецкий В.В., Дейнека В.С. Математическое моделирование и исследование процессов в неоднородных средах.– К.: Наук. думка, – 1991. – 432 с.

113. Силаш А. П. Добыча и транспорт нефти и газа / Силаш А. П. – М : Недра, 1980. – 264 с.
114. Сеницын С. Н. Исследование на оптимум системы газопровод – компрессорная станция. / Сеницын С. Н., Леонтьев Е. В. // «Труды Всесоюз. науч.–исслед. ин–та природного газа». – 1970. – Вып. 38. – С. 129–139.
115. Сиперштейн Б. И. Идентифицируемость сложных газопроводных систем / Сиперштейн Б. И. – М., 1986. 20 с. – Деп. во ВНИИЭгазпроме, № 987 гз.
116. Сиперштейн Б. И. Параметрическая идентификация сложных газопроводных систем / Сиперштейн Б. И. // Электронное моделирование. – 1986. – №1. – С. 77–92.
117. Сухарев М.Г., Ставровский Е.Р. Оптимизация систем транспорта газа. –М: Недра, – 1975. – 410 с.
118. Сухарев М. Г. Технологический расчет и обеспечение надежности газо– и нефтепроводов / Сухарев М. Г., Карасевич А. М. – М. : Нефть и газ, 2000.
119. Сухарев М.Г.,Ставровский Е.Р.,Брянских В.Е. Оптимальное развитие систем газоснабжения. –М: Недра, – 1981. – 294 с.
120. Тевяшев А. Д. Эффективный метод анализа существенно нестационарных неизотермических режимов транспорта газа по системе магистральных газопроводов. / Тевяшев А. Д., Гусарова И. Г., Понамарев Ю. В. – Київ : "Нафтова та газова промисловість", 1997. – № 4.– С. 23–27.
121. Тевяшев А.Д., Козыренко СИ. Эффективный метод построения модели установившегося потокораспределения в трубопроводных системах энергетики по оперативным данным. – Санкт–Петербург, СЭИ СО РАН, сб. "Методические вопросы исследования надежности больших систем энергетики", 1997. – Вып. 49. – С. 448–459.
122. Тевяшева О. А. Комплекс программ моделирования и оптимизации режимов работы многоцеховой компрессорной станции.(НИПИАСУтрансгаз, УМГ «Донбастрансгаз») / Тевяшева О. А., Коток В. Б., Пожидаев М. В. // III Международная научно–техническая конференция “Компьютерные технологии поддержки принятия решений в диспетчерском управлении

- газотранспортными и газодобывающими системами. (DISCOM 2007)”. – Материалы конференции/М. ВНИИГАЗ – 2007.– С. 22–22
123. Темпель В. Ф. Моделирование газоснабжающих систем / Темпель В. Ф. – Л. : Недра, 1986. – 184 с.
124. Темпель Ф. Г. Технология режима газопередачи / Темпель Ф. Г., Маслов В. М. – Ленинград : Недра, 1974. – 112 с.
125. Темпель Ф.Г., Маслов В.М. Технология режима газопередачи. –Ленинград: Недра, –1974. – 112 с.
126. Тетерев И.Г., Шешуков Н.Л., Нанивский Е.М. Управление процессами добычи газа. – М.: Недра, – 1981. – 248 с.
127. Тихонов А.Н., Арсенин В.Я. Методы решения некорректных задач. – М.: Наука, – 1979. – 288 с.
128. Трофимов А. С. Неизотермическая модель транспорта газа. / Трофимов А. С., Куцев В. А., Кочарян Е. В. Нефтегазовое дело. 2004
129. Трофимов А. С. Приближенная нестационарная модель расчета линейной части МГ / Трофимов А. С., Куцев В. А. – Газовая промышленность, 1999г. № 7.
130. Трубопровідний транспорт газу / Ковалко М.П., Грудз В.Я., Михалків В.Б. та ін. – К.: Арена, – 2002. – 600 с.
131. Трубопроводные системы энергетики. Методические и прикладные проблемы математического моделирования. / Новицкий Н.Н., Сухарев М.Г., Тевяшев А.Д. и др. Новосибирск, 2015. – 476 с.
132. Трубопроводный транспорт нефти и газа. Под ред. В.А.Юфина. – М.: Недра, – 1978. – 407 с.
133. Федоткин И. М. Математическое моделирование технологических процессов / Федоткин И. М. – К. : Выща школа, 1988. – 415 с.
134. Хаймер Ю. Метод оценки параметров сложной трубопроводной сети. / Хаймер Ю., Яковлев Е. И. – М. : И.М.Губкина, 1979. – вып. 141. – С.74–80.
135. Химко М. П., Дацюк А. В., Притула Н. М. и др. Програмный комплекс для определения газодинамических параметров работы газотранспортных систем /

- Тезисы докладов 3-й Международной науч.-техн. конференции “Компьютерные технологии поддержки принятия решений в диспетчерском управлении газотранспортными и газодобывающими системами”. – Москва, 2007. – С.27–27.
136. Химко М. П., Михалевич О. Т., Притула Н. М. и др. Програмный комплекс для расчета режимных параметров газотранспортной системы / Сборник тезисов 2-ой Международной научно-технической конференции “Теория и практика разработки, промышленного внедрения компьютерных комплексов”. – Москва, 2004. – С.75–76.
137. Химко М. П., Михалевич О. Т., Фролов В. А., Гладун С. В., Павленко В. А., П’янило Я. Д., Притула М. Г., Притула Н. М. Розрахунок режимних параметрів роботи газотранспортних систем / Інформаційний огляд. ДК “Укртрансгаз”. – 2004. – №5(29). – С. 2–5.
138. Химко М. П., Фролов В. А., Гладун С. В., П’янило Я. Д., Притула М. Г., Землянський Б. В. Вплив сил тертя на розподіл температури газових потоків та склад газу / Нафтова і газова промисловість. – 2005. – № 5. – С. 56–58.
139. Чарный И.А. Неустановившееся движение реальной жидкости в трубах. – М.: Недра, – 1975. – 240 с.
140. Чарный И.А. Основы газовой динамики. – М.: Гостехиздат, – 1961. –
141. Черников А.В., Галиуллин З.Т. Формула для расчета коэффициента гидравлического сопротивления газопроводов // Газовая промышленность.– № 1.–1998. – С. 32–33.
142. Шимко Р. Я., Вечерик Р. Л., Притула Н. М. и др. Расчет режимных параметров работы подземных хранилищ газа / Тезисы докладов 3-й Международной научно-технической конференции “Компьютерные технологии поддержки принятия решений в диспетчерском управлении газотранспортными и газодобывающими системами”. – Москва, 2007. – С.49.

ДОДАТКИ

Затверджую
 Директор ІДІ
 ПАТ «УКРТРАНСГАЗ»
 _____ А. В. Дацюк
 « _____ » _____ 2017 р.



АКТ ПРО ВИКОРИСТАННЯ

наукових результатів дисертаційної роботи Гладуна Сергія Валентиновича в
 ПАТ «УКРТРАНСГАЗ»

Ми, що нижче підписалися, склали цей акт про те, що результати наукової роботи заступника начальника оперативно-диспетчерського управління ПАТ «УКРТРАНСГАЗ», пошукувача Центру математичного моделювання Інституту прикладних проблем механіки і математики ім. Я. С. Підстригача НАН України Гладуна Сергія Валентиновича, що увійшли до дисертаційної роботи на здобуття ступеня кандидата технічних наук використані при створенні системних моделей та адаптивних чисельно-аналітичних методів розрахунку параметрів руху газу в трубопроводах, пористих середовищах та в об'єктах МГ і ПСГ як єдиної технологічно ув'язаної гідравлічної системи. Зокрема вперше побудовано аналітичну модель системи збору газу при колекторному підключенні свердловин до газозбірної пункту та - вперше запропоновано уточнені математичні моделі сумісної роботи МГ та ПСГ, які враховують гідравлічну ув'язку параметрів газу в технологічному ланцюжку пласт – газозбірний пункт. Обґрунтовано ефективність розроблених алгоритмів для моделювання процесів масопереносу в складних системах.

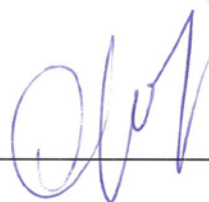
Отримані теоретичні результати дали можливість побудувати алгоритми для розрахунку параметрів газу в об'єктах газотранспортної системи для прийняття адекватних рішень в системі диспетчерського керування газопотоками.

Заступник начальника
 оперативно-диспетчерського
 управління-начальник відділу
 ДК «УКРТРАНСГАЗ» _____



Сидоренко О.Ю.

Заступник начальника
 відділу оптимізації режимів і
 перспективного планування
 транспортування газу
 ДК «УКРТРАНСГАЗ» _____



Кириченко О.С.

Затверджую
 Директор департаменту
 П.Я. Шимко
 2017 р.



АКТ ПРО ВИКОРИСТАННЯ

наукових результатів дисертаційної роботи Гладуна Сергія Валентиновича в
 ПАТ „УКРТРАНСГАЗ”

Ми, що нижче підписалися, склали цей акт про використання результатів наукової роботи заступника начальника оперативно-диспетчерського управління ПАТ «УКРТРАНСГАЗ», пошукувача Центру математичного моделювання ІППММ ім.Я.С.Підстригача НАН України С.В.Гладуна, що увійшли до дисертаційної роботи на здобуття наукового ступеня кандидата технічних наук, у формуванні оперативних та прогнозних параметрів сумісної роботи роботи підземного сховища газу та газотранспортної системи (ГТС) і розв'язання оптимізаційних режимних задач.

В роботі запропоновано чисельно-аналітичні моделі масопереносу в трубопроводах та пластах-колекторах підземних сховищ газу, системні моделі сумісної роботи об'єктів технологічного ланцюжка пласт-колектор-МГ, а також методи їх дослідження. Отримані теоретичні результати дали змогу побудувати розрахункові схеми складних об'єктів газотранспортних систем та отримати основні співвідношення, які забезпечили постановку оптимізаційних задач їх роботи. Одержані в дисертаційній роботі результати дали можливість розраховувати режимні параметри роботи системи пласт-колектор-МГ з метою оптимізації енергетичних затрат та планувати сумісну роботу об'єктів підземних сховищ газу та газотранспортної системи на етапах відбирання та нагнітання газу.

Начальник управління
 підземного зберігання газу
 ДК «УКРТРАНСГАЗ»



Вечерік Р.Л.

Заступник начальника
 підземного зберігання газу-
 начальник відділу
 ДК «УКРТРАНСГАЗ»



Галій П.П.