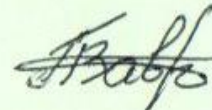


Міністерство освіти і науки України
Національний університет «Львівська політехніка»

На правах рукопису



ВАВРИЧУК Петро Григорович

УДК 621.532.3.004.17:681.142:622.691.24:536.12

**МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ТА ЧИСЕЛЬНИЙ АНАЛІЗ
ДВОФАЗНОЇ ФІЛЬТРАЦІЇ ГАЗУ ТА РІДИНИ В ПОРИСТОМУ
СЕРЕДОВИЩІ**

01.05.02 – математичне моделювання та обчислювальні методи

Автореферат
дисертації на здобуття наукового ступеня
кандидата технічних наук

Львів – 2018

Дисертацією є рукопис.

Робота виконана у Центрі математичного моделювання Інституту прикладних проблем механіки і математики ім. Я. С. Підстригача НАН України.

Науковий керівник:

доктор технічних наук, старший науковий співробітник

П'янило Ярослав Данилович,

Центр математичного моделювання Інституту прикладних проблем механіки і математики ім. Я. С. Підстригача НАН України, директор

Офіційні опоненти:

доктор фізико-математичних наук, професор

Костробій Петро Петрович,

Національний університет «Львівська політехніка»,
завідувач кафедри прикладної математики

доктор технічних наук, професор

Гера Богдан Васильович,

Дніпропетровський національний університет залізничного транспорту
ім. акад. В. Лазаряна, завідувач кафедри транспортних технологій

Захист відбудеться 17 травня 2018 р. о 16 год на засіданні спеціалізованої вченої ради Д 35.052.05 у Національному університеті «Львівська політехніка» (79013, м. Львів, вул. С. Бандери, 12, 226 ауд. головного корпусу).

З дисертацією можна ознайомитись у науково-технічній бібліотеці Національного університету «Львівська політехніка» (79013, м. Львів, вул. Професорська, 1).

Автореферат розіслано «16» квітня 2018 р.

Учений секретар
спеціалізованої вченої ради,
доктор технічних наук, професор



Р. А. Бунь

ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

Актуальність теми. Більшість сховищ газу створено у виснажених газових родовищах. Тиск газу, який в них зберігався, був не меншим, ніж гідростатичний. В останні роки, при суттєвому недовантаженні підземного сховища газу (ПСГ) згідно встановлених технологічних схем, частина газосховищ експлуатується при пластових тисках, нижчих за гідростатичні. Слід очікувати, що водний фактор впливу на експлуатацію ПСГ буде посилюватися.

Вплив водного фактору проявляється на різних етапах експлуатації ПСГ та дослідження свердловин. Для забезпечення якісної експлуатації ПСГ (максимального уникнення/зменшення впливу водного фактору чи, можливо, в максимальній мірі його врахування на режим експлуатації) на всіх етапах планування режимів та підготовки технологічних об'єктів для забезпечення ефективної їх роботи необхідно розробити достатньо ефективні методи визначення процесу руху газоводяного контакту до свердловини.

Крім цього, в теперішній час актуальним для України є видобуток нафти та газу (газоконденсату) із виснажених родовищ. Одним із ефективних способів у таких випадках є використання сайклінг-процесу (витіснення рідиною чи газом).

Ефективна розробка вуглеводневих, зокрема газоконденсованих родовищ, та експлуатація газових сховищ з пластами-колекторами з наявною підшовною та контурною водою вимагають побудови системних математичних моделей, швидкозбіжних методів та алгоритмів якнайменшої складності.

У зв'язку з цим, важливим завданням є розроблення системної моделі, яка описує у взаємозв'язку фільтраційні, дифузійні, конвективні та газодинамічні процеси під час експлуатації ПСГ. Розрахунки режимів та оптимізація роботи згаданих процесів як єдиної термогідравлічної системи є основними питаннями при її експлуатації та розвитку. Ці питання необхідно розв'язувати при формуванні технологічного режиму роботи системи, відпрацюванні рекомендацій з оперативного керування процесами відбору та закачування, а також при корегуванні проектних режимів роботи в умовах реконструкції технологічного обладнання.

Незважаючи на велику кількість досліджень, вичерпної теорії для опису процесів, які відбуваються у пластах-колекторах газових сховищ з контурною та підшовною водою, на сьогодні ще не існує. Розрахунок параметрів фільтрації та руху двофазних середовищ ускладнюється ще й ступенем невизначеності параметрів пористого середовища та його неоднорідністю. Також на газосховищах у теперішній час дебіт свердловин в оперативних умовах не замірюється. Заміри відбуваються тільки при проведенні досліджень свердловин. Тому для систем зберігання газу є важливим завданням оцінювання дебітів свердловин за заданого тиску на газозбірному пункті (ГЗП), продуктивності, замірив тисків на гирлах свердловин і замірив пластових тисків. Це вимагає побудови відповідних адаптаційних моделей та методів, які за замірними параметрами (тиск, витрата, концентрація парів води у газі тощо)

дають можливість уточнити як параметри моделі, так і здійснити чисельний аналіз двофазної фільтрації газу та рідини в такому складному пористому середовищі.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами. Дисертаційна робота виконувалась у рамках планових науково-дослідних робіт Центру математичного моделювання ІППММ ім.Я.С.Підстригача НАН України та ПАТ «Укртрансгаз», в яких автор виступав як виконавець, зокрема:

- “Нестационарні задачі фільтрації газу в неоднорідних пористих середовищах в газовому і водонапірному режимах із зосередженими джерелами і стоками” (держ. реєстр. № 0107U000356);
- “Розробка та дослідження математичних моделей процесів деформування та переносу в неоднорідних середовищах з урахуванням локальної структури та зосереджених джерел і стоків” (I кв. 2012 –IV кв. 2016);
- “Розроблення математичних моделей, методів та алгоритмів для прогнозування і оптимального керування режимами експлуатації підземних сховищ газу. Побудова методів та алгоритмів для прогнозування і оптимального керування процесами відбору-закачування газу в підземні сховища” (держ. реєстр. № 0107U005812);
- “Розроблення підсистеми оперативного планування динамічних режимів роботи магістральних газопроводів для автоматизованого диспетчерського керування потоками газу в газотранспортній системі України” (держ. реєстр. № 0110U004141);
- “Математичне моделювання нестационарної фільтрації газу в неоднорідних пористих середовищах з рухомими границями розділу газ-вода” Розділ 1 «Побудова математичної моделі та алгоритмів дослідження фільтрації газу та рідини в неоднорідних середовищах складної форми» до договору № 1 від 17 березня 2014 р. згідно з розпорядженням Президії НАН України від 05.03.2014, №142.

У рамках цих робіт здобувач розробив підходи до математичного моделювання та чисельного аналізу процесів двофазної фільтрації газу та рідини в пористому середовищі.

Мета і задачі дослідження. Метою дисертаційної роботи є розроблення моделей, методів, алгоритмів та математичного забезпечення для всестороннього вивчення впливу водного фактору на режим нагнітання і відбирання газу та дослідження шляхів зменшення цього впливу на якість експлуатації підземного сховища газу.

Для досягнення цієї мети у дисертації були поставлені такі основні завдання:

- вивчити технологію роботи об'єктів, які задіяні в процесі відбору у випадку родовищ, відбору та закачування газу в підземні сховища з водонапірним режимом роботи пластів-колекторів;

- провести аналіз існуючих моделей окремих об'єктів та розробити системну модель, яка описує у взаємозв'язку фільтраційні, дифузійні, конвективні та газодинамічні процеси;
- побудувати математичну модель процесу заміщення газу водою залежно від параметрів роботи ПСГ та розробити алгоритм визначення швидкості руху газоводяного контакту (ГВК);
- побудувати математичну модель та розробити алгоритм визначення кількості дифундованого газу у воду залежно від параметрів роботи ПСГ;
- дослідити вплив параметрів (тиск на газозбірному пункті, дебіт свердловини, пластовий тиск та швидкість підняття ГВК) пласту та газу на роботу ПСГ за наявності водного фактору з метою корегування їх для покращення експлуатації ПСГ.

Об'єктом дослідження є процеси фільтрації газу та води в пористих середовищах та робота підземного сховища газу за наявності водного фактору.

Предметом дослідження є математичні моделі масопереносу в пористих середовищах складної структури, розвиток підходів до побудови аналітико-числових моделей процесу заміщення газу водою і навпаки.

Методи дослідження. Основними методами, застосованими в роботі, є аналіз і обробка заміряних та розрахованих даних, інтегральні перетворення, математичний аналіз, розв'язування прямих та обернених задач математичної фізики, засоби побудови програмних комплексів.

Наукова новизна одержаних результатів полягає у тому, що розв'язано актуальне науково-технічне завдання – аналітико-числове моделювання процесу взаємозаміщення газу водою з метою недопущення заводнення свердловини та визначення наявної кількості газу у воді.

У процесі розв'язання вказаного завдання отримано такі нові результати:

- вперше розроблено системну модель руху газу в ПСГ, яка описує у взаємозв'язку фільтраційні, дифузійні, конвективні та газодинамічні процеси, що дало змогу розробити підхід для оцінки кількості дифундованого газу у воду при роботі ПСГ;
- вперше побудовано математичну модель руху газу в ПСГ при наявності підшовної або контурної води та досліджено швидкість руху ГВК з метою недопущення заводнення свердловини;
- адаптовано існуючі чисельно-аналітичні ітераційні методи для уточнення рухомої межі поділу “газ-вода” та розроблено нові ітераційні процедури розв'язування обернених задач масопереносу та газової динаміки для знаходження параметрів (тиск на ГЗП, дебіт свердловини, пластовий тиск та швидкість підняття ГВК) роботи ПСГ.

Практичне значення одержаних результатів. У роботі розроблено чисельно-аналітичні моделі фільтрації газу у підземних сховищах та роботи ПСГ за наявності водного фактору, а також методи їх дослідження. Отримані теоретичні результати дали змогу дослідити параметри, які впливають на роботу ПСГ, та можливість корегувати їх відповідно для покращення роботи підземного сховища газу.

Одержані в дисертаційній роботі результати дозволили:

- побудувати алгоритми для розрахунків параметрів, які впливають на роботу ПСГ за наявності підшовної або контурної води;
- оцінити швидкість руху ГВК з метою недопущення заводнення свердловини;
- оцінити кількість газу, наявного у воді, залежно від тиску в пласті ПСГ;
- побудувати математичне забезпечення та пакет прикладних програм для знаходження параметрів ефективної роботи ПСГ при водонапірному режимі.

Частина результатів теоретичного і практичного характеру використано при розробці спецкурсу “Математичне моделювання фізичних процесів” для студентів Львівського національного університету імені Івана Франка та при формуванні оперативних та прогнозних параметрів роботи ПСГ в ДК “Укртрансгаз” НАК “Нафтогаз” України.

До дисертаційної роботи додано акти про використання результатів роботи на виробництві та в навчальному процесі.

Особистий внесок здобувача. Всі результати, отримані при вирішенні поставлених у дисертаційній роботі завдань, отримані автором самостійно. У наукових працях, опублікованих у співавторстві, автору належать: [1, 3] – підготовка вхідної інформації та верифікація результатів; [2, 7] – побудова алгоритму знаходження швидкості руху ГВК з метою недопущення заводнення свердловини; [5, 6] – аналіз моделей процесу руху газу в ПСГ; [8, 9] – аналіз режимних параметрів роботи ПСГ та побудова алгоритму розрахунку; [1-9] – проведення числових експериментів та аналіз отриманих результатів.

Апробація результатів дисертації. Основні результати досліджень доповідалися на конференціях різного рівня: Десята відкрита наукова конференція Інституту прикладної математики та фундаментальних наук (17-18 травня 2012 року, Львів); V Всеукраїнська наукова конференція «Нелінійні проблеми аналізу» (19-21 вересня 2013 року, Івано-Франківськ); Міжнародна наукова конференція "Сучасні проблеми термомеханіки" (22-24 вересня 2016 року, Львів); Конференція молодих учених "Підстригачівські читання - 2017" (23-25 травня 2017 року, Львів).

У повному обсязі дисертаційна робота доповідалась і обговорювалась на семінарах Центру математичного моделювання Інституту прикладних проблем механіки і математики ім.Я.С.Підстригача НАН України, кафедри прикладної математики Національного університету “Львівська політехніка”, Інституту прикладних проблем механіки і математики ім.Я.С.Підстригача НАН України, кафедри математичного та функціонального аналізу Прикарпатського національного університету імені Василя Стефаника, кафедри прикладної математики Львівського національного університету імені Івана Франка.

Публікації. Основні результати досліджень, що відображені у дисертації, опубліковані у 9 наукових працях, у тому числі: 5 статей, з них 4 статті у наукових фахових виданнях України, 1 стаття у науковому періодичному виданні іншої держави, з яких 2 статті у наукових виданнях, що входять до

наукометричних баз, 4 публікації в матеріалах міжнародних та всеукраїнських конференцій.

Структура та обсяг роботи. Дисертаційна робота складається з чотирьох розділів, висновків, списку використаних джерел із 153 найменувань та додатку. Робота викладена на 143 сторінках, містить 114 сторінок основного тексту, 20 рисунків та 19 таблиць.

ОСНОВНИЙ ЗМІСТ РОБОТИ

У **вступі** подано загальну характеристику роботи, розкрито суть і стан вивчення наукової проблеми, обґрунтовано актуальність теми дисертації, сформульовано її мету, відзначено новизну отриманих результатів, висвітлено практичну цінність отриманих результатів, наведено дані про апробацію результатів і публікації, що відображають основний зміст роботи, визначено особистий внесок здобувача у публікаціях, підготовлених до друку за участю співавторів.

У **першому розділі** наведено огляд літератури за темою дисертації, окреслено її місце у вирішенні науково-прикладних проблем чисельного аналізу, операційного числення та методів розв'язування задач математичної фізики, зокрема задач газової динаміки в газотранспортних мережах, дифузії та обробки інформації. Сформульовано основні вимоги для розроблення ефективних методів та алгоритмів знаходження параметрів роботи ПСГ при наявності водного фактору.

Наявність води знайдено практично у всіх газових сховищах (родовищах) створених у виснажених родовищах. Її кількість змінюється у значних межах. Вода утримується у порах, в основному, капілярними і адсорбційними силами. Важливою особливістю притоку газу до свердловини є значні втрати тиску у привибійній зоні пласту. У результаті проведення числових експериментів встановлено, що на вибійну ділянку радіусом до 1 м у реальних пластах-колекторах при незначних дебітах і стаціонарній фільтрації газу за законом Дарсі припадає біля 50% усіх втрат тиску. Із збільшенням депресії на пласт втрати тиску в околі свердловини зростають. Також зростає відповідна частка загальних втрат тиску, яка припадає на привибійну зону пласту й в умовах недосконалого за характером розкриття свердловини, порушення закону Дарсі та при нестационарному притоку газу до свердловини. В умовах водонапірного режиму величина втрати тиску в околі свердловини суттєво впливає на підтягування конусу води, що обмежує величину її максимального дебіту. Одним із основних параметрів газосховищ є їх піковість (сумарний максимальний відбір газу за заданий час) та мінімальні часові інтервали відборів і закачування. Оскільки на практиці в кожному із сховищ є наявною вода, то це вимагає детального вивчення газогідродинамічних процесів, які проходять у пористих середовищах.

Фізико-математичні моделі руху газу в трубопроводах та пористих середовищах сформульовані в роботах Є.І.Яковлева, С.А.Бобровського, І.А.Чарного, А.В.Александрова, М.Г.Сударєва, П.П.Костробія, Я.Д.П'янила, М.Г.Притули, Н.М.Притули, Б.В.Гері, М.А.Жідкової, Я.В.Грудза, А.Д.Тівяше-

ва, В.Я.Грудза та інших вчених. Відносно методів розв'язування рівнянь газової динаміки доцільно відзначити роботи А.В.Александрова, Ф.Г.Темпеля, М.А.Жідкової, Я.Д.П'янила, Н.М.Притули, М.Г.Притули, Є.І.Яковлева, М.Г.Сухарева та інших.

Зауважимо, що, як правило, природні пористі середовища, зокрема підземні сховища газу, мають неканонічну форму і початкові та граничні умови відомі в дискретних нееквідистантних точках з невеликою точністю. Аналітичний розв'язок конкретних задач математичної фізики, поставлених на цій основі, можна отримати тільки в окремих часткових випадках. Тому для побудови методів їх розв'язування використовуються певні наближення, які повинні бути узгоджені з вибраними модельними положеннями.

Загальні аспекти математичних методів наближеного розв'язування задач математичної фізики розглянуто в роботах Р.Галлагера, К.Мортонна, Ж.Міллера, Д.Норрі, В.В.Іванова, Я.Г.Савули, Л.В.Канторовича, В.І.Крилова, М.М.Лаврентьєва, Г.І.Марчука, Я.Д.П'янила, М.Г.Притули, Н.М.Притули, В.І.Митропольського, А.А.Самарського, О.С.Лимарченка, Ф.Г.Темпеля, І.А.Чарного, А.В.Ликова, В.С.Дейнеки, Р.В.Хеммінга та інших.

У другому розділі побудовано математичну модель процесу руху газу в ПСГ при наявності підшовної води. Розглянуто способи розрахунку параметрів роботи ПСГ.

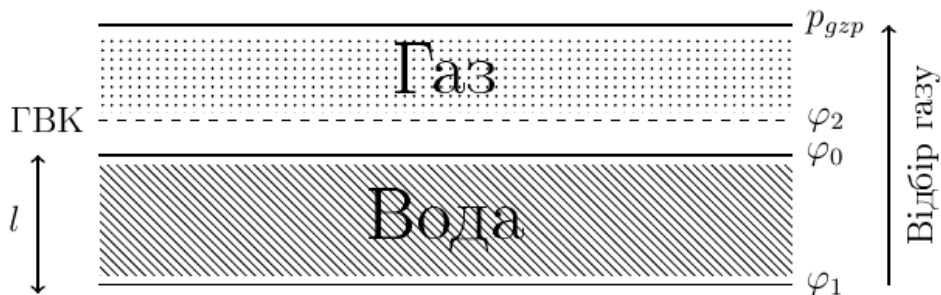


Рис. 1. Процес заміщення газу водою при наявності підшовної води

Спочатку побудуємо модель процесу руху ГВК. Для цього розглянемо шар товщини l , $0 < x < l$ (рис. 1). Значення тисків на границях рівні $\varphi_1(t)$ та $\varphi_2(t)$. Початковий тиск $f(x)$. У цьому випадку задача полягає у наступному [2]:

знайти розв'язок рівняння фільтрації

$$\kappa \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} = \frac{\partial p}{\partial t}, \quad (0 < x < l), \quad t \in [0, \infty],$$

за крайових та початкової умов

$$p(0, t) = \varphi_1(t), \quad p(l, t) = \varphi_2(t), \quad p(x, 0) = f(x).$$

Тут $\kappa = \frac{\alpha k}{m\mu}$, де α – об'ємний модуль напруженості, k – проникність середовища, μ – динамічна в'язкість газу, m – пористість пласту.

Розв'язок сформульованої задачі має вигляд [2]:

$$p(x,t) = \varphi_1 + (\varphi_2 - \varphi_1) \frac{x}{l} + \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \varphi_2 - \varphi_1}{n} \exp\left(-\frac{\kappa n^2 \pi^2 t}{l^2}\right) \sin \frac{n\pi x}{l} + \\ + \frac{2}{l} \sum_{n=1}^{\infty} \exp\left(-\frac{\kappa n^2 \pi^2 t}{l^2}\right) \sin \frac{n\pi x}{l} \int_0^l f(y) \sin \frac{n\pi y}{l} dy,$$

де $p(0,t) = \varphi_1 \equiv const$, $p(l,t) = \varphi_2 \equiv const$.

Швидкість руху води у вертикальному напрямку визначається формулою

$$v = -\frac{k}{\mu} \left(\frac{\partial p}{\partial x} + \rho g \right),$$

де ρ – густина флюїду, g – прискорення вільного падіння. Тоді

$$v|_{x=l} = -\frac{k}{\mu} \left\{ (\varphi_2 - \varphi_1) \frac{1}{l} + \frac{2}{l} \sum_{n=1}^{\infty} [\varphi_2 - (-1)^n \varphi_1] \exp\left(-\frac{\kappa n^2 \pi^2 t}{l^2}\right) - \right. \\ \left. - 2\rho g \sum_{n=1}^{\infty} \exp\left(-\frac{\kappa n^2 \pi^2 t}{l^2}\right) + \rho g \right\}.$$

Тиск на верхній границі ГВК визначається на базі гідравлічної ув'язки системи “пласт підземного газосховища – газозбірний пункт”. Вважаємо, що відомими параметрами є тиск на газозбірному пункті p_{gzp} та дебіт свердловини q . Гідравлічна ув'язка будується на основі математичних моделей технологічних об'єктів, що входять у систему “пласт ПСГ – ГЗП”.

Зв'язок пластового тиску p_{pl} з вибійним p_v задається формулою [2]:

$$p_{pl}^2 - p_v^2 = \left(\frac{A_1}{k_{pl}} + \frac{A_2}{k_v} \right) q_0 + \left(\frac{B_1}{k_{pl}^{1.5}} + \frac{B_2}{k_v^{1.5}} \right) q_0^2 = Aq_0 + Bq_0^2, \quad (1)$$

$$A_1 = \frac{1}{h\pi} \mu p_s \ln \frac{R_k}{R_c}, \quad A_2 = \frac{\mu p_s}{\pi h_x} \ln \frac{2R_c h}{2r_k l_k n_0 h_x + \Theta(n_0)(r_1^2 - r_2^2)},$$

$$B_1 = 12 \cdot 10^{-5} \frac{\rho_0 p_s d^2}{2\pi^2 h^2 m} \left(\frac{1}{R_c} - \frac{1}{R_k} \right),$$

$$B_2 = \frac{\rho_0 p_s d^2}{\pi^2 h_x m} \left(\frac{1}{2r_k l_k n_0 h_x + \Theta(n_0)(r_1^2 - r_2^2)} - \frac{1}{2R_c h} \right).$$

Тут p_s, q_0, ρ_0 – значення тиску, дебіту свердловини та густини газу в нормальних (стандартних) умовах відповідно, d – діаметр зерен породи, m – пористість пласту, k_{pl} та k_v – коефіцієнти проникності у пласті та околі вибою свердловини, h – середня потужність пласту, h_x – потужність пласту в області свердловини, r_1, r_2 – радіуси обсадної (внутрішній) та робочої (зовнішній) колон відповідно, R_k – радіус поверхні циліндричної області живлення свердловини, R_c – радіус поверхні циліндра вибійної зони, r_k, l_k – радіус і довжина перфорацій-

ного каналу, n_0 – густина перфорації. В останній формулі функція $\Theta(n_0)$ визначається експериментальним шляхом і рівна нулю при $n_0 = 0$.

Гирловий тиск свердловини p_g визначається через вибійний p_v так [2]:

$$p_g^2 = p_v^2 e^{-b} - \lambda z \frac{RT}{D} \left(\frac{\rho_0 q_0}{S} \right)^2 \frac{1 - e^{-b}}{b} L = p_v^2 e^{-b} - a_s q_0^2, \quad (2)$$

$$S = \frac{\pi D^2}{4}, \quad b = \frac{2g\Delta h}{zRT}, \quad a_s = \lambda z \frac{RT}{D} \left(\frac{\rho_0}{S} \right)^2 \frac{1 - e^{-b}}{b} L,$$

де λ – коефіцієнт гідравлічного опору, R – універсальна газова стала, T – абсолютна температура, L – висота робочої колони, D – діаметр робочої колони, ρ_0 – густина газу в нормальних умовах. Коефіцієнт стисливості z газу обчислюється за формулою [2]:

$$z = \frac{1}{1 + fp}.$$

Тут $f = (24 - 0,21t^\circ C) \cdot 10^{-4}$, а $p(x)$ вимірюється в атмосферах.

Використовуючи співвідношення (1) та (2), отримуємо, що гідравлічна ув'язка названих вище технологічних об'єктів призводить до такого співвідношення між пластовим тиском і тиском на ГЗП:

$$p_{pl} = \sqrt{\left[p_{gzp}^2 + (a_s + a_{sh}) e^b q_0^2 + Aq_0 + Bq_0^2 \right]}.$$

За отриманими теоретичними результатами проведено числові експерименти, деякі результати з яких подано в табл. 1. Обчислення проводилися за таких вхідних параметрів:

$$p_0 = 4,9 \cdot 10^6 \text{ (Н/м}^2\text{)}; \quad p_{gzp} = 3,4 \cdot 10^6 \text{ (Н/м}^2\text{)}; \quad p_{pl} = 4,3 \cdot 10^6 \text{ (Н/м}^2\text{)}; \quad \Delta h = 500 \text{ (м)};$$

$$\lambda = 0,01; \quad z = 0,9; \quad R = 8,3144621 \text{ (Дж/моль} \cdot \text{К)}; \quad T = 293 \text{ (К)}; \quad D = 0,1 \text{ (м)};$$

$$L = 1000 \text{ (м)}; \quad \rho_0 = 0,68 \text{ (кг/м}^3\text{)}; \quad \mu = 0,0008 \text{ (м}^2\text{/с)}; \quad g = 9,8 \text{ (м/с}^2\text{)}; \quad \alpha = 0,8;$$

$$m = 0,28; \quad k = 4 \cdot 10^{-15}.$$

Таблиця 1. Залежність товщини водяного шару l (м) і швидкості підняття ГВК v (м/с) за різних значень часу t (с) та дебіту свердловини q_0 .

t	$q_0 = 1 \text{ м}^3/\text{с}$		$q_0 = 2 \text{ м}^3/\text{с}$		$q_0 = 3 \text{ м}^3/\text{с}$	
	l	v	l	v	l	v
0	10	$9,27 \cdot 10^{-5}$	10	0,000104	10	0,000118
100 000	19,27	$4,69 \cdot 10^{-5}$	20,41	$4,98 \cdot 10^{-5}$	21,82	$5,28 \cdot 10^{-5}$
200 000	23,96	$3,73 \cdot 10^{-5}$	25,39	$3,95 \cdot 10^{-5}$	27,1	$4,21 \cdot 10^{-5}$
300 000	27,69	$3,19 \cdot 10^{-5}$	29,34	$3,39 \cdot 10^{-5}$	31,31	$3,61 \cdot 10^{-5}$
400 000	30,88	$2,84 \cdot 10^{-5}$	32,73	$3,01 \cdot 10^{-5}$	34,92	$3,21 \cdot 10^{-5}$

У третьому розділі розроблено підхід до оцінювання кількості дифундованого газу у воду, яка є наявною майже у всіх пластах підземних сховищ. Досліджено вплив коефіцієнта дифузії, тиску на межі поділу “газ-вода” та тиску на нижній межі води на кількість дифундованого газу.

Для оцінки кількості дифундованого газу у воді потрібно:

- знайти концентрацію газу у воді;
- визначити розподіл тиску у воді;
- враховуючи вищезгадані параметри, а також площу та товщину шару води, знайти розподіл маси дифундованого газу.

Задача визначення розподілу коефіцієнта концентрації газу у воді та його кількість у залежності від параметрів газу та пористого середовища зводиться до розв’язування рівняння дифузії з конвективною складовою в шарі товщиною l :

$$\frac{\partial c}{\partial \tau} + v \frac{\partial c}{\partial x} = D \frac{\partial^2 c}{\partial x^2}, \quad x \in [0, l], \quad \tau \in [0, \infty], \quad (3)$$

за відповідних крайових умов, які записуємо у вигляді

$$c_1(t) = c(0, t), \quad c_2(t) = c(l, t), \quad c_3(x) = c(x, 0).$$

У формулі (3) v – швидкість руху газу, D – коефіцієнт дифузії. Для узгодженості умов необхідно виконання рівності $c_1(0) = c_3(0)$. Розв’язок рівняння (3) знаходимо з використанням перетворення Лапласа. За сталих коефіцієнтів рівняння (3) має вигляд [3, 4]:

$$\bar{c}'' - b\bar{c}' - p_1\bar{c} = -c_{11}.$$

Тут $b = v/D$, $p_1 = s/D$, $c_{11} = c(x, 0)/D$, $s = q^2 - v^2/4D$. Вважаємо, що параметри b та p_1 є постійними, а q – дебіт свердловини. Загальний розв’язок однорідного рівняння має вигляд:

$$\bar{c}_z = Ae^{\lambda_1 x} + Be^{-\lambda_2 x},$$

$$\text{де } \lambda_1 = \lambda_{11} - \lambda_{12}, \quad \lambda_2 = \lambda_{11} + \lambda_{12}, \quad \lambda_{11} = \frac{v}{2D}, \quad \lambda_{12} = \frac{1}{2} \sqrt{\left(\frac{v}{D}\right)^2 + \frac{4s}{D}}.$$

Часткове розв’язання диференціального рівняння (2) залежить від його правої частини, зокрема, метод варіації сталих призводить до співвідношення [3, 4]:

$$\bar{c}_{ch} = \frac{1}{\lambda_2 - \lambda_1} \left(e^{\lambda_1 x} \int c_{11} e^{-\lambda_1 y} dy + e^{-\lambda_2 x} \int c_{11} e^{-\lambda_2 y} dy \right).$$

Далі, використавши інтегральне перетворення Лапласа, отримуємо остаточну формулу [3, 4]:

$$c_z = c_1 + (c_3 - c_1) e^{\lambda_{11} x} \phi(l - x, l, t) + (c_2 - c_1) e^{\lambda_{11}(l-x)} \phi(x, l, t), \quad (4)$$

де

$$\phi(a, b, t) = \frac{a}{b} + \frac{2}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k}{k} \sin \frac{k\pi a}{b} \left(e^{-\lambda_{1r}^2 t} + \frac{\lambda_{13}^2}{\lambda_{1r}^2} (1 - e^{-\lambda_{1r}^2 t}) \right),$$

$$\lambda_{1r}^2 = \lambda_{13}^2 + (k\pi/b)^2, \quad \lambda_{13} = v/2\sqrt{D}.$$

Розрахунок розподілу тиску води $p(x,t)$ у плоскому безмежному середовищі товщини l визначається як розв'язок одновимірного рівняння фільтрації [2]:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{kh}{\mu} \left(\frac{\partial p}{\partial x} + \rho g \right) \right] = 2\alpha m h \frac{\partial p}{\partial t}, \quad (5)$$

де k – проникність пласту, μ – динамічна в'язкість води, α – коефіцієнт водонасиченості, m – пористість пласту, ρ – густина газу, g – прискорення вільного падіння.

Розв'язок поставленої задачі (5) має вигляд

$$p(x,t) = \frac{2}{l} \sum_1^{\infty} \exp\left(-\frac{\kappa n^2 \pi^2 t}{l^2}\right) \sin \frac{n\pi x}{l} \left[\int_0^l f(y) \sin \frac{n\pi y}{l} dy + \frac{n\pi \kappa}{l} \int_0^t \exp\left(\frac{\kappa n^2 \pi^2 y}{l^2}\right) \left[\Phi_1(y) - (-1)^n \Phi_2(y) \right] dy \right]. \quad (6)$$

Оскільки товщина та площа шару води є постійними, то, враховуючи співвідношення (4) та (6), отримуємо, що M_x – маса газу обчислюється за формулою [4]:

$$M_x = \int_0^x \rho m S c dx = m S \int_0^x \frac{p(x)}{zRT} c(x) dx,$$

де z – коефіцієнт стисливості газу, R – універсальна газова стала, T – абсолютна температура, $p(x)$ – розподіл тиску у воді, $c(x)$ – концентрація дифундованого газу у воді.

За отриманими теоретичними результатами проведено числові експерименти. Обчислення проводилися за наступних вхідних параметрів:

$$p_0 = 6,9 \cdot 10^6 \text{ (Н / м}^2\text{)}; \quad p_{\text{гсп}} = 5,4 \cdot 10^6 \text{ (Н / м}^2\text{)}; \quad \Delta h = 500 \text{ (м)}; \quad \lambda = 0,01; \quad z = 0,9;$$

$$S = 15000 \text{ (м}^2\text{)}; \quad R = 8,3144621 \text{ (Дж/моль} \cdot \text{К)}; \quad \rho_0 = 0,68 \text{ (кг/м}^3\text{)}; \quad \mu = 0,0008 \text{ (м}^2\text{/с)};$$

$$g = 9,8 \text{ (м/с}^2\text{)}; \quad \alpha = 0,8; \quad m = 0,28; \quad \rho = 998 \text{ (кг/м}^3\text{)}; \quad k = 4 \cdot 10^{-15}; \quad q = 70 \text{ (м}^3\text{/с)}.$$

Розподіл тиску у воді знаходився за наступних крайових умов $p_2 = p_0$, а p_1 обчислювалось на базі гідравлічної ув'язки системи “пласт підземного газосховища – газозбірний пункт”. Для знаходження концентрації дифундованого газу у воді приймалися такі крайові умови: $c(0, t) = 0$, $c(l, t) = 0,9$.

Обчислювальний експеримент охоплював ряд завдань, зокрема:

- знайти розподіл маси дифундованого газу на кожному шарі води при заданих крайових умовах на коефіцієнт дифузії, крайових умовах на тиск верхньої та нижньої меж водяного шару, а також параметрів пористого середовища;
- знайти залежність маси дифундованого газу від коефіцієнта дифузії на фіксованому шарі води при заданих крайових умовах на коефіцієнт

дифузії, крайових умовах на тиск верхньої та нижньої меж водяного шару, а також параметрів пористого середовища;

- знайти залежність маси дифундованого газу від крайової умови тиску нижньої межі водяного шару при заданих крайових умовах на коефіцієнт дифузії, крайової умови тиску верхньої межі водяного шару та параметрів пористого середовища;
- знайти залежність маси дифундованого газу від крайової умови тиску верхньої межі водяного шару при заданих крайових умовах на коефіцієнт дифузії, крайової умови тиску нижньої межі водяного шару та параметрів пористого середовища.

Деякі результати обчислювального експерименту подано на рис. 2 та рис. 3.

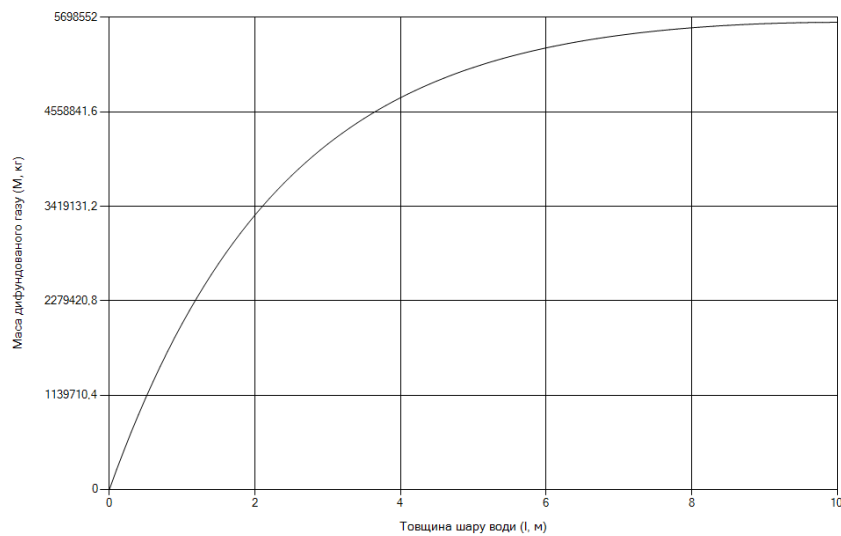


Рис.2. Розподіл маси дифундованого газу M_x (кг) на кожному шарі води товщиною l (м)

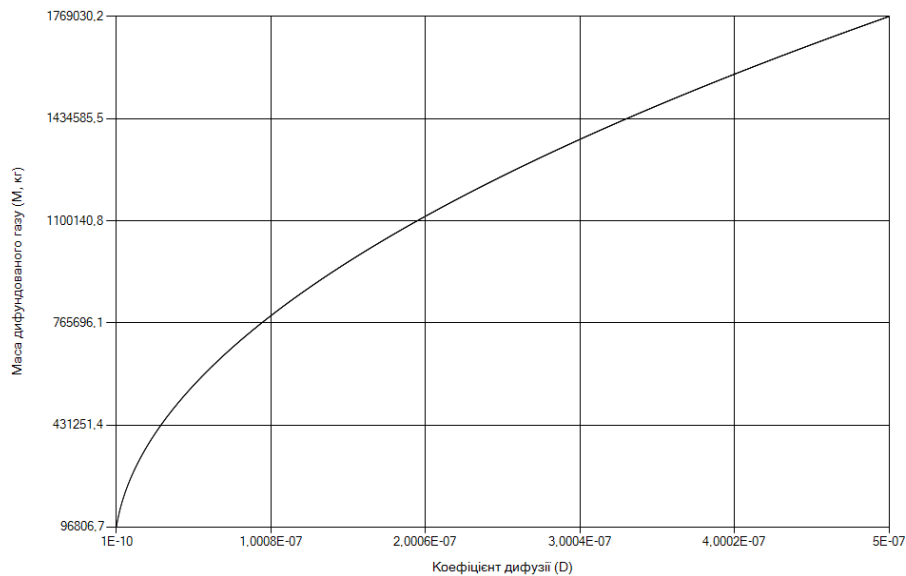


Рис. 3. Залежність маси дифундованого газу M_x (кг) від коефіцієнта дифузії D (m²/s)

У четвертому розділі побудовано математичну модель та сформульовано відповідну задачу математичної фізики процесу відбирання газу з ПСГ шляхом витісненням його водою. Побудовано зв'язок між дебітом свердловини, значеннями тисків у магістральному газопроводі та на зовнішній межі води. Наведено формули розрахунку параметрів роботи ПСГ під час відбирання газу. Отримані результати апробовано на модельній задачі.

Для вивчення впливу законтурної води на процес руху газу доцільно застосовувати циліндричні координати. В цьому випадку, за нестационарного режиму фільтрації газу, розподіл пластового тиску в околі свердловини, при заданому ваговому дебіті свердловини G на поверхні $r = r_0$ ($b < r_0 < a$), описується формулою [5]:

$$p_{nl}^2 - p_c^2 = 2DFG, \quad (7)$$

де
$$D(r, \tau) = \frac{(b\lambda_m)Z_1(b\lambda_m)Z_0(r\lambda_m)\exp\left(-\frac{p_0\tau\lambda_m^2}{D}\right)}{(a\lambda_m)^2 Z_0^2(a\lambda_m) - (b\lambda_m)^2 Z_1^2(b\lambda_m)}$$

та
$$\frac{1}{F} = \frac{4\pi nkhg}{\beta(n+1)\mu} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{(b\lambda_m)^2 Z_1(b\lambda_m)Z_0(r\lambda_m)\exp\left(-\frac{p_0\tau\lambda_m^2}{D}\right)}{(a\lambda_m)^2 Z_0^2(a\lambda_m) - (b\lambda_m)^2 Z_1^2(b\lambda_m)}.$$

В останніх рівностях позначено

$$Z_0(\lambda_m r) = J_0(\lambda_m r) + A_m N_0(\lambda_m r), \quad Z_1(\lambda_m r) = J_1(\lambda_m r) + A_m N_1(\lambda_m r),$$

$$A_m = -\frac{J_0(\lambda_m b)}{N_0(\lambda_m b)} = -\frac{J_1(\lambda_m a)}{N_1(\lambda_m a)}.$$

У вище наведених формулах $J_i(\lambda_m r)$ – функція Бесселя дійсного аргументу порядку i , $N_i(\lambda_m r)$ – функція Неймана порядку i , λ_m – корені рівняння:

$$J_0(\mu x)N_1(x) - J_1(x)N_0(\mu x) = 0,$$

$$\mu = b/a, \quad a\lambda_m = x, \quad b\lambda_m = \mu x.$$

Зв'язок пластового тиску з вибійним [5]:

$$p_{nl}^2 - p_b^2 = Aq + Bq^2. \quad (8)$$

Тут

$$A = \frac{A_1}{k_{nl}} + \frac{A_2}{k_b}, \quad B = \frac{B_1}{k_{nl}^{3/2}} + \frac{B_2}{k_b^{3/2}}.$$

Для обчислення розподілу тиску в шлейфах та горизонтальних трубопроводах достатньо використати стаціонарні моделі руху газу [5]:

у робочій колоні

$$p(x) = \sqrt{p_0^2 e^{-b} - \lambda z \frac{RT}{D} \left(\frac{p_0 q}{S}\right)^2 \frac{1 - e^{-b}}{b} x} \quad (9)$$

та горизонтальній трубі (шлейфі)

$$p(x) = \sqrt{p_0^2 - \lambda z \frac{gRT}{D} \left(\frac{p_0 q}{S} \right)^2} x. \quad (10)$$

Для розрахунку параметрів депресії тисків на обв'язці свердловин та місцевих опорів використовується наступна формула [5]:

$$p_g^2 - p_o^2 = \xi \frac{zRT}{S^2} q^2, \quad (11)$$

де q – дебіт свердловини, ξ – коефіцієнт, який залежить від типу місцевого опору. На основі останньої формули та заміряних даних будуються емпіричні формули для обв'язки свердловини, зокрема, однією із таких залежностей може бути наступна [5]:

$$\xi = \begin{cases} 201.87 + 18455 e^{-3.1455q}, & q \leq 1.46, \\ 1011.8 - 540.71q + 78.039q^2, & q \geq 1.46. \end{cases} \quad (12)$$

В структурі технологічних об'єктів газотранспортної системи (ГТС) значне місце займають звужуючі пристрої-крани, діафрагми тощо. Масова витрата газу ω , яка проходить через звуження площею S , визначається наступним чином [5]:

$$\omega = k_q S \sqrt{2 \frac{k}{k-1} p_{z1} \rho_{z1} \left[\left(\frac{p_{z2}}{p_{z1}} \right)^{\frac{2}{k}} - \left(\frac{p_{z2}}{p_{z1}} \right)^{\frac{k+1}{k}} \right]}, \quad (13)$$

де k_q – коефіцієнт врахування впливу багатьох факторів і відома емпірична формула його розрахунку, k – показник адіабати, p_{z1}, ρ_{z1} – тиск і густина газу справа, а p_{z2} – тиск зліва від звужуючого пристрою. Тут $p_{z2} / p_{z1} \leq 1$.

Провівши деякі математичні перетворення рівності (13), отримуємо таку рівність:

$$p_{z1}^2 - p_{z2}^2 = q^2 \frac{zRT \omega^2 (k-1)}{q^2 (k-1) k_q^2 S^2} = a_{zz} q^2, \quad (14)$$

$$\text{де } a_{zz} = \frac{zRT \omega^2 (k-1)}{q^2 (k-1) k_q^2 S^2}.$$

Використовуючи формули (7)-(14), отримаємо наступний вираз, що описує гідравлічну ув'язку системи “пласт підземного газосховища – газозбірний пункт” [5]:

$$p_{pl}^2 - \varepsilon^{-2} p_{k2}^2 e^b = q \left(A + \frac{2}{q} DFG \right) + q^2 \left(B + a_r + \xi \frac{zRT}{S^2} + a_s + a_{zz} \right) e^b.$$

Для розрахунку основних параметрів, які впливають на роботу ПСГ при водонапірному режимі, потрібно:

- визначити тиск газу на внутрішньому контурі S^0 (рис. 4);

- тиск води на внутрішньому контурі приймаємо рівним тиску газу на даному контурі;
- визначити тиск води на зовнішньому контурі Σ^0 (рис. 4);
- враховуючи вищезгадані параметри, знаходимо регулюючі параметри роботи ПСГ (для ефективної експлуатації сховища), зокрема підтримання стовпа води, значення дебіту свердловини (для уникнення прориву води в газ) та ін.

Внутрішня гранична умова для рухомої води має вигляд [5]:

$$p_1 = p_0 - \frac{\mu}{k} \nu r = p_0 - \frac{\mu}{k} \left(a_v - \sqrt{b_v^2 - \frac{\Omega_v + q}{\pi h m_v}} \right) r. \quad (15)$$

Якщо t_v – час, протягом якого проходить відбирання газу, то формула (15) набуває вигляду

$$p_{1v} = p_0 - \frac{\mu}{k} \left(a_v - \sqrt{b_v^2 - \frac{\Omega_v + t_v q}{\pi h m_v}} \right) r_v.$$

Внутрішня гранична умова для руху газу має вигляд [5]:

$$p_1 = p_0 - \frac{2\mu\beta\gamma}{k} \nu r = p_0 - \frac{2\mu\beta\gamma}{k} \left(a_g - \sqrt{\frac{\Omega_g - t_v q}{\pi h m} + c_g^2} \right) r. \quad (16)$$

У формулах (15) та (16) Ω_v і Ω_g – ефективні порові об'єми, які займає вода та газ відповідно.

Для визначення тиску води на зовнішньому контурі (рис. 4) припустимо, що на поверхні $r_1 = a$ підтримується тиск води p_1 , а на поверхні $r_2 = b$ – тиск p_2 , а початковий розподіл тиску задається функцією $f(r)$.

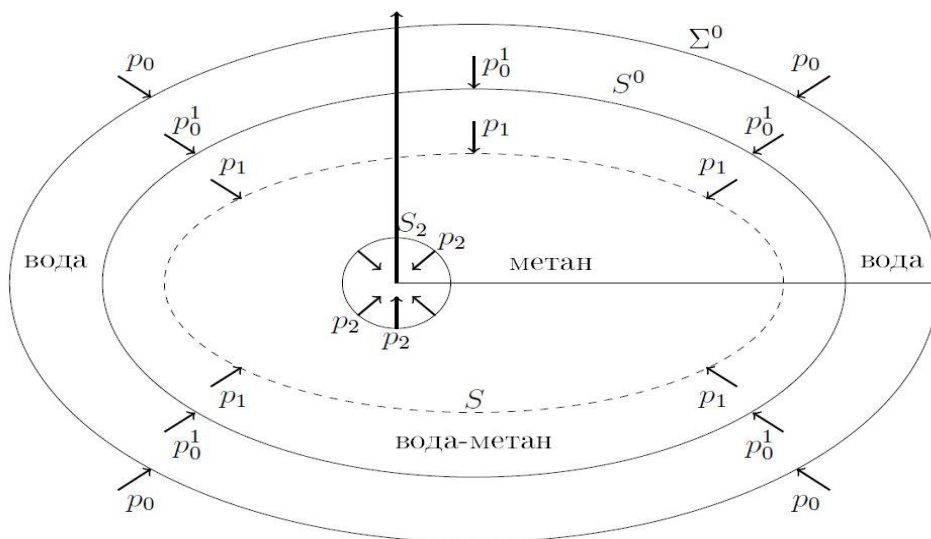


Рис. 4. Модель процесу руху газу в ПСГ при наявності законтурної води

У цьому випадку розподіл тиску газу подаємо у вигляді

$$P_g = P_s + P_n,$$

де
$$P_s = \frac{P_1 \ln(b/r) + P_2 \ln(r/a)}{\ln(b/a)}$$

визначає усталений розподіл тиску між поверхнями, а друга складова розв'язку [1]:

$$P_n = \frac{\pi^2}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\alpha_n^2 J_0^2(a\alpha_n)}{J_0^2(a\alpha_n) - J_0^2(b\alpha_n)} \exp(-\kappa\alpha_n^2\tau) U_0(r\alpha_n) \int_a^b r f(r) U_0(r\alpha_n) dr - \\ - \pi \sum_{n=1}^{\infty} \frac{[P_2 J_0(a\alpha_n) - P_1 J_0(b\alpha_n)] J_0(a\alpha_n) U_0(r\alpha_n)}{J_0^2(a\alpha_n) - J_0^2(b\alpha_n)} \exp(-\kappa\alpha_n^2\tau).$$

Тут $U_0(ar) = J_0(ar)Y_0(ab) + J_0(ab)Y_0(ar)$, $J_i(x)$ і $Y_i(x)$ – функції Бесселя дійсного аргументу першого і другого роду порядку i , відповідно. Оскільки

$$\nu = -\frac{k}{\mu} \frac{\partial p}{\partial y}, \quad q = \nu S = 2\pi r S \nu, \quad \nu = \frac{q}{2\pi r S}, \quad \frac{q}{2\pi r S} = -\frac{k}{\mu} \frac{\partial p}{\partial r}, \quad q = -2\pi r S \frac{k}{\mu} \frac{\partial p}{\partial r},$$

то отримуємо таке співвідношення [1]:

$$\frac{q}{2\pi r S} = \left\{ \frac{P_2 - P_1}{\ln(b/a)} + r \frac{\pi^2}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\alpha_n^2 J_0^2(a\alpha_n)}{J_0^2(a\alpha_n) - J_0^2(b\alpha_n)} \exp(-\kappa\alpha_n^2\tau) U_1(r\alpha_n) \int_a^b x f(x) U_0(x\alpha_n) dx - \right. \\ \left. - r\pi \sum_{n=1}^{\infty} \frac{[P_2 J_0(a\alpha_n) - P_1 J_0(b\alpha_n)] J_0(a\alpha_n) U_1(r\alpha_n)}{J_0^2(a\alpha_n) - J_0^2(b\alpha_n)} \exp(-\kappa\alpha_n^2\tau) \right\} \frac{k}{\mu}. \quad (17)$$

Визначаємо наступні функції

$$F_1(a, b, r, \alpha_n, \kappa, \tau) = -\frac{1}{\ln(b/a)} + r\pi (f(a, b, r) + 1) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{J_0(a\alpha_n) J_0(b\alpha_n)}{J_0^2(a\alpha_n) - J_0^2(b\alpha_n)} U_2(r, \alpha_n, \kappa, \tau)$$

та
$$F_2(a, b, r, \alpha_n, \kappa, \tau) = \frac{1}{\ln(b/a)} - r\pi \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2f(a, b, r) J_0^2(a\alpha_n)}{J_0^2(a\alpha_n) - J_0^2(b\alpha_n)} U_2(r, \alpha_n, \kappa, \tau),$$

де
$$f(a, b, r) = \frac{\ln(b/r)}{\ln(b/a)}.$$

У формулі (17) інтеграл має аналітичне представлення, тому отримуємо [1]:

$$\frac{q\mu}{2\pi r k S} = P_2 F_2(a, b, r, \alpha_n, \kappa, \tau) + P_1 F_1(a, b, r, \alpha_n, \kappa, \tau).$$

Звідси

$$P_2 = \frac{\frac{q\mu}{2\pi r k S} - P_1 F_1}{F_2}.$$

Тиск P_2 на зовнішньому контурі води використовується для знаходження висоти стовпа води, який потрібно підтримувати для забезпечення ефективної роботи ПСГ.

За отриманими теоретичними результатами проведено числові експерименти, деякі результати з яких подано в табл. 2. Обчислення проводилися за таких вхідних параметрів:

$$p_0 = 6,9 \cdot 10^6 (H / m^2); \quad p_{gsp} = 4,9 \cdot 10^6 (H / m^2); \quad T = 293(K); \quad \mu = 0,0008 (m^2/c);$$

$$g = 9,8 (m/c^2); \quad \alpha = 0,8; \quad m = 0,28; \quad k = 4 \cdot 10^{-15}; \quad \rho = 998 (кг/м^3); \quad z = 0,9;$$

$$\rho_0 = 0,68 (кг/м^3); \quad R = 8,3144621 (Дж/моль \cdot K).$$

В табл. 2 наведено наступні параметри ПСГ: $a(m)$ – радіус внутрішнього контуру, $b(m)$ – радіус зовнішнього контуру, $P_1(ama)$ – значення тиску на внутрішньому контурі, $P_2(ama)$ – значення тиску на зовнішньому контурі, $h(m)$ – висота стовпа води, для підтримування тиску на зовнішньому контурі води.

Таблиця 2. Значення тисків на внутрішньому P_1 та зовнішньому P_2 контурах при зміні об'єму наявного газу в ПСГ.

a	$b - a$	P_1	P_2	h
500	500	56,29	59,24	592,8
400	600	54,97	61,43	614,7
300	700	54,12	62,87	629,1
200	800	53,87	63,85	638,9
100	900	52,18	66,91	669,6
50	950	51,36	69,16	692,06

ОСНОВНІ РЕЗУЛЬТАТИ ТА ВИСНОВКИ

У роботі розв'язано актуальне науково-технічне завдання – аналітико-числове моделювання процесів взаємозаміщення газу водою з метою недопущення заводнення свердловини та визначення наявної кількості газу у воді. Таким чином, основними результатами є наступні:

1. На основі аналізу відомих математичних моделей процесів взаємодії руху газу з технологічними об'єктами та методів розв'язування відповідних нелінійних рівнянь і систем показано необхідність побудови нових та уточнення існуючих моделей і методів для отримання заданої точності результатів за прийнятний час.
2. Побудовано математичну модель роботи ПСГ при наявності підшовної води та досліджено швидкість руху ГВК з метою недопущення заводнення свердловини. Розроблено алгоритм визначення швидкості підняття ГВК для визначення часу, за який вода може підійти до гирла свердловини. Отримані результати апробовано у ході чисельного експе-

рименту на модельній задачі. Знайдені в ході чисельного експерименту співвідношення між дебітом свердловини, тиском на ГЗП, пластовим тиском та швидкістю підняття ГВК дають змогу корегувати вхідні дані для недопущення заводнення свердловини. Результати дослідження можна використати для розрахунку депресії тисків у пласті під час визначення граничного безводного дебіту.

3. Розроблено системну модель руху газу в ПСГ, яка описує у взаємозв'язку фільтраційні, дифузійні, конвективні та газодинамічні процеси, що дало змогу розробити підхід для оцінювання кількості дифундованого газу у воду при роботі ПСГ. Досліджено вплив коефіцієнта дифузії, тиску на межі "газ-вода" та тиску на нижній межі води на кількість дифундованого газу. Показано, що дифундований газ у більшості розміщений у верхній частині шару води, а також, що на кількість дифундованого газу значно впливає коефіцієнт дифузії та розміри пласту. Значний вплив на кількість газу має також тиск на межі "газ-вода" та незначний вплив тиск на нижній межі для підтримування витіснення газу. Отримані результати в ході обчислювального експерименту дають змогу оцінити кількість газу в пластах підземних сховищ газу, а також дають змогу корегувати параметри ПСГ для зменшення дифундування газу в воду при роботі ПСГ.
4. Побудовано математичну модель руху газу в ПСГ за наявності контурної води та досліджено вплив параметрів пористого середовища та газу на швидкість підняття ГВК. Розроблено алгоритм знаходження швидкості руху ГВК до свердловини з метою недопущення її заводнення. Побудовано зв'язок між дебітом свердловини та значеннями тисків на ГЗП та на зовнішній межі води, що дає змогу корегувати вхідні параметри ПСГ для ефективної експлуатації.
5. Побудовані чисельно-аналітичні моделі заміщення газу водою в ПСГ дають змогу розраховувати параметри роботи системи "пласт-колектор-магістральний газопровід" з метою недопущення заводнення свердловин та планувати сумісну роботу об'єктів підземних сховищ газу та газотранспортної системи на етапах відбирання та нагнітання газу.

СПИСОК ОПУБЛІКОВАНИХ ПРАЦЬ ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ

1. Pyanylo J. Determining the gas-water contact moving boundary in underground gas storage operation / J. Pyanylo, P. Vavrychuk // TASK Quarterly. Scientific Bulletin of the Academic Computer Centre in Gdansk, Poland. – 2016. – Vol. 20, Number 1. – P. 33-41.
2. П'янило Я. Д. Визначення швидкості руху газоводяного контакту в процесі роботи підземних сховищ газу / Я. Д. П'янило, П. Г. Вавричук // Фізико-математичне моделювання та інформаційні технології. – Вип. 18. – 2013. – С. 165-172.

3. П'янило Я. Д. Дифузія газів у пористих середовищах із урахуванням конвективної складової / Я. Д. П'янило, П. Г. Вавричук // Нафтогазова галузь України. – 2013. – Вип. 5. – С. 45-48.
4. Вавричук П. Г. Дослідження впливу тиску на наявність газу у воді в пластах підземних сховищ газу / П. Г. Вавричук // Фізико-математичне моделювання та інформаційні технології. – 2016. – Вип. 23. – С. 9-16.
5. Pyanylo Ya. Calculation of the underground gas store functioning parameters in the water drive mode for maintenance of gas extraction process / Ya. Pyanylo, P. Vavrychuk // Mathematical Modeling and Computing, Lviv Polytechnic National University. – 2016. – Vol. 3, Number 2. – P. 208-216.
6. П'янило Я. Д. Процес заміщення газів в пористих середовищах з врахуванням конвективної складової / Я. Д. П'янило, П. Г. Вавричук // 10-та Відкрита наукова конференція ІМФН „PSC-IMFS-10” (17-18 травня 2012, Львів) : Збірник матеріалів. – Львів : НУ “ЛП”, 2012. – С. В17-В18.
7. Вавричук П. Г. Моделювання процесу руху газоводяного контакту в процесі відбирання газу з підземних сховищ / П. Г. Вавричук, Н. М. Припула // V Всеукраїнська наукова конференція «Нелінійні проблеми аналізу» (19-21 вересня 2013 року, Івано-Франківськ): Тези доп. – Івано-Франківськ, 2013. – С. 15-16.
8. П'янило Я. Д. Моделювання процесу відбирання газу з водоносних пластів / Я. Д. П'янило, П. Г. Вавричук // Міжнародна наукова конференція "Сучасні проблеми термомеханіки" (22-24 вересня 2016 року, Львів): Зб. наук. праць / за заг. ред. Р.М. Кушніра [Електронний ресурс]. – Львів : Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я. С. Підстригача НАН України, 2016. – С. 114-117.
9. П'янило Я. Д. Дослідження впливу водного фактору на параметри експлуатації підземних сховищ газу / П'янило Я. Д., Вавричук П. Г. // Конференція молодих учених "Підстригачівські читання - 2017": Секція А. Механіка (23-25 травня 2017 року, Львів). – Львів, 2017. – С. 14-16.

АНОТАЦІЇ

Вавричук П. Г. Математичне моделювання та чисельний аналіз двофазної фільтрації газу та рідини в пористому середовищі. – На правах рукопису.

Дисертація на здобуття наукового ступеня кандидата технічних наук за спеціальністю 01.05.02 – математичне моделювання та обчислювальні методи. – Національний університет «Львівська політехніка» Міністерства освіти і науки України, Львів, 2018.

Дисертація присвячена математичному моделюванню процесів фільтрації газу та води в пористих середовищах та розробленню методів знаходження параметрів роботи підземного сховища газу за наявності водного фактору. У роботі розв'язано задачу науково-технічного характеру в галузі математичного моделювання та обчислювальних методів. При дослідженні процесу фільтрації

газу та води в пористих середовищах було вперше побудовано: математичну модель роботи підземного сховища газу (ПСГ) при наявності подошовної води та законтурної води; математичну модель для оцінки кількості дифундованого газу у воду при роботі ПСГ; математичну модель для оцінки швидкості руху газоводяного контакту з метою недопущення заводнення свердловини.

Адаптовано чисельно-аналітичні ітераційні методи для розв'язування вище поставлених задач. Отримані теоретичні результати дали змогу дослідити параметри (дебіт свердловини, тиск на газозбірному пункті, пластовий тиск та швидкість підняття газоводяного контакту), які впливають на роботу ПСГ за наявності водного фактору, та корегувати їх відповідно для покращення роботи ПСГ.

Ключові слова: математичне моделювання, фільтрація газу та води, пористе середовище, дифузія, конвекція, підземне сховище газу, газоводяний контакт, газозбірний пункт.

Вавричук П. Г. Математическое моделирование и численный анализ двухфазной фильтрации газа и жидкости в пористой среде. – На правах рукописи.

Диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук по специальности 01.05.02 – математическое моделирование и вычислительные методы. – Национальный университет «Львівська політехніка» Министерства образования и науки Украины, Львов, 2018.

Диссертация посвящена математическому моделированию процессов фильтрации газа и воды в пористых средах и разработке методов нахождения параметров работы подземного хранилища газа при наличии водного фактора. В работе решена задача научно-технического характера в области математического моделирования и вычислительных методов. При исследовании процесса фильтрации газа и воды в пористых средах впервые построено: математическую модель работы подземного хранилища газа (ПХГ) при наличии подошвенной и законтурной воды; математическую модель для оценивания количества дифундованого газа в воду при работе ПХГ; математическую модель для оценивания скорости движения газоводяного контакта с целью недопущения заводнения скважины.

Адаптированы численно-аналитические итерационные методы для решения вышепоставленных задач. Полученные теоретические результаты позволили исследовать параметры (дебит скважины, давление на газосборном пункте, пластовое давление и скорость поднятия газоводяного контакта) при наличии водного фактора, которые влияют на работу ПХГ, и соответственно корректировать их для улучшения работы ПХГ.

Ключевые слова: математическое моделирование, фильтрация газа и воды, пористая среда, диффузия, конвекция, подземное хранилище газа, газоводяной контакт, газосборный пункт.

Vavrychuk P.G. Mathematical modeling and numerical analysis of two-phase filtration of gas and water in a porous medium. – On the right of manuscript.

The thesis for Ph.D degree in Technical Sciences in specialty 01.05.02 – Mathematical modeling and computational methods. – Lviv Polytechnic National University of the Ministry of Education and Science of Ukraine, Lviv, 2018.

The presented work is devoted to mathematical modelling filtration processes of gas and water in porous medium and development of finding parameters methods of an underground gas storage work in the presence of water factor. The task of the scientific and technical character in the field of mathematical modeling and computational methods is solved. While creating and using underground gas stores (UGS) one of the main questions is establishing of functioning parameters for the underground gas store for maintenance of gas extraction process (gas flooding) in case the water is present in formations. Presence of water is detected almost in all gas stores (deposits) created in the depleted fields. Notwithstanding the great amount of the researches, currently no sufficient theory for describing of processes taking place in formations-collectors of gas stores with edge water has been yet proposed. Calculating UGS functioning parameters is getting complicated also due to the uncertainty of the porous medium parameters and its non-homogeneousness. This demands building of the corresponding adaptation models and methods, which allow specification of model parameters in accordance with the measured parameters (pressure, discharge, etc.). To construct the model of gas-water or water-gas displacement in the process of filtration in porous media and motion of two-phase mixtures in vertical wells and sloping areas of pipelines, it is necessary to take into account a lot of dynamic parameters. Despite the large number of studies in this field, there is no comprehensive theory to describe these processes so far. The calculation of filtration and motion of two-phase systems is even more complicated due to the uncertain parameters of porous media and their heterogeneity. In the study of the process of filtration of gas and water in porous media was first built: the mathematical model of the work of UGS in the presence of plantar water and water flow; the mathematical model for estimating the amount of diffused gas in water during operation of UGS; the mathematical model for estimating the speed of the gas-water contact in order to prevent flooding of the well.

Numerical-analytical iterative methods for solving the above tasks are adapted. Recommendations concerning the operation of UGS in the presence of water factor are proposed. Mathematical model of such a process is being built. Functional connection between the mass flowrate and pressure values in the main gas pipeline and on the outer water edge is being established. Formulas for calculating of the main UGS functioning parameters during the process of gas extraction are obtained. Model problem and formulas for calculating underground gas store parameters are tested during multiple experiments.

Keywords: mathematical modelling, filtration of gas and water, porous medium, diffusion, convection, underground gas storage, gas-water contact, gas collection point.

Підписано до друку 11.04.2018 р.
Формат 60×84/16. Папір офсетний.
Друк цифровий. Умовн. друк. арк. 0,9.
Наклад 100 прим. Зам. № 52

ТЗОВ «Растр-7»
79005, м. Львів, вул. Кн. Романа, 9/1
тел./факс: (032) 235-52-05
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи:
ЛВ №22 від 19.11.2002 р.