

Міністерство освіти і науки України  
Національний університет "Львівська політехніка"

*На правах рукопису*

КОПЧАК БОГДАН ЛЮБОМИРОВИЧ

УДК 621.31:621.313.33+517.9

**АНАЛІЗ І СИНТЕЗ ЕЛЕКТРОМЕХАНІЧНИХ СИСТЕМ, ЯКІ  
ОПИСУЮТЬСЯ ДРОБОВИМИ ІНТЕГРАЛЬНО-  
ДИФЕРЕНЦІЙНИМИ ЛАНКАМИ**

05.09.03 – електротехнічні комплекси та системи

Дисертація на здобуття наукового ступеня  
доктора технічних наук

Науковий консультант:  
доктор технічних наук, професор  
Марущак Ярослав Юрійович

**Ідентичність усіх екземплярів дисертації  
ЗАСВІДЧУЮ**

Учений секретар спеціалізованої  
вченої ради Д 35.052.02

Коруд В. І.

Львів - 2017

## ЗМІСТ

|                                                                                                                                                                            |           |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ.....                                                                                                                                             | 7         |
| ВСТУП.....                                                                                                                                                                 | 9         |
| <b>РОЗДІЛ 1 МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ ДРОБОВОГО ПОРЯДКУ І ЇХ ЗАСТОСУВАННЯ ДЛЯ АНАЛІЗУ І СИНТЕЗУ ЕЛЕКТРОМЕХАНІЧНИХ СИСТЕМ.....</b>                                                 | <b>21</b> |
| 1.1 Фрактальність процесів в об'єктах керування та елементах електромеханічних систем та їх опис передавальними функціями дробового порядку.....                           | 21        |
| 1.2 Огляд основних напрямків, переваг і досвіду застосування інтегровально-диференційних ланок дробового порядку в задачах аналізу і синтезу електромеханічних систем..... | 30        |
| 1.3 Проблеми ідентифікації електромеханічних систем та їх робастного синтезу за використання моделей та регуляторів дробового порядку.....                                 | 43        |
| 1.4 Задачі дисертаційних досліджень.....                                                                                                                                   | 47        |
| <b>РОЗДІЛ 2 ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ МАТЕМАТИЧНОГО ОПИСУ ОБ'ЄКТІВ ТА КОНТУРІВ КЕРУВАННЯ ЕМС НА ОСНОВІ ПЕРЕДАВАЛЬНИХ ФУНКЦІЙ ДРОБОВОГО ПОРЯДКУ.....</b>                            | <b>51</b> |
| 2.1 Загальні положення .....                                                                                                                                               | 51        |
| 2.2 Апроксимація об'єктів керування ЕМС, які описуються передавальними функціями високого порядку за допомогою моделей дробового порядку.....                              | 52        |
| 2.2.1 Застосування еволюційних методів для аналізу електромеханічних систем з дробовими ланками.....                                                                       | 54        |
| 2.2.2 Апроксимація стандартних ПФ біноміальної форми та форми Баттерворта першого-четвертого порядку дробовими моделями.....                                               | 67        |

|                                                                                                                                                              |            |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------|
| 2.2.3 Аналіз точності апроксимації об'єктів електромеханічних систем високого порядку дробовими передавальними функціями різного типу.....                   | 79         |
| 2.2.4 Вплив параметрів МРЧ на точність ідентифікації об'єктів керування ЕМС передавальними функціями дробового порядку за їх динамічною характеристикою..... | 93         |
| 2.3 Розроблення і дослідження способів моделювання ланок ЕМС і реалізації регуляторів дробового порядку.....                                                 | 96         |
| 2.3.1 Розроблення програмного забезпечення на основі перетворення Оусталоупа для апроксимації ПФ дробового порядку ПФ цілого порядку.....                    | 96         |
| 2.3.2 Аналіз точності моделей інтегровально-диференціальних ланок (регуляторів) дробового порядку для ЕМС за різних підходів до їх реалізації.....           | 112        |
| 2.4 Висновки до розділу.....                                                                                                                                 | 121        |
| <b>РОЗДІЛ 3 МЕТОДИ СИНТЕЗУ РЕГУЛЯТОРІВ ДРОБОВОГО ПОРЯДКУ ДЛЯ ЕЛЕКТРОМЕХАНІЧНИХ СИСТЕМ.....</b>                                                               | <b>123</b> |
| 3.1 Аналіз існуючих методів синтезу регуляторів координат електромеханічних систем, які описуються ПФ дробового порядку.....                                 | 123        |
| 3.2 Бажані дробові форми як еталонні для налагодження контурів ЕМС.....                                                                                      | 126        |
| 3.3 Застосування методу характеристичного дробового полінома для структурного - параметричного синтезу регуляторів дробового порядку.....                    | 141        |
| 3.3.1 Загальні положення.....                                                                                                                                | 141        |
| 3.3.2 Синтез регуляторів дробового порядку для ЕМС за використання бажаних дробових форм з врахуванням особливостей об'єктів керування.....                  | 143        |

|                                                                                                                                                         |            |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------|
| 3.4 Застосування методів інтелектуального керування для синтезу регуляторів дробового порядку.....                                                      | 151        |
| 3.5 Симуляційні дослідження режиму самоналагодження регулятора ЕМС з мікропроцесорним керуванням .....                                                  | 162        |
| 3.6 Синтез регуляторів дробового порядку двомасових ЕМС з нелінійним навантаженням.....                                                                 | 171        |
| 3.7 Висновки до розділу 3.....                                                                                                                          | 182        |
| <b>РОЗДІЛ 4 РОБАСТНЕ КЕРУВАННЯ В ЕМС З РЕГУЛЯТОРАМИ ДРОБОВОГО ПОРЯДКУ.....</b>                                                                          | <b>184</b> |
| 4.1 Загальні положення .....                                                                                                                            | 184        |
| 4.2 Аналіз і вибір умов робастної стійкості дробових ЕМС.....                                                                                           | 185        |
| 4.3 Показники робастності ЕМС дробового порядку та їх аналіз .....                                                                                      | 210        |
| 4.4 Робастне керування ЕМС при її описі передавальними функціями дробового порядку.....                                                                 | 214        |
| 4.5 Симуляційні дослідження робастності ЕМС дробового порядку за використання еволюційних методів для їх синтезу.....                                   | 218        |
| 4.6 Структурно-параметричний синтез ЕМС та аналіз їх робастності.....                                                                                   | 222        |
| 4.7 Синтез регуляторів ЕМС дробового порядку на основі нечіткої логіки.....                                                                             | 236        |
| 4.8 Висновки до розділу 4.....                                                                                                                          | 243        |
| <b>РОЗДІЛ 5 РОЗРОБЛЕННЯ І РЕАЛІЗАЦІЯ СИСТЕМ АВТОМАТИЧНОГО КЕРУВАННЯ ЕЛЕКТРОМЕХАНІЧНИХ ОБ'ЄКТІВ З ЕЛЕМЕНТАМИ АБО РЕГУЛЯТОРАМИ ДРОБОВОГО ПОРЯДКУ.....</b> | <b>245</b> |
| 5.1 Шляхи практичної реалізації регуляторів дробового порядку.....                                                                                      | 245        |
| 5.2 Реалізація $PI^{\lambda}D^{\mu}$ -регулятора дробового порядку в програмованому логічному контролері перетворювача частоти.....                     | 257        |
| 5.2.1 Розроблення дробового $PI^{\lambda}D^{\mu}$ -регулятора в перетворювачі                                                                           |            |

|                                                                                                                                                                                            |     |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| частоти за використання мікроконтролерної плати MFC1000/10 ....                                                                                                                            | 258 |
| 5.2.2 Реалізація опції перетворювача частоти типу MFC710 з дробовим ПІ <sup>λ</sup> Д <sup>μ</sup> - регулятором.....                                                                      | 272 |
| 5.2.3 Реалізація опції перетворювача частоти типу MFC710 з нечітким дробовим ПІ <sup>λ</sup> Д <sup>μ</sup> - регулятором.....                                                             | 282 |
| 5.3 Розроблення систем керування напруги автономної асинхронної генераторної установки за використання нечітких дробових регуляторів.....                                                  | 286 |
| 5.4. Практична ідентифікація об'єктів керування ЕМС передавальними функціями дробового порядку за їх динамічною характеристикою.....                                                       | 309 |
| 5.5 Експериментальні дослідження ефективності регуляторів дробового порядку та ПІ <sup>λ</sup> Д <sup>μ</sup> - регуляторів в електромеханічних системах.....                              | 315 |
| 5.5.1 Структурно-параметричний синтез регуляторів дробового порядку для ЕМС описаних передавальними функціями дробового порядку за даними ідентифікації об'єкта. ....                      | 315 |
| 5.5.2 Параметричний синтез ПІ <sup>λ</sup> Д <sup>μ</sup> - регуляторів дробового порядку для ЕМС описаних передавальними функціями дробового порядку за даними ідентифікації об'єкта..... | 323 |
| 5.5.3 Дослідження системи ПЧ-АД за використання синтезованих регуляторів дробового порядку в режимі накиду навантаження. ...                                                               | 332 |
| 5.6 Висновки до розділу 5.....                                                                                                                                                             | 339 |
| <b>ВИСНОВКИ</b> .....                                                                                                                                                                      | 341 |
| <b>СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ</b> .....                                                                                                                                                    | 345 |
| <b>ДОДАТКИ</b> .....                                                                                                                                                                       | 365 |
| ДОДАТОК А. Розв'язок задач апроксимації в електромеханіці за використання дробових моделей .....                                                                                           | 366 |
| ДОДАТОК Б. Реалізація методу генетичного алгоритму для синтезу                                                                                                                             |     |

|                                                                                                            |     |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| регуляторів дробового порядку.....                                                                         | 397 |
| ДОДАТОК В. Стійкість передавальних функцій дробового порядку в ЕМС.....                                    | 398 |
| ДОДАТОК Г. Осцилограми перехідних процесів, отримані в результаті експериментальних досліджень ПЧ-АД ..... | 409 |
| ДОДАТОК Д. Акти впровадження.....                                                                          | 411 |

**ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ**

АГ – асинхронний генератор;

АД – асинхронний двигун;

АМ – асинхронна машина;

БД – блок ділення;

БМ – блок множення;

ВЕС – вітроенергетична станція;

ВЕУ – вітроенергетична установка;

ГА – генетичний алгоритм;

ГВС – генератор випадкових сигналів;

ГЧ – генератор частоти;

ДН – давач напруги;

ДР – дробовий регулятор (контролер);

ДС – давач струму;

ДХП – дробовий характеристичний поліном;

ДЧ – дробове числення;

ДШ – давач швидкості;

ЕМС – електромеханічна система;

ЕМВС – електромашинно-вентильна система;

ЕП – електропривод;

ЕРС – електрорушійна сила;

КБ – конденсаторна батарея;

МРЧ – метод рою частинок;

ОК – об'єкт керування;

ПІД – пропорціонально-інтегрально-диференціальний регулятор цілого порядку;

ПІ<sup>λ</sup>Д<sup>μ</sup> – пропорціонально-інтегрально-диференціальний регулятор дробового порядку;

ПЛК – програмований логічний контролер;

ПЧ – перетворювач частоти;

РН – регулятор напруги;

РС – регулятор струму;

РШ – регулятор швидкості;

САК – система автоматичного керування;

СІФК – система імпульсно-фазового керування;

СКЧ – система керування частотою обертання вітроколеса;

СПР – система підпорядкованого регулювання;

ТП – тиристорний перетворювач;

ТПН – тиристорний перетворювач напруги;

ТКРП – тиристорний компенсатор реактивної потужності;

УХП – узагальнений характеристичний поліном;

ФК – фрактальне керування;

ЦР – класичний (цілого порядку) регулятор;

$K_p, T_d, T_i$  – значення пропорційної, диференціальної та інтегральної складових



## ВСТУП

Аналіз численних публікацій з теорії і застосування дробового числення, зміст доповідей, зроблених на конференціях різного рівня і спрямованості, характер оглядових матеріалів, дають змогу зробити висновок про перспективність розвитку фрактальних методів для значної кількості електромеханічних систем (ЕМС). Це обумовлено фрактальним характером природних явищ і технологічних процесів, які впливають на модель об'єктів керування ЕМС, а також можливістю використати переваги фрактального керування (ФК), які могли б стимулювати подальші дослідження в царині використання регуляторів дробового порядку, їх синтезу з врахуванням нелінійності, невизначеності параметрів тощо.

Хоча застосування диференціалів та інтегралів дробового порядку є предметом розгляду науковців протягом останніх десятиліть, теорія дробового числення має досить довгу і видатну історію. Фактично її можна простежити від самих витоків диференціального числення. Тим не менш, її складність завадила використанню інтегро-диференційовання дробового порядку на практиці ще донедавна.

На сучасному етапі дробове числення (ДЧ) знаходиться в процесі розвитку і в теоретичному плані, і в його застосуванні. Цей розділ матаналізу перетворився в інструмент математичного моделювання складних динамічних процесів у звичайних і фрактальних середовищах, який дозволяє на новій основі вирішувати різні задачі аналізу, синтезу, ідентифікації, діагностики, створення нових систем керування тощо, з метою знайдення відповідних рішень для проблем стійкості, робастності, нечутливості до частотних збурень тощо.

Слід відзначити, що з'являється все більше досліджень, пов'язаних зі застосуванням дробових регуляторів (ДР) у багатьох областях науки і техніки, що зумовлено кращим розумінням можливостей дробового числення. Останніми роками можна зауважити підвищену цікавість до застосування дробового числення в теорії керування взагалі і до диференціальних та інтегральних ланок

дробового порядку, як моделей, так і регуляторів, при аналізі і синтезі ЕМС, зокрема. Як показали дослідження, застосування в ЕМС ПІ<sup>λ</sup>Д<sup>μ</sup>-регуляторів дробового порядку дозволяє покращити якість перехідних процесів, при цьому підвищити запас стійкості порівняно з аналогічними системами, в яких використовуються класичні (цілого порядку) регулятори. Відомі різні підходи до технічної реалізації таких регуляторів: на основі представлень Рімана, Ліувілля, Грюнвальда, Капуто, за використання ланцюгових дробів, шляхом використання перетворення Фур'є тощо.

Проте на сьогоднішній день проблема розрахунку та реалізації ПІ<sup>λ</sup>Д<sup>μ</sup>-регуляторів дробового порядку як аналогових, так і цифрових, а також дослідження їх можливостей в автоматизованих ЕМС є надалі актуальною і потребує вирішення. Низка авторів прогнозують, що застосування регуляторів дробового порядку для керування виробничими процесами буде зростати замість ПІД-регуляторів цілого порядку, коли розвинеться реалізація таких регуляторів і методи їх налаштування. Кожного року кількість публікацій, присвячених ПІ<sup>λ</sup> і ПІ<sup>λ</sup>Д<sup>μ</sup> регуляторам дробового порядку, зростає, і при цьому розробників цікавлять такі питання:

- як врахувати фрактальний характер природних явищ і технологічних процесів, які впливають на модель об'єктів керування ЕМС?
- що зумовлює необхідність використовувати дробовий регулятор, якщо регулятор цілого порядку в певній мірі задовольняє вимогам до ЕМС?
- як оптимізувати експеримент, щоб налаштувати регулятор дробового порядку?
- як найкраще налаштувати регулятор дробового порядку згідно критерію мінімізації часу експериментальних досліджень?
- як найкраще спроектувати регулятор дробового порядку для певного класу ЕМС (об'єктів керування)?

Як показали дослідження наші та інших авторів, застосування регуляторів дробового порядку для об'єктів керування, які описуються ПФ цілого порядку, забезпечує кращу гнучкість у налагодженні, зокрема запасу за фазою і

амплітудою ЛАЧХ і ЛФЧХ, порівняно з регуляторами цілого порядку. Ця гнучкість робить керування дробового порядку потужним інструментом у проектуванні робастних систем керування з меншою кількістю параметрів налагодження. Основна перевага полягає в тому, що, використовуючи декілька керувальних впливів для налаштування, контролер дробового порядку досягає подібну робастність до контролерів цілого, але дуже високого порядку.

Так само як дробові числа знаходяться між цілими числами, так і системи керування дробового порядку поширюються, доповнюючи існуючі системи керування цілого порядку в їх дробових реалізаціях. Наприклад: дробовий ковзний тип керування, адаптивне керування зі застосуванням дробових моделей, модифікація законів керування шляхом використання дробових регуляторів різної структури тощо. Можливості для застосування систем керування з дробовими регуляторами широкі, проте доцільність застосування дробових регуляторів, моделей ланок ЕМС і, відповідно, оригінальних методів синтезу повинна бути обґрунтована.

Сучасний рівень мікропроцесорної техніки та її застосування у перетворювальній техніці суттєво розширює функціональні можливості автоматизованих електроприводів як основи ЕМС. Розвиток ідеї застосування, зокрема в перетворювачах частоти, програмованих логічних контролерах (ПЛК, англ. PLC) та їх удосконалення дозволить реалізувати складніші алгоритми керування і, відповідно, відкриє шлях до побудови самоналагоджувальних ЕМС без суттєвого їх подорожчання. Такий контролер повинен реалізувати наступне:

- провести ідентифікацію об'єкта керування й апроксимувати отриману, наприклад, перехідну або частотну характеристику простішою дробовою моделлю;
- синтезувати  $PI^{\lambda}D^{\mu}$ -регулятор дробового порядку за заданими (бажаними) параметрами динамічної характеристики;
- здійснювати адаптацію параметрів регулятора до змін параметрів ЕМС.

Дослідження в царині систем дробового порядку з метою створення моделей специфічних систем (електричних, біологічних тощо), показали, що

системи дробового порядку можуть розглядатися як узагальнення систем цілого порядку. Ця особливість є корисною з точки зору пониження порядку моделі. Тому проводяться розроблення математичної основи цієї нової теорії апроксимації, критеріїв для вибору порядку дробової моделі, яка має поведінку, як оригінальна модель цілого порядку, на основі певних якісних індексів, що можуть розглядатися для оцінки якості апроксимованої моделі.

Застосування дробового числення в автоматичному керуванні ЕМС можна розділити на дві групи. Першу групу утворюють методи математичного і комп'ютерного моделювання систем, в яких проявляються динамічні властивості елементів дробового порядку, і апроксимації систем цілого порядку більш простими моделями дробового порядку. Апроксимація об'єкта керування за одночасного пониження порядку моделі стало в останні роки цікавою областю досліджень, у зв'язку зі зростанням важливості синтезу систем керування з дробовими регуляторами на основі контролерів, використовуючи різні стратегії представлення інтегрально-диференційних ланок дробового порядку. При цьому особливу увагу звертають на запобігання втрати найбільш важливих динамічних особливостей системи, тому виникає необхідність кількісної оцінки ефективності виконуваної апроксимації.

До другої групи можна віднести синтез ЕМС, окремі ланки якої описуються моделями дробового порядку, а для оптимізації контурів за заданими (бажаними) параметрами динамічної характеристики застосовуються дробові регулятори, які забезпечують вищу ступінь стійкості та робастності порівняно з цілочисельним регулятором.

Застосування підходу, який базується на дробовому численні для розв'язку задач електромеханіки, можна розділити на наступні етапи:

Перший етап – аналіз з акцентом на експериментальну перевірку ступеня адекватності представлення диференційними та інтегральними ланками дробового порядку різних впливів на об'єкт керування ЕМС за рахунок природних явищ та технологічних процесів, що дало змогу застосувати до них поняття фрактальності, тобто дробової розмірності.

Другий етап – удосконалення відомих і створення нових алгоритмів аналізу ланок ЕМС шляхом апроксимації їх динамічних характеристик дробовими моделями а також синтезу контурів ЕМС за використання ПІ<sup>λ</sup>Д<sup>μ</sup>-регуляторів дробового порядку.

Третій етап – проектування дробових ПІ<sup>λ</sup>Д<sup>μ</sup>-регуляторів за використання сучасної мікропроцесорної техніки, а також реалізація режиму самоналагодження ЕМС.

Серед об'єктів керування ЕМС в яких явно виражені ознаки фрактальності слід виділити:

- автономні вітроенергетичні установки (ВЕУ),
- ЕМС з дво- або чотириквADRANTними перетворювачами частоти (АС-DC-АС, DC- DC з ланкою постійного струму).

Також слід відзначити, що особливістю ВЕУ, пов'язаною з фрактальним характером є:

- процеси, які протікають у вітровому колесі;
- ємності та індуктивності силового кола перетворювача.

Опис таких об'єктів дробовими моделями низького порядку забезпечує високу ступінь адекватності, а застосування регуляторів дробового порядку забезпечує кращі динамічні характеристики, керованість та робастність. Крім цього, регулятор дробового порядку дозволяє вирішувати проблему «ковзного» режиму керування напруги в контурі DC-DC.

Інший об'єкт керування – ЕМС, в яких для керування частоти обертання і технологічних параметрів використовується дво- або чотириквADRANTні перетворювачі частоти з ланкою постійного струму. У зв'язку з перевагами регуляторів дробового порядку перед цілочисельними для ЕМС з невизначеністю об'єктів керування, для забезпечення робастного керування в ПЧ доцільно реалізувати нечіткий регулятор, що дозволить вирішити проблему оптимізації нелінійних систем і передбачити режим самоналагодження параметрів такого регулятора у режимі online. Особливим напрямком є приводи електромобілів з

чотириквADRANTними перетворювачами частоти за наявності суперконденсатора в контурі DC-DC.

У відповідності з договором про співпрацю між Національним університетом «Львівська політехніка» та науково-виробничою фірмою енергоелектроніки «Тверд», у період з 2014 по 2016 рік було проведено розроблення регулятора дробового порядку на основі перетворення Оусталоупа зі заданою швидкістю розрахунку точки не вище  $0,0001\text{с}$  і можливістю роботи у режимі цілочисельного інтегрування та диференціювання, реалізація режиму його самоналагодження в спеціальній опції програмованого контролера, а також розроблення варіанту нечіткого регулятора дробового порядку.

Отже, для ЕМС важливим є підвищення точності ідентифікації параметрів об'єктів керування та забезпечення бажаних динамічних і статичних характеристик, що неможливо без удосконалення моделей і розроблення цифрових регуляторів дробового порядку.

Важливо також відзначити, що системи керування ЕМС, які описуються ланками дробового порядку, можуть будуватися за різними принципами, зокрема: послідовної або паралельної корекції, комбінованого або модального керування, самоналагодження тощо.

Наукові дослідження проводилися в рамках держбюджетних робіт: 2008-2009р. «Теоретичні засади створення електромеханотронних перетворювачів та систем» (ДБ „ЕМТП”, номер державної реєстрації 0108U000337); 2010-2011р. «Розроблення мехатронних та електромеханічних вузлів легкового транспортного засобів» (ДБ „УМК” номер державної реєстрації 0110U001107).

На основі сказаного вище сформульовані мета і задачі роботи.

**Метою даної роботи** є розвиток теорії керування систем, які описуються математичними моделями з інтегро-диференціюванням дробового порядку, аналіз та синтез ЕМС, в склад яких входять інтегро-диференційні ланки дробового порядку, для забезпечення заданих динамічних характеристик процесів у них, а також підвищення стійкості та робастності таких систем завдяки розробленим алгоритмам функціонування дробових регуляторів та їх апаратної реалізації.

Для досягнення поставленої мети, на основі аналізу досягнень і проблем у царині аналізу та синтезу дробових ЕМС, в роботі передбачено вирішити наступні завдання:

- удосконалити методи моделювання ЕМС, ланки яких характеризуються фрактальними властивостями, з метою знаходження відповідних рішень для проблем керування;

- удосконалити методи структурної і параметричної ідентифікації динамічних систем, які функціонують у режимі реального часу, шляхом створення їх математичних моделей на основі інтегро-диференціальних операторів дробового порядку;

- розвинути метод узагальненого характеристичного полінома для структурно параметричного синтезу дробових регуляторів згідно бажаних дробових форм;

- дослідити вплив регуляторів дробового порядку на стійкість динамічних систем, їх робастність;

- сформулювати функціонал якості динамічної системи, яка описується передавальною функцією дробового порядку;

- розробити методи синтезу ЕМС з регуляторами дробового порядку, які функціонують у режимі реального часу, за заданими показниками якості перехідних процесів із врахуванням умов стійкості, робастності, нечутливості до високочастотних завад і низькочастотних збурень у каналі навантаження за використання інтелектуальних методів;

- розробити процедуру реалізації інтегральних і диференціальних регуляторів дробового порядку на базі сучасних мікропроцесорних систем керування;

- створити як опцію промисловий варіант ПП<sup>λ</sup>Д<sup>μ</sup>-регулятора дробового порядку з можливістю його реалізації за допомогою програмованих логічних контролерів, зокрема в перетворювачах частоти фірми "Тверд", і передбачити режим самоналагоджування системи;

- розробити систему інтелектуального керування автономним асинхронним генератором з урахуванням фрактальності вітрового потоку за використання

нечітких дробових регуляторів;

- розробити методику синтезу ЕМС з урахуванням нелінійності елементів об'єкта керування за використання еволюційних методів.

**Об'єктом дослідження** є динамічні процеси в електромеханічних системах дробового порядку.

**Предметом дослідження** є аналіз і синтез електромеханічних систем дробового порядку зі заданими динамічними показниками.

#### **Методи дослідження.**

В основу досліджень закладені методи теорії автоматичного керування (для аналізу стійкості та якості електромеханічних систем, вибору їх структури, оцінки якості та похибок керування), методи аналізу і синтезу електромеханічних систем еволюційними методами рою частинок і генетичного алгоритму (для створення моделей дробового порядку об'єктів керування ЕМС і вибору параметрів інтегровально-диференціальних регуляторів дробового порядку), методи апроксимації дробових інтегровальної та диференціальної ланок ланками цілого порядку (для розробки спрощеного алгоритму розрахунків і реалізації регуляторів дробового порядку), комп'ютерне імітаційне моделювання, експериментальні дослідження.

**Наукова новизна** отриманих результатів полягає в наступному:

- отримало подальший розвиток вирішення задач апроксимації електромеханічних систем високого порядку дробовими передавальними функціями з трьома членами характеристичного полінома, що забезпечує розширення спектру заданих динамічних характеристик таких систем;

- розроблені бажані форми характеристичного полінома дробового порядку для структурно-параметричного синтезу електромеханічних систем, що дало змогу поширити кореневі методи саме з цими формами на системи, які описуються передавальними функціями як цілого, так і дробового порядку;

- розвинуто метод узагальненого характеристичного полінома стосовно електромеханічних систем дробового порядку, дробового порядку, що дало змогу синтезувати дробові регулятори систем;



- удосконалено метод обчислення та реалізації зі заданою точністю інтегральної та диференціальної ланок дробового порядку, що дало можливість реалізувати ці регулятори в реальному часі функціонування динамічних електромеханічних систем.

**Практичне значення** отриманих результатів:

- для ЕМС дробового порядку розроблено програмне забезпечення для аналізу і синтезу таких систем, що забезпечує вищу точність і швидкодію порівняно з існуючими аналогами;

- розроблена процедура самоналагодження дробових ЕМС за бажаною якістю динамічних процесів;

- рекомендовано для практичного застосування в ЕМС з дробовими ПФ бажані форми з такими параметрами дробового показника оператора Лапласа  $s$ :  $q = 0,9 \div 1,3$  (форма №1), а для форми №2  $q = 0,1 \div 2$ , що дозволяє розширити гамму можливих налаштувань дробових регуляторів;

- на основі порівняльного аналізу різних підходів для реалізації дробових регуляторів показано, що найбільш перспективними є моделі, побудовані на основі перетворення Оусталоупа (англ. Oustaloup) з порядками апроксимації  $N = 1; 2$ ;

- розроблена процедура визначення діапазону зміни параметрів, виходячи з умови стійкості синтезованих електромеханічних систем дробового порядку;

- розроблені макетні зразки  $PI^{\lambda}D^{\mu}$ -регуляторів, реалізовані за використання плат контролерів Arduino Mega 2560, Arduino DUE характеризуються економічністю, а на основі плати MFC1000/10 – отримується на порядок вища швидкодія ( $\tau = 0,0001\text{с}$ ) і, крім того, такий регулятор може працювати як при класичному (цілочисельні степені інтегратора і диференціатора  $\lambda = -1,0, \mu = 1,0$ ), так і в дробовому ( $-1 < \lambda < 0, 0 < \mu < 1$ ) або змішаному (одна складова – цілого порядку, інша дробова) налаштуваннях, забезпечуючи при цьому високу точність;

- розроблений  $PI^{\lambda}D^{\mu}$ -регулятор реалізовано як опцію в програмованому логічному контролері перетворювача частоти ПЧ MFC710, що дозволяє керувати координатами електропривода (частотою обертання), або технологічними

параметрами (температурою, тиском тощо) з можливістю його використання у режимі самоналагодження;

- показана можливість застосування дробових диференціаторів як фільтрів високочастотних завад.

#### **Результати дисертаційної роботи використані:**

- в ЕМС, до складу яких входять елементи з фрактальними (дробовими) властивостями;

- в контролерах систем керування автономних ВЕУ для керування напругою;

- при розробленні концепції привода електромобіля за використання суперконденсаторів з врахування їх фрактальності;

- для створення регуляторів дробового порядку як опції в програмованому логічному контролері перетворювачів частоти типу MFC 710 для створення програм ідентифікації об'єктів і самоналагодження параметрів регулятора при роботі перетворювача частоти в ЕМС автоматизації.

Теоретичні матеріали роботи частково використані при підготовці навчального посібника “Системи керування електропобутовими приладами” [1] в розділах, присвячених інтелектуальним системам керування, у тому числі в ЕМС побутової техніки.

Результати роботи використовуються в начальному процесі у дисциплінах, які передбачені навчальними планами, зокрема: «Автоматичні системи керування електропобутовими приладами», «Автоматичні системи керування електропобутовою технікою», «Інтелектуальне керування та синтез в електромеханічних системах», «Інтелектуальне керування транспортними засобами», «Сучасні електроприводи змінного струму» у дипломному проектуванні зі спеціальності 7.05070206 «Електропобутова техніка».

На базі розробленої опції перетворювача частоти MFC710 з ПІ<sup>λ</sup>Д<sup>μ</sup>-регулятором реалізовано лабораторний стенд для дослідження електромеханічних систем з ланками дробового порядку, який використовується як для навчання студентів, так і для проведення дослідницьких робіт магістрантів і аспірантів.

**Апробація роботи:**

Результати досліджень і основні положення дисертаційної роботи доповідалися, обговорювалися та отримали позитивні відгуки:

- на XII – XXII Міжнародних науково-технічних конференціях “Проблеми автоматизованого електропривода. Теорія та практика (ПАЕП)” (м. Алушта, Крим, 2005 р.; м. Одеса, 2006 р.; смт. Миколаївка, Крим, 2007 р.; смт. Миколаївка, Крим, 2008 р.; м. Алушта, Крим, 2009 р.; с. Кипарисне, Крим, 2010 р.; м. Одеса, 2011 р.; смт. Миколаївка, Крим, 2012 р.; с. Малий маяк, Крим, 2013 р.; м. Одеса, 2014 р.; м. Харків, 2015 р.);

- на X, XIII, XXII Міжнародних науково-технічних конференціях “Силова електроніка та енергоефективність (СЕЕ)” (м. Алушта, Крим, 2004 р.; м. Алушта, Крим, 2007 р.; м. Одеса, 2016 р.);

- на IX Міжнародній науково-технічній конференції “Проблеми сучасної електротехніки - 2006” (м. Київ, 2006 р.);

- на XV, XVI, XVII Міжнародних науково-технічних конференціях “Проблеми енергоресурсозбереження в електротехнічних системах. Наука, освіта і практика (ICPEES)” (м. Кременчук, 2014 р.; м. Кременчук, 2015 р.; м. Кременчук, 2016 р.);

- на VI Міжнародній науково-технічній конференції “Математичне моделювання в електротехніці та електроенергетиці (ММ Електро-2009)” (м. Львів, 2009 р.);

- на Міжнародній науково-технічній конференції “Проблеми розвитку систем енергетики і автоматики в АПК” (м. Київ, 2012 р.);

- на XII Міжнародній конференції “Контроль і управління в складних системах (КУСС-2014)” (м. Вінниця, 2014 р.);

- на XVI Міжнародній конференції “Computational Problems of Electrical Engineering (CPEE 2015)” (м. Львів, 2015 р.);

- на XII Міжнародній конференції “Perspective technologies and methods in MEMS design (MEMSTECH 2016)” (с. Поляна, 2016 р.);

- на XIII Міжнародній конференції “Selected issues of electrical engineering and electronics (WZEE-2016)” (м. Жешів, Польща, 2016 р.);
- на семінарі наукової Ради НАН України за комплексною проблемою «Моделі та методи комп’ютерного аналізу електричних кіл та електромеханічних систем», 30. 06. 2016 р;
- на міжкафедральних наукових семінарах кафедр «Електропривод і комп’ютеризовані електромеханічні системи» і «Електричні машини та апарати» Національного університету «Львівська політехніка», 2014 – 2016 рр.

**Публікації.** Основний зміст, наукові положення, результати і висновки дисертаційної роботи опубліковані у 35-ти друкованих наукових працях, з них 26 у наукових фахових виданнях України, з яких 6 статей у виданнях, що включені до наукометричних баз даних; 2 матеріали конференцій у виданнях, що включені до наукометричної бази даних Scopus, 1 стаття в науковому періодичному виданні іншої держави; 12 праць написано без співавторів.

## РОЗДІЛ 1

### МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ ДРОБОВОГО ПОРЯДКУ І ЇХ ЗАСТОСУВАННЯ ДЛЯ АНАЛІЗУ І СИНТЕЗУ ЕЛЕКТРОМЕХАНІЧНИХ СИСТЕМ

#### 1.1 Фрактальність процесів в об'єктах керування та елементах електромеханічних систем та їх опис передавальними функціями дробового порядку

Відкриття другої половини ХХ століття внесли зміни в уявлення про характер динамічних процесів. Стала очевидною недостатня ступінь адекватності традиційних моделей, зокрема і ланок ЕМС, для опису реальних процесів. Зростання ступеня адекватності сучасних ЕМС неможливо досягнути, використовуючи підходи і апарат класичної математики в цілочисельному просторі, і тому потрібно шукати моделі, які ґрунтуються на інших підходах. На сьогоднішній день, аналізуючи праці останнього десятиліття, стає очевидним, що застосування ідей масштабної інваріантності та розділів сучасного функціонального аналізу, які пов'язані з теорією дробової розмірності, відкривають великі потенціальні можливості та перспективи в теорії аналізу і синтезу ЕМС [2,3,4,5,6,7,8].

Починаючи з 80-х рр. ХХ століття з'являється низка наукових праць, проаналізованих в [2,3], в яких відбувався послідовний пошук підходів, у тій чи іншій мірі пов'язаних зі застосуванням теорії фракталів та дробових операторів. Наявність у рівняннях дробової похідної сучасними вченими інтерпретується як відображення особливої властивості системи – пам'яті або немарковості. Немарковський процес – це процес, статичні і динамічні характеристики якого у майбутньому залежать від характеру еволюції в минулому, тобто йому властива пам'ять. Узагальненням стало розроблення у кінці двадцятого століття загальної концепції фракталів, яке висвітлено в [2]. Термін *фрактал* увів у 1975 року Бенуа Мандельброт і з цього часу виникла думка про застосування фракталів у багатьох галузях науки і техніки. У широкому розумінні фрактал означає фігуру, малі

частини якої в довільному збільшенні є подібними до неї самої.

Згідно [9], геометрична сутність дробової похідної полягає в тому, що вона показує, у скільки разів кількісно зменшується рухомий об'єкт порівняно з нерухомим. На відміну від класичної (цілочисельної) геометрії, у якій топологічний розмір плавної лінії – 1, геометричної плоскої лінії – 2, а тіла – 3, Мандельброт [10] на основі праць Ф. Хаусдорфа і А.С. Безиковича запропонував свій неологізм і назвав його фрактальною розмірністю, за використання якої, наприклад, топологічний розмір не змінюється стрибком, а приймає дробові значення: рівний одиниці для прямої лінії, 1,02 – для легко звивистої лінії, 1,25 – для більш звивистої, 1,45 – для дуже звивистої (рис. 1.1). Згідно такого підходу, фрактал – це об'єкт з фрактальною розмірністю, а фрактальність – властивість об'єкта бути фракталом або розмірності бути фрактальною.

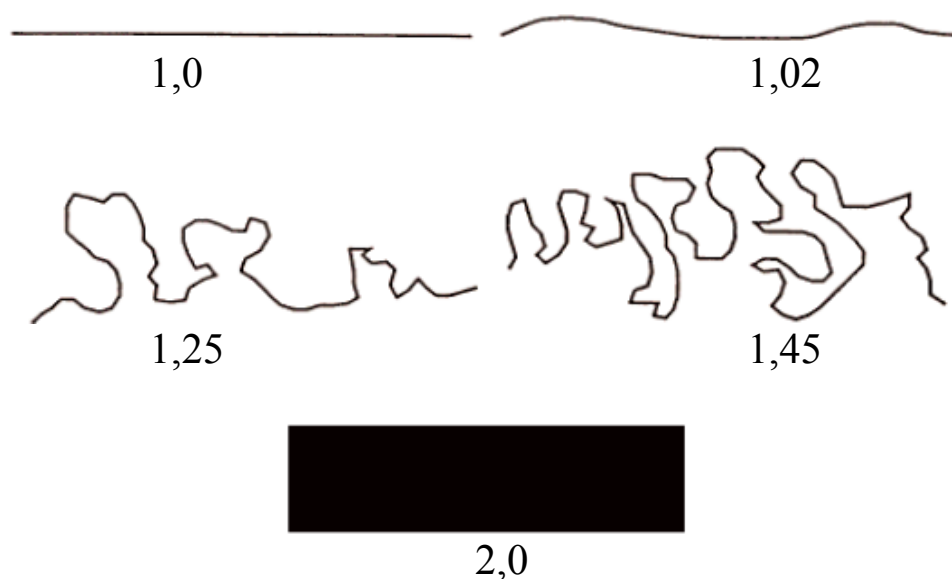


Рис. 1.1. Геометрична інтерпретація фрактальної розмірності

Відомо, що більшість фізичних процесів описуються динамічними системами, фрактальність яких підтверджується наявністю похідних дробових порядків. Цілочисельні похідні бувають тільки в нерухомих просторах. Фізична сутність дробової похідної полягає у тому, що вона показує, у скільки разів фізична величина, яка рухається, якісно відрізняється від нерухомої. Прикладом фрактальної системи є речовини, які мають в'язкопружні властивості. У

фрактальному середовищі, на відміну від суцільного середовища, є частинки, які випадково блукають і стартують з місця пізніше, тому що не усі напрями руху є для них доступні. Наприклад, сповільнення гальмування процесу дифузії в фрактальних середовищах є настільки суттєвим, що фізичні величини, наприклад, похідна від швидкості – прискорення, починають змінюватися повільніше і опис цієї зміни за допомогою цілочисельної похідної неможливий. Врахувати цей ефект можна за використання інтегрально-диференціального рівняння, до складу якого входять похідні дробового порядку.

Суттєвим впливом на якість протікання фрактальних процесів і керування ними є створення їх адекватних моделей за використання диференціальних рівнянь дробового порядку. Апарат дробово-диференціального числення все частіше застосовують для опису фрактального характеру різних явищ і процесів. Розвиваються аналітичні методи розв'язування таких задач, проте найбільше поширення отримали числові методи. Широке застосування інтегралів і похідних дробового порядку стримується відсутністю їх чіткого фізичного тлумачення такого, наприклад, як у звичайного інтеграла і звичайної похідної.

Перспективність застосування інтегралів і похідних (операторів) дробового порядку у певній ЕМС ґрунтується на:

- необхідності врахування особливостей фрактальності технологічних процесів і елементів ЕМС при створенні їх моделей за використання рівнянь з похідними або інтегралами дробового порядку;

- перевагах регуляторів дробового порядку у порівнянні з цілочисельними щодо робастного керування об'єктами з фрактальною природою, а також з нелінійністю, багатомасовістю, наявністю люфту тощо.

Низку літературних джерел присвячено оцінюванню ступеня фрактальності природних явищ, які мають вплив на технологічні процеси і стосуються ЕМС, зокрема їх об'єктів керування. На сучасному етапі фрактальність природних явищ технологічних процесів здебільшого характеризуються часовими рядами і фрактальним розміром [11,12,13,14]. Часові ряди – це інформація про поведінку об'єкта керування, тобто дані вимірювань величини певного параметра [11] в

певні послідовні моменти часу, отримані у процесі його ідентифікації. Фрактальна оцінка (розмірність) залежить від характеру задачі, яка вирішується, і вимог до результату. Найбільш поширені фрактальні розміри Херста, Хаусдорфа-Безиковича [11], а також кореляційний, які розраховуються за використання фрактальних «вікон», тобто ділянок, на яких визначається фрактальний розмір. Проте за використання таких оцінок можуть створюватися лише певні технологічні моделі, а для створення динамічних моделей об'єктів керування ЕМС з врахуванням фрактальності технологічних процесів необхідно використовувати диференціальні рівняння дробового порядку. Зокрема, в ЕМС параметрами, за якими можна оцінювати ступінь їх фрактальності, є: перехідні процеси струму (моменту) в системах електроприводу, момент на валу вітроколеса ВЕУ тощо.

До фрактальних явищ належить турбулентність кінетичної енергії повітряних потоків, пов'язаних з фрактальною структурою вітру і зміною температур шарів атмосфери [15], які діють на вітроенергетичні установки. Їх врахування суттєво впливає на адекватність моделі «вітровий потік – вітрове колесо» при її розробленні.

ЕМС як рушії є важливою ланкою автоматизації технологічних процесів, яким властива фрактальність. До технологічних процесів, фрактальний аналіз яких наведений у літературних джерелах, належать наступні.

У [16] введено фрактальний розмір (нерівномірність, шорсткість) смуги металу, як оцінку міри якості металопрокату, що дає змогу створювати автоматизовані системи оперативного знаходження дефектів металовиробу на стадії розливання металу і наступного його оброблення вальцюванням. Аналогічним чином шляхом фрактального підходу є можливість оцінювати нерівномірність структури смуги паперу у процесі її виготовлення, зокрема в мокрій частині, і впливати на її якість.

Проблема фрактальності існує і в електродуговій сталеплавильній печі, зокрема фрактальний характер мають миттєві, а значить і діючі значення струмів дуги [12]. Також теорія фракталів застосовується для математичного опису



процесу спінювання шлаків [17]. У сучасному ливарному виробництві фрактальність застосовується з точки зору розроблення новітніх ливарних каркасно-комірчастих форм і їх оптимального заповнення металом [18,19], що може забезпечити значне зниження матеріаломісткості новітніх зразків металопродукції при заданій міцності.

У [13] проведено аналіз фрактальності породи корисних копалин. Зміна фрактальності породи від піщаної суміші до кам'яних брил, розроблення якої відбувається за участі екскаваторів, призводить до суттєвої зміни динамічних зусиль в їх механізмах копання. Подібна проблема виникає в електроприводі верстата для буріння свердловин для нафто і газовидобутку у зв'язку з фрактальністю пластів породи [14].

У [11] проведена спроба оцінки ефективності відомих методів розрахунку фрактальної розмірності при аналізі особливостей певного часового ряду і пошук такого, що дозволить визначити момент зміни стану газового потоку. Те ж саме відноситься і до проблем транспортування води у відкритих каналах [5]. У роботах показано, що врахування фрактальності потоків рідин і газів призводить до підвищення ефективності їх транспортування і забезпечує енергозбереження.

У [20] розглянута проблема регулювання температури в приміщенні за використання установки контролю мікроклімату на основі врахування фрактальності характеру процесів передачі тепла, пов'язаних з потоком повітря і явищами конвекції та дифузії в ньому.

Очевидним є й те, що з розвитком сонячної енергетики фрактальний аналіз нерівномірності освітлення (часткове затемнення) сонячних батарей, розміщених на значній території, дозволить підвищити ефективність їх використання.

Таким чином, на сучасному етапі потребує розв'язання проблема опису об'єктів керування ЕМС з врахуванням фрактальності технологічних процесів математичними моделями на основі диференціальних рівнянь дробового порядку.

З метою узагальнення для наступного аналізу, перелік об'єктів керування ЕМС з фрактальним характером технологічних процесів і можливі параметри контролю ступеня фрактальності (дробовості) наведено в табл. 1.1.

## Об'єкти керування ЕМС з фрактальним характером технологічних процесів

| №  | Об'єкт керування ЕМС                   | Технологічний процес                                           | Суть (причина) фрактальності                                 | Параметри контролю фрактальності                                     |
|----|----------------------------------------|----------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------|
| 1  | Вітрове колесо                         | Генерування електроенергії                                     | Турбулентність кінетичної енергії вітру                      | 1.Часові ряди вітрового потоку.<br>2.Динамічні зусилля у вітроколесі |
| 2  | Метало-прокатний стан гарячої прокатки | Виготовлення листового прокату металу, неперервне лиття металу | Нерівномірність, шороховатість поверхні металу               | 1.Фрактальний розмір «шорсткість».<br>2.Вікна фрактальності «D»      |
| 3  | Папероробна машина                     | Виготовлення паперу і картону                                  | Нерівномірність структури паперу                             | 1.Фрактальний розмір «шорсткість».<br>2.Вікна «D»                    |
| 4  | Електродуго-сталеплавильна піч         | Плавлення металу                                               | Нерівномірність шихти металу при заповненні Печі             | Часові ряди струму пічного трансформатора                            |
| 5  | ЕП механізму копання екскаватора       | Копання породи                                                 | Залежність динамічного моменту від породи                    | 1.Часові ряди струму якоря ЕП.<br>2.Вікна «D»                        |
| 6  | ЕП бурової установки                   | Проходження свердловин нафто і газу видобутку                  | Залежність навантаження від проходження пластів різних порід | 1.Часові ряди струму навантаження ЕП бура.<br>2.Акустичний контроль  |
| 7  | Газова помпа                           | Транспортування газу                                           | Явище дифузії в газах                                        | 1.Часові ряди тиску.<br>2.Лазерний контроль                          |
| 8  | Водяна помпа                           | Транспортування води у відкритому каналі                       | Явище турбулентності водяного потоку.                        | 1.Часові ряди тиску.<br>2.Лазерний контроль                          |
| 9  | Установки контролю мікроклімату        | Регулювання температури в приміщенні                           | Конвекційні і дифузійні процеси передачі тепла               | 1.Часові ряди температури повітря.<br>2.Вікна «D»                    |
| 10 | Сонячні батареї                        | Генерування електричної енергії                                | Нерівномірність освітлення на значній території              | 1.Фрактальний розмір «D»                                             |

У низці праць [21,22,23,24] доведено, що фрактальність властива також елементам ЕМС, зокрема дроселям, конденсаторам, суперконденсаторам, що необхідно враховувати при створенні моделей ЕМС. Одночасно показано, що такі явища в ЕМС як запізнення і гістерезис не вважаються фрактальними [6]. Власне таку властивість у конденсаторах і індуктивностях як «пам'ять» або «немарковість» виявив S.Westerlund, і в 1994 році ним було запропоновано нові лінійні моделі реального конденсатора [21] та індуктивності [22]. Об'єктами керування ЕМС, де може проявлятися ця властивість, є силові електричні кола ЕМС, до складу яких входять: індуктивності електричних машин, мережевих або згладжувальних дроселів, ємності конденсаторів для самозбудження АГ, фільтрів у колах DC-DC перетворювачів тощо. Зокрема, модель конденсатора базується на емпіричному законі Кюрі [21], згідно з яким струм через конденсатор визначається за виразом

$$I(t) = \frac{V_0}{h_1 t^\alpha}, \quad (1.1)$$

де  $h_1$  і  $\alpha$  є константи,  $V_0$  - постійна напруга живлення в момент часу  $t = 0$ , і  $0 < \alpha < 1$  ( $\alpha \in \mathbb{R}$ ).

Для загальної вхідної напруги  $V(t)$  струм через конденсатор визначається згідно з виразом:

$$I(t) = C_0 D_t^\alpha V(t), \quad (1.2)$$

де  $D_t^\alpha$  – позначення дробової похідної порядку  $\alpha$  в часовому представленні  $t$ ; або в операторній формі

$$I(s) = C s^\alpha V(s), \quad (1.3)$$

де  $C$  – ємність конденсатора, яка залежить від виду діелектрика.

Інша константа  $\alpha$  (порядок) залежить від втрат конденсатора  $0 < \alpha < 1$  ( $\alpha \in \mathbb{R}$ ). У [21] наведено таблицю зі значеннями константи  $\alpha$  для різних конденсаторних діелектриків, які були отримані шляхом експериментальних вимірювань, і їх величина змінюється в межах  $0,9 < \alpha < 0,99$ .

У [22] S. Westerlund запропонував рівняння для реальної індуктивності (індуктора) з врахуванням її фрактальності. При протіканні струму через індуктивність на її затискачах спадок напруги

$$V(t) = L_0 D_t^\alpha I(t), \quad (1.4)$$

або в операторній формі

$$V(s) = Ls^\alpha I(s), \quad (1.5)$$

де  $L$  – величина індуктивності, а константа  $\alpha$  – дробова степінь похідної за струмом.

У роботі [23] наведені результати експериментальних досліджень деяких типів індуктивностей, які відрізняються конструктивними особливостями і використовуються в радіоелектронних пристроях. При цьому величина  $\alpha$  змінювалася в межах  $0,59 < \alpha < 0,99$ . На конкретних прикладах в [23] показано високу ступінь адекватності апроксимації індуктивності моделями диференціовальної ланки дробового порядку.

До об'єктів керування ЕМС з силовими індуктивностями і конденсаторами слід віднести, зокрема, автономну асинхронну генераторну установку з самозбудженням і дискретним регулюванням напруги шляхом вмикання банок конденсаторів, LC-фільтр в колі постійного струму чотириквadrантного перетворювача частоти тощо.

У сучасних ЕМС [24] застосовують суперконденсатори, які також відомі як ультраконденсатори або конденсатори з подвійним електричним шаром, і є пристроями для збереження електричної енергії в різних масштабах, зокрема для акумулювання енергії від генеруючих вітрових турбін [25] і відновлювальних

джерел енергії [26], а також для живлення гібридних і електричних транспортних засобів [27]. У [28] розглянуто можливість застосування суперконденсаторів в DC-DC перетворювачах вітроенергетичних установок для виконання функції фільтрів на вході інвертора, а також накопичувачів енергії з можливістю її віддачі як на навантаження, так і в мережу.

Проста модель суперконденсатора показана на рис. 1.2 і, у залежності від частотного діапазону, представлена послідовним з'єднанням резистора  $R_0$  і одного (а) або трьох (б) конденсаторів [24].

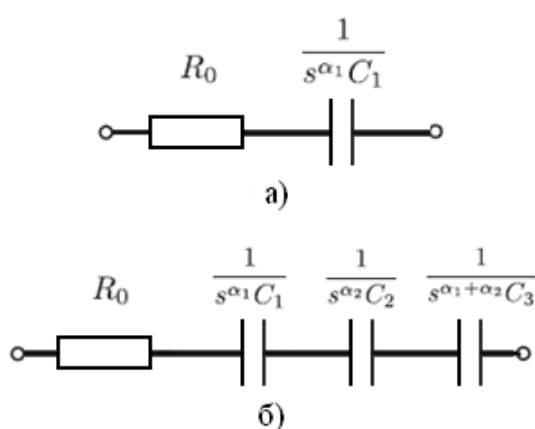


Рис. 1.2. Модель суперконденсатора з одним (а) і трьома (б) конденсаторами

Така модель описується ПФ (1.6) і використовується в [24] для моделювання перехідних характеристик комерційних суперконденсаторів за дії вхідної стрибкоподібної напруги завдання

$$Z(s) = R_0 + \frac{1}{C_1 s^{\alpha_1}}. \quad (1.6)$$

Таким чином, фрактальні властивості елементів ЕМС зумовлюють необхідність створення моделей таких елементів і систем у цілому, які базуються на іншому підході в математиці – диференціальних і інтегральних рівняннях дробового порядку, щоб забезпечити високу ступінь адекватності опису процесів в таких системах до реальних. Саме в такому розумінні надалі використовуватимемо термін “фрактальність”.

## **1.2 Огляд основних напрямків, переваг і досвіду застосування інтегрувально-диференційних ланок дробового порядку в задачах аналізу і синтезу електромеханічних систем**

Одним з напрямків застосування інтегрувально-диференційних ланок дробового порядку в задачах аналізу і синтезу ЕМС є застосування чисельних методів моделювання, що забезпечить уточнення математичних моделей і процесів в ЕМС і призведе до нової постановки задач ідентифікації і технічної діагностики систем. Введення інтегро-диференціальних операторів дробового порядку дає змогу вирішувати проблеми ідентифікації на структурно-параметричному рівні, оскільки з'являється ще додаткові ступені свободи математичних моделей системи, пов'язані з інтегралами і похідними дробових порядків, що входять у рівняння. Це дає змогу, наприклад, у теорії систем автоматичного керування (САК) отримати дробові моделі з простішими передавальними функціями, які відтворюють поведінку наведених систем, що особливо важливо при ідентифікації об'єктів керування фрактального характеру. Представлення ж об'єктів керування ЕМС моделями дробового порядку без нулів, у свою чергу, спрощує розроблення методів їх синтезу.

На основі аналізу низки монографічних робіт [2,3,4,5,6,29] і публікацій у періодичній літературі [7,30,31,32,33,34,35,36,37,38] визначені проблеми, вирішення яких могло б стимулювати подальші дослідження і розробки в області використання апарату дробового числення в математичному і комп'ютерному моделюванні. У роботі [38] приведений огляд останніх досягнень у теорії і застосуваннях дробових перетворень. Відзначається, що в останні десятиліття в наукових працях помітне зацікавлення до дробового числення взагалі, а також до застосування похідних і інтегралів дробових порядків у різних областях науки і техніки [39], зокрема і в теорії керування [40,41,42,43,44]. Тобто так само, як дробові числа знаходяться між цілими числами, системи керування дробового порядку доповнюють існуючі системи керування цілого порядку.

У низці робіт початку XXI століття авторами узагальнено досягнення у царині ЕМС за використання теорії фракталів та дробових операторів. Серед багатьох робіт, присвячених дробовому численню, виділимо роботи, які доводять доцільність застосування дробового числення в автоматичному керуванні ЕМС. Хоча у деяких роботах відзначено, що рішення класичних проблем теорії автоматичного керування (стійкість, керованість, спостережність, робастність і тому подібне) у випадку систем дробового порядку виявляються істотно складнішими через трансцендентність передавальних функцій таких систем [8]. Тим не менше, у більшості робіт за цією ж тематикою на прикладах показано переваги динамічних систем з регуляторами дробового порядку і наведено рекомендації щодо їх застосування. В [45] автор аналізує факти адаптації дробового числення в царині обробки сигналів, моделювання, ідентифікації, та систем керування і робить висновок, що ця робота все ще є в досить ранній стадії й ще багато чого повинно бути зроблено.

У [40,41,42,43,44] проведено аналіз розвитку сучасних систем автоматичного керування, порівняльний аналіз між класичною і дробовою моделями САК, що дало змогу виявити сильні і слабкі сторони останньої. У цих роботах показано, що застосування в системах керування електроприводами ПД-регуляторів, які реалізують закони керування, що описуються диференціальними рівняннями дробового порядку, дає змогу застосовувати більш складні алгоритми для організації оптимального керування, тобто забезпечити кращі показники якості і збільшити запас стійкості у порівнянні з аналогічними системами, які реалізують класичні закони керування.

У [46] обґрунтовується необхідність подальших досліджень у різних системах, у тому числі і в ЕМС, для того, щоб сформулювати повнішу теорію моделювання дробового порядку з метою її застосування для проблем керування. Відзначається, що можливості для розширень апарату дробового числення майже нескінченні, проте у кожному конкретному випадку потрібно обґрунтувати необхідність таких розширень.

Розглянемо основні напрямки досліджень у царині ЕМС, у яких розкрився

потенціал дробового числення, що дало змогу підвищити ефективність розв'язання задач аналізу і синтезу.

Переваги застосування дробового числення в ЕМС при їх ідентифікації та апроксимації пов'язані з фрактальною природою об'єктів керування. Проте контроль фрактальності більшості природних явищ і технологічних процесів, які є складовою об'єктів керування ЕМС, за використання часових рядів, фрактальних «вікон», перехідних процесів тощо, не дає змогу у такій формі їх використання у процедурі синтезу. Єдиний шлях вирішення проблеми побудови САК такими об'єктами є створення їх математичних моделей за використання інтегрально-диференціальних ланок дробового порядку у процесі їх ідентифікації. Провівши аналіз багатьох літературних джерел щодо доробку у царині застосування дробового числення для розв'язку задач аналізу ЕМС, можна виділити наступні переваги такого підходу.

У літературних джерелах [47,48] показано, що система дробового порядку еквівалентна до LTI (linear time-invariant) системи нескінченного порядку. Тобто дробове числення забезпечує інноваційну стратегію для отримання спрощеної моделі з декількома параметрами порівняно з системою високого порядку і застосування моделей дробового порядку може бути ефективним шляхом стискування інформації частотної реакції САК, зазвичай, притаманний моделі, яка описується ПФ з великою кількістю полюсів і нулів. Ця особливість може бути корисною для апроксимації ланок ЕМС за їх перехідними функціями, отриманими в процесі ідентифікації, простішими дробовими моделями.

У [46] на основі порівняльного аналізу показано переваги апроксимації ланок ЕМС, які описуються ПФ високого порядку простішими дробовими моделями у порівнянні з традиційним методом зниження порядку. Цілочисельна модель з тим же числом параметрів не дає змогу отримати таку ж ступінь адекватності в заданому частотному діапазоні, як дробова. В [46,49] описаний шлях для скорочення числа параметрів, що описують систему високого порядку. Автор пропонує підхід до апроксимації, використовуючи встановлене ним



співвідношення між кількістю нулів і полюсів ПФ цілочисельного високого порядку, які необхідно вибрати, щоб забезпечити її апроксимацію однополюсною моделлю дробового порядку з трьома параметрами. У той же час слід зазначити, що дані дослідження проведені лише за використання ЛАЧХ, а аналіз відповідних перехідних функцій відсутній.

Одним з підходів до технічної реалізації дробових регуляторів є еквівалентна заміна (апроксимація) їх ПФ на ПФ цілого порядку, тобто забезпечення однакових перехідних функцій і однакових логарифмічних амплітудно-частотних та фазочастотних характеристик (ЛАЧХ, ЛФЧХ) у відповідному частотному діапазоні для обох представлень ПФ. Вирішення проблеми апроксимації ПФ дробового порядку ПФ цілого порядку розглядається в багатьох роботах [2,3,4,5,6,50], зокрема в роботі [4] за допомогою так званого перетворення Оусталоупа, проте у більшості випадків наведені лише результати в пакеті MATLAB/Simulink без оцінки точності відтворення перехідної функції і швидкодії.

Для оцінки якості апроксимованої моделі в [46] запропоновані критерії та кількісні індекси, для вибору порядку моделі дробового порядку, яка має поведінку, як оригінальна модель цілого порядку. Для порівняння адекватності отриманих перехідних функцій, запропоновано розраховувати похибку апроксимації у вигляді абсолютного середньоквадратичного відхилення. У випадку традиційних підходів до зниження порядку, спрощена модель з такою ж кількістю параметрів, як модель дробового порядку, має значно нижчу ступінь адекватності в частотному діапазоні, і це ще раз доводить переваги моделей дробового порядку.

У деяких роботах, зокрема [51], показано можливість неадекватності представлення систем дробового порядку цілочисельними моделями і різна їх поведінка за наявності замкнених контурів керування, що пов'язано з впливами високочастотних завад у колі керування і низькочастотних збурень у колі навантаження. Проте у цих же роботах, а також у багатьох інших, зокрема роботах автора [52,53,54,55,56,57,58,59,60,61], на прикладах наведено докази

переваг динамічних систем з регуляторами дробового порядку особливо за наявності нелінійності у системі автоматичного керування.

Окремими дослідниками у царині САК запропоновано алгоритми керування як у частотних [45,62], так і часових [63] областях на основі понять дробового числення, а також дослідження часових і частотних властивостей ПД-законів регулювання дробового порядку [64,65]. Слід підкреслити як перспективний запропонований в [66] підхід до синтезу ЕМС, які описуються ПФ дробового порядку, у частотній області за бажаною частотою зрізу і запасом за фазою оптимізованого контуру.

За висновком [45], застосування дробового числення для ідентифікації об'єктів керування і розроблення алгоритмів керування за використання регуляторів дробового порядку представляє найбільший інтерес. Відповідно, одним з основних завдань керування є аналіз стійкості динамічних систем, описаних за використання дробового числення. Крім того, такі властивості систем дробового порядку як керованість і спостережність є ще дуже мало досліджені.

У [38], на основі порівняльного аналізу якісних характеристик шляхом моделювання САК за використання класичного ПД-регулятора і регулятора дробового порядку зроблено певні висновки про «сильні і слабкі» сторони дробового керування, але певні слабкі сторони не знижують актуальність подальших досліджень таких систем. У роботі [67] розглядається застосування деяких методів дробового числення, як для моделювання так і для керування динамічними системами, і їх переваги перед цілочисельними.

Синтез ЕМС за використання регуляторів дробового порядку суттєво розширює можливості з точки зору їх оптимізації порівняно з класичними регуляторами. В [68,69,70] показано переваги ЕМС за використання дробового ПД<sup>λ</sup>Д<sup>μ</sup>-регулятора, у якого І- та Д- дробові складові дають ширші рамки синтезу. Природно, що, крім значень пропорційної, диференціальної та інтегральної складових,  $K_p, T_d$  і  $T_i$  відповідно, у дробовому регуляторі є ще два параметри: степінь  $s$  в інтегралі та похідній -  $\lambda$  і  $\mu$ , відповідно. Пошук вектора  $[K_p, T_d, T_i, \lambda, \mu]$  оптимального рішення даного процесу, таким чином, потребує оптимізації в

п'ятимірному просторі. Класичні методи оптимізації в такому випадку не можуть бути використаними, тому одним з підходів, на нашу думку, є оптимізація без застосування похідних і визначення оптимальних параметрів  $K_p, T_d, T_i, \lambda$  і  $\mu$ , керуючись колективною поведінкою соціальних груп (роїв). Автор прогнозує перспективність застосування такого методу у реальних виробничих механізмах [68], у зв'язку з перевагами характеристик ПІ<sup>λ</sup>Д<sup>μ</sup>-регулятора дробового порядку над його класичним аналогом (ПІД-регулятором).

У роботі [32] наведені переваги та основні властивості інтегратора дробового порядку (лінійного, в дискретному часі з постійними параметрами). Проведено аналіз перехідних і частотних характеристик замкненого контуру з інтегральним регулятором дробового порядку. Обговорена доцільність перспектив застосування таких регуляторів у системах автоматичного керування.

Можливість синтезу систем з регуляторами дробового порядку методом простору станів, який заснований на розміщенні полюсів її характеристичного рівняння, показана в роботі [71]. У роботі [72] представлені деякі альтернативні типи математичного опису і методи рішення динамічних систем дробового порядку в просторі станів. Показані відмінності в постановці завдань у просторі станів для динамічних систем цілого і дробового порядку, важливість функції ініціалізації для систем дробового порядку. Обговорюється зв'язок з теорією керування в системах зі зворотним зв'язком. Наводяться результати моделювання за використання перетворення Грюнвальда-Летнікова і z -перетворення.

Слід відзначити, що у відомих літературних джерелах відсутній аналіз ефективності методів структурного і параметричного синтезу для ЕМС, які описуються моделями дробового порядку, або використовують регулятори дробового порядку, зокрема для їх використання у режимі самоналагодження. Тому, на нашу думку, як вже згадувалось перспективними для дослідження ефективності згаданих методів є інтелектуальні методи керування, такі як метод рою частинок та генетичного алгоритму.

Особливе місце регуляторам дробового порядку у низці праць відведено у зв'язку з ефективністю їх застосування для оптимізації нелінійних ЕМС [73,74].

Проведені дослідження САК з нелінійними об'єктами керування, зокрема з «насиченням», за використання інтегровального регулятора дробового порядку показали, що системи дробового порядку поліпшують динаміку таких систем. Крім цього, автори очікують ефективність такого підходу і для систем з іншими нелінійностями, наприклад, явище «люфта», і приходять до висновку, що намагання, спрямовані на поліпшення нелінійних систем керування, повертають до розроблення САК з інтегральними регуляторами дробового порядку. Зокрема, у роботі [73] показано, що застосування для керування нелінійними системами дробового регулятора забезпечує їх високу точність і робастність. Слід зазначити, що тут відсутня методика синтезу параметрів досліджуваного регулятора дробового порядку. Зміна цих параметрів задавалася в певних межах і вибирався найкращий результат серед отриманих. Очевидно, що це обмежує застосування результатів, приведених у цій роботі.

У роботі [74] розглянуто ряд аспектів, пов'язаних з наявністю в системах люфта і удару. Проведений аналіз показав, що таким системам властиве явище хаосу, і опис динаміки таких систем слід проводити моделями дробового порядку. Висновки авторів підтверджують доцільність використання дробового числення для нелінійних систем, оскільки динамічні моделі цілого порядку мають низький рівень адекватності. Динаміка дробового порядку ілюструється за використання діаграм Найквіста. У розглянутому літературному джерелі фактично присутній тільки аналіз системи, а питання синтезу регулятора дробового порядку для систем з люфтом або ударом не розглядалося.

У роботі [75] реалізуються алгоритми дробового порядку в гібридному керуванні роботів-маніпуляторів на основі співвідношення: положення / зусилля роботів з кількома типами нелінійностей у зчленуваннях. Аналізуються в часовій і частотній областях ефективність і робастність систем. Досліджуються також явища динамічної гнучкості і люфта за використання регуляторів дробового порядку. На основі порівняльного аналізу алгоритмів як цілого, так і дробового порядку показано переваги підходу з використанням алгоритмів керування дробового порядку.

У роботі [76] розглянуто застосування алгоритмів дробового числення для позиційної системи керування траєкторіями руху багатоланкового робото-маніпулятора. Багатоланковий робот-маніпулятор має низку переваг у порівнянні зі звичайними, оскільки допускає оптимізацію траєкторії як у вільному просторі, так і в умовах наявності перешкод (наприклад, монтажного ущільнення). Проте, при реалізації алгоритмів керування можуть виникати хаотичні рухи через можливості неоднозначних положень окремих ланок робота. Використання в системах формування траєкторії елементів з характеристиками інтегро-диференціаторів дробового порядку дасть змогу, на нашу думку, оптимізувати траєкторії і сформувані умови, які вилучають хаотичні рухи.

У [77] проведено синтез регулятора дробового порядку для системи підпорядкованого керування припливно-витяжною вентиляцією, яка описана нелінійними диференціальними рівняннями дробового порядку  $i$ , за висновком автора, забезпечує підвищення точності стабілізації температури у динамічних та статичних режимах, порівняно з класичним регулятором.

Інший підхід полягає у використанні нової стратегії для оптимізації систем першого порядку зі запізненням [37], на основі контролера  $D^{\beta}I^{\alpha}$  дробового порядку. В [38,41] запропоновано метод керування для об'єктів з тривалою мертвою зоною на основі використання регулятора  $PI^{\alpha}$  з дробовою інтегральною частиною порядку  $i$  показано, що система керування з таким типом регуляторів є більш робастною до змін коефіцієнта підсилення.

На наш погляд, доцільним є також застосування регуляторів дробового порядку для оптимізації двомасових ЕМС з нелінійним навантаженням. Рішення цієї задачі за використання класичних регуляторів, яке наведено в [78], призводить до необхідності реалізувати регулятор зі складною структурою.

Робастне керування ЕМС за використання регуляторів дробового порядку є сучасним підходом до автоматизації ЕМС. Для більшості ЕМС характерною є параметрична невизначеність і тому низку робіт присвячено пошуку оригінальних шляхів вирішення проблеми робастого керування, тобто забезпечення бажаної якості динамічних характеристик і області стійкості таких систем за використання

регуляторів дробового порядку.

У роботі [79] запропоновано визначати показник якості для замкнених систем, до складу яких входять CRONE (Controle Robuste d'Ordre Non Entier) - контролери. Розглянуто числовий приклад синтезу динамічної системи другого порядку з CRONE-контролером у контурі керування з аналізом впливу невизначеності параметрів на її область стійкості (робастності) за використання діаграми Найквіста. Недолік такого підходу полягає у складності його реалізації для режиму online.

У [73] авторами перевірялася ефективність дробових контролерів, синтезованих згідно запропонованого методу. На прикладі синтезу системи нелінійного актюатора зі зворотним зв'язком, показано, що застосування дробового регулятора для керування нелінійними системами забезпечує їх високу точність і робастність.

У роботі [80] наведено результати дослідження чотирьох типових контролерів дробового порядку, а саме: TID-контролера (Titled Proportional and Integral), CRONE-контролера, ПІ<sup>λ</sup>Д<sup>μ</sup>-контролера і стабілізуючого компенсатора дробового порядку. Головна мета роботи – звернути увагу на оригінальність шляхів робастного керування на основі дробового числення.

Як правило, робастне керування пов'язане з нелінійністю систем, і тому у низці робіт автори обґрунтовують доцільність застосування дробових регуляторів для оптимізації таких систем [75].

Актуальною проблемою при розробленні самоналагоджувальних систем є оперативність у визначенні меж стійкості ЕМС при зміні параметрів. Відомі різні підходи до визначення області стійкості. Зокрема, робота [81] присвячена аналізу систем керування дробового порядку в частотній області. Знайдено співвідношення частотних властивостей систем дробового і цілого порядків на основі аналізу діаграм Бode і критерію Найквіста. Показано, що використання в динамічних системах регуляторів дробового порядку покращує стійкість об'єкта і зменшує перерегулювання вихідної координати порівняно з системами, у яких використовують класичні регулятори. В [45] автор обґрунтовує важливість

аналізу стійкості динамічних систем у процесі синтезу і розглядає проблему визначення області стійкості для лінійних, неперервних систем дробового порядку. Можливість аналізу стійкості систем автоматичного керування роботів за використання регуляторів дробового порядку методом простору станів показана в роботах [82,83].

Для дискретних систем дробового порядку обговорення проблеми стійкості зустрічається набагато рідше. Є лише деякі результати дослідження стійкості таких систем. Більшість цих досліджень проведено також у просторі станів. Деякі висновки щодо впливу на стійкість системи дробового порядку розміщення полюсів і нулів наведені в [33]. Клас лінійних динамічних систем дробового порядку з постійними коефіцієнтами і запізненням розглянутий в [84]. Отримано межі аналітичної стійкості таких систем за використанням функції Ламберта. У той же час у роботах не запропоновано алгоритму пошуку інформативного параметра робастної стійкості, який дає можливість її аналізу в режимі online.

Усім цим підходам до робастного керування властива функціональна обмеженість, хоча, на нашу думку, такий тип керування потребує розроблення і використання багатофакторіальних критеріїв робастності з врахуванням показників якості динамічних характеристик, запасу стійкості нечутливості до височастотних завад у колі завдання і низькочастотних у колі навантаження тощо.

Концепція фракталів [2] також призвела до використання дробового числення в системах адаптивного керування зі застосуванням моделей дробового порядку, що модифікують закони керування тощо. У роботах [33,85] досліджується система адаптивного керування з еталонною моделлю, яка побудована за принципом дробової моделі-прототипу. Переваги запропонованого підходу проілюстровані на прикладах, зроблені висновки щодо напрямів подальших досліджень.

Перспективним є також побудова самоналагоджувальних ЕМС за використання дробових моделей, отриманих у процесі ідентифікації об'єктів керування та вибору параметрів дробового регулятора в автоматичному режимі, використовуючи програмовані контролери силових перетворювачів [53]. До цього

ж класу задач можна віднести підхід до реалізації ковзного типу керування по поверхні за використання регулятора дробового порядку, який в [5] наведений як ефективний варіант керування напруги в контурі DC-DC з суперконденсатором [27].

Останнім часом одним з найбільш активних і перспективних напрямків в області керування і прийняття рішень є напрямок нечіткого керування [86], пов'язаний з концепцією робастного керування в ЕМС. Застосування нечітких регуляторів (НР) дає змогу вирішувати проблеми: оптимізації нелінійних ЕМС, мінімізації впливу параметричних змін у силових колах ЕМС [68], ситуаційного керування [87] тощо.

Якщо врахувати, що деякі явища в ЕМС мають фрактальний характер, тобто динамічні процеси в силовому колі, до складу якого входять індуктивності і ємності, описуються диференціальними рівняннями дробового порядку, то, на нашу думку, виникає доцільність застосування для їх оптимізації нечітких регуляторів з дробовими інтегральною і диференціальною складовими.

У сучасних літературних джерелах наведені різні підходи до моделювання та реалізації інтегровально-диференціальних регуляторів дробового порядку. Вони базуються на різних описах інтегровально-диференціальних ланок [39]. Основними формами дробового інтегрування є конструкції, запропоновані Ліувіллем (1832) і Ріманом (1847). Розвиваючи теорію Ліувілля, Грюнвальд (1867) ввів поняття дробової похідної як границі різницевих відношень. Підхід Капуто відрізняється від визначення Рімана-Ліувілля тим, що функція спочатку диференціюється з найменшим цілим порядком  $n$ , який перевищує нецілий порядок  $j$ , а потім інтегрується з порядком  $n - j$ . Розвиток і корекція цієї теорії в царині електротехніки належить Хевісайду (1892-1920), Н.Вінеру та Дж. Карлсону (1926).

Великий об'єм інформації в літературних джерелах з дробового числення присвячений реалізації інтегровально-диференціальних регуляторів. У роботі [88] представлені основні властивості інтегратора дробового порядку (лінійного, з дискретизацією в часі і постійними параметрами). Як чисельний приклад



пропонується варіант реалізації інтегратора дробового порядку.

У роботі [89] розроблений диференціатор типу Рімана-Ліувілля, заснований на розкладанні в ряд Ньютона поліноміального сигналу певного порядку, який відтворює похідну дробового порядку сигналу в кожен момент часу на основі поточного відліку і  $N$  попередніх відліків сигналу. Вихідний сигнал є точною похідною для будь-якого вхідного сигналу, який може моделюватися поліномом степені не більше  $N$ . Отримані також у замкнутій формі вирази для коефіцієнтів диференціаторів як цілого, так і дробового порядків. Наводяться схеми реалізації диференціаторів шляхом використання ланцюгових дробів.

У роботі [39] проведений аналіз можливих способів технічної реалізації дробових похідних і інтегралів: на основі апроксимаційних залежностей Грюнвальда [40], за використання ланцюгових дробів [42] і шляхом застосування перетворення Фур'є [90]. Дослідження часових і частотних властивостей ПІД законів регулювання дробового порядку приведено в роботах [64,65]. У той же час тут не розглядаються питання синтезу та технічної реалізації ПІД-регуляторів дробового порядку.

Використанню штучних нейронних мереж для побудови контролерів дробового порядку присвячена робота [91]. Розглянута апаратна реалізація похідних і інтегралів дробового порядку на основі формули Грюнвальда-Летнікова. У виконаних експериментах нейронна мережа налічувала близько 1000 вагових коефіцієнтів. Проте, на нашу думку, такий підхід до апаратної реалізації похідних і інтегралів дробового порядку шляхом представлення їх послідовним з'єднанням ланок з порядком 1,0, -0,3, -0,3, -0,4, -0,5, -0,7 і подальшим набором відповідної комбінації не є строгим і надто складним для реалізації. Тим самим суттєво знижується швидкодія і точність контролера та обмежуються можливості регулятора через дискретну величину зміни його параметрів.

У роботі [92] представлено два методи дискретизації диференціатора дробового порядку. Перший пов'язаний з реалізацією прямої рекурсивної дискретизації оператора Тастіна. Другий є прямою дискретизацією оператора Аль-Алаоуї за допомогою апарату ланцюгових дробів. Апроксимаційна

дискретизація є мінімально-фазовою і стійкою. Приведені обчислювальні процедури в середовищі MATLAB та ілюстративні приклади, проте дослідження проведені лише за використання ЛАЧХ і ЛФЧХ, а відповідні перехідні функції не проаналізовані.

Метод апроксимації дробових похідних і його застосування в керуванні нелінійними системами викладений у роботі [73]. Авторами реалізована формула Грюнвальда-Летнікова в області  $z$ -перетворення. Ефективність контролерів, синтезованих запропонованим методом, і наведені приклади їх застосування для керування нелінійними системами, зокрема на прикладі нелінійного актюатора зі зворотним зв'язком, підтверджують високу точність і робастність системи, у той же час не розглянуті інші реалізації таких контролерів.

У роботі [72] представлені деякі альтернативні типи математичного опису і методи представлення динамічних систем дробового порядку в просторі станів. Наводяться результати моделювання. Використовуються формули Грюнвальда-Летнікова і  $z$ -перетворення. У той же час отримані перехідні характеристики для однієї і тієї ж передавальної функції дробового порядку досить відрізняються, а причини розбіжності, точність наведених математичних описів і можливі шляхи її підвищення не проаналізовані.

Використанню штучних нейронних мереж для реалізації контролерів нецілого порядку присвячена робота [91], у якій розглянута апаратна реалізація похідних і інтегралів дробового порядку на основі формули Грюнвальда-Летнікова.

Використанню контролерів нецілого порядку для вирішення проблем автоматизованого електроприводу присвячена робота [93]. У ній наведені результати дослідження дробового диференціатора розмірності 0,5, реалізованого за використання апарату ланцюгових дробів, проте відсутня оцінка ступеня його адекватності за частотною або за перехідною характеристикою.

Дробовий регулятор також може бути синтезований каскадуванням відповідних дробових одиниць на основі регулятора цілого порядку [71]. Це, на думку автора, може відкрити нові шляхи для синтезу наступного покоління

регуляторів дробового порядку.

У роботі [51] представлений синтез контролерів дробового порядку, аналіз їх поведінки і методи моделювання. Моделювання операції диференціювання дробового порядку з використанням концепції систем з дискретним часом може розглядатися як спосіб до обробки сигналів з метою розроблення алгоритмів чисельного диференціювання на основі інтегралу згортки. Відомі підходи до впровадження дробових ПІ<sup>λ</sup>Д<sup>μ</sup>-регуляторів на інженерному рівні, які наведені в літературних джерелах [94,95,96], проте відсутня інформація про їх серійне використання в промислових ЕМС.

Таким чином, можна стверджувати [97], що існує значна кількість чисельних алгоритмів дробового диференціювання, запропонованих у математичній літературі. Ці алгоритми базуються, головним чином, на визначенні дробового диференціювання у формі Грюнвальда-Летнікова. Точність цих алгоритмів покращується шляхом збільшення частоти відліку сигналу [97]. Проте, на нашу думку [97], для деяких сигналів, особливо тих, які можуть моделюватися за допомогою поліномів скінченних степенів, спосіб на основі формул Грюнвальда-Летнікова не завжди призводить до задовільної точності процедури дробового диференціювання. Крім цього, у більшості робіт відсутні: оцінка швидкодії запропонованих регуляторів дробового порядку, порівняння за перехідними або частотними характеристиками з еталонними, отриманими за використання зворотного перетворення Лапласа, а також рекомендації щодо апаратної реалізації такого регулятора як опції в мікропроцесорній системі керування ЕМС.

### **1.3 Проблеми ідентифікації електромеханічних систем та їх робастного синтезу за використання моделей та регуляторів дробового порядку**

Об'єкти керування ЕМС з фрактальністю технологічних процесів, перелік і особливості яких представлені вище (розділ 1.1), на сучасному етапі описані моделями у вигляді часових рядів з фрактальною розмірністю певних параметрів, наприклад, шорсткість смуги металу, або паперу тощо, яка залежить від характеру

технологічного процесу. Такі моделі не придатні для їх використання в задачах синтезу ЕМС і робастного синтезу зокрема. Тому однією з проблем є створення моделей об'єктів керування ЕМС на основі їх ідентифікації з врахуванням фрактального характеру технологічного процесу за використання нового підходу в математиці – диференціальних та інтегральних рівнянь дробового порядку, що забезпечить високу ступінь адекватності опису процесів у таких системах до реальних.

Для реалізації цієї проблеми необхідно провести порівняльний аналіз найбільш відомих підходів до представлення моделей дробового порядку і їх перетворення у класичному варіанті, зокрема: підходів Рімана, Рімана-Ліувілля, Грюнвальда-Летнікова й Оусталоупа, згідно критеріїв точності, швидкодії, простоти і можливості реалізації в мікроконтролерах, призначених для використання в ЕМС.

Вирішення задачі оперативного аналізу і синтезу ЕМС за використання, відповідно, моделей і регуляторів дробового порядку є перспективним для реалізації режиму самоналагодження в ЕМС. На сучасному етапі доцільним є розроблення опції перетворювача частоти з регулятором дробового порядку і його самоналагодження у режимі online за наступним алгоритмом:

- проведення ідентифікації об'єкта керування;
- вибір бажаної дробової моделі оптимізованої ЕМС за бажаною якістю перехідного процесу при забезпеченні запасу стійкості;
- вибір параметрів ПД-регулятора за використання інтелектуальних методів і здійснення їх налаштування.

На сучасному етапі актуальною є проблема робастного керування, яка вирішується шляхом пошуку налаштувань регулятора, які забезпечують бажану якість перехідного процесу при забезпеченні запасу стійкості за певного рівня невизначеності параметрів ЕМС. У цьому аспекті доцільним є введення в процедуру синтезу функціоналу показників якості і стійкості ЕМС з врахуванням умов її робастності і чутливості до частотних впливів.

Одним з об'єктів керування ЕМС, у якому поєднані як фрактальні властивості турбулентності кінетичної енергії вітрового потоку, так і елементів силового кола асинхронного генератора (дроселів, конденсаторів, суперконденсаторів), є автономні асинхронні генераторні установки. Розроблення моделі «вітрове колесо – асинхронний генератор» дробового порядку і системи робастного керування такими установками є актуальною проблемою.

Потребує опрацювання інженерна методика апроксимації дроселів [98] і батарей конденсаторів і суперконденсаторів як елементів силового кола ЕМС дробовими моделями для оперативного визначення їх параметрів з врахуванням фрактальності. Це корелюється ще з одним напрямком даної роботи, зокрема, щодо уточнення цифрових моделей електромашинно-вентильних систем, які працюють у реальному масштабі часу і до складу яких входять ланки силових  $L$ ,  $C$ . Для їх опису доцільно застосовувати моделі дробового порядку, що дозволяє враховувати фрактальний характер таких об'єктів керування, зокрема асинхронного генератора з самозбудженням.

Актуальним також є використання дробового числення для аналізу і синтезу ЕМС з характеристикою об'єкта керування типу двомасова система, врахуванням жорсткості валопроводу, внутрішнього в'язкого тертя, явища удару (моментів або мас) та нелінійного навантаження.

На основі проведених досліджень коливних процесів в електромеханічних системах в [99] показано, що в ЕМС, крім механічних коливань, можливі також і електромеханічні. Внутрішнє в'язке тертя у валопроводі, аналогічно до втрат у якірному колі, робить ці коливання згасаючими. Тому на часі є створення уніфікованої структури двомасової системи за використання дробових моделей, яка придатна для дослідження будь якої системи електроприводу, зокрема ТП-Д, ПЧ-АД тощо. Особливий інтерес викликають перспективи застосування регуляторів дробового порядку для оптимізації об'єктів керування ЕМС, які описуються двомасовою системою за наявності удару і нелінійного реактивного навантаження, наприклад, спіраль-но-гвинтового транспортера. Виходячи з особливостей такого навантаження:

- зміна режиму роботи з одномасового у неробочому режимі до двомасового при навантаженні;
- режим дозування, коли транспортер працює на понижених швидкостях на спадаючій щодо моменту частині характеристики;
- режим заповнення транспортера, у залежності від якого відбуваються значні зміни параметрів  $C_{12}$  і  $J_{12}$ , пов'язані з ступенем завантаження і сипучості матеріалів можна судити про його фрактальність [78].

На основі аналізу літературних джерел можна стверджувати, що впровадження в ЕМС регуляторів дробового порядку є актуальним. Такі регулятори не повинні вносити запізнення в передачу інформації, яке перевищує  $0,0001\text{с}$  і бути прості в реалізації, налагодженні й експлуатації. В описах різних способів реалізації інтегровально-диференціальних регуляторів дробового порядку практично відсутня оцінка їх швидкодії. Тому в даній роботі передбачено оцінювати швидкодію цифрових регуляторів за часом розрахунку однієї точки вихідного сигналу регулятора. Для цього необхідно провести аналіз різних підходів до реалізації регуляторів дробового порядку і запропонувати раціональний варіант, придатний для реалізації в програмованому логічному контролері ПЧ з перспективою реалізації режиму його самоналагодження.

У системах керування різними об'єктами і, зокрема, в ЕМС виникають задачі, пов'язані з їх робастністю. Дослідження ряду авторів [35,68,73,80] показали, що застосування інтегровально-диференціальних регуляторів дробового порядку для об'єктів керування, які описуються ПФ цілого порядку, забезпечує кращу гнучкість в налагодженні у порівнянні з регуляторами цілого порядку.

У цій царині є роботи, головною метою яких є намагання авторів звернути увагу на нетрадиційні шляхи робастного керування на основі дробового числення. У роботі [80] наведений короткий аналіз різного типу регуляторів дробового порядку, зокрема  $\text{PI}^\lambda\text{D}^\mu$ -регулятора, у праці [73] показана ефективність диференціального контролера в нелінійній системі керування, а також її висока точність і робастність. У роботі [100] запропоновано підхід, який полягає у

використанні нової стратегії керування системами з запізненням на основі контролера з інтегральною та диференціальною частинами дробового порядку  $I^{\alpha}D^{\beta}$ . Крім того, в [101,102] пропонується підхід до керування для об'єктів з великим люфтом у статичній характеристиці (з тривалою мертвою зоною) на основі використання регулятора  $PI^{\alpha}$  з дробовою інтегральною частиною порядку  $\alpha$ . В [103] показано, що система керування з цим типом регуляторів є більш робастною до змін коефіцієнта підсилення об'єкта керування.

Робастній стійкості систем, які описуються перевальними функціями цілого порядку, присвячено низку робіт [104,105]. Питання стійкості систем дробового порядку розглядається в [106,107,108] без врахування невизначеності їх параметрів.

Серед різноманітних ЕМС можуть бути системи, в яких об'єкти керування описуються передавальними функціями дробового порядку [3,5,55,109,110], отриманими, зокрема, у результаті їх ідентифікації. За результатом синтезу різноманітних систем, що описуються ПФ дробового порядку, отримуються відповідні регулятори дробового порядку, зокрема  $PI^{\alpha}D^{\mu}$  [66,101,111,112,113, 114,115,116,117].

#### **1.4 Задачі дисертаційних досліджень**

На основі аналізу досягнень і проблем у царині аналізу та синтезу електромеханічних систем за застосування інтегровально-диференційних ланок дробового порядку в роботі передбачено вирішити наступні задачі:

- розробити методи моделювання ЕМС, об'єкти керування і ланки (елементи) яких мають фрактальний характер (властивості), з метою знаходження відповідних рішень для побудови систем керування;
- удосконалити методи структурної і параметричної ідентифікації динамічних систем, шляхом створення їх математичних моделей на основі інтегро-диференційних операторів дробового порядку;
- розробити метод дробового характеристичного поліному для вибору

структури і параметрів дробових регуляторів за бажаними моделями дробового порядку;

- дослідити вплив регуляторів дробового порядку на стійкість динамічних систем, їх робастність;

- сформулювати функціонал якості динамічної системи, яка описується передавальною функцією дробового порядку;

- розробити методи синтезу ЕМС з регуляторами дробового порядку за заданими показниками якості перехідних процесів з врахуванням умов стійкості, нечутливості до частотних збурень за використання методу рою, генетичного алгоритму, нечіткого керування;

- розробити на основі аналізу відомих представлень інтегро-диференціальних ланок наближені числові методи їх реалізації, які придатні для реалізації в сучасних мікропроцесорних системах керування інтегральних і диференціальних регуляторів дробового порядку;

- створити програми і реалізувати інтегрально-диференціальні регулятори дробового порядку, орієнтовані на програмування самоналагоджувальних електромеханічних систем за використання програмованих логічних контролерів, зокрема перетворювачів частоти фірми "Тверд";

- розробити систему інтелектуального керування автономним асинхронним генератором з врахуванням фрактальності вітрового потоку за використання нечітких дробових регуляторів;

- розвинути метод нечіткого керування автономним асинхронним генератором з цілочисельним регулятором як частковий випадок системи з дробовим інтегро-диференціюванням;

- проаналізувати ефективність автономної асинхронної генераторної установки, яка працює паралельно з мережею як частковий випадок системи з дробовим інтегро-диференціюванням;

- розробити метод зонного керування автономним асинхронним генератором з довільними регуляторами як вищий рівень автоматизації керування навантаженням вітроенергетичної установки.



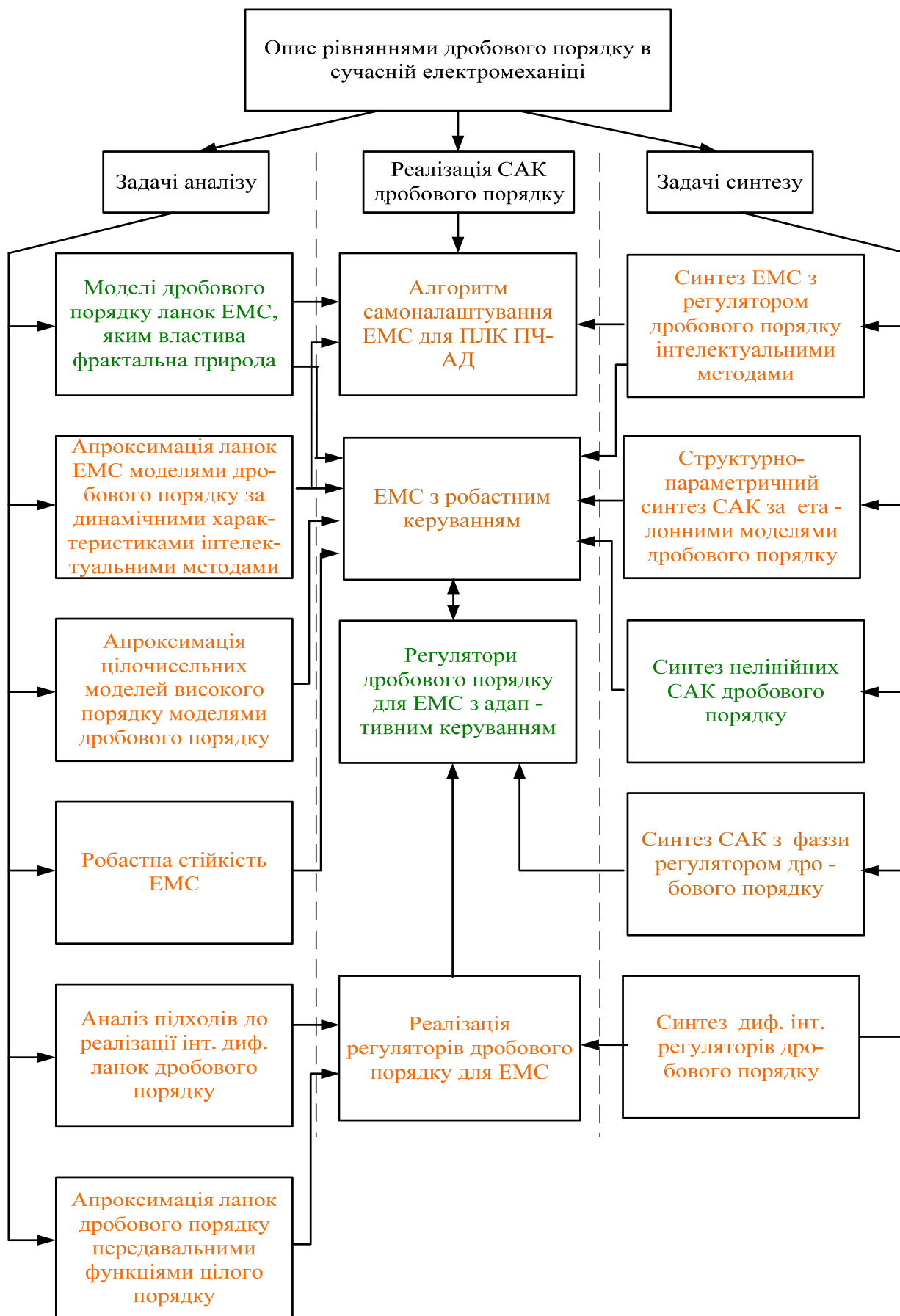


Рис. 1.3. Задачі аналізу і синтезу ЕМС з моделями і регуляторами дробового порядку

На рис. 1.3. приведена інформація щодо задач аналізу і синтезу, які частково розв'язані, або потребують розв'язання для ЕМС з ланками і регуляторами, що описуються диференціально-інтегральними моделями дробового порядку. Результати вирішення цих задач для розроблення ЕМС з робастним керуванням, дають можливість систематизувати знання в царині створення моделей дробового порядку і їх використання для адекватного опису реальних динамічних систем.

## РОЗДІЛ 2

# ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ МАТЕМАТИЧНОГО ОПИСУ ОБ'ЄКТІВ ТА КОНТУРІВ КЕРУВАННЯ ЕМС НА ОСНОВІ ПЕРЕДАВАЛЬНИХ ФУНКЦІЙ ДРОБОВОГО ПОРЯДКУ

### 2.1 Загальні положення

Враховуючи розроблення в царині застосування дробового числення в системах автоматичного керування взагалі і в ЕМС зокрема, висвітлені в наукових працях, а також думку низки авторів щодо перспективних напрямків досліджень [68,69,70], у цьому розділі наведені нові підходи до теоретичних основ математичного опису ланок об'єктів керування і регуляторів ЕМС передавальними функціями (ПФ) дробового порядку.

Зокрема, запропоновано застосувати інтелектуальні методи рою частинок і генетичного алгоритму для аналізу та синтезу ЕМС з дробовими ланками в режимі online [118], запровадження яких в програмованих логічних контролерах (ПЛК) силових перетворювачів дасть змогу реалізувати інтелектуальне керування і, відповідно, самоналагодження ЕМС.

При цьому щодо аналізу ЕМС повинні бути вирішені задачі:

- розроблення математичних засобів досліджень на основі відомого перетворення Оусталоупа та їх програмна реалізація;
- апроксимації ланок ЕМС, які описуються передавальними функціями високого порядку з нулями, дробовими моделями і аналіз їх точності;
- удосконалення методів структурної і параметричної ідентифікації динамічних систем, шляхом створення їх математичних моделей на основі інтегро-диференційних операторів дробового порядку;
- порівняльний аналіз інтелектуальних методів рою частинок і генетичного алгоритму для ідентифікації ЕМС з перспективою їх застосування для самоналагодження;

- аналіз точності моделей інтегровально-диференційних ланок (регуляторів) дробового порядку для електромеханічних систем у представленні Оусталоупа, Рімана, Рімана-Ліувілля і Грюнвальда-Летнікова з моделлю, отриманою за перетворенням Лапласа, як еталонною і вибору її раціонального варіанту для реалізації таких регуляторів за використання мікроконтролера.

## **2.2 Апроксимація об'єктів керування ЕМС, які описуються передавальними функціями високого порядку за допомогою моделей дробового порядку**

На основі аналізу, проведеному в [3], відзначено, що до відкритих і невіршених завдань, пов'язаних з дробовим численням і його застосуваннями в математичному і комп'ютерному моделюванні, слід, зокрема, віднести: розвиток методів структурної і параметричної ідентифікації динамічних систем, математичні моделі яких містять інтегро-диференційні оператори дробових порядків.

При оптимізації контурів систем автоматичного керування (САК) електромеханічних систем, у яких об'єкти керування описуються передавальними функціями високого порядку, як правило, вдаються до пониження порядку чисельника і знаменника, нехтуючи складовими з операторами з високими степенями. Як показано в [46], представлення об'єкта керування передавальною функцією дробового порядку забезпечує пониження порядку і може бути ефективним шляхом апроксимації об'єктів ЕМС. Сучасною тенденцією при проектуванні і розробленні ЕМС є застосування не лише інтегральних, а й інших критеріїв оптимізації. Усе це примушує дослідників до вирішення задач аналізу і синтезу ЕМС, звертаючись до нових методів і інструментів, у тому числі до методів штучного інтелекту. У цьому розділі, шляхом порівняння з традиційним методом пониження порядку і оцінки за перехідними та частотними характеристиками доведено, що спрощена традиційна модель з тим же числом параметрів, що й дробова модель, має значно нижчу ступінь адекватності і,

відповідно, запропоновано інноваційну стратегію для отримання передавальної функції дробового порядку за використання методів інтелектуального керування (рою частинок і генетичного алгоритму).

На рис. 2.1 показана запропонована функціональна схема процедури апроксимації за використання методів рою частинок і генетичного алгоритму.



Рис. 2.1. Функціональна схема процедури апроксимації цілочисельної ПФ високого порядку дробовими моделями за використання інтелектуальних методів

Процедура апроксимації об'єкта керування ЕМС за використання інтелектуальних методів, зокрема рою частинок і генетичного алгоритму, полягає в порівнянні синхронізованих у часі перехідного процесу вихідної координати досліджуваної ЕМС  $Y^*(t)$  і перехідної функції з «блоку формування дробової моделі»  $Y(t)$ , що відповідає поточному налаштуванню параметрів дробової моделі. Розбіжність між миттєвими значеннями цих двох функцій у дискретні моменти часу аналізує блок «оцінки похибки», через який «інтелектуальний метод» рою частинок або генетичного алгоритму проводить корекцію параметрів «блоку формування дробової моделі» до досягнення заданої похибки розбіжності. «Блок формування дробової моделі» за досягнення бажаної точності фіксує параметри дробової моделі, яка апроксимує задану перехідну функцію.

**2.2.1 Застосування еволюційних методів для аналізу електромеханічних систем з дробовими ланками.** Одним з ефективних підходів до пошуку оптимальних або субоптимальних розв'язків багатовимірних функцій мети є метод рою частинок (МРЧ). Створені алгоритми МРЧ [69,70] були спробами імітації природних процесів комунікації індивідуальних знань певної групи, зокрема бджіл, які виникають, коли соціальні елементи цієї групи (рою) мігрують з метою досягнення певної оптимальної властивості, наприклад, конфігурації, положення тощо. Даний метод знайшов застосування в теорії автоматичного керування ЕМС [68] при розв'язанні задачі вибору параметрів дробового ПІ<sup>λ</sup>Д<sup>μ</sup>-регулятора.

Нами в [118] запропоновано застосування методу рою частинок, підвищення його ефективності, з метою адаптації цього методу для розв'язку типових задач аналізу та синтезу ЕМС, у яких ланки описуються моделями дробового порядку з кількістю невідомих параметрів 3 - 5. Такі дослідження спрямовані для використання цього методу, зокрема, для побудови самоналагоджувальних систем керування електроприводами виробничих механізмів на базі сучасних контролерів, які придатні для реалізації регуляторів дробового порядку.

"Рій" визначається популяцією випадкових розв'язків. Кожна частинка в рої є певним набором невідомих параметрів, які мають бути оптимізовані. Будучи точкою в просторі розв'язків, кожна частинка коригує свій політ до потенційної області мети на основі власного досвіду польоту і соціальної інформації, яка поширена між частинками [68]. Мета методу полягає в тому, щоб ефективно шукати простір розв'язків групуванням (роїнням) частинок у напрямку до найкращого рішення на основі попередніх ітерацій, з наміром зустріти кращий розв'язок під час цього процесу і в кінцевому підсумку зупинитися на певній мінімальній помилці розв'язку. Якщо рій складається з  $N$  частинок, які рухаються у  $D$ -мірному просторі пошуку, то кожна частинка характеризується випадковими положенням і швидкістю. Кожна частинка змінює свою траєкторію на кожній ітерації на основі власного і групового досвіду.

$i$ -та частинка рою позначається  $X_i$

$$X_i = (x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{iD}).$$

Її найкращий попередній розв'язок (стан, положення), який позначають  $p_{best}$ , зафіксований у вигляді

$$P_i = (p_{i1}, p_{i2}, \dots, p_{iD}).$$

Поточна швидкість (швидкість зміни положення) описується

$$V_i = (v_{i1}, v_{i2}, \dots, v_{iD}).$$

Найкраще досягнутий розв'язок цілого рою на даний момент ( $g_{best}$ ) записується у вигляді

$$P_g = (p_{g1}, p_{g2}, \dots, p_{gD}).$$

На кожному часовому кроці, кожна частинка рухається в бік положення  $p_{best}$  і  $g_{best}$ .

У [69,70] запропоновано оцінювати продуктивність (ефективність) руху частинок рою до бажаного розв'язку за наступними рівняннями:

$$v_{id}(t+1) = \omega \cdot v_{id}(t) + c_1 \cdot \phi_1 \cdot (p_{id}(t) - x_{id}(t)) + c_2 \cdot \phi_2 \cdot (p_{gd}(t) - x_{id}(t)), \quad (2.1)$$

$$x_{id}(t+1) = x_{id}(t) + v_{id}(t+1), \quad (2.2)$$

де  $c_1$  і  $c_2$  - дві додатні константи, які, відповідно, називаються локальний і глобальний вагові коефіцієнти;

$\phi_1$  і  $\phi_2$  - дві випадкові функції в діапазоні  $[0, 1]$ ;

$\omega$  - вагова доля інерції (inertia weight) частинок рою (константа).

Рівняння (2.1, 2.2) показані для  $D$ -вимірного масиву положення і швидкості  $i$ -тої частинки.

Особливістю застосування нами методу рою частинок полягає в тому, що у відомий алгоритм (2.1, 2.2) внесені наступні зміни [118]:

- початковий розподіл рою здійснюється шляхом ділення діапазону пошуку кожного невідомого параметра на кількість елементів рою в одному ряді і рівномірного розподілу елементів рою в просторі пошуку розв'язку в заданих межах;

- рекомендується встановлювати межі пошуку кожного невідомого параметра, виходячи з очікуваних значень шуканих параметрів (не встановлювати не обґрунтовано широкий діапазон пошуку  $k_n$  від 1 до 500, як прийнято у відомих літературних джерелах [68]);

- діапазон пошуку оптимального рішення за певним критерієм методом рою частинок необхідно збільшувати тільки у випадку відсутності задовільного результату;

- рекомендується проводити уточнений розрахунок знайдених параметрів необхідно у випадку, коли отримана похибка перевищує допустиму, шляхом зменшення меж пошуку в зоні попередньо отриманих результатів;

- з метою прискорення процедури апроксимації запропоновано оцінювати похибку апроксимації на кожній ітерації  $i$ , задавшись бажаною точністю апроксимації, припиняти процедуру апроксимації;

- вибір констант  $c_1$  і  $c_2$  пропонується здійснювати користувачем, оскільки вони визначають поведінку й ефективність методу в цілому;

- запропоновано здійснювати оцінку впливу параметрів МРЧ на точність апроксимації на основі використання перехідних та частотних характеристик ЕМС (алгоритм розв'язку задач апроксимації в електромеханіці МРЧ за використання дробової моделі з п'ятьма змінними параметрами наведений у Додатку А.1).

Для розв'язку задач аналізу в ЕМС запропоновано використовувати моделі дробового порядку виду (2.3) з трьома, або (2.4) з п'ятьма змінними параметрами  $k, a_2, \alpha_2, a_1, \alpha_1$

$$W(s) = \frac{k}{a_1 s^{\alpha_1} + 1}, \quad (2.3)$$

$$W(s) = \frac{k}{a_2 s^{\alpha_2} + a_1 s^{\alpha_1} + 1}. \quad (2.4)$$

Шляхом застосування МРЧ передбачено розв'язати наступні задачі аналізу в ЕМС:



- апроксимувати стандартні передавальні функції біноміальної форми та форми Баттерворта першого-четвертого порядків дробовими моделями (2.3) і (2.4);

- розробити алгоритм знаходження ПФ дробового порядку довільних ланок і об'єктів керування ЕМС, для яких відомий перехідний процес, отриманий у результаті експерименту, у тому числі з метою його використання для реалізації процесу самоналагодження ЕМС.

Нижче продемонстровано функціонування вперше розробленого алгоритму методу рою частинок за використання п'яти параметрів:  $k$ ,  $a_2$ ,  $\alpha_2$ ,  $a_1$ ,  $\alpha_1$  для розв'язку задачі апроксимації стандартної ПФ на прикладі апроксимації ПФ біноміальної форми третього порядку [118,119,120]

$$W(s) = \frac{1}{s^3 + 3s^2 + 3s + 1} \quad (2.5)$$

дробовою моделлю виду (2.4) з графічною ілюстрацією і аналізом поведінки «рою».

Початкове розташування рою (перша ітерація) здійснюється шляхом рівномірного розподілу елементів рою в просторі пошуку.

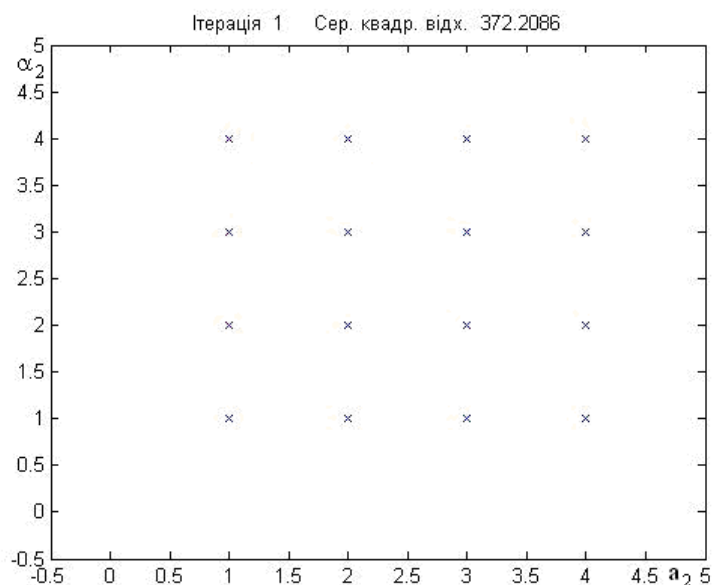


Рис. 2.2. Початкове розташування рою перед першою ітерацією і після першої ітерації

Початкове розташування рою у двовимірних координатах (площині) перед першою ітерацією і після першої ітерації однакове (рис. 2.2), оскільки оновлення вектора переміщення кожного елемента руху відбувається в кінці ітерації, а протягом першої ітерації він обнулений. Після другої ітерації у двовимірних координатах з'являються картина розташування рою у двовимірних координатах (на площині з'являються проєкції інших координат) (рис. 2.3) На зображенні видно початок руху рою в правий нижній кут. Це означає, що один або група елементів рою знайшла положення близьке до оптимального (gbest) і інші елементи рою починають рухатися в цьому напрямку, продовжуючи пошук на своєму шляху кращого положення (pbest), ніж було знайдене до цього часу.

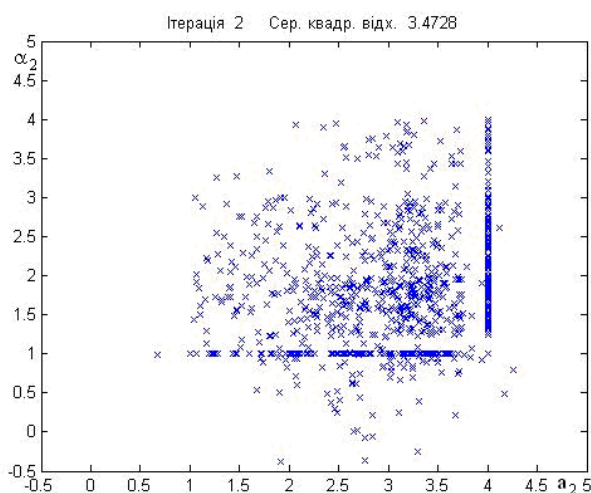


Рис. 2.3. Розташування рою після другої ітерації

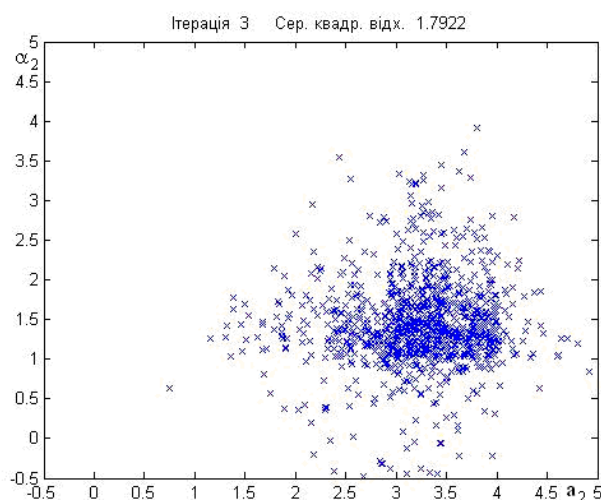


Рис. 2.4. Розташування рою після третьої ітерації

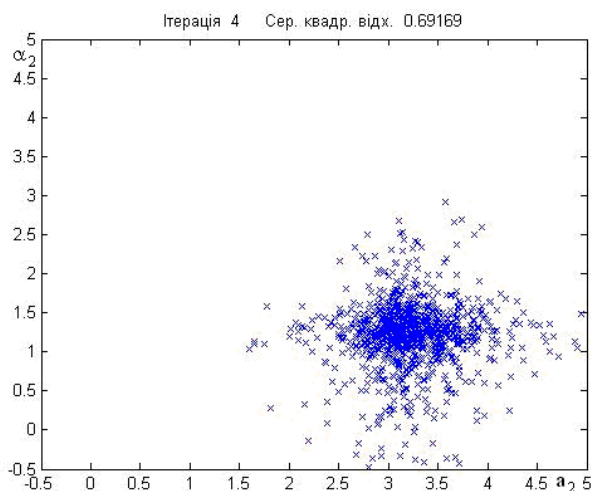


Рис. 2.5. Розташування рою після четвертої ітерації

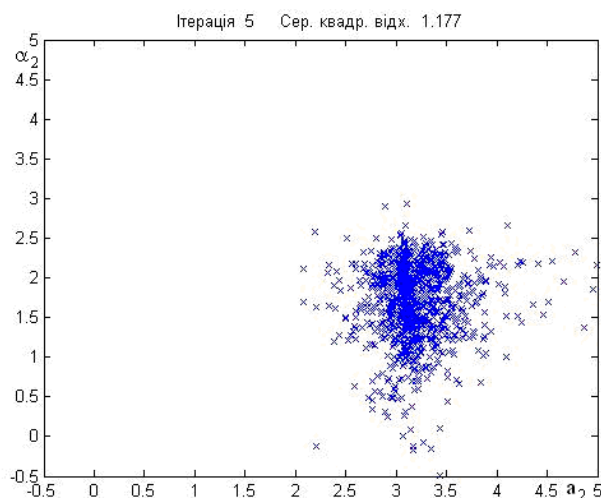


Рис. 2.6. Розташування рою після п'ятої ітерації

На рис. 2.3 - 2.5 показано процес зміни положення рою, а на рис. 2.6 - результат п'ятої ітерації, на якому відбувається групування рою коло місця оптимального розв'язку.

На рис. 2.7 - 2.12. показано процес подальшої зміни положення рою, а на рис. 2.16 - результат п'ятдесят п'ятої ітерації, на якому відбувається кінцеве групування рою коло місця оптимального розв'язку.

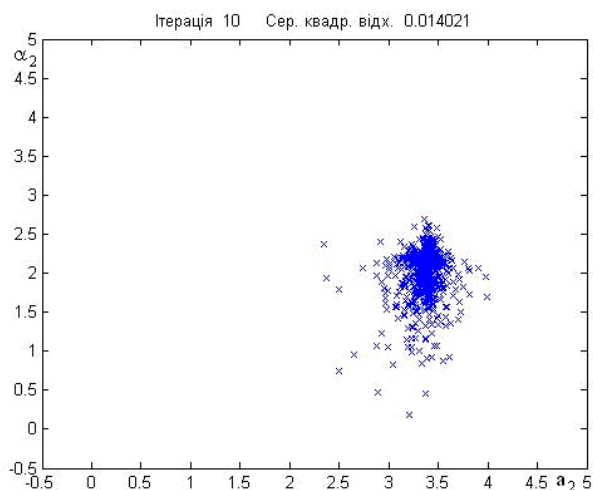


Рис. 2.7. Розташування рою після десятої ітерації

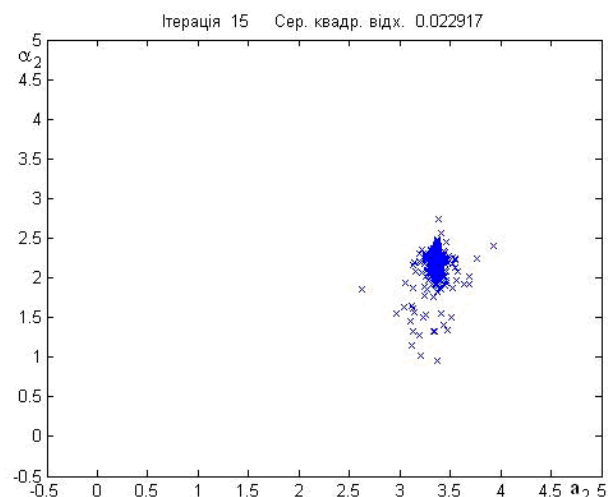


Рис. 2.8. Розташування рою після п'ятнадцятої ітерації

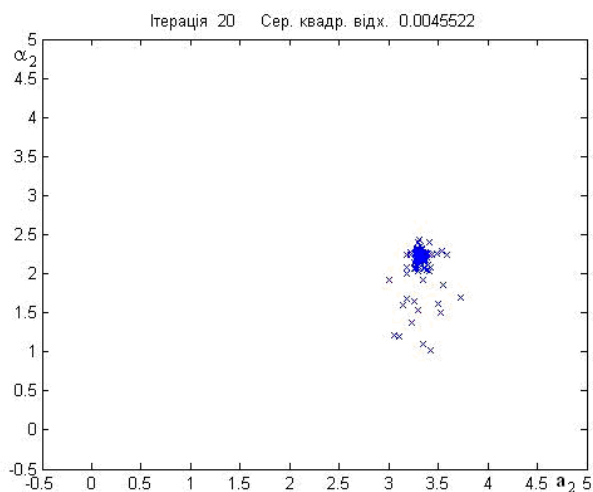


Рис. 2.9. Розташування рою після двадцятої ітерації

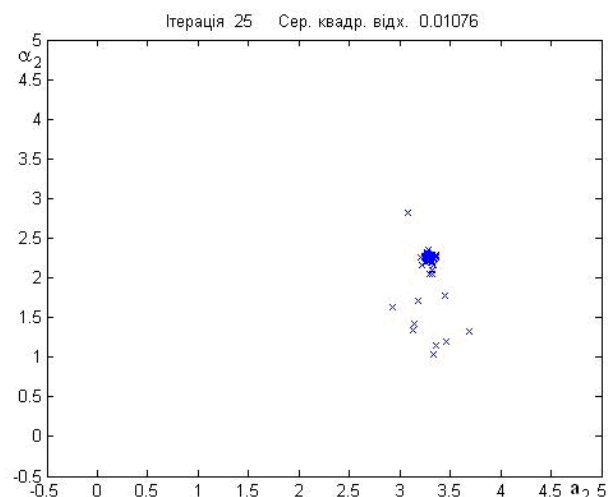


Рис. 2.10. Розташування рою після двадцять п'ятої ітерації

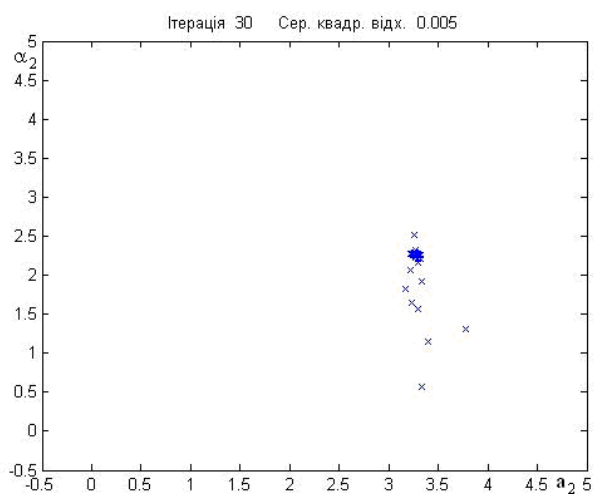


Рис. 2.11. Розташування рою після тридцятій ітерації

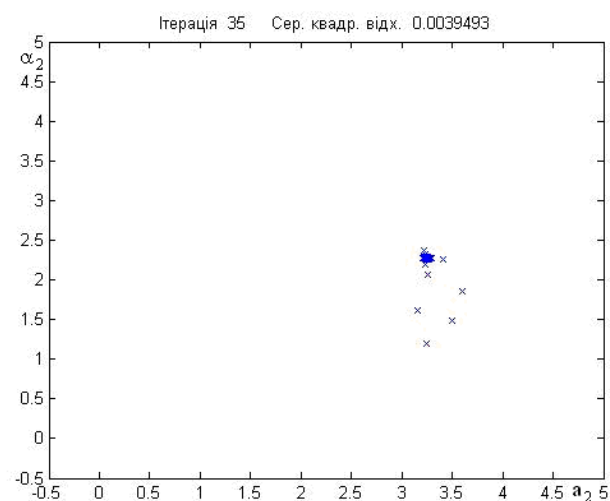


Рис. 2.12. Розташування рою після тридцять п'ятої ітерації

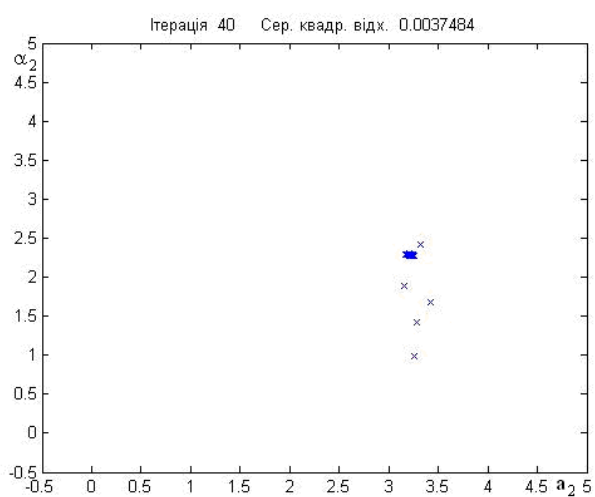


Рис. 2.13. Розташування рою після сорокової ітерації

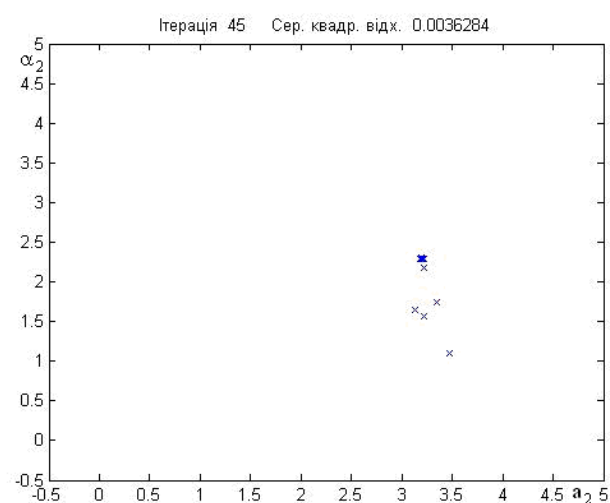


Рис. 2.14. Розташування рою після сорок п'ятої ітерації

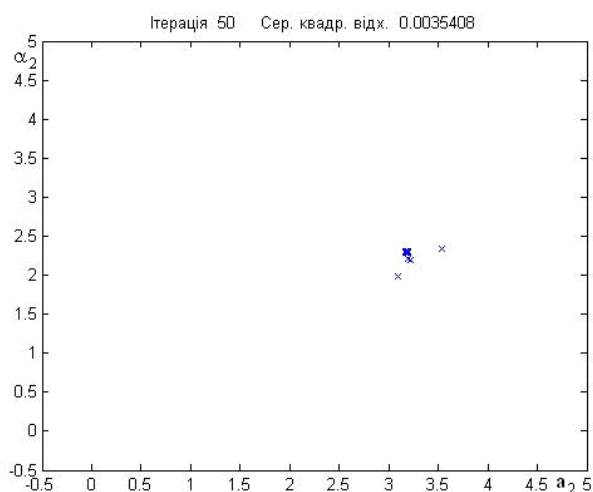


Рис. 2.15. Розташування рою після п'ятдесятої ітерації

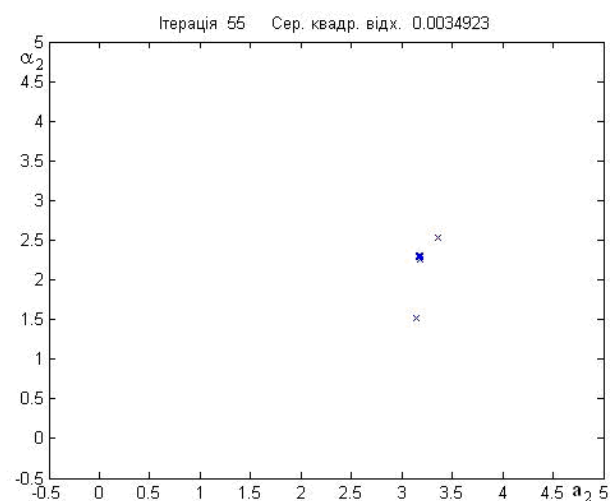


Рис. 2.16. Розташування рою після п'ятдесят п'ятої ітерації

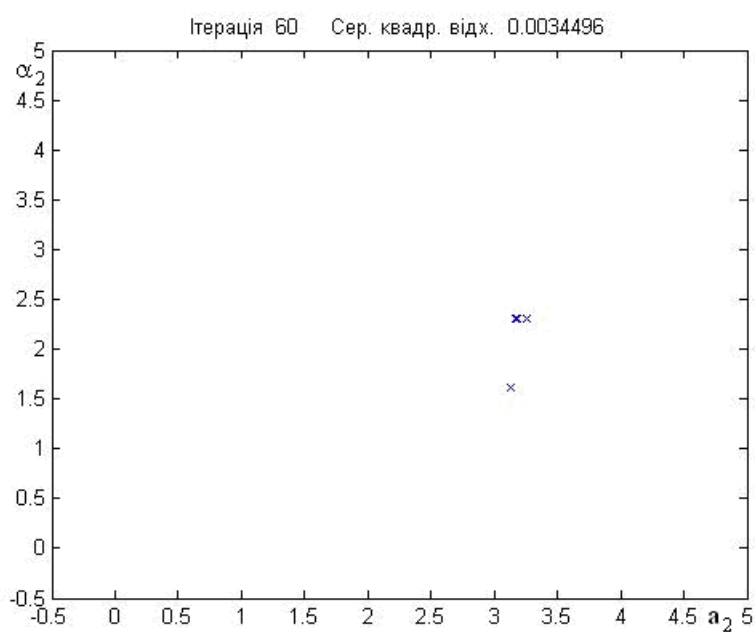


Рис. 2.17. Розташування рою після шістдесятої ітерації

За результатами проведеної апроксимації для (2.5) після п'ятдесят п'ятої ітерації (рис. 2.16) отримано апроксимуючу ПФ дробового порядку у вигляді:

$$W(s) = \frac{1}{3,0446s^{2,3542} + 3,5732s^{1,0904} + 1} \quad (2.6)$$

Перехідна функція такої ПФ показана на рис. 2.18 крива 2. Вона накладена на перехідну функцію біноміальної форми – крива 1, знайдену за зворотнім перетворенням Лапласа виразу (2.5).

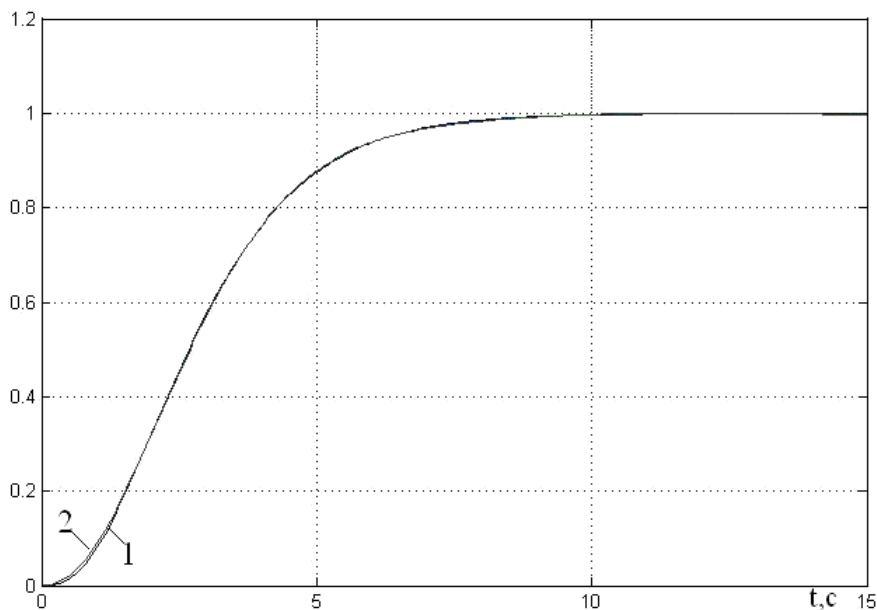


Рис. 2.18. Перехідна функція апроксимуючої ПФ (2.6) – крива 2 нанесена на перехідну функцію ПФ (2.5) – крива 1

Для проведення оцінки точності апроксимації в даному випадку, а також при оцінці ступеня розбіжності бажаної й отриманої в результаті аналізу або синтезу якості динамічних характеристик, які будуть наведені нижче, застосовані наступні показники:

- абсолютне середньоквадратичне відхилення [46], яке знаходиться за виразом

$$\sigma_{\Pi} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - y_{ie})^2}, \quad (2.7)$$

де  $y_i$  – значення апроксимуючої перехідної функції в  $i$ -й точці,

$y_{ie}$  – значення перехідної функції ланки високого порядку в  $i$ -й точці,

$n = 401$  – кількість точок опрацювання перехідного процесу;

- відносна похибка апроксимації, знайдена за виразом

$$\delta_{\pi} = \frac{\sigma_{\pi}}{y_y} 100\% \quad (2.8)$$

де  $y_y$  – усталене значення перехідної функції ланки високого порядку;

- функція якості

$$J = \sum_{i=1}^n |y_{i,er} - y_i|, \quad (2.9)$$

де  $y_{i,er}$  – і-та точка перехідного процесу моделі,

$y_i$  – і-та точка апроксимованого перехідного процесу.

У [46] відзначено, що висока ступінь апроксимації забезпечується при  $\sigma_{\pi} = 0,08$ . Для даного варіанту апроксимації ПФ дробового порядку (2.6) похибки становлять  $\sigma_{\pi} = 0,0028$ ,  $\delta_{\pi} = 0,28\%$ , що підтверджує ефективність такого підходу до апроксимації.

З метою прискорення процедури апроксимації, запропоновано оцінювати її похибку на кожній ітерації  $i$ , задавшись бажаною точністю апроксимації, припиняти процедуру апроксимації. На рис. 2.19 наведена залежність похибки апроксимації  $\sigma_{\pi}$  від кількості ітерацій методу рою частинок на прикладі біноміальної форми третього порядку (2.6).

З аналізу залежності, наведеної на рис. 2.19, очевидно, що процедуру апроксимації з забезпеченням задовільної точності можна було завершити після 17-ї ітерації.

Отримані результати показують, що застосування методу рою для апроксимації передавальних функцій високого порядку дає змогу отримати дробові моделі з передавальними функціями нижчих порядків з трьома або п'ятьма змінними параметрами, які з високою ступінню адекватності відтворюють поведінку наведених систем.

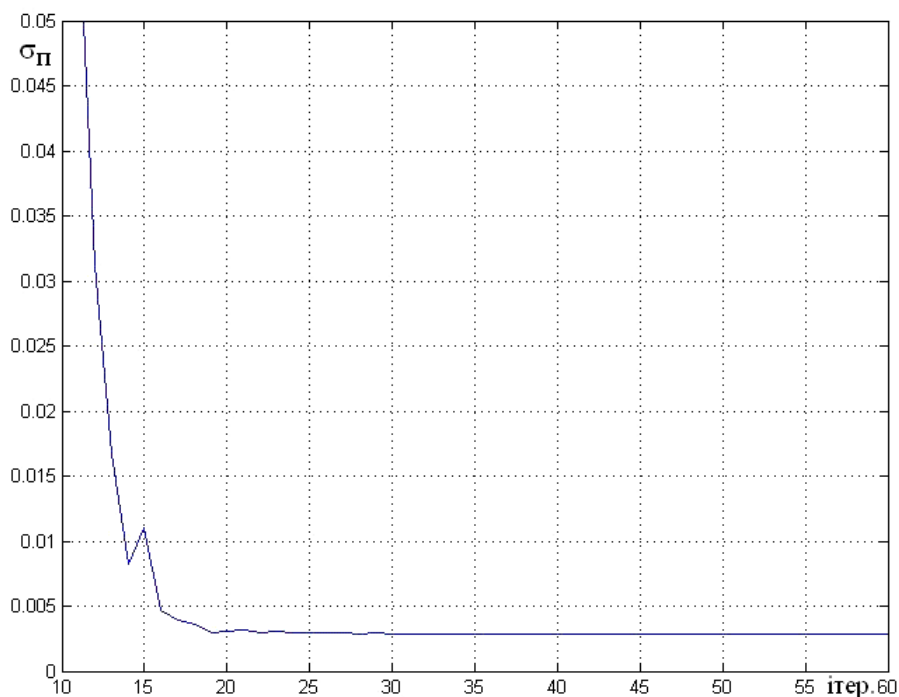


Рис. 2.19. Залежність похибки апроксимації  $\sigma_p$  від кількості ітерацій методу рою частинок на прикладі біноміальної форми третього порядку (2.6)

Іншим застосуванням є метод генетичного алгоритму. Генетичний алгоритм (ГА) призначений для пошуку екстремумів складних функцій, і збільшення кількості публікацій з даної тематики [121,122,123,124] вказує на значну зацікавленість до такої проблеми. Складність оптимізованої функції визначається як кількістю змінних, за якими проводиться оптимізація, так і наявністю локальних екстремумів. У зв'язку з тим, що простір пошуку в задачах оптимізації практично не обмежений, то на практиці обмежуються розв'язком, який у достатньому ступені задовольняє сенс даної задачі, тобто за допомогою ГА можна отримати квазіоптимальний розв'язок. Разом з нечіткою логікою і нейронними мережами, ГА є ефективним інструментом для розв'язку багатьох «інтелектуальних задач».

У роботі розглянуто можливість застосування ГА для апроксимації передавальних функцій ЕМС, які описуються цілочисельними ПФ високого порядку, дробовими моделями.

ГА відноситься до класу стохастичних, і, як й інші алгоритми цієї групи, він зорієнтований на пошук субоптимального розв'язку в умовах неможливості



повного перебору варіантів. Тому доцільним є дослідити можливість його використання для аналізу і синтезу ЕМС, які описуються ПФ дробового порядку. ГА відрізняється від інших алгоритмів випадкового пошуку і, зокрема МРЧ, наступним:

- у ГА використовуються коди параметрів, а не самі параметри. Параметри кодується в ланцюги кінцевої довжини, і в процесі ітерації ці ланцюги тестуються і видозмінюються;

- пошук відбувається не в точках простору, а на основі популяції точок;

- ГА використовує знання з розв'язків, отриманих у минулому;

- ГА використовує тільки оцінки розв'язків, а не похідні і інші параметри;

- у ГА не накладаються обмеження на властивості цільової функції у вигляді неперервності, диференційовальності тощо, оскільки функція трактується як пристрій типу «чорного ящика», який отримує параметри на вході, а на вихід виводить результат.

Як приклад порівняння двох еволюційних підходів до апроксимації ланок ЕМС моделями дробового порядку за їх перехідними функціями, покажемо застосування ГА для апроксимації ПФ біноміальної форми третього порядку (2.5) дробовою моделлю з ПФ (2.4), як і у випадку МРЧ.

Функціональна схема ГА для розв'язку задач аналізу збігається з МРЧ (рис. 2.1). Використавши пакет Optimization Tool в середовищі MATLAB/Simulink будуємо відповідну модель, наведену в Додатку А.2, за допомогою якої здійснюємо порівняння перехідної функції ПФ (2.5) з перехідною функцією ПФ (2.4) дробової моделі. Оцінку результатів порівняння двох перехідних процесів проводимо на кожній ітерації за використання функції якості (2.9).

На рис. 2.20 показано залежність функції якості  $J$  від номера ітерації апроксимаційного процесу за використання ГА. Програма виділяє найкращі (best) – крива 1 і середні значення – крива 2 функції якості  $J$ , а шляхом контролю їх величин можна фіксувати момент завершення процесу апроксимації. Крім цього, кінцевий результат оцінюємо за абсолютним середньоквадратичним відхиленням  $\sigma_{\Pi}$  (2.7).

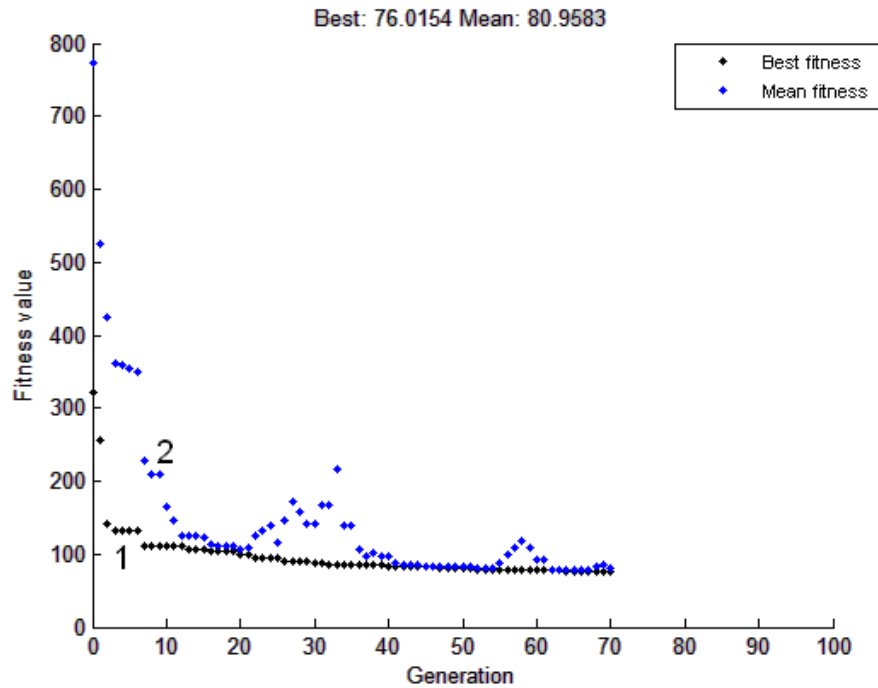


Рис. 2.20. Залежність функції якості (2.9) від номеру ітерації «і»:  
 крива 1 – найкраще значення функції якості,  
 крива 2 – середнє значення функції якості

Після закінчення апроксимаційного процесу за використання ГА отримано наступну дробову модель ланки (2.5)

$$W(s) = \frac{1}{3,0409s^{2,2423} + 3,3432s^{1,0495} + 1}. \quad (2.10)$$

На рис. 2.21 показані перехідні функції ПФ (2.5) – крива 1 і ПФ дробової моделі (2.10) – крива 2. Середньоквадратичне відхилення цих перехідних функцій  $\sigma_{\Pi} = 0,007763$ ,  $\delta_{\Pi} = 0,78\%$ .

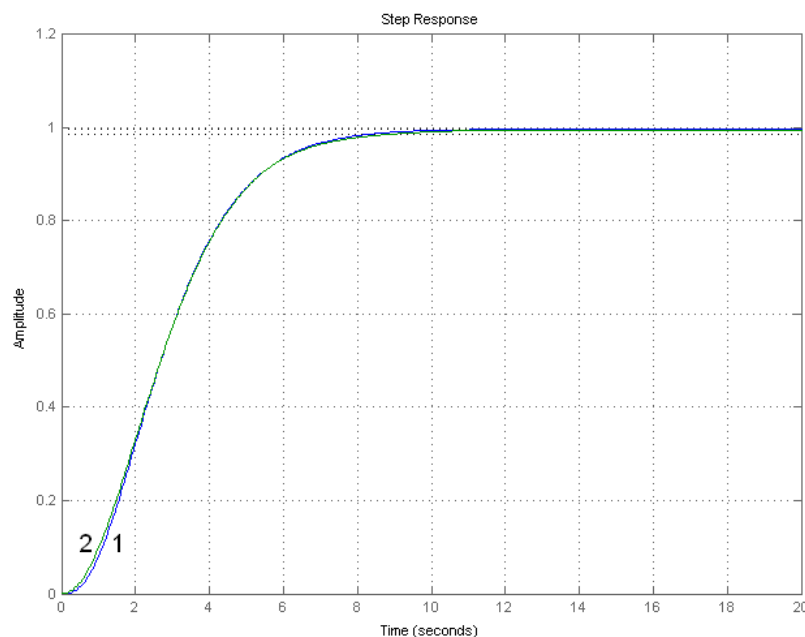


Рис. 2.21. Перехідні функції ПФ (2.5) – крива 1 і ПФ дробової моделі (2.10) – крива 2

За результатами проведених досліджень можна зробити наступні узагальнення.

На основі запропонованого алгоритму апроксимації МРЧ можна аналізувати режим ідентифікації об'єкта керування ЕМС, що дає змогу реалізувати самоналаштувальну САК, наприклад, у ПЛК силового перетворювача ЕМС.

Метод ГА щодо швидкодії апроксимації має певні переваги порівняно з МРЧ, проте, на нашу думку, його доцільніше використовувати для режиму самоналагодження лише у випадку комп'ютерного керування ЕМС.

**2.2.2 Апроксимація стандартних ПФ біноміальної форми та форми Баттерворта першого-четвертого порядку дробовими моделями.** В [46,47,48] показано, що апроксимація ланок ЕМС ПФ дробового порядку має переваги як з точки зору пониження порядку моделі, так і точності та часу апроксимації. Тобто дробове числення забезпечує інноваційну стратегію для отримання спрощеної моделі з декількома параметрами за відсутності нулів, порівняно з системою високого порядку. Застосування моделей дробового порядку може бути

ефективним шляхом стискувати інформацію частотної реакції САК, зазвичай, притаманної моделі, яка описується ПФ з великою кількістю полюсів і нулів. Застосування спрощених моделей дробового порядку створює перспективу для побудови самоналагоджувальних ЕМС з дробовими регуляторами. За такого підходу перспективним є апроксимація стандартних форм біноміальної та Баттерворта першого-четвертого порядку а також ПФ з нулями поліномами дробового порядку, а також оцінка точності такої апроксимації шляхом порівняння в часовій і частотній областях.

Апроксимацію ПФ цілого порядку без нулів поліномами дробового порядку виду (2.3), (2.4) здійснено за використання МРЧ, на основі вперше розробленого та програмно реалізованого оригінального алгоритму, наведеного вище. Результати апроксимації – апроксимуючі ПФ дробового порядку, відрізок часу перехідної функції  $t_n$ , протягом якого проведена процедура апроксимації та похибки апроксимації – наведені в табл. 2.1. Як приклад, наведено результати пошуку найкращих варіантів апроксимації для двох стандартних ланок з цієї таблиці: першого і четвертого порядку.

Для перевірки адекватності такого підходу стосовно ЕМС було здійснено знаходження ПФ відомої цілочисельної ланки, наприклад, аперіодичної ланки першого порядку. Біноміальна форми і форма Баттерворта першого порядку співпадають і описуються ПФ

$$W(s) = \frac{1}{s+1}.$$

Оскільки вихідний перехідний процес не має перегулювання, то за основу для апроксимації вибрано найбільш поширену ланку дробового порядку (2.3).

Застосувавши запропоноване програмне забезпечення, отримано апроксимуючу ПФ дробового порядку для  $t_n = 10с$ , представлену наступним виразом

$$W(s) = \frac{1,0009}{1,0012s^{1,0006} + 1}. \quad (2.11)$$

Якщо вираз (2.11) заокруглити, то отримаємо початкову форму, тобто отриманий вираз повністю збігся з заданим, що підтверджує коректність запропонованої апроксимації.

Для даного варіанту апроксимації похибки становлять: абсолютне середньоквадратичне відхилення  $\sigma_{\pi} = 0,0002$ , відносна похибка апроксимації перехідною функцією  $\delta_{\pi} = 0,01\%$ , відносна похибка апроксимації за ЛАЧХ  $\delta_{\chi} = 0,23\%$ . Таким чином МРЧ дав очікуваний результат зі зневажливо малими похибками.

Розглянемо більш складний випадок, коли система описується стандартною формою Баттерворта четвертого порядку з ПФ виду

$$W(s) = \frac{1}{s^4 + 2,6s^3 + 3,4s^2 + 2,6s + 1}. \quad (2.12)$$

На рис. 2.22 кривою 1 показана перехідна функція, яка відповідає ПФ Баттерворта четвертого порядку (2.12), що знайдена за зворотним перетворенням Лапласа. Оскільки цей перехідний процес має перегулювання, то за основу для апроксимації вибрано найбільш поширену дробову ланку з ПФ (2.4).

Виходячи з адекватності перехідних функцій даної системи з перехідними функціями апроксимованої дробової системи, у якій характеристичний поліном має тільки дві складові з оператором  $s$  в різних дробових степенях і вільний член приходимо до наступних результатів і застосувавши запропонований алгоритм для  $t_{\pi} = 20c$ , ПФ (2.12) апроксимована наступним виразом:

$$W(s) = \frac{1}{4,0598s^{2,7474} + 3,7241s^{1,2016} + 1}, \quad (2.13)$$

перехідна функція якої показана на рис. 2.22, крива 2. Похибки апроксимації для цього варіанту найменші (див. табл. 2.1, № 4, п.3).

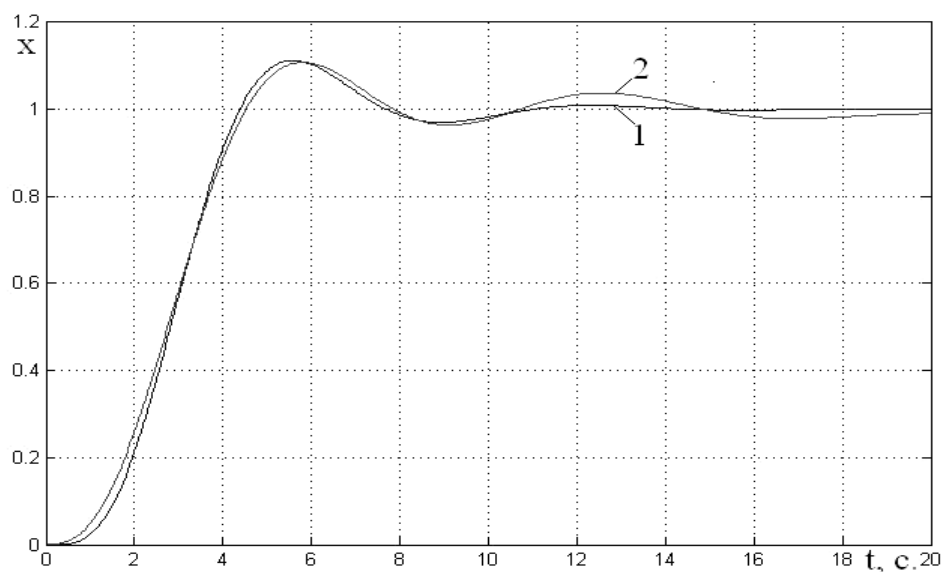


Рис. 2.22. Перехідні функції, які відповідають ПФ форми Баттерворта четвертого порядку, розраховані за ПФ (2.12) – крива 1 і за (2.13) – крива 2

На рис. 2.23 показані ЛАЧХ і ЛЧФХ, які відповідають ПФ форми Баттерворта четвертого порядку: крива 1 – за ПФ (2.12), а крива 2 – за ПФ (2.13).

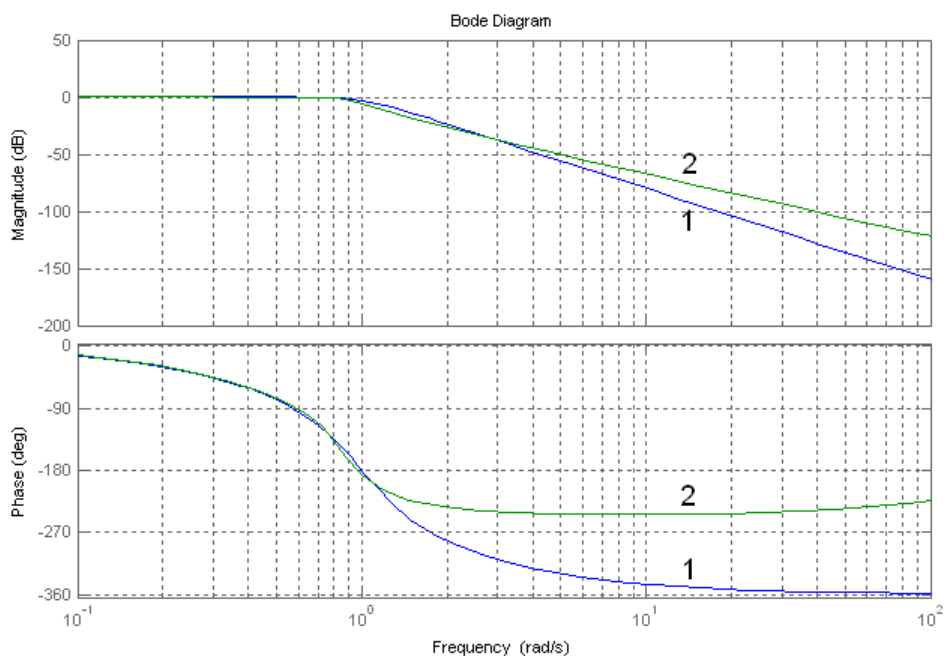


Рис. 2.23. ЛАЧХ і ЛЧФХ, які відповідають ПФ форми Баттерворта четвертого порядку: крива 1 відповідає ПФ за виразом (2.12), а крива 2 – за виразом (2.13)

Для даного варіанту апроксимації похибки становлять  $\sigma_{\Pi} = 0,0189$ ,  $\delta_{\Pi} = 1,89\%$ ,  $\delta_{\Psi} = 4,67\%$ .

Аналогічний процес апроксимації проведений для інших значень  $t_{\Pi}$  на відріжку часу 10 - 20с, а результати апроксимації наведені в табл. 2.1, № 4.

Для того, щоб оцінити на скільки забезпечує вигравш, з точки зору точності, використання дробового поліному, наприклад (2.4), порівняно з цілочисельним поліномом другого порядку з ПФ

$$W(s) = \frac{k}{a_2 s^2 + a_1 s + 1},$$

який отримується з ПФ (2.4) шляхом встановлення змінних  $\alpha_2 = 1$  і  $\alpha_1 = 1$ , проведемо апроксимацію ним стандартної форми Баттерворта четвертого порядку (2.12).

На рис. 2.24 кривою 1 показана перехідна функція, яка відповідає ПФ Баттерворта четвертого порядку (2.12), що знайдена за зворотним перетворенням Лапласа.

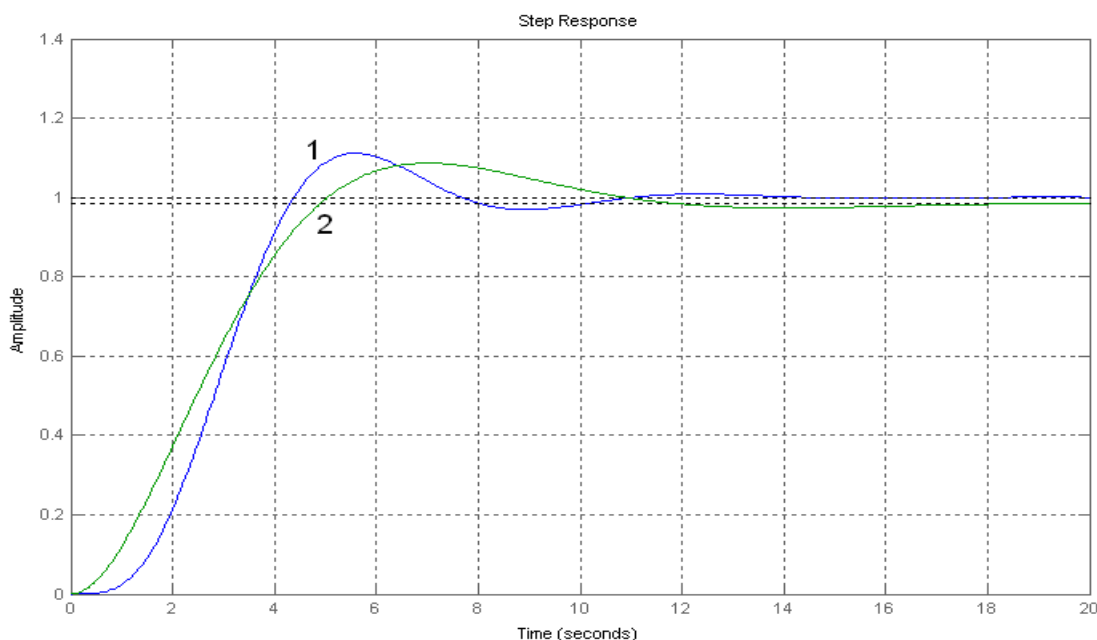


Рис. 2.24. Перехідні функції, які відповідають ПФ форми Баттерворта четвертого порядку, розраховані за ПФ (2.12) – крива 1 і за (2.14) – крива 2

Застосувавши запропонований алгоритм для  $t_n = 20\text{с}$  знайдено апроксимуючу ПФ цілого порядку у вигляді

$$W(s) = \frac{1}{3,2711s^2 + 2,1157s^1 + 1}, \quad (2.14)$$

перехідна функція якої показана на рис. 2.24, крива 2.

На рис. 2.25 показані ЛАЧХ і ЛЧФХ, які відповідають ПФ форми Баттерворта четвертого порядку: крива 1 – за ПФ (2.12), а крива 2 – за ПФ (2.14).

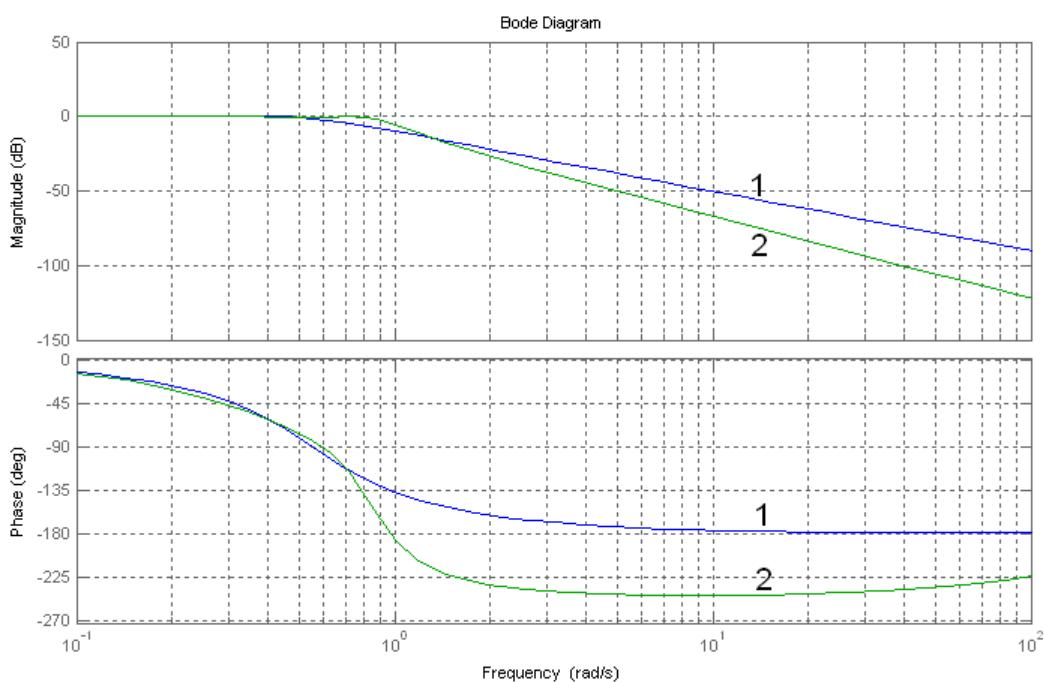


Рис. 2.25. ЛАЧХ і ЛЧФХ, які відповідають ПФ форми Баттерворта четвертого порядку: крива 1 відповідає ПФ за виразом (2.12), а крива 2 – за виразом (2.14)

Для даного варіанту апроксимації похибки становлять  $\sigma_n = 0,0605$ ,  $\delta_n = 6,05\%$ .

Таким чином, застосування дробового поліному, наприклад (2.4), порівняно з цілочисельним поліномом другого порядку дає досить суттєвий вигрaш у точності апроксимації.



Таблиця 2.1

Результати апроксимації перехідних функцій ланок цілого порядку, які описуються ПФ без нулів, дробовими поліномами (2.3) і (2.4)

| № | Тип ланки цілого порядку                  | ПФ стандартної ланки $W_{ст.i}(s)$           | ПФ дробових поліномів $W_{дi}(s)$                   | $t_n, c$ | Похибки апроксимації |                |
|---|-------------------------------------------|----------------------------------------------|-----------------------------------------------------|----------|----------------------|----------------|
|   |                                           |                                              |                                                     |          | $\sigma_n$           | $\delta_n, \%$ |
| 1 | Біноміальна і Баттерворта першого порядку | $\frac{1}{s+1}$                              | $\frac{1,0009}{1,0012s^{1,0006} + 1}$               | 10       | 0,00013              | 0,01           |
| 2 | Баттерворта другого порядку               | $\frac{1}{s^2 + 1,4s + 1}$                   | $\frac{1}{4,116s^{1,61} + 2,3648s^{0,2328} + 1}$    | 10       | 0,008                | 0,8            |
|   |                                           |                                              | $\frac{1}{1,1811s^{1,8749} + 1,2169s^{0,923} + 1}$  | 15       | 0,0034               | 0,34           |
| 3 | Баттерворта третього порядку              | $\frac{1}{s^3 + 2s^2 + 2s + 1}$              | $\frac{1}{5,7402s^{2,0917} + 3,3703s^{0,5408} + 1}$ | 10       | 0,0173               | 1,73           |
|   |                                           |                                              | $\frac{1}{2,3493s^{2,3709} + 2,3242s^{1,0553} + 1}$ | 15       | 0,0096               | 0,96           |
| 4 | Баттерворта четвертого порядку            | $\frac{1}{s^4 + 2,6s^3 + 3,4s^2 + 2,6s + 1}$ | $\frac{1}{6,2199s^{2,7015} + 4,5748s^{1,0111} + 1}$ | 10       | 0,0181               | 1,81           |
|   |                                           |                                              | $\frac{1}{3,9775s^{2,795} + 3,7739s^{1,2334} + 1}$  | 15       | 0,0163               | 1,63           |
|   |                                           |                                              | $\frac{1}{4,0598s^{2,7474} + 3,7241s^{1,2016} + 1}$ | 20       | 0,0189               | 1,89           |
| 5 | Біноміальна другого порядку               | $\frac{1}{s^2 + 2s + 1}$                     | $\frac{1}{2,3707s^{1,2378} + 1}$                    | 10       | 0,0186               | 1,86           |
|   |                                           |                                              | $\frac{1}{3,7148s^{1,4113} + 1,2956s^{0,2502} + 1}$ | 15       | 0,0095               | 0,95           |
| 6 | Біноміальна третього порядку              | $\frac{1}{s^3 + 3s^2 + 3s + 1}$              | $\frac{1}{4,1397s^{1,4824} + 1}$                    | 10       | 0,0265               | 2,65           |
|   |                                           |                                              | $\frac{1}{3,2901s^{2,2648} + 3,379s^{1,0429} + 1}$  | 15       | 0,0042               | 0,42           |
| 7 | Біноміальна четвертого порядку            | $\frac{1}{s^4 + 4s^3 + 6s^2 + 4s + 1}$       | $\frac{1}{6,2882s^{1,7730} + 1}$                    | 10       | 0,0268               | 2,68           |
|   |                                           |                                              | $\frac{1}{6,7482s^{1,4868} + 1}$                    | 15       | 0,0415               | 4,15           |
|   |                                           |                                              | $\frac{1}{4,22s^{2,2376} + 4,6907s^{1,2255} + 1}$   | 15       | 0,0277               | 2,77           |
|   |                                           |                                              | $\frac{1}{7,21s^{2,4401} + 5,0592s^{1,1071} + 1}$   | 20       | 0,0086               | 0,86           |

Були проведені дослідження залежності виразів дробових ПФ від тривалості процесу апроксимації. Виявилось, що тривалість апроксимації, тобто значення параметрів дробової ПФ пов'язані з цим часом. Встановлено (див. табл. 2.1), що похибки відтворення динамічних процесів апроксимованою системою мають мінімальне значення при певних тривалостях апроксимації.

За умови найбільшої тривалості динамічних процесів дробова ПФ буде найкраще відображати ці процеси заданої цілочисельної ПФ. З іншого боку збільшення такої тривалості тягне за собою зростання тривалості обчислювальних процесів. Тим самим значно ускладнюється дана процедура в режимі реального часу. Тому були проведені дослідження відповідності динамічних процесів у системі, що описується апроксимованими ПФ, знайденими для різних часів апроксимації заданому динамічному процесові системи, що описується якоюсь стандартною формою відповідного порядку.

До ряду стандартних форм було виявлене таке значення тривалості апроксимації  $t_n$ , для якого отримується найменше значення середньоквадратичного відхилення в абсолютних ( $\sigma_n$ ) та відносних ( $\delta_n$ ) одиницях.

Перехідні функції для всіх систем показаних у табл. 2.1 досить легко розрахувати, аналогічно як це було зроблено для ПФ (2.12), проілюстрованої на рис. 2.22.

Проведемо дослідження можливості застосування такого підходу для апроксимації дробовими моделями ЕМС, які описуються класичними ПФ різного порядку з нулями. Для цього вибрані біноміальні стандартні форми третього-четвертого порядку з нулями, ПФ яких наведені в табл. 2.2. У табл. 2.2 наведені також апроксимуючі ПФ дробового порядку і результати апроксимації: апроксимуючі ПФ дробового порядку, відрізок часу перехідної функції  $t_n$ , на протязі якого проведена процедура апроксимації та похибки апроксимації.

Результати апроксимації перехідних функцій ланок цілого порядку, які описуються ПФ з нулями, дробовими моделями (2.4)

| Тип ланки цілого порядку                             | № | ПФ стандартної ланки $W_{ст.i}(s)$          | ПФ дробових моделей $W_{дi}(s)$              | $t_{п,с}$ | Похибки апроксимації |                 |
|------------------------------------------------------|---|---------------------------------------------|----------------------------------------------|-----------|----------------------|-----------------|
|                                                      |   |                                             |                                              |           | $\sigma_{п}$         | $\delta_{п},\%$ |
| Біноміальна третього порядку з нулями в чисельнику   | 1 | $\frac{3s+1}{s^3+3s^2+3s+1}$                | $\frac{1}{0,505s^{1,482}+0,5120s^{1,472}+1}$ | 20        | 0,0107               | 1,07            |
|                                                      | 2 | $\frac{s^2+3s+1}{s^3+3s^2+3s+1}$            | $\frac{1}{0,399s^{1,365}+0,323s^{1,364}+1}$  | 20        | 0,0213               | 2,13            |
| Біноміальна четвертого порядку з нулями в чисельнику | 3 | $\frac{4s+1}{s^4+4s^3+6s^2+4s+1}$           | $\frac{1}{0,903s^{1,801}+1,026s^{1,323}+1}$  | 20        | 0,0353               | 3,53            |
|                                                      | 4 | $\frac{6s^2+4s+1}{s^4+4s^3+6s^2+4s+1}$      | $\frac{1}{0,344s^{1,62}+0,240s^{1,493}+1}$   | 20        | 0,0435               | 4,35            |
|                                                      | 5 | $\frac{4s^3+6s^2+4s+1}{s^4+4s^3+6s^2+4s+1}$ | $\frac{1}{0,01s^{1,372}+0,132s^{1,329}+1}$   | 20        | 0,467                | 4,67            |

Аналогічні дослідження були проведені і для систем з цілочисельними ПФ, у котрих коефіцієнти полінома чисельника не пов'язані з коефіцієнтами полінома знаменника. Результати такого аналізу повністю відповідають результатам отриманим у табл. 2.2 (очевидно з різними числовими значеннями коефіцієнтів і степенів).

На рис. 2.26 - рис. 2.29 показані перехідні функції а також ЛАЧХ і ЛЧФХ, які відповідають: ПФ цілого порядку з нулями – крива 1 і ПФ, яка отримана в результаті апроксимації – крива 2 для варіантів апроксимації, наведених у табл. 2.2, п. 1 і п. 4.

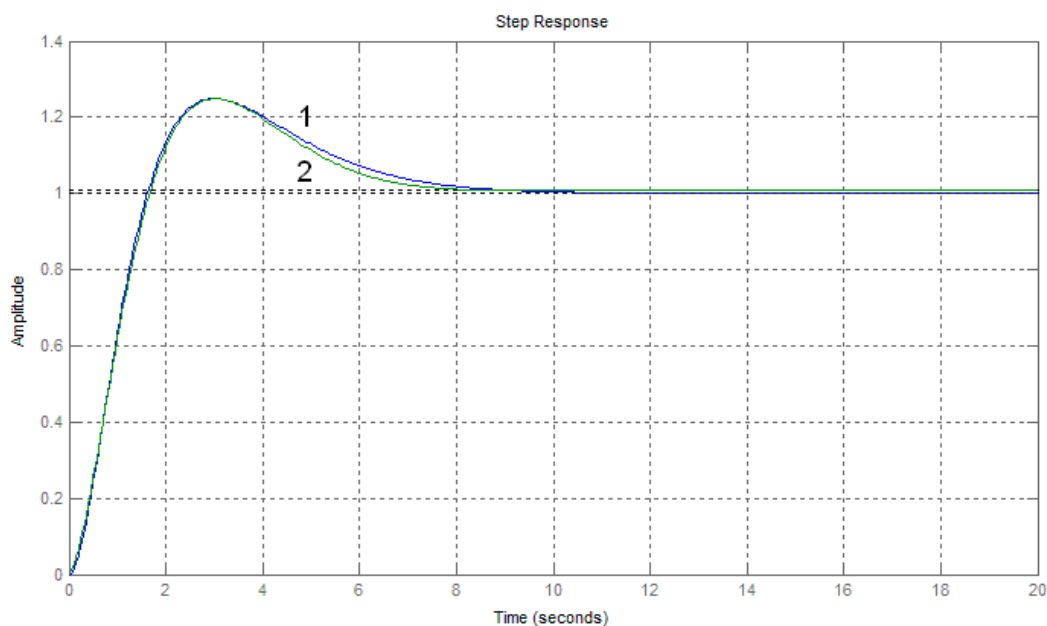


Рис. 2.26. Перехідні функції, які відповідають: ПФ цілого порядку з нулями – крива 1 і для варіанту апроксимації з ПФ (табл. 2.2 п. 1) – крива 2

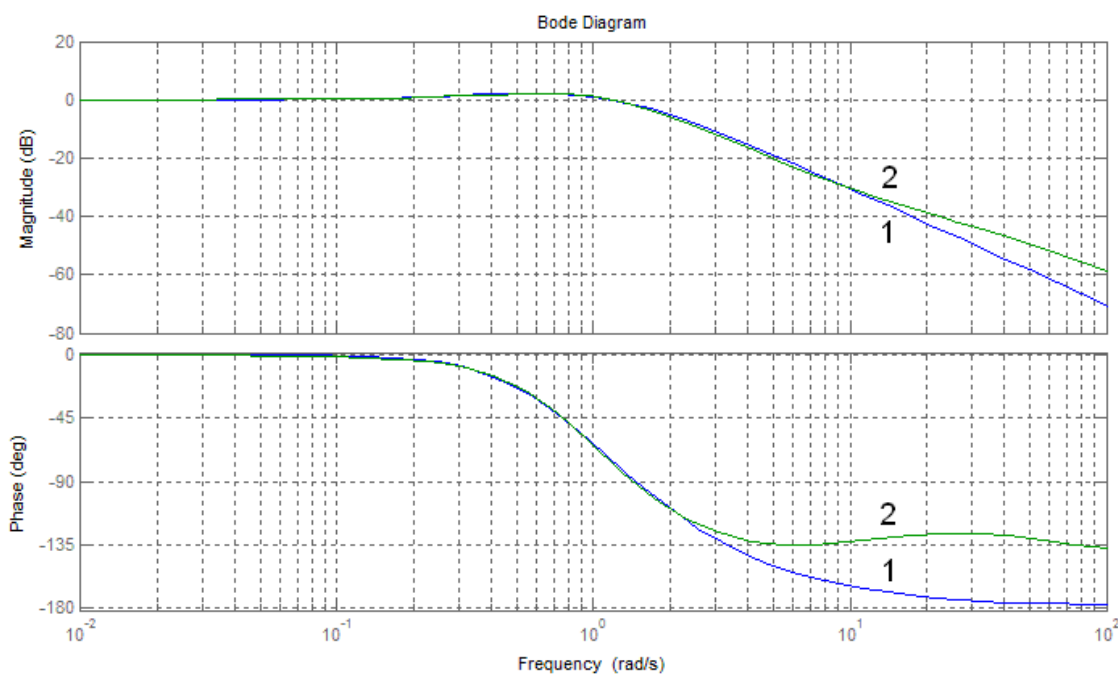


Рис. 2.27. ЛАЧХ і ЛЧФК, які відповідають: ПФ цілого порядку з нулями – крива 1 і для варіанту апроксимації з ПФ (табл. 2.2 п. 1) – крива 2

Для даного варіанту апроксимації похибки становлять  $\sigma_{\Pi} = 0,0107$ ,  $\delta_{\Pi} = 1,07\%$ .

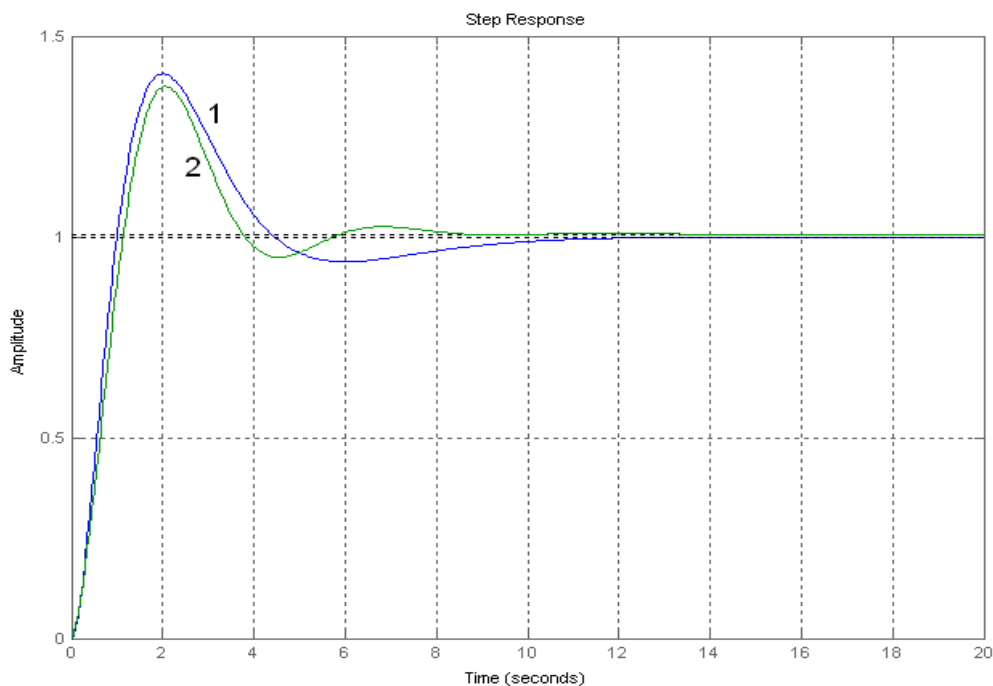


Рис. 2.28. Перехідні функції, які відповідають: ПФ цілого порядку з нулями - крива 1 і для варіанту апроксимації з ПФ (табл. 2.2 п. 4) – крива 2

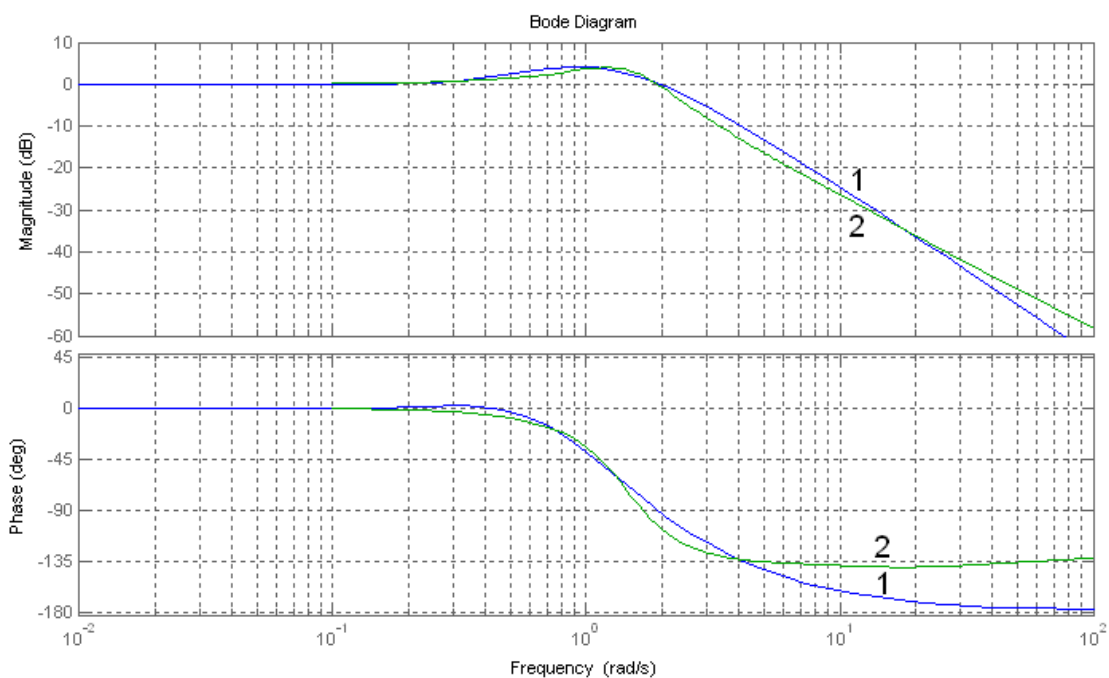


Рис. 2.29. ЛАЧХ і ЛЧФК, які відповідають: ПФ цілого порядку з нулями - крива 1 і для варіанту апроксимації з ПФ (табл. 2.2 п. 4) – крива 2

Для даного варіанту апроксимації похибки становлять  $\sigma_{\Pi} = 0,0435$ ,  $\delta_{\Pi} = 4,35\%$ .

Апроксимація ПФ стандартних форм включно до четвертого порядку, а саме такі порядки найчастіше зустрічаються в реальних ЕМС, найкраще здійснюються ПФ дробового порядку без нулів за умови що вираз її знаменника (дробовий характеристичний поліном) включає в себе дві складові з оператором  $s$  в різних дробових степенях та одиницю у випадку запису канонічної форми.

На основі аналізу результатів апроксимації, наведених у табл. 2.1, 2.2, можна сформулювати наступні узагальнення і рекомендації:

- при апроксимації перехідних функцій біноміальної форми і форми Баттерворта вище першого порядку дробова ланці виду (2.4) забезпечує високу точність співпадання за перехідними функціями і достатню – за частотними характеристиками.

- варіація параметрів МРЧ, особливо кількості точок апроксимації –  $n$ , призводить до суттєвого зростання машинного часу для здійснення апроксимації, але не суттєво впливає на зниження похибки з 4,05% до  $\delta = 3,37\%$ , тому параметр  $n$  рекомендується вибирати з розрахунку: мінімум 100 точок на 1 секунду перехідної функції;

- збільшення тривалості вихідного перехідного процесу призводить до зниження похибки апроксимації, тому для отримання задовільної похибки апроксимації необхідно враховувати тривалість перехідного процесу, а тривалість усталеного відрізка перехідного процесу повинна бути не меншою, ніж половина від його загального часу;

- на основі аналізу перехідних процесів у випадку, якщо спостерігається розходження між усталеними значеннями перехідних процесів, отриманих для різних варіантів апроксимуючих ланок, це пояснюється невеликим значенням середньоквадратичного відхилення на цій ділянці, і метод рою практично нехтує ним, віддаючи перевагу іншим ділянкам, хоча ця невелика похибка впливає на кінцевий результат;

- отримані результати апроксимації підтверджують коректність апроксимації динамічних моделей ЕМС, які описуються класичними ПФ високого порядку з нулями, запропонованими дробовими моделями (2.3) або (2.4).

**2.2.3 Аналіз точності апроксимації об'єктів електромеханічних систем високого порядку дробовими передавальними функціями різного типу.** В [125] проведені дослідження з метою подальшого розвитку теорії створення моделей дробового порядку для апроксимації ПФ високого порядку, знайдених на основі ідентифікації реальних електромеханічних об'єктів, ланками дробового порядку та проведення порівняльного аналізу точності цієї апроксимації як у частотній, так і в часовій областях. Результати такого аналізу дають змогу виробити рекомендації щодо використання певної ланки дробового порядку для апроксимації ланки високого порядку, яка характеризується певними частотною і перехідною характеристиками.

За основу вибрані найбільш поширені ланки дробового порядку (2.3), (2.4) і ланка з ПФ (2.15):

$$W(s) = \frac{k}{\left(\frac{s}{p} + 1\right)^m}, \quad (2.15)$$

де  $p$  – змінний параметр.

Даний аналіз полягає в наступному:

- порівнянні дробових моделей і вироблення рекомендацій щодо їх застосування для моделювання окремих ланок ЕМС;
- апроксимації ланки ЕМС, опис якої відомий за використання класичних ПФ високого порядку, простими дробовими моделями та оцінка точності такої апроксимації шляхом застосування середньоквадратичної похибки розбіжності як частотних, так і перехідних функцій повної та спрощеної моделей;
- оцінці точності апроксимації всіх типів ланок, яка проводиться як у часовій, так і в частотній області з однаковим кроком, що забезпечує коректність отриманих результатів.

Дослідження проводилися таким чином, що моделі ланок (2.3), (2.4) і (2.15) порівнювалися з моделлю, яка отримана на основі ідентифікації об'єкта керування.

Як об'єкт досліджень вибрано асинхронний генератор (АГ) з самозбудженням (рис. 2.30):  $P_H = 55$  кВт,  $U_{\Phi.H} = 220$  В,  $I_{\Phi.H} = 106$  А. ПФ такого АГ у каналі збудрення за струмом збудження  $W_{AG.i}(s)$  знаходимо за результатами експериментальних досліджень АГ у режимі самозбудження на експериментальній установці.

Для цього проведено експеримент – стрибкоподібну зміну ємності батарей конденсаторів самозбудження АГ. Причому величини початкового ( $C_{зб}$ ) і кінцевого значення ємності самозбудження ( $C_{зб} + C_{дод}$ ) вибрано з умови зміни вихідної напруги АГ у діапазоні  $0,9U_{AG.H} < U_{AG} < 1,05U_{AG.H}$ .

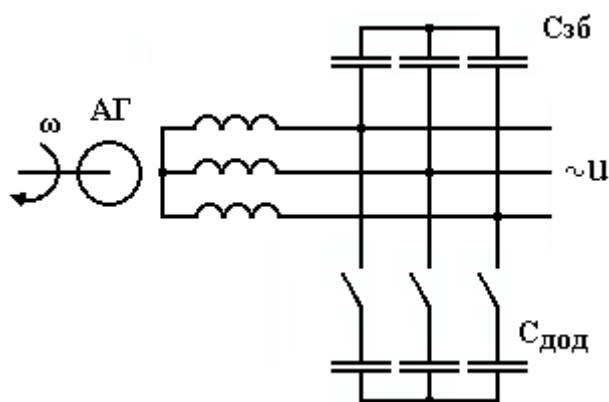


Рис. 2.30. Функціональна схема автономного АГ з самозбудженням

На рис. 2.31 показано фрагменти (додатні значення) графіків перехідних процесів миттєвих значень струму збудження ( $i_{зб}$ ) та фазної напруги ( $u$ ) АГ при такому збудренні.

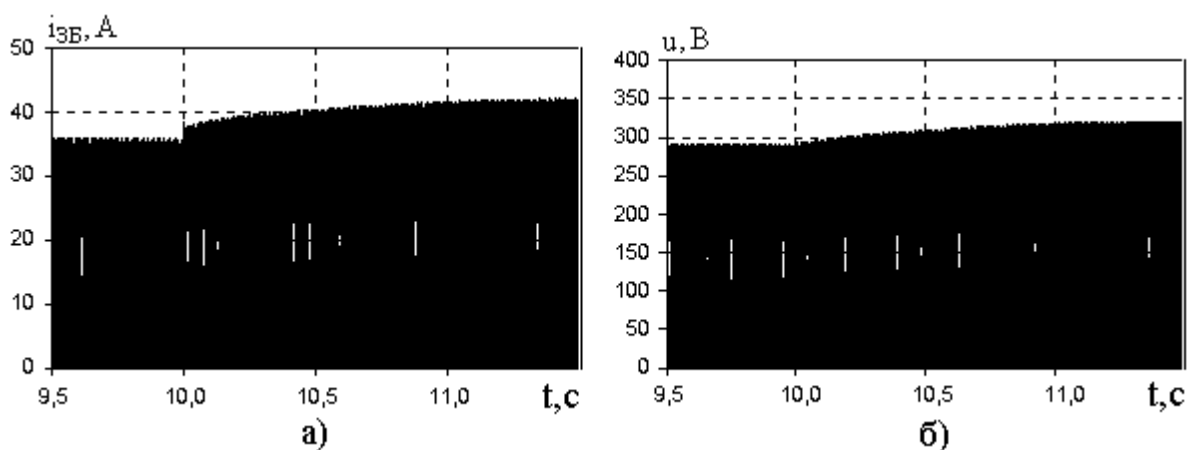


Рис. 2.31. Залежності миттєвого значення струму збудження (а) і напруги (б) АГ за стрибкоподібною зміною ємності з  $C_{зб} = 390$  мкФ до  $C_{зб} + C_{дод} = 415$  мкФ



Для знаходження ПФ АГ, згідно методики [126], розроблена комп'ютерна програма за використання програмних середовищ MathCAD і MATLAB/Simulink. При цьому, використовуючи результати цифрового моделювання, або фізичного експерименту (див. рис. 2.31, а і рис. 2.31, б), визначаються обвідні лінії кривих миттєвих значень струму збудження ( $i_{3\phi}$ ) і фазної напруги неробочого ходу АГ ( $u$ ). Використавши методику [126], була отримана ПФ АГ  $W_{AG.I}(s)$  у каналі струму збудження в чисельному вигляді [125]:

$$W_{AG.I}(s) = \frac{U_{AG.0}(s)}{I_{3\phi}(s)} = \frac{83,3s^3 + 4851,08s^2 + 59928,9s + 101673,7}{0,11s^4 + 104,94s^3 + 2933,9s^2 + 15877,7s + 19394,5}. \quad (2.16)$$

Одним з варіантів, у першому наближенні спрощення ПФ (2.16) для зручності використання в процесі синтезу САК, було здійснено її заміну виразом:

$$W_{AG.I}(s) = \frac{U_{AG.0}(s)}{I_{3\phi}(s)} = \frac{59928,9s + 101673,7}{2933,9s^2 + 15877,7s + 19394,5}. \quad (2.17)$$

На рис. 2.32 наведено перехідні процеси зміни напруги на затискачах АГ у режимі стрибкоподібної зміни ємності з  $C_{3\phi} = 390$  мкФ до  $C_{3\phi} + C_{\text{дод}} = 415$  мкФ отримані за допомогою знайдених ПФ, крива 1 відповідає повній ПФ (2.16), а крива 2 – спрощеній (2.17).

Як видно з графіків, перехідний процес, отриманий на спрощеній моделі не співпадає з перехідним процесом, знятим на повній моделі, зокрема на початковій ділянці, де відсутній скачок, хоча відносна похибка апроксимації представлених обвідних ліній становить  $\delta_{\text{п}} = 5,31\%$ . Стрибок напруги на перехідній функції в момент часу  $t=0$  пояснюється тим, що ПФ (2.16) є ідеалізованою з однаковими порядками чисельника і знаменника. При діленні чисельника на знаменник одна з складових результату ділення відповідає пропорційній ланці. ПФ (2.17) відповідає фізично реалізованій системі і такого стрибка, як і в реальній системі (рис. 2.31, б), не спостерігається. За умови спрощення процедури синтезу краще здійснювати опис ПФ дробового порядку, ніж ПФ (2.16) і (2.17).

На рис. 2.33 показані ЛАЧХ і ФЧХ для ПФ АГ  $W_{AG.I}(s)$  у каналі струму збудження знайдені за ПФ АГ(2.16) – крива 1 і за ПФ АГ (2.17) – крива 2.

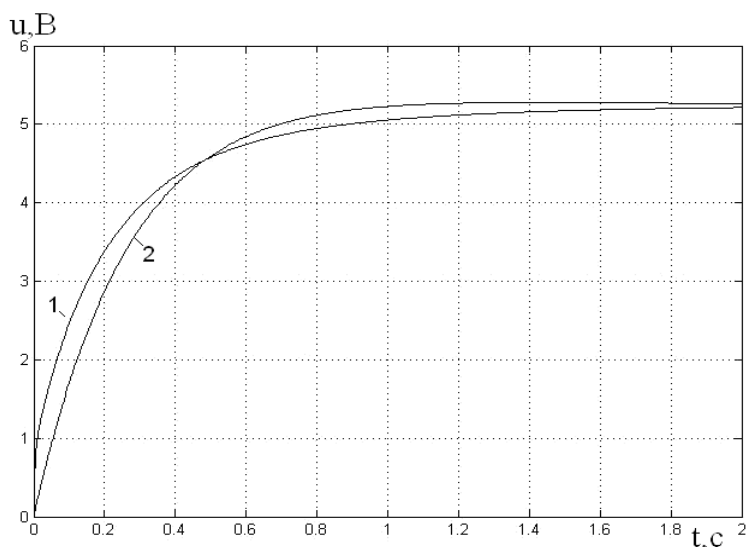


Рис. 2.32. Перехідні функції напруги на затискачах АГ у режимі стрибкоподібної зміни ємності, крива 1 відповідає ПФ (2.16), а крива 2 – спрощеній ПФ (2.17)

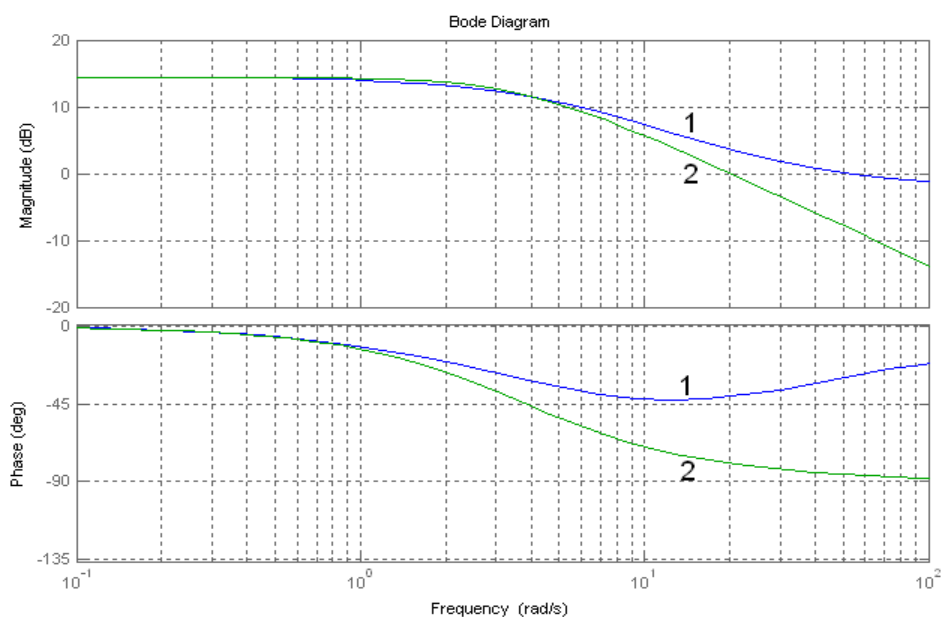


Рис. 2.33. ЛАЧХ і ФЧХ для ПФ АГ  $W_{AG.I}(s)$  у каналі струму збудження знайдені за ПФ АГ(2.16) – крива 1 і за ПФ АГ (2.17) – крива 2

Розглянемо ефективність апроксимації за використання методів інтелектуального керування: МРЧ і ГА. Тому, що перехід від (2.16) до (2.17) супроводжується значними похибками, апроксимацію ланки високого порядку

ПФ (2.12) методом рою частинок здійснюємо, використовуючи дробові моделі з ПФ (2.3), (2.4), (2.15). Для вирішення задачі апроксимації ПФ високого порядку дробовими ПФ з мінімальною похибкою автором запропонована [127] оригінальна програма реалізації МРЧ у середовищі MATLAB. На відміну від відомих підходів до реалізації МРЧ [68], вона дає змогу здійснювати пошук найкращих варіантів апроксимації ланок електромеханічних систем за трьома або п'ятьма параметрами.

У результаті апроксимації ПФ АГ  $W_{AG.I}(s)$  у каналі струму збудження (2.16) за використання моделі (2.15) отримана ПФ:

$$W_{AG.I}(s) = \frac{5,242}{\left(\frac{s}{2,9834} + 1\right)^{0,5333}}. \quad (2.18)$$

Було проаналізовано можливість отримання апроксимованої ПФ (2.18) на основі розкладу в ряд Тейлора дробового полінома знаменника. Виявилось, що кількість членів ряду Тейлора залежить від дробового степеня  $m$  характеристичного полінома. У Додатку А.3 показано значення коефіцієнтів ряду Тейлора в залежності від  $m$ . Критерієм умови відкидання вищих степенів ряду Тейлора є максимально допустиме середньоквадратичне відхилення перехідних функцій від реальних на рівні не більше 2%.

Виходячи з цих досліджень ПФ (2.18) для якої  $m = 0,5333$  згідно запропонованого нами перетворення в ряд Тейлора (Додаток А.3) може бути записана у вигляді

$$W_{AG.I}(s) = \frac{5,242}{\left(\frac{s}{2,9834} + 1\right)^{0,5333}} \cong \frac{5,242}{0,1788s + 1}. \quad (2.19)$$

На рис. 2.34 показана перехідна функція, а на рис. 2.35 - ЛАЧХ і ФЧХ, отримані за ПФ АГ (2.18) – криві 2, які накладені на відповідні характеристики, отримані за використання ПФ АГ (2.16) – криві 1.

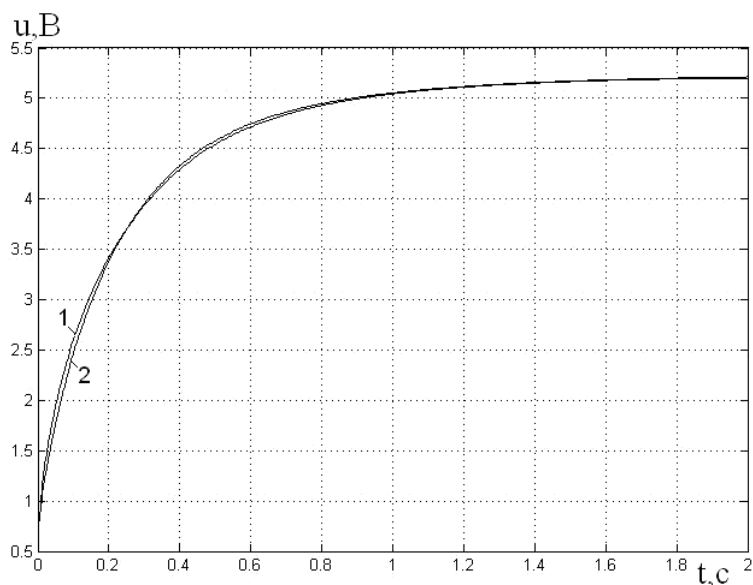


Рис. 2.34. Перехідні функції напруги на затискачах АГ у режимі стрибкоподібної зміни ємності: крива 1 відповідає повній ПФ (2.16), а крива 2 – спрощеній (2.18)

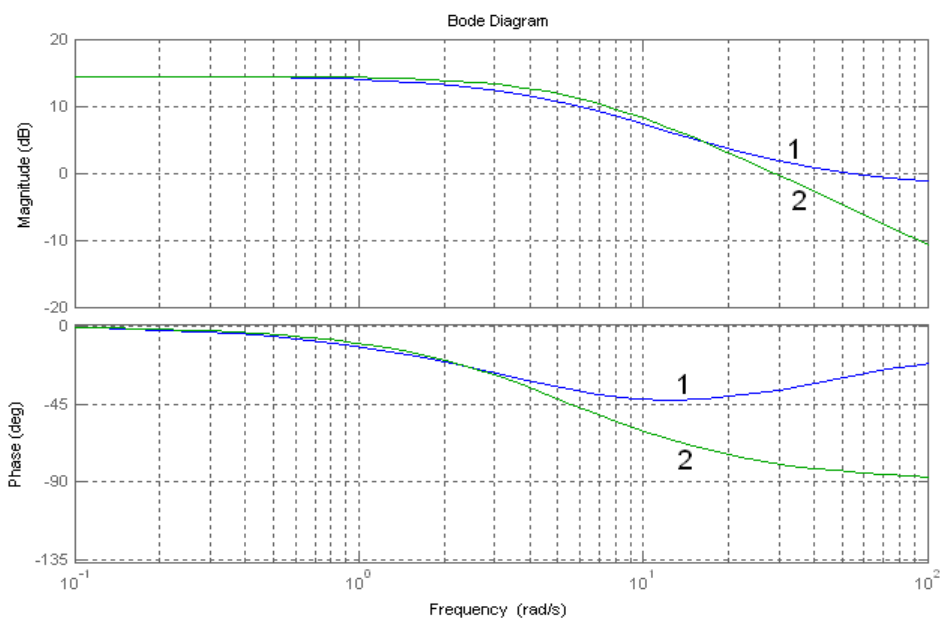


Рис. 2.35. ЛАЧХ і ФЧХ для ПФ АГ  $W_{AG.I}(s)$  у каналі струму збудження, знайдені за ПФ АГ (2.16) – крива 1 і за ПФ АГ (2.19) – крива 2

У результаті апроксимації ПФ АГ  $W_{AG.I}(s)$  у каналі струму збудження (2.16) за використання моделі (2.3) отримана ПФ

$$W(s) = \frac{5,242}{0,2662s^{0,7866} + 1} \quad (2.20)$$

На рис. 2.36 показана перехідна функція, а на рис. 2.37 - ЛАЧХ і ФЧХ, отримані за ПФ АГ (2.20) – криві 2, які накладені на відповідні характеристики, отримані за ПФ АГ (2.16) – криві 1.

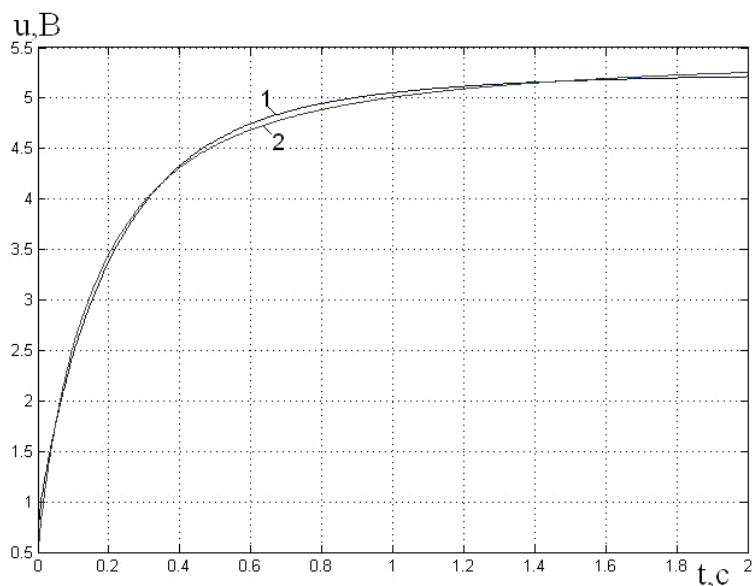


Рис. 2.36. Перехідні функції напруги на затискачах АГ у режимі стрибкоподібної зміни ємності: крива 1 відповідає повній ПФ (2.16), а крива 2 – спрощеній (2.20).

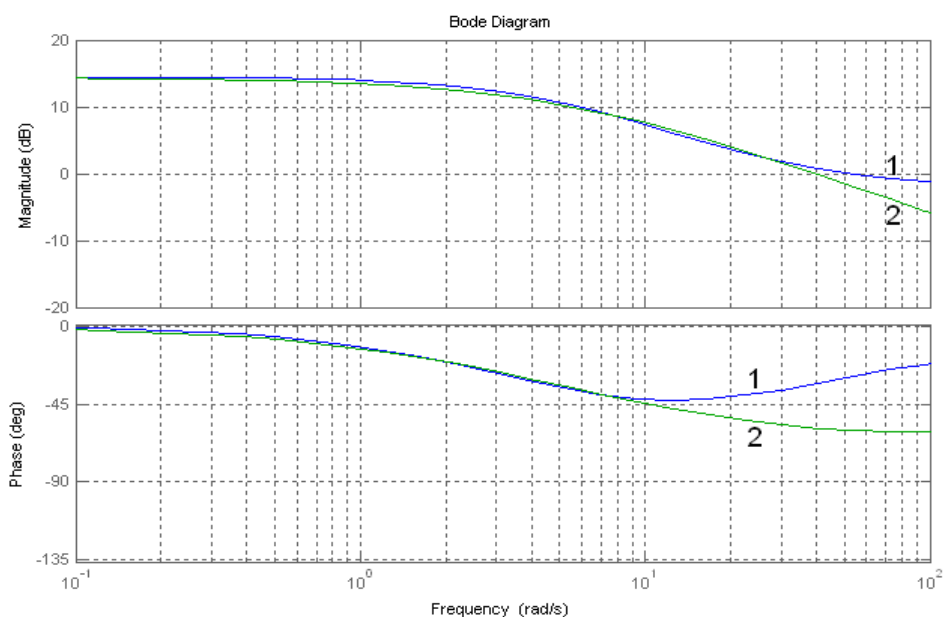


Рис. 2.37. ЛАЧХ і ФЧХ для ПФ АГ  $W_{AG.I}(s)$  у каналі струму збудження, знайдені за ПФ АГ(2.16) – крива 1'' і за ПФ АГ (2.20) – крива 2

У результаті апроксимації ПФ АГ  $W_{AG.I}(s)$  у каналі струму збудження (2.16) за використання моделі (2.4) отримана ПФ

$$W(s) = \frac{5,242}{0,1729s^{0,7848} + 0,1208s^{0,6736} + 1} \quad (2.21)$$

На рис. 2.38 показана перехідна функція – крива 2, а на рис. 2.39 - ЛАЧХ і ЛФЧХ – крива 2, отримані за ПФ АГ (2.21), які накладені на відповідні характеристики, отримані за ПФ АГ (2.16) – криві 1.

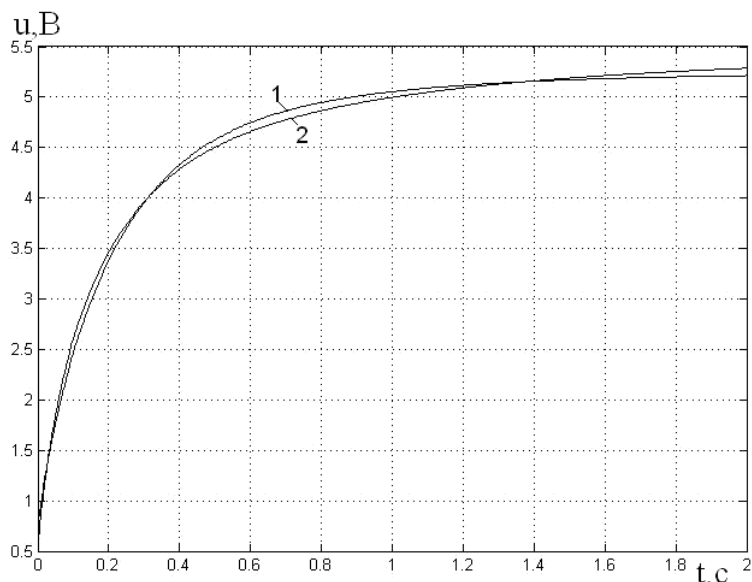


Рис. 2.38. Перехідні функції напруги на затискачах АГ у режимі стрибкоподібної зміни ємності: крива 1 відповідає повній ПФ (2.16), а крива 2 – спрощеній (2.21)

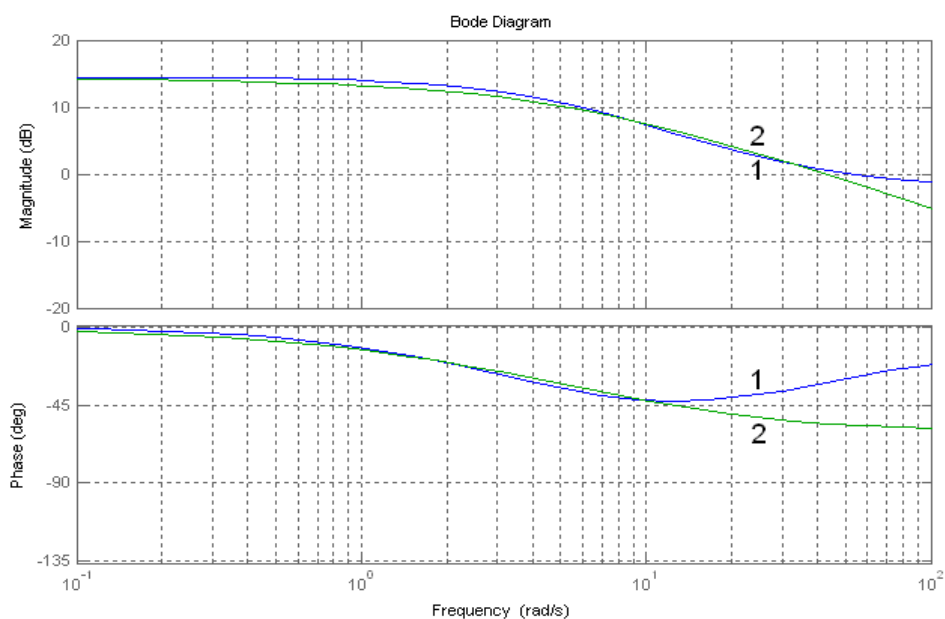


Рис. 2.39. ЛАЧХ і ЛФЧХ для ПФ АГ  $W_{AG,I}(s)$  у каналі струму збудження, знайдені за ПФ АГ(2.16) – крива 1 і за ПФ АГ (2.21) – крива 2

Для проведення порівняльного аналізу різних варіантів апроксимації застосовані наступні показники перехідних та частотних характеристик:

- час досягнення перехідною функцією значення 0,95 від усталеного значення -  $t_{\text{пер}}$ ;

- абсолютне середньоквадратичне відхилення  $\sigma_{\text{п}}$  (2.7), розраховане для  $n=401$  точок опрацювання перехідного процесу;

- відносна похибка апроксимації за перехідною функцією -  $\delta_{\text{п}}$  і за ЛАЧХ -  $\delta_{\text{ч}}$  (2.8);

- частота зрізу ЛАЧХ -  $\omega_{\text{зр}}$ , рад/с;

- запас ЛФЧХ за фазою -  $\Delta\varphi_{\text{зап}}$ , град.

Результати опрацювання отриманих характеристик за використання МРЧ зведені в табл. 2.3, яка дозволяє зробити висновки з рекомендаціями щодо застосування запропонованих ланок для апроксимації ПФ високого порядку.

Таблиця 2.3

## Результати порівняльного аналізу апроксимації ПФ МРЧ

| № | $W_{\text{АГ.І}}(s)$                                                                              | Кільк.<br>ітерацій<br>МРЧ | $t_{0.95}$ ,<br>с | $\omega_{\text{зр}}$ ,<br>рад/с | $\Delta\varphi_{\text{зап}}$ ,<br>град. | Похибки<br>апроксимації |                            |
|---|---------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------|-------------------|---------------------------------|-----------------------------------------|-------------------------|----------------------------|
|   |                                                                                                   |                           |                   |                                 |                                         | $\sigma_{\text{п}}$     | $\delta_{\text{п}}$ ,<br>% |
| 1 | $\frac{83,3s^3 + 485108s^2 + 599289s + 1016737}{0,1s^4 + 10494s^3 + 29339s^2 + 158777s + 193945}$ | -                         | 0,88              | 51,84                           | 150,5                                   | -                       | -                          |
| 2 | $\frac{59928,9s + 101673,7}{2933,9s^2 + 15877,7s + 19394,5}$                                      | -                         | 0,69              | 20,2                            | 100,5                                   | 0,2751                  | 5,31                       |
| 3 | $\frac{5,242}{\left(\frac{s}{2,9834} + 1\right)^{0,5333}}$                                        | 60                        | 0,58              | 28,7                            | 102,8                                   | 0,0417                  | 0,81                       |
| 4 | $\frac{5,242}{0,2662s^{0,7866} + 1}$                                                              | 60                        | 0,95              | 42,7                            | 120,8                                   | 0,0490                  | 0,93                       |
| 5 | $\frac{5,242}{0,1208_1s^{0,6736} + 0,1729_1s^{0,7848} + 1}$                                       | 60                        | 0,972             | 47,5                            | 123,8                                   | 0,0642                  | 1,21                       |

Згідно отриманих результатів, використання моделей дробового порядку для апроксимації ланок високого порядку має значну перевагу для апроксимації динамічних ланок, моделей об'єктів керування, моделі яких отримані в результаті ідентифікації у вигляді ПФ з однаковою кількістю полюсів і нулів, у зв'язку з наявністю початкового скачка в перехідній характеристиці. За результатами порівняльного аналізу встановлено, що для апроксимації ПФ асинхронного генератора з самозбудженням слід використовувати ланку дробового порядку з передавальною функцією (2.3) як таку, що забезпечує високу точність і спрощує, у порівнянні з іншими, процедуру синтезу.

З метою порівняння еволюційних методів для апроксимації ПФ: МРЧ і ГА щодо доцільності їх використання для розв'язку задач аналізу ЕМС, метод генетичного алгоритму оптимізаційного пакету Optimization Tool, як і випадку МРЧ, застосовано до асинхронного генератора (АГ) з самозбудженням потужністю 55 кВт, який описується ПФ  $W_{AG}(s)$  високого порядку (2.16) моделями дробового порядку (2.3), (2.4). Реалізовано відповідні моделі, які наведені в Додатку А.2. За допомогою цих моделей здійснено порівняння перехідної функції ПФ (2.16) високого порядку з перехідною функцією ПФ дробових моделей (2.3), (2.4) і таким чином здійснено апроксимацію  $W_{AG,L}(s)$  високого порядку (2.16) моделями дробового порядку (2.3), (2.4) за застосування ГА. Оцінку результатів (ступеня розбіжності) порівняння двох перехідних процесів проводимо на кожній ітерації за використання функції якості (2.9).

Залежність функцій якості  $J$  від номеру ітерації показано для обох варіантів апроксимації на рис. 2.40 для апроксимації згідно ПФ (2.3) і на рис. 2.41 – згідно ПФ (2.4), відповідно.



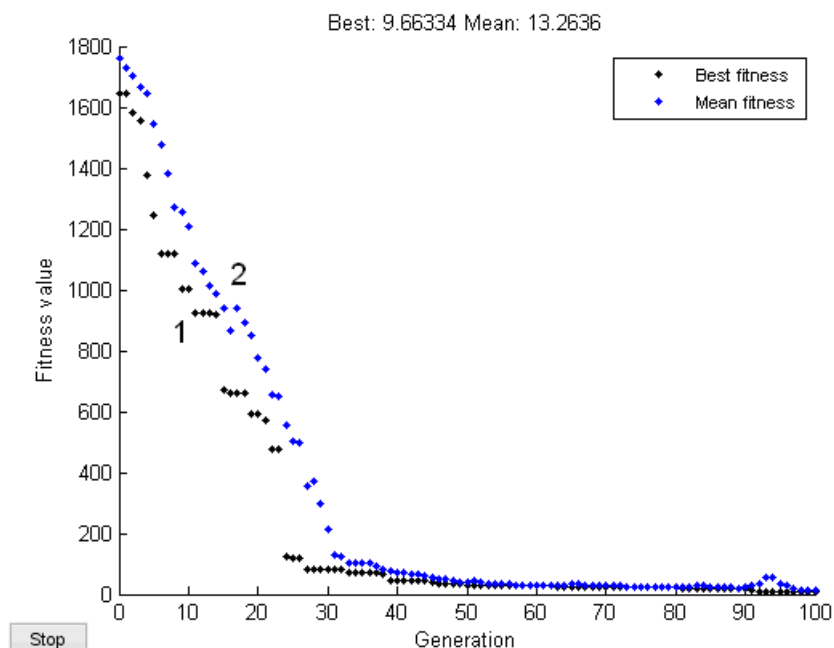


Рис. 2.40. Залежність функції якості від номеру ітерації для апроксимації згідно ПФ (2.3): крива 1 – найкраще значення функції якості (Best), крива 2 – її середнє значення (Mean)

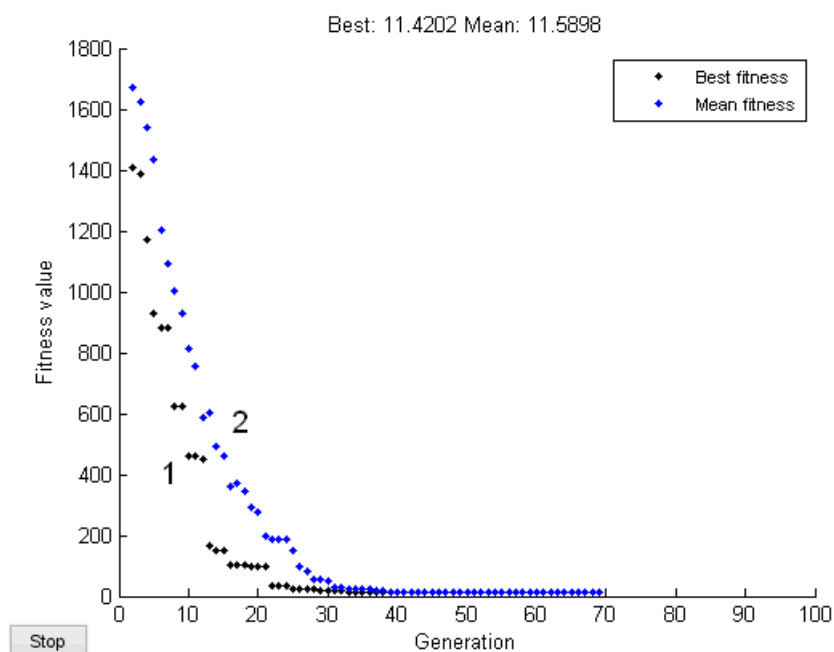


Рис. 2.41. Залежність функції якості від номеру ітерації для апроксимації згідно ПФ (2.4): крива 1 – найкраще значення функції якості, крива 2 – середнє значення функції якості

У результаті обох процесів апроксимації за використання ГА отримано дробові моделі з ПФ (2.3) і (2.4), відповідно:

$$W(s) = \frac{5,242}{0,232s^{0,892} + 1}; \quad (2.22)$$

$$W(s) = \frac{5,242}{0,0315s^{0,7326} + 0,2278s^{0,8326} + 1}. \quad (2.23)$$

На рис. 2.42, 2.44 показані перехідні функції, а на рис. 2.43, 2.45 - ЛАЧХ і ЛФЧХ, отримані за ПФ АГ, відповідно, для моделей з ПФ (2.22) і (2.23) – криві 2, які накладені на відповідні характеристики, отримані за ПФ АГ (2.16) – криві 1.

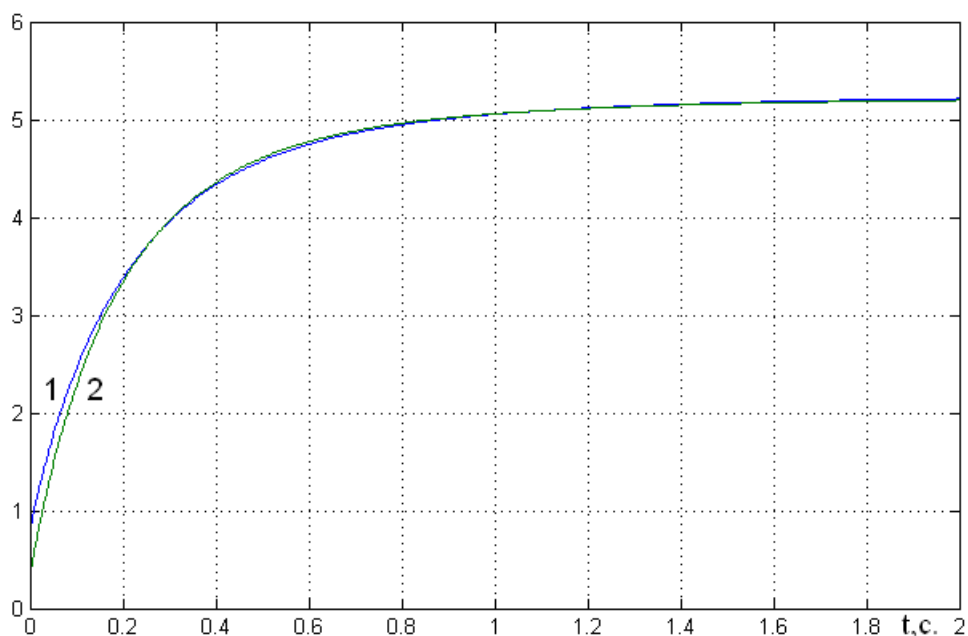


Рис. 2.42. Перехідні функції напруги на затискачах АГ у режимі стрибкоподібної зміни ємності: крива 1 відповідає повній ПФ (2.16), а крива 2 – спрощеній ПФ (2.22),  $\sigma_{\pi} = 0,0949$

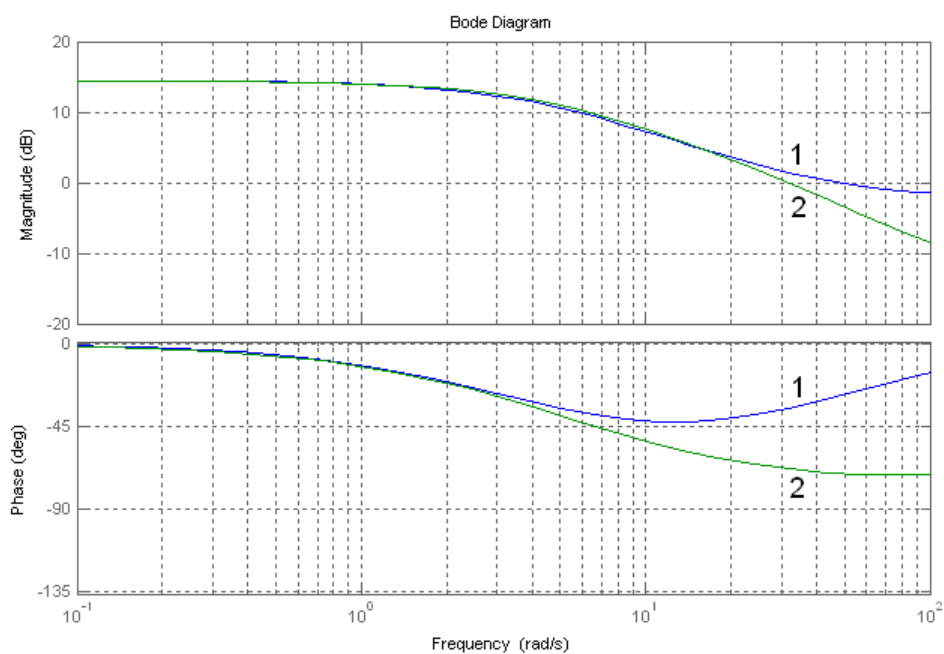


Рис. 2.43. ЛАЧХ і ЛФЧХ для ПФ АГ  $W_{AG,I}(s)$  у каналі струму збудження, знайдені за ПФ АГ (2.16) – крива 1 і за ПФ АГ (2.22) – крива 2

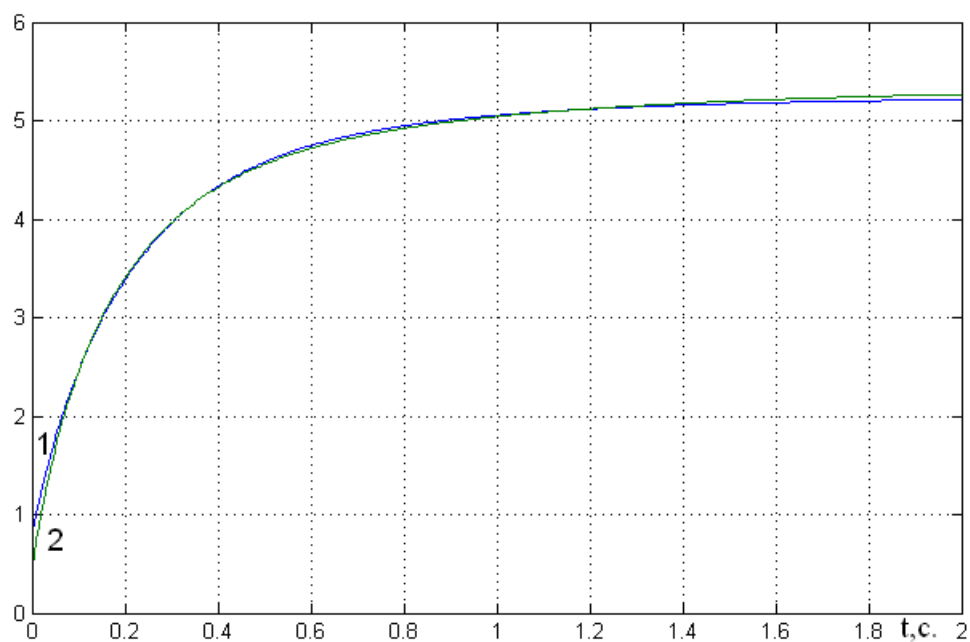


Рис. 2.44. Перехідні функції напруги на затискачах АГ у режимі стрибкоподібної зміни ємності: крива 1 відповідає повній ПФ (2.16), а крива 2 – спрощеній ПФ (2.23), середньоквадратичне відхилення,  $\sigma_{\Pi} = 0,04615$

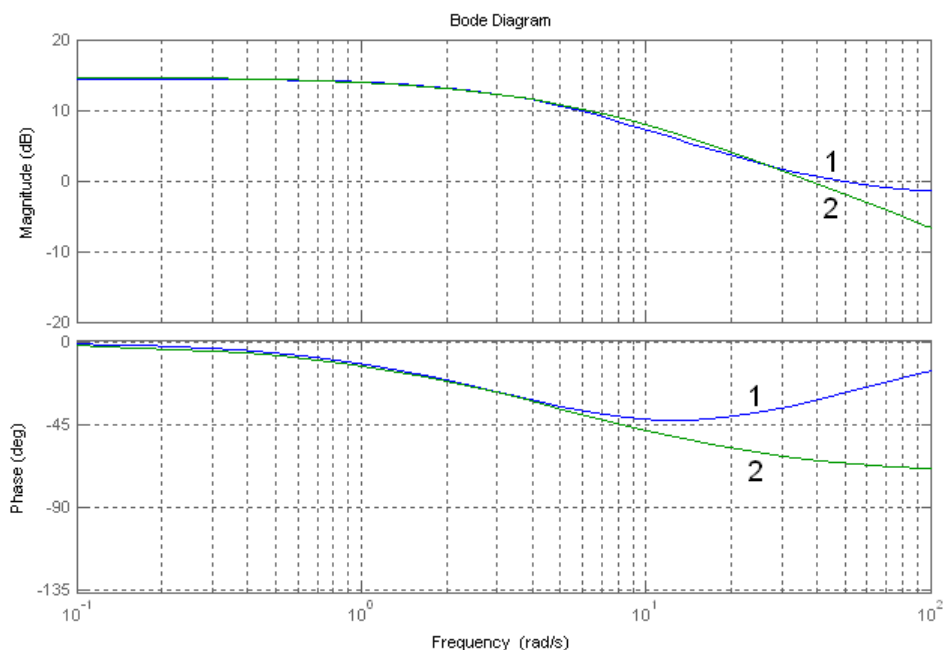


Рис. 2.45. ЛАЧХ і ЛФЧХ для ПФ АГ  $W_{AG.I}(s)$  у каналі струму збудження, знайдені за ПФ АГ(2.16) – крива 1 і за ПФ АГ (2.23) – крива 2

Результати опрацювання отриманих характеристик за використання ГА, як і у випадку МРЧ, зведені в табл. 2.4, яка дає змогу порівняти обидва підходи до апроксимації і зробити висновки з рекомендаціями щодо застосування кожного з них для апроксимації ПФ високого порядку.

Таблиця 2.4

Результати порівняльного аналізу апроксимації ПФ (2.16) методами МРЧ та ГА

|     | ПФ ланки, яка апроксимує<br>$W_{AG.I}(s)$                   | Ітерацій | $t_{\text{пер}}, \text{с}$ | $\omega_{\text{зр}}, \text{рад/с}$ | $\Delta\varphi_{\text{зап}}, \text{град.}$ | Похибки апроксимації |                         |
|-----|-------------------------------------------------------------|----------|----------------------------|------------------------------------|--------------------------------------------|----------------------|-------------------------|
|     |                                                             |          |                            |                                    |                                            | $\sigma_{\text{п}}$  | $\delta_{\text{п}}, \%$ |
| ГА  | $\frac{5,242}{0,232s^{0,892} + 1}$                          | 100      | 0,818                      | 31,5                               | 111,9                                      | 0,0949               | 1,82                    |
|     | $\frac{5,242}{0,0315s^{0,7326} + 0,2278s^{0,8326} + 1}$     | 100      | 0,858                      | 37,4                               | 117,7                                      | 0,0715               | 1,35                    |
| МРЧ | $\frac{5,242}{0,2662s^{0,7866} + 1}$                        | 60       | 0,95                       | 42,7                               | 120,8                                      | 0,0490               | 0,93                    |
|     | $\frac{5,242}{0,1208_1s^{0,6736} + 0,1729_1s^{0,7848} + 1}$ | 60       | 0,972                      | 47,5                               | 123,8                                      | 0,0642               | 1,21                    |

Результати обох варіантів апроксимації АГ з самозбудженням за використання МРЧ і ГА, які наведені в табл. 2.3 і 2.4, підтверджують їх ефективність для випадків застосування запропонованих дробових ланок (2.3) і (2.4). МРЧ має перевагу у випадку реалізації режиму самоналагодження, у той же час для випадку комп'ютерного керування має деякі переваги ГА.

**2.2.4 Вплив параметрів МРЧ на точність ідентифікації об'єктів керування ЕМС передавальними функціями дробового порядку за їх динамічною характеристикою.** Необхідність ідентифікації об'єкта керування або інших ланок системи, що зводиться, як правило, до визначення їх ПФ, виникає при аналізі і синтезі САК ЕМС. Для вирішення задачі ідентифікації в режимі online проведемо дослідження впливу параметрів МРЧ на ступінь адекватності моделей дробового порядку на прикладі апроксимації об'єкта керування на основі його динамічної характеристики перехідного процесу з явно вираженим коливальним характером (рис. 2.46, крива 1). Такий процес отримано в результаті експериментального дослідження ЕМС, об'єктом керування якої є механізм каландра папероробної машини [126]. Метою дослідження є вплив параметрів МРЧ на точність апроксимації. У [126] також наведено результати апроксимації цього перехідного процесу методом z-перетворення, що дозволить порівняти точність і ефективність цих двох підходів.

Оскільки вихідний перехідний процес має коливний характер, то за основу для апроксимації вибрано найбільш поширену ланку дробового порядку (2.4).

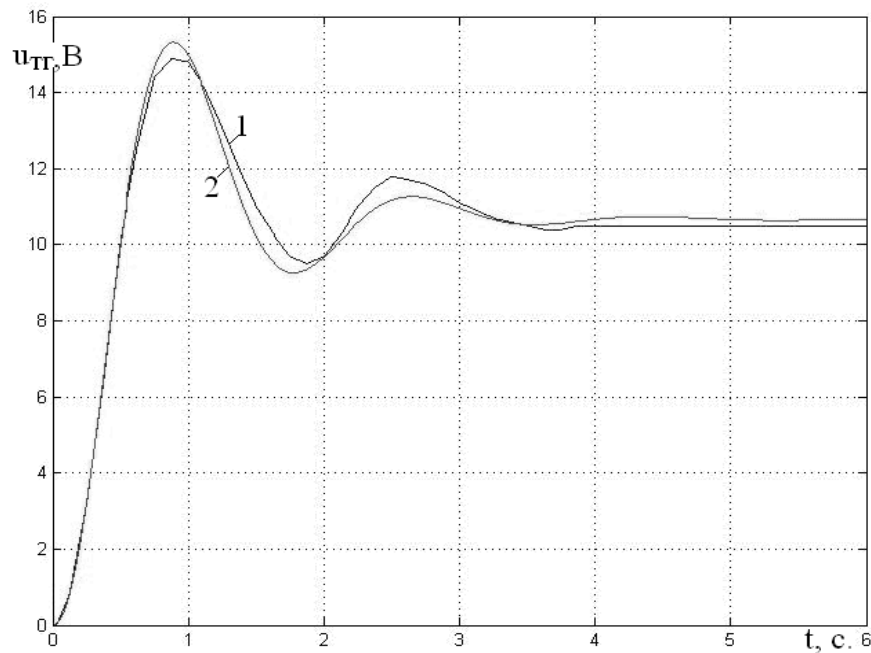


Рис. 2.46. Перехідні процеси, отримані в результаті експериментального дослідження електромеханічної системи (крива 1) і наближеної за ПФ вар. 5, табл. 2 (крива 2)

Проведемо дослідження впливу на точність апроксимації МРЧ наступних його параметрів:

а) параметрів МРЧ:  $\omega$  – вагова доля інерції (inertia weight) частинок рою (константа),  $c_1$  і  $c_2$  – додатні константи, які, відповідно, називаються локальним і глобальним ваговим коефіцієнтами ( $c_1 = c_2$ ) або «коректувальними факторами»;

б) тривалості відрізка часу перехідного процесу, протягом якого відбувається застосування МРЧ –  $t_{п}$ ;

в) кількості точок апроксимації –  $n$  ( $n$  вибираємо з розрахунку як мінімум 100 точок на 1 с перехідної функції).

Застосувавши розроблене програмне середовище, отримано апроксимуючі ПФ дробового порядку для різних варіантів налаштувань параметрів МРЧ, а також проведено оцінювання точності апроксимації шляхом порівняння перехідних функцій за середньоквадратичним відхиленням. Результати досліджень зведені в табл. 2.5.

Таблиця результатів досліджень впливу параметрів МРЧ апроксимації на її точність

|   | Апроксимуюча ПФ<br>$W(s)$                              | Параметри методу рою<br>частинок |            |          |     | Похибки<br>апроксимації |                |
|---|--------------------------------------------------------|----------------------------------|------------|----------|-----|-------------------------|----------------|
|   |                                                        | $\omega$                         | $c_1, c_2$ | $t_p, c$ | $n$ | $\sigma_p, B$           | $\delta_p, \%$ |
| 1 | $\frac{10,5}{0,195s^{1,7415} + 0,5629s^{0,184} + 1}$   | 0,8                              | 1,0        | 3,5      | 701 | 0,4248                  | 4,05           |
| 2 | $\frac{10,5}{0,1418s^{1,7755} + 0,2254s^{0,4164} + 1}$ | 0,9                              | 1,1        | 3,5      | 701 | 0,3762                  | 3,58           |
| 3 | $\frac{10,5}{0,1149s^{1,8657} + 0,1893s^{0,6557} + 1}$ | 1,0                              | 1,2        | 3,5      | 701 | 0,3124                  | 2,98           |
| 4 | $\frac{10,5}{0,1042s^{1,8595} + 0,1360s^{0,8262} + 1}$ | 1,0                              | 1,2        | 5,0      | 501 | 0,3545                  | 3,37           |
| 5 | $\frac{10,5}{0,0301s^{2,3580} + 0,1817s^{1,2987} + 1}$ | 1,0                              | 2,0        | 6,0      | 601 | 0,3135                  | 2,96           |

На рис. 2.46, крива 2 показано перехідну функцію, яка відповідає варіанту налагодження 5 (табл. 2.3), а також перехідний процес, отриманий у результаті експерименту (крива 1).

Результати проведених досліджень можуть бути використані як рекомендації для реалізації процесу ідентифікації об'єктів керування – електроприводів виробничих механізмів у системах, у яких передбачена реалізація алгоритму самоналагодження на базі сучасних дробових контролерів і можуть бути сформульовані наступним чином:

- кількість точок апроксимації за використання МРЧ –  $n$  впливає на тривалість машинного часу для здійснення апроксимації, тому для забезпечення задовільної похибки апроксимації параметр  $n$  рекомендується вибирати з розрахунку: мінімум 100 точок на 1 с перехідної функції;

- збільшення тривалості вихідного перехідного процесу призводить до зниження похибки апроксимації, у зв'язку з чим, для отримання задовільної

похибки апроксимації, необхідно вибрати тривалість перехідного процесу так, щоби тривалість усталеного відрізка перехідного процесу була не меншою ніж половина від його загального часу;

- якщо на основі аналізу перехідних процесів спостерігається розходження між заданим і отриманими для апроксимуючої ланки усталеним значенням, то воно пов'язане з недостатнім значенням  $t_p$ , яке призводить до того що середньоквадратичне відхилення на усталеній ділянці є невелике і МРЧ практично нехтує ним, віддаючи перевагу іншим ділянкам, хоча ця невелика похибка суттєво впливає на кінцевий результат.

## **2.3 Розроблення і дослідження способів моделювання ланок ЕМС і реалізації регуляторів дробового порядку**

**2.3.1 Розроблення програмного забезпечення на основі перетворення Оусталоупа для апроксимації ПФ дробового порядку ПФ цілого порядку.** Аналіз і синтез лінійних та лінеаризованих САК, як правило, здійснюється за допомогою ПФ цілого порядку. У роботі [128] показано, що такі системи є частковим випадком більш загального їх представлення за допомогою ПФ дробового порядку. За результатом синтезу різноманітних систем, що описуються ПФ дробового порядку, отримують регулятори дробового порядку. Технічна реалізація таких регуляторів найпростіше може бути здійснена, якщо знайти відповідник дробової передавальної функції регулятора серед цілочисельних передавальних функцій. Таким чином, постає проблема апроксимації дробових ПФ цілочисельними.

На сучасному етапі для моделювання дробових диференціувальних та інтегровальних ланок в електромеханічних системах використовують пакет NINTEGER [129]. Застосування спеціально розробленого пакету NINTEGER як додатку для пакету MATLAB/Simulink дало змогу виконувати перші дослідження в області застосування регуляторів дробового порядку в САК з об'єктами керування дробового порядку (Додаток А.4). Але йому властиві певні недоліки



[54]:

- пакет NINTEGER працює виключно в середовищі MATLAB/Simulink і застосувати його в режимі реального часу є проблематично;

- з літературних джерел невідома точність представлення дробових ланок та ПІД<sup>λ</sup>-регуляторів дробового порядку моделями в даному пакеті.

Враховуючи те, що реалізація регуляторів цілого порядку добре розроблена як в аналоговому, так і в цифровому виконанні, то проблему технічної реалізації регуляторів дробового порядку можна вирішити, якщо здійснити еквівалентну заміну (апроксимацію) їх ПФ на ПФ цілого порядку, тобто забезпечити однакові перехідні функції і ЛАЧХ та ЛФЧХ у відповідному частотному діапазоні для обох представлень ПФ. Згадані вище недоліки спонукали нас розробити власні моделі на основі відомих формул перетворення Оусталоупа [130].

Такі перетворення забезпечують еквівалентність ЛАЧХ і ЛФЧХ у частотному діапазоні  $[\omega_1, \omega_h]$  ( $\omega_1, \omega_h$  – нижній і верхній рівень діапазону частоти, відповідно). Тоді передбачається можливість представлення інтегрувальної і диференціувальної ланки дробового порядку наступним виразом [130]:

$$s^{\pm\alpha} = \left( \frac{\omega_u}{\omega_h} \right)^\alpha \prod_{k=-N}^{k=N} \frac{1 + s/\omega'_k}{1 + s/\omega_k}, \quad (2.24)$$

де  $\omega_u = \sqrt{\omega_1 \omega_h}$ ,

$N$  – порядок апроксимації, яким слід задатися,

$\omega'_k, \omega_k$  – нулі та полюси еквівалентної ПФ цілого порядку, відповідно.

Розрахунок нулів та полюсів апроксимуючої ПФ цілого порядку проводяться згідно наступних виразів [130]:

$$\omega'_k = \omega_l \left( \frac{\omega_h}{\omega_l} \right)^{(k+N+0,5-0,5\alpha)/(2N+1)}, \quad (2.25)$$

$$\omega_k = \omega_1 \left( \frac{\omega_h}{\omega_1} \right)^{(k+N+0,5+0,5\alpha)/(2N+1)} \quad (2.26)$$

Позначимо  $k_n = \left( \frac{\omega_u}{\omega_h} \right)^\alpha$  – коефіцієнт підсилення апроксимуючої ПФ.

У загальному випадку порядок апроксимації можливий на  $(2N+1)$  рівнях. Оригінальність ідеї полягає в тому, що для заміни ПФ дробового порядку на ПФ цілого порядку спочатку розраховуються коефіцієнт, нулі й полюси очікуваної ПФ. На наступному етапі, використовуючи знайдені нулі та полюси, записується ПФ у вигляді

$$W(s) = k_n \frac{(s - \omega'_1)(s - \omega'_2) \dots (s - \omega'_{2N+1})}{(s - \omega_1)(s - \omega_2) \dots (s - \omega_{2N+1})} \quad (2.27)$$

де  $\omega'_1, \omega'_2 \dots \omega'_{2N+1}$  – розраховані згідно (2.25) значення нулів ПФ цілого порядку;

$\omega_1, \omega_2 \dots \omega_{2N+1}$  – розраховані згідно (2.26) полюси ПФ цілого порядку.

Далі представимо ПФ (2.27) у вигляді відношення поліномів

$$W(s) = k_n \frac{b_{2N+1}s^{2N+1} + b_{2N}s^{2N} + \dots + b_1s + b_0}{a_{2N+1}s^{2N+1} + a_{2N}s^{2N} + \dots + a_1s + a_0} = \frac{P(s)}{Q(s)} \quad (2.28)$$

Для перевірки адекватності заміни ПФ (2.24) на ПФ (2.28) проведемо порівняльний аналіз логарифмічних характеристик. Для цього, задавшись порядком апроксимації  $(2N+1)$ , здійснимо розрахунок частотних характеристик обох ПФ згідно розробленої програми, наведеної в Додатку А.5.

Недоліком такого підходу є однакова кількість полюсів і нулів апроксимуючої ПФ, а такі ПФ відносяться до ідеалізованих систем. У даній роботі є спроба на основі симуляційних досліджень вирішити завдання:

- проаналізувавши залежність точності апроксимації диференціально-інтегральних ланок від порядку апроксимуючого полінома;

- запропонувати модифікацію підходу Оусталоупа до апроксимації ПФ дробового порядку, якщо у ПФ цілого порядку зменшено порядок чисельника на одиницю;

- оцінити якість апроксимації її відповідника, що описується ПФ цілого порядку.

Вираз  $s^{\pm\alpha}$  можна трактувати як вираз дробового диференціатора ( $+\alpha$ ) чи інтегратора ( $-\alpha$ ), за допомогою яких формується загальна ПФ дробових регуляторів. Тому саме такій ПФ присвячено наступний аналіз. Для його здійснення в середовищі MATLAB була розроблена програма, яка реалізує метод Оусталоупа [130] згідно (2.24) для апроксимації  $s^{\pm\alpha}$  ПФ цілого порядку. Використовуючи розроблену програму, є можливість провести перетворення диференціально-інтегральних ланок ПФ дробового порядку з різними степенями  $\alpha$  в певному частотному діапазоні за умови зміни порядку апроксимації в межах  $N=1 \div 5$ . Частотний діапазон для диференціальної ланки вибирається в межах  $[0,01 \div 100] \text{ c}^{-1}$ , тому що його розширення призводить до виникнення коливного режиму в перехідній функції, а для інтегральної – діапазон  $[0,001 \div 1000] \text{ c}^{-1}$ , що зумовлено виникненням нелінійності перехідної функції при заниженому діапазоні.

Здійснимо представлення диференціальної та інтегральної ланок дробового порядку  $s^{\pm\alpha}$  з степенями, відповідно:  $\alpha = -1, -0,75, -0,5, -0,25, 0, 0,25, 0,5, 0,75, 1$  ланками з ПФ цілого порядку за умови використання перетворення Оусталоупа.

Значення  $\alpha = \pm 1$  відповідає частковому випадку, коли  $\alpha$  є дробовим числом, тому ці два часткові випадки також враховані в подальших розрахунках. Тим самим є можливість перевірити правомірність перетворення Оусталоупа не тільки для дробових, але і для цілочисельних ПФ.

Використовуючи розроблену програму в частотному діапазоні  $0,01-100 \text{ c}^{-1}$  і змінюючи порядок апроксимації  $N = 1 \div 5$ , знаходимо апроксимуючі ПФ диференціальної та інтегрованої ланок дробового порядку ланками цілого порядку, які вносимо в табл. 2.6. Необхідно зазначити, що зміна частотного діапазону впливає на коефіцієнти у виразах і на точність апроксимації. Отримані

поліноми мають однакову степінь чисельника і знаменника й можуть бути реалізовані за використання сучасних мікропроцесорних засобів.

Таблиця 2.6

Апроксимуючі ПФ цілого порядку, отримані за використання перетворення Оусталоупа для  $[0,01 \div 100] \text{ c}^{-1}$

| $s^{\pm\alpha}$ | N / W(s)                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |
|-----------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $s^{-1}$        | N=1<br>$\frac{0,01s^3 + 1,049s^2 + 4,867s + 1}{s^3 + 4,867s^2 + 1,049s + 0,01}$                                                                                                                                                                                                                             |
|                 | N=2<br>$\frac{0,01s^5 + 1,188s^4 + 19,31s^3 + 48,49s^2 + 18,83s + 1}{s^5 + 18,83s^4 + 48,49s^3 + 19,31s^2 + 1,188s + 0,01}$                                                                                                                                                                                 |
|                 | N=3<br>$\frac{0,01s^7 + 1,366s^6 + 39,49s^5 + 289,4s^4 + 558,7s^3 + 284,2s^2 + 36,36s + 1}{s^7 + 36,36s^6 + 284,2s^5 + 558,7s^4 + 289,4s^3 + 39,49s^2 + 1,366s + 0,01}$                                                                                                                                     |
|                 | N=4<br>$\frac{0,01s^9 + 1,561s^8 + 64,39s^7 + 871,5s^6 + 4105s^5 + 6847s^4 + 4045s^3 + 831,7s^2 + 56,09s + 1}{s^9 + 56,09s^8 + 831,7s^7 + 4045s^6 + 6847s^5 + 4105s^4 + 871,5s^3 + 64,39s^2 + 1,561s + 0,01}$                                                                                               |
|                 | N=5<br>$\frac{0,01s^{11} + 1,763s^{10} + 93,9s^9 + 1914s^8 + 16070s^7 + 57130s^6 + 86830s^5 + 56420s^4 + \dots}{s^{11} + 76,32s^{10} + 1759s^9 + 15520s^8 + 56420s^7 + 86830s^6 + 57130s^5 + 16070s^4 + \dots}$ $\frac{\dots + 15520s^3 + 1759s^2 + 76,32s + 1}{\dots + 1914s^3 + 93,9s^2 + 1,763s + 0,01}$ |
| $s^{-0,75}$     | N=1<br>$\frac{0,03162s^3 + 2,259s^2 + 7,144s + 1}{s^3 + 7,144s^2 + 2,259s + 0,03162}$                                                                                                                                                                                                                       |

|            |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |
|------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|            | <p>N=2</p> $\frac{0,03162s^5 + 2,985s^4 + 38,52s^3 + 76,85s^2 + 23,71s + 1}{s^5 + 23,71s^4 + 76,85s^3 + 38,52s^2 + 2,985s + 0,03162}$                                                                                                                                                                                       |
|            | <p>N=3</p> $\frac{0,03162s^7 + 3,666s^6 + 89,87s^5 + 558,7s^4 + 915,1s^3 + 394,9s^2 + 43,21s + 1}{s^7 + 43,21s^6 + 394,9s^5 + 915,1s^4 + 558,7s^3 + 89,87s^2 + 3,666s + 0,03162}$                                                                                                                                           |
|            | <p>N=4</p> $\frac{0,03162s^9 + 4,343s^8 + 157,7s^7 + 1878s^6 + 7782s^5 + 11420s^4 + 5937s^3 + 1074s^2 + 63,75s + 1}{s^9 + 63,75s^8 + 1074s^7 + 5937s^6 + 11420s^5 + 7782s^4 + 1878s^3 + 157,7s^2 + 4,343s + 0,03162}$                                                                                                       |
|            | <p>N=5</p> $\frac{0,03162s^{11} + 5,021s^{10} + 240,8s^9 + 4421s^8 + 33430s^7 + 107000s^6 + 146500s^5 + 85750s^4 + \dots}{s^{11} + 84,74s^{10} + 2169s^9 + 21250s^8 + 85750s^7 + 146500s^6 + 107000s^5 + 33430s^4 + \dots}$ $\frac{\dots + 21250s^3 + 2169s^2 + 84,74s + 1}{\dots + 4421s^3 + 240,8s^2 + 5,021s + 0,03162}$ |
| $s^{-0,5}$ | <p>N=1</p> $\frac{0,1s^3 + 4,867s^2 + 10,49s + 1}{s^3 + 10,49s^2 + 4,867s + 3,162}$                                                                                                                                                                                                                                         |
|            | <p>N=2</p> $\frac{0,1s^5 + 7,497s^4 + 76,85s^3 + 121,8s^2 + 29,85s + 1}{s^5 + 29,85s^4 + 121,8s^3 + 76,85s^2 + 7,497s + 0,01}$                                                                                                                                                                                              |
|            | <p>N=3</p> $\frac{0,1s^7 + 9,834s^6 + 204,5s^5 + 1079s^4 + 1499s^3 + 548,7s^2 + 50,94s + 1}{s^7 + 50,94s^6 + 548,7s^5 + 1499s^4 + 1079s^3 + 204,5s^2 + 9,834s + 0,1}$                                                                                                                                                       |
|            | <p>N=4</p> $\frac{0,1s^9 + 12,08s^8 + 386s^7 + 4045s^6 + 14750s^5 + 19050s^4 + 8715s^3 + 1387s^2 + 72,45s + 1}{s^9 + 72,45s^8 + 1387s^7 + 8715s^6 + 19050s^5 + 14750s^4 + 4045s^3 + 386s^2 + 12,08s + 0,1}$                                                                                                                 |

|             |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |
|-------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|             | <p>N=5</p> $\frac{0,1s^{11} + 14,3s^{10} + 617,8s^9 + 10210s^8 + 69560s^7 + 200600s^6 + 247300s^5 + 130300s^4 + \dots}{s^{11} + 94,09s^{10} + 2674s^9 + 29090s^8 + 130300s^7 + 247300s^6 + 200600s^5 + 69560s^4 + \dots}$ $\frac{\dots + 29090s^3 + 2674s^2 + 94,09s + 1}{\dots + 10210s^3 + 617,8s^2 + 14,3s + 0,1}$         |
| $s^{-0,25}$ | <p>N=1</p> $\frac{0,3162s^3 + 10,49s^2 + 15,39s + 1}{s^3 + 15,39s^2 + 10,49s + 0,3162}$                                                                                                                                                                                                                                       |
|             | <p>N=2</p> $\frac{0,3162s^5 + 18,83s^4 + 153,3s^3 + 193,1s^2 + 37,57s + 1}{s^5 + 37,57s^4 + 193,1s^3 + 153,3s^2 + 18,83s + 0,3162}$                                                                                                                                                                                           |
|             | <p>N=3</p> $\frac{0,3162s^7 + 26,38s^6 + 465,5s^5 + 2083s^4 + 2455s^3 + 762,4s^2 + 60,04s + 1}{s^7 + 60,04s^6 + 762,4s^5 + 2455s^4 + 2083s^3 + 465,5s^2 + 26,38s + 0,3162}$                                                                                                                                                   |
|             | <p>N=4</p> $\frac{0,3162s^9 + 33,63s^8 + 945,2s^7 + 8715s^6 + 27970s^5 + 31780s^4 + 12790s^3 + 1792s^2 + 82,33s + 1}{s^9 + 82,33s^8 + 1792s^7 + 12790s^6 + 31780s^5 + 27970s^4 + 8715s^3 + 945,2s^2 + 33,63s + 0,3162}$                                                                                                       |
|             | <p>N=5</p> $\frac{0,3162s^{11} + 40,73s^{10} + 1585s^9 + 23590s^8 + 144700s^7 + 375900s^6 + 417300s^5 + 198100s^4 + \dots}{s^{11} + 104,5s^{10} + 3297s^9 + 39820s^8 + 198100s^7 + 417300s^6 + 375900s^5 + 144700s^4 + \dots}$ $\frac{\dots + 39820s^3 + 3297s^2 + 104,5s + 1}{\dots + 23590s^3 + 1585s^2 + 40,73s + 0,3162}$ |
| $s^0$       | <p>N=1</p> $\frac{s^3 + 22,59s^2 + 22,59s + 1}{s^3 + 22,59s^2 + 22,59s + 1}$                                                                                                                                                                                                                                                  |
|             | <p>N=2</p> $\frac{s^5 + 47,3s^4 + 306s^3 + 306s^2 + 47,3s + 1}{s^5 + 47,3s^4 + 306s^3 + 306s^2 + 47,3s + 1}$                                                                                                                                                                                                                  |

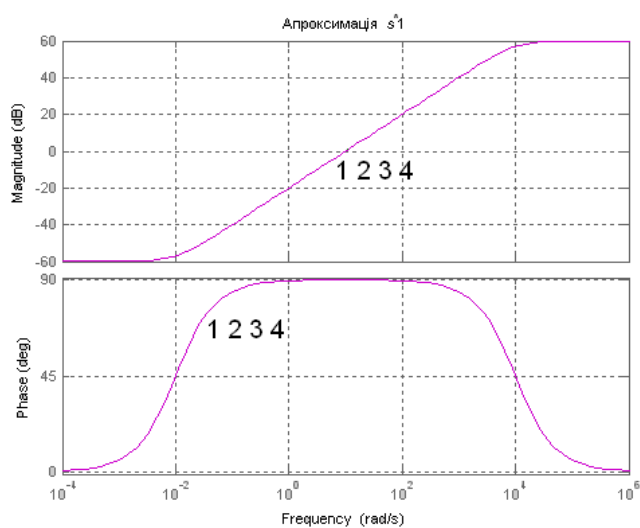
|            |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |
|------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|            | <p>N=3</p> $\frac{s^7 + 70,78s^6 + 1059s^5 + 4021s^4 + 4021s^3 + 1059s^2 + 70,78s + 1}{s^7 + 70,78s^6 + 1059s^5 + 4021s^4 + 4021s^3 + 1059s^2 + 70,78s + 1}$                                                                                                                                                                        |
|            | <p>N=4</p> $\frac{s^9 + 93,57s^8 + 2314s^7 + 18780s^6 + 53020s^5 + 53020s^4 + 18780s^3 + 2314s^2 + 93,57s + 1}{s^9 + 93,57s^8 + 2314s^7 + 18780s^6 + 53020s^5 + 53020s^4 + 18780s^3 + 2314s^2 + 93,57s + 1}$                                                                                                                        |
|            | <p>N=5</p> $\frac{s^{11} + 116s^{10} + 4065s^9 + 54500s^8 + 301100s^7 + 704300s^6 + 704300s^5 + 301100s^4 + \dots}{s^{11} + 116s^{10} + 4065s^9 + 54500s^8 + 301100s^7 + 704300s^6 + 704300s^5 + 301100s^4 + \dots}$ $\frac{\dots + 54500s^3 + 4065s^2 + 116s + 1}{\dots + 54500s^3 + 4065s^2 + 116s + 1}$                          |
| $s^{0,25}$ | <p>N=1</p> $\frac{3,162s^3 + 48,67s^2 + 33,16s + 1}{s^3 + 33,16s^2 + 48,67s + 3,162}$                                                                                                                                                                                                                                               |
|            | <p>N=2</p> $\frac{3,162s^5 + 118,8s^4 + 610,5s^3 + 484,9s^2 + 59,55s + 1}{s^5 + 59,55s^4 + 484,9s^3 + 610,5s^2 + 118,8s + 3,162}$                                                                                                                                                                                                   |
|            | <p>N=3</p> $\frac{3,162s^7 + 189,9s^6 + 2411s^5 + 7763s^4 + 6586s^3 + 1472s^2 + 83,43s + 1}{s^7 + 83,43s^6 + 1472s^5 + 6586s^4 + 7763s^3 + 2411s^2 + 189,9s + 3,162}$                                                                                                                                                               |
|            | <p>N=4</p> $\frac{3,162s^9 + 260,4s^8 + 5666s^7 + 40450s^6 + 100500s^5 + 88440s^4 + 27560s^3 + 2989s^2 + 106,3s + 1}{s^9 + 106,3s^8 + 2989s^7 + 27560s^6 + 88440s^5 + 100500s^4 + 40450s^3 + 5666s^2 + 260,4s + 3,162}$                                                                                                             |
|            | <p>N=5</p> $\frac{3,162s^{11} + 330,4s^{10} + 10430s^9 + 125900s^8 + 626400s^7 + 1320000s^6 + 1189000s^5 + 457600s^4 + \dots}{s^{11} + 128,8s^{10} + 5011s^9 + 74610s^8 + 457600s^7 + 1189000s^6 + 1320000s^5 + 626400s^4 + \dots}$ $\frac{\dots + 74610s^3 + 5011s^2 + 128,8s + 1}{\dots + 125900s^3 + 10430s^2 + 330,4s + 3,162}$ |

|            |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |
|------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $s^{0,5}$  | N=1<br>$\frac{10s^3 + 104,9s^2 + 48,67s + 1}{s^3 + 48,67s^2 + 104,9s + 10}$                                                                                                                                                                                                                                                  |
|            | N=2<br>$\frac{10s^5 + 298,5s^4 + 1218s^3 + 768,5s^2 + 74,97s + 1}{s^5 + 74,97s^4 + 768,5s^3 + 1218s^2 + 298,5s + 10}$                                                                                                                                                                                                        |
|            | N=3<br>$\frac{10s^7 + 509,4s^6 + 5487s^5 + 14990s^4 + 10790s^3 + 2045s^2 + 98,34s + 1}{s^7 + 98,34s^6 + 2045s^5 + 10790s^4 + 14990s^3 + 5487s^2 + 509,4s + 10}$                                                                                                                                                              |
|            | N=4<br>$\frac{10s^9 + 724,5s^8 + 13870s^7 + 87150s^6 + 190500s^5 + 147500s^4 + 40450s^3 + 3860s^2 + 120,8s + 1}{s^9 + 120,8s^8 + 3860s^7 + 40450s^6 + 147500s^5 + 190500s^4 + 87150s^3 + 13870s^2 + 724,5s + 10}$                                                                                                            |
|            | N=5<br>$\frac{10s^{11} + 940,9s^{10} + 26740s^9 + 290900s^8 + 1303000s^7 + 2473000s^6 + 2006000s^5 + 695600s^4 + \dots}{s^{11} + 143s^{10} + 6178s^9 + 102100s^8 + 695600s^7 + 2006000s^6 + 2473000s^5 + 1303000s^4 + \dots}$<br>$\frac{\dots + 102100s^3 + 6178s^2 + 143s + 1}{\dots + 290900s^3 + 26740s^2 + 940,9s + 10}$ |
| $s^{0,75}$ | N=1<br>$\frac{31,62s^3 + 225,9s^2 + 71,44s + 1}{s^3 + 71,44s^2 + 225,9s + 31,62}$                                                                                                                                                                                                                                            |
|            | N=2<br>$\frac{31,62s^5 + 749,7s^4 + 2430s^3 + 1218s^2 + 94,38s + 1}{s^5 + 94,38s^4 + 1218s^3 + 2430s^2 + 749,7s + 31,62}$                                                                                                                                                                                                    |
|            | N=3<br>$\frac{31,62s^7 + 1366s^6 + 12490s^5 + 28940s^4 + 17670s^3 + 2842s^2 + 115,9s + 1}{s^7 + 115,9s^6 + 2842s^5 + 17670s^4 + 28940s^3 + 12490s^2 + 1366s + 31,62}$                                                                                                                                                        |
|            | N=4<br>$\frac{31,62s^9 + 2016s^8 + 33970s^7 + 187800s^6 + 361200s^5 + 246100s^4 + 59370s^3 + 4986s^2 + 137,3s + 1}{s^9 + 137,3s^8 + 4986s^7 + 59370s^6 + 246100s^5 + 361200s^4 + 187800s^3 + 33970s^2 + 2016s + 31,62}$                                                                                                      |

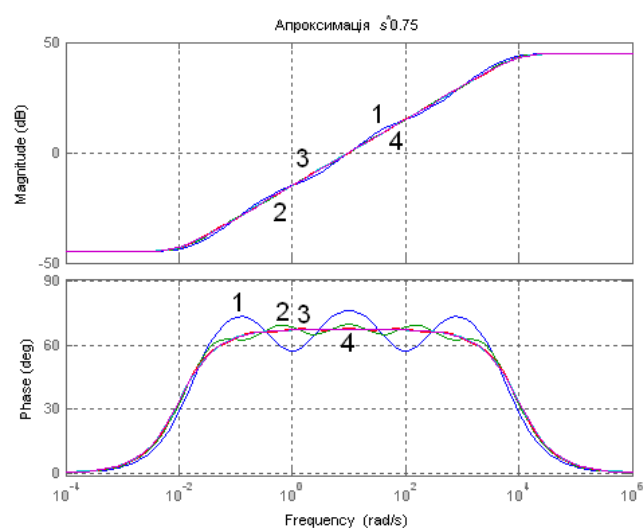


|       |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |
|-------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|       | $N=5$ $\frac{31,62s^{11} + 2680s^{10} + 68590s^9 + 672000s^8 + 2712000s^7 + 4634000s^6 + 3385000s^5 + 1057000s^4 + \dots}{s^{11} + 158,8s^{10} + 7616s^9 + 139800s^8 + 1057000s^7 + 3385000s^6 + 4634000s^5 + 2712000s^4 + \dots}$ $\frac{\dots + 139800s^3 + 7616s^2 + 158,8s + 1}{\dots + 672000s^3 + 685900s^2 + 2680s + 31,62}$ |
| $s^1$ | $N=1$ $\frac{100s^3 + 486,7s^2 + 104,9s + 1}{s^3 + 104,9s^2 + 486,7s + 100}$                                                                                                                                                                                                                                                        |
|       | $N=2$ $\frac{100s^5 + 1883s^4 + 4849s^3 + 1931s^2 + 118,8s + 1}{s^5 + 118,8s^4 + 1931s^3 + 4849s^2 + 1883s + 100}$                                                                                                                                                                                                                  |
|       | $N=3$ $\frac{100s^7 + 3666s^6 + 28420s^5 + 55870s^4 + 28940s^3 + 3949s^2 + 136,6s + 1}{s^7 + 136,6s^6 + 3949s^5 + 28940s^4 + 55870s^3 + 28420s^2 + 3666s + 100}$                                                                                                                                                                    |
|       | $N=4$ $\frac{100s^9 + 5609s^8 + 83170s^7 + 404500s^6 + 684700s^5 + 410500s^4 + 87150s^3 + 6439s^2 + 156,1s + 1}{s^9 + 156,1s^8 + 6439s^7 + 87150s^6 + 410500s^5 + 684700s^4 + 404500s^3 + 83170s^2 + 5609s + 100}$                                                                                                                  |
|       | $N=5$ $\frac{100s^{11} + 7632s^{10} + 175900s^9 + 1552000s^8 + 5642000s^7 + 8683000s^6 + 5713000s^5 + 1607000s^4 + \dots}{s^{11} + 176,3s^{10} + 9390s^9 + 191400s^8 + 1607000s^7 + 5713000s^6 + 8683000s^5 + 5642000s^4 + \dots}$ $\frac{\dots + 191400s^3 + 9390s^2 + 176,3s + 1}{\dots + 1552000s^3 + 175900s^2 + 7632s + 100}$  |

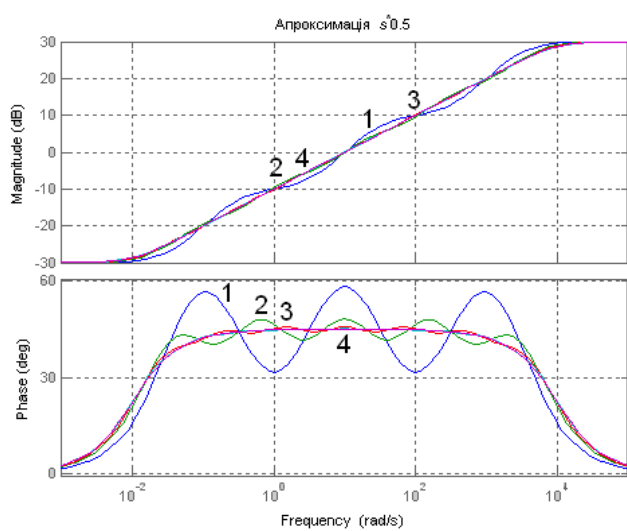
На рис. 2.47 показані ЛАЧХ та ЛФЧХ диференціальної «а,б,в,г» та інтегральної «е,є,ж,з» ланок дробового порядку з степенями:  $\alpha = 1,0; 0,75; 0,5; 0,25; 0,0; -0,25; -0,5; -0,75; -1,0$  відповідно. Розрахунок проводився на основі відповідних виразів ПФ (2.24) табл. 2.6. Кривій 1 відповідає  $N=1$ , кривій 2 –  $N=2$ , кривій 3 –  $N=3$ . Кривій 4 відповідає  $N=4$ , і вона практично співпадає з дійсною (теоретичною) характеристикою ланки дробового порядку.



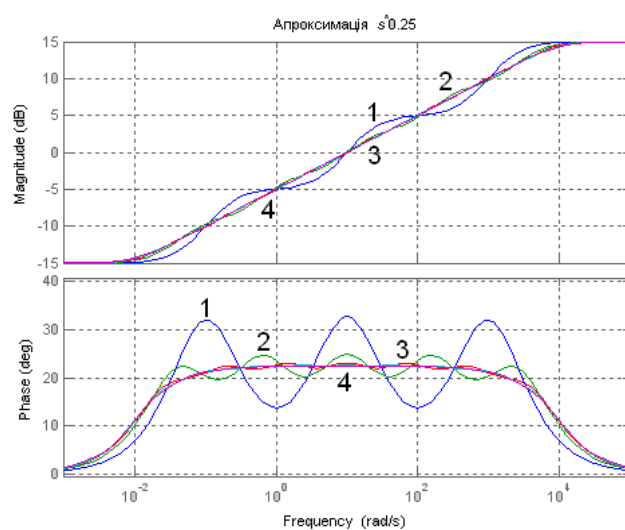
а



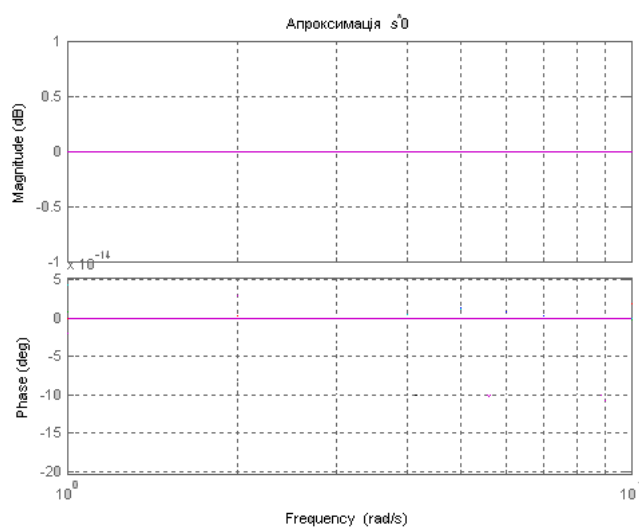
б



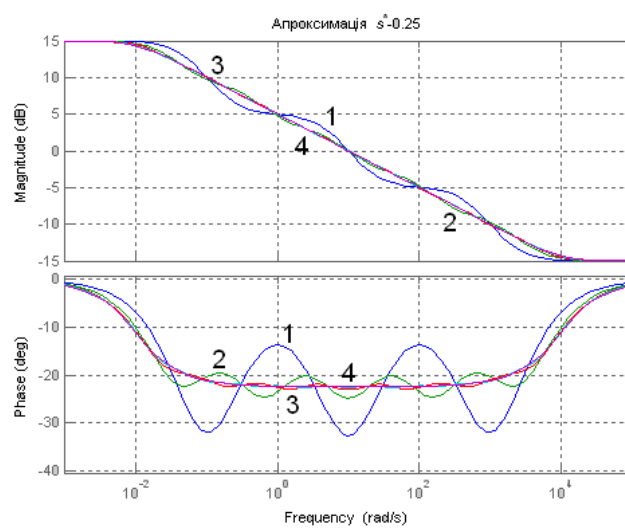
в



г



д



е

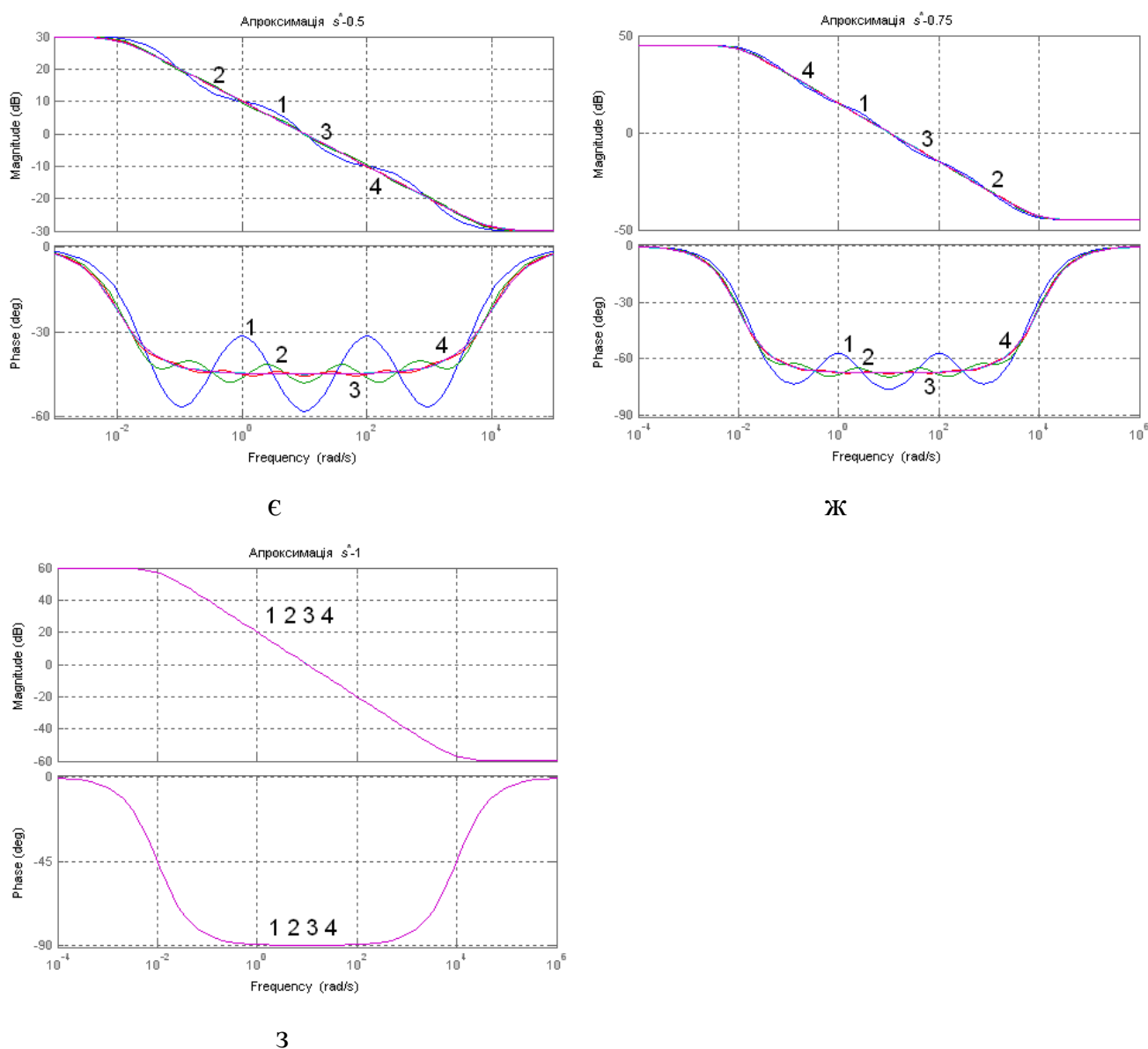


Рис. 2.47. ЛАЧХ та ЛФЧХ диференціально-інтегральних ланок дробового порядку з степенями  $\alpha = 1,0 \div -1,0$  для різних порядків апроксимації:

N=1 – крива 1, N=2 – крива 2, N=3 – крива 3, N=4 – крива 4

Для перевірки точності й оцінки ступеня адекватності моделей, отриманих перетворенням Оусталоупа з порядком апроксимації  $N=1 \div 5$ , проведено порівняння їх перехідних функцій з перехідними функціями еталонної ПФ дробового порядку, виду  $W(s) = s^\alpha$ , для  $\alpha = -0,999, -0,75, -0,5, -0,25, 0, 0,25, 0,5, 0,75, 0,999$  в частотному діапазоні  $[0,01 \div 100] \text{ c}^{-1}$ . Моделі диференціувальної й інтегрувальної ланки, які прийняті за еталонні, працюють тільки в діапазоні  $(-1 < \alpha < 1)$ . Тому значення  $\alpha=1$  та  $\alpha=-1$  замінені на  $\alpha=0,999$  та  $\alpha=-0,999$ . Результати

порівняння отриманих перехідних функцій за похибками апроксимації (2.7) і (2.8) внесені в табл 2.7.

Таблиця 2.7

Порівняння перехідних функцій дробових ПФ виду  $W(s) = s^\alpha$ ,

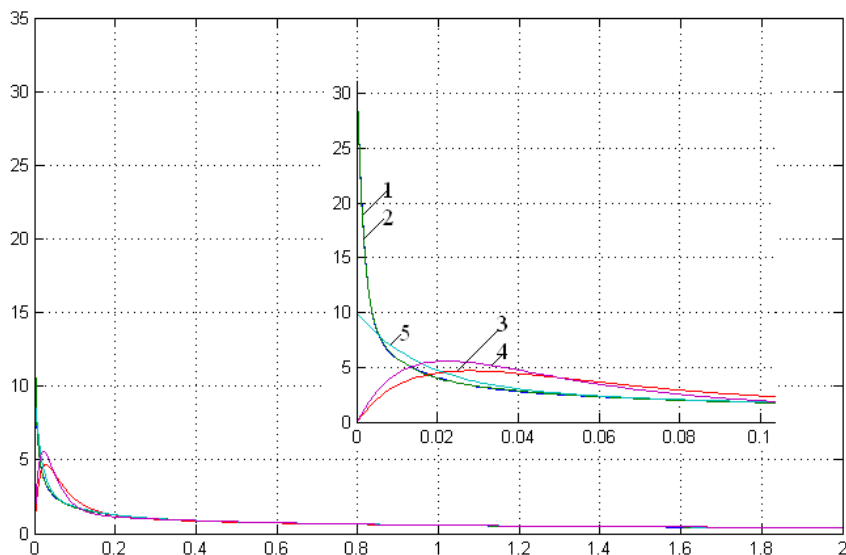
для  $\alpha = -0,999, -0,75, -0,5, -0,25, 0, 0,25, 0,5, 0,75, 0,999$

| № | ПФ ланки дробового порядку | Порядок апрокс. | Точок на проміжку [0,t] | T, с | Похибки апроксимації |                    |
|---|----------------------------|-----------------|-------------------------|------|----------------------|--------------------|
|   |                            |                 |                         |      | $\sigma_{\Pi}$       | $\delta_{\Pi}, \%$ |
| 1 | $s^{-0,999}$               | N=1             | 201                     | 2    | 0,006823             | 0,6823             |
|   |                            | N=2             | 201                     | 2    | 0,00684              | 0,684              |
|   |                            | N=3             | 201                     | 2    | 0,006839             | 0,684              |
|   |                            | N=4             | 201                     | 2    | 0,00684              | 0,684              |
|   |                            | N=5             | 201                     | 2    | 0,00684              | 0,684              |
| 2 | $s^{-0,75}$                | N=1             | 201                     | 2    | 0,01073              | 1,073              |
|   |                            | N=2             | 201                     | 2    | 0,009016             | 0,902              |
|   |                            | N=3             | 201                     | 2    | 0,008778             | 0,878              |
|   |                            | N=4             | 201                     | 2    | 0,008812             | 0,881              |
|   |                            | N=5             | 201                     | 2    | 0,008851             | 0,885              |
| 3 | $s^{-0,5}$                 | N=1             | 201                     | 2    | 0,01822              | 1,822              |
|   |                            | N=2             | 201                     | 2    | 0,01368              | 1,368              |
|   |                            | N=3             | 201                     | 2    | 0,01355              | 1,355              |
|   |                            | N=4             | 201                     | 2    | 0,01339              | 1,339              |
|   |                            | N=5             | 201                     | 2    | 0,01344              | 1,344              |
| 4 | $s^{-0,25}$                | N=1             | 201                     | 2    | 0,02905              | 2,905              |
|   |                            | N=2             | 201                     | 2    | 0,02765              | 2,765              |
|   |                            | N=3             | 201                     | 2    | 0,02762              | 2,762              |
|   |                            | N=4             | 201                     | 2    | 0,02766              | 2,766              |
|   |                            | N=5             | 201                     | 2    | 0,0277               | 2,77               |

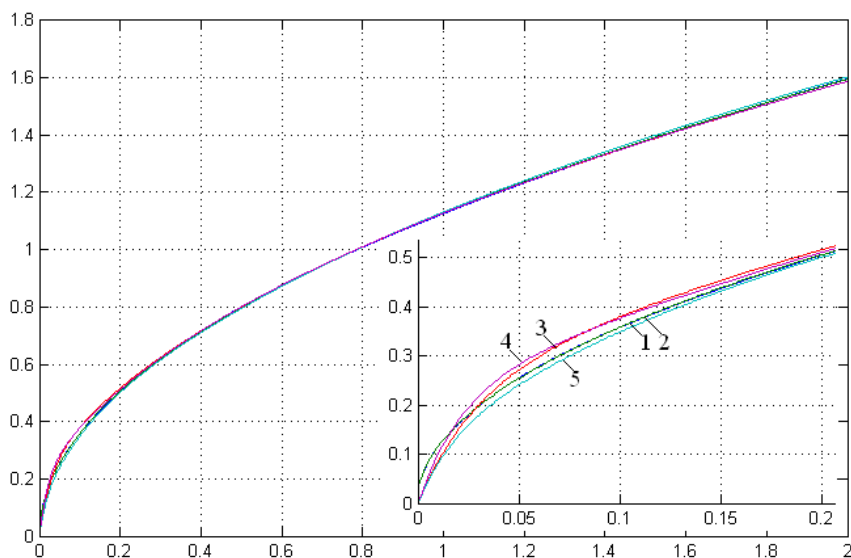
|   |             |     |     |   |          |        |
|---|-------------|-----|-----|---|----------|--------|
| 5 | $s^0$       | N=1 | 201 | 2 | 0        | 0      |
|   |             | N=2 | 201 | 2 | 0        | 0      |
|   |             | N=3 | 201 | 2 | 0        | 0      |
|   |             | N=4 | 201 | 2 | 0        | 0      |
|   |             | N=5 | 201 | 2 | 0        | 0      |
| 6 | $s^{0,25}$  | N=1 | 201 | 2 | 0,03184  | 3,184  |
|   |             | N=2 | 201 | 2 | 0        | 0      |
|   |             | N=3 | 201 | 2 | 0,003655 | 0,366  |
|   |             | N=4 | 201 | 2 | 0,004026 | 0,403  |
|   |             | N=5 | 201 | 2 | 0,004295 | 0,43   |
| 7 | $s^{0,5}$   | N=1 | 201 | 2 | 0,0765   | 7,65   |
|   |             | N=2 | 201 | 2 | 0        | 0      |
|   |             | N=3 | 201 | 2 | 0,01165  | 1,165  |
|   |             | N=4 | 201 | 2 | 0,01441  | 1,441  |
|   |             | N=5 | 201 | 2 | 0,016    | 1,6    |
| 8 | $s^{0,75}$  | N=1 | 201 | 2 | 0,1193   | 11,93  |
|   |             | N=2 | 201 | 2 | 0        | 0      |
|   |             | N=3 | 201 | 2 | 0,02507  | 2,507  |
|   |             | N=4 | 201 | 2 | 0,03387  | 3,387  |
|   |             | N=5 | 201 | 2 | 0,03858  | 3,858  |
| 9 | $s^{0,999}$ | N=1 | 201 | 2 | 0,001695 | 0,169  |
|   |             | N=2 | 201 | 2 | 0        | 0      |
|   |             | N=3 | 201 | 2 | 0,00045  | 0,045  |
|   |             | N=4 | 201 | 2 | 0,000635 | 0,0635 |
|   |             | N=5 | 201 | 2 | 0,000731 | 0,0731 |

На рис. 2.48 показано, як приклад, частину перехідних функцій ланок дробового порядку відповідно з ПФ  $W(s)=s^{0,5}$  (а) і  $W(s)=s^{-0,5}$  (б), отримані за використання перетворення Оусталоупа для  $N=3$  (криві 1) і для  $N=4$  (криві 2), а

також перехідні функції, отримані за використання додаткового пакету NINTEGER V.2.3, спеціально призначеного для дослідження систем керування дробового порядку (крива 5).



а)



б)

Рис. 2.48. Перехідні функції ланки з ПФ  $W(s) = s^{0,5}$  а) і  $W(s) = s^{-0,5}$  б)

з фрагментами в розширеному масштабі

З аналізу отриманих результатів випливає, що, якщо вважати за еталон перехідний процес, розрахований у пакеті NINTEGER (5 порядок), то аналогічну похибку для перетворення Оусталоупа отримано як для інтегратора, так і для диференціатора при  $N = 2$ .

Проведений аналіз графіків і розрахунків похибок (див. табл. 2.7) показав, що частотні характеристики еквівалентних ланок повністю співпадають з характеристиками дробових ланок, отриманих за використання перетворення Оусталоупа для  $N \geq 4$ , а перехідні функції мають відносно неспівпадання  $\delta_{\pi} < 3\%$  вже для  $N \geq 2$ .

Як видно з виразів перетворень Оусталоупа (табл. 2.6) порядок чисельника ПФ дорівнює порядку знаменника, і в перехідній функції є скачок, який не властивий інтегральній ланці, тобто є суттєва неточність представлення на початковій ділянці перехідної функції, що, у свою чергу, може спричинити певні труднощі практичної реалізації таких ланок за використання аналогових регуляторів.

Тому розглянуто модифікацію методу Оусталоупа апроксимації ПФ дробового порядку ПФ цілого порядку, у якій порядок поліному чисельника зменшений на одиницю. Для цього були проведені дослідження можливості нехтування одним нулем в отриманій ПФ цілого порядку, або пониження порядку полінома чисельника на одиницю шляхом вилучення з нього складової при найбільшому степені оператора  $s$  [119]. Результати досліджень показали перевагу другого підходу. У даній роботі наведені результати таких досліджень для  $s^{\pm 0,5}$   $N=3, 4$ . У випадку  $N=3$  ПФ (табл. 2.6) для диференціальної ланки приймає вигляд:

$$W(s) = \frac{509,4s^6 + 5487s^5 + 14990s^4 + 10790s^3 + 2045s^2 + 98,34s + 1}{s^7 + 98,34s^6 + 2045s^5 + 10790s^4 + 14990s^3 + 5487s^2 + 509,4s + 10}, \quad (2.29)$$

а ПФ для інтегральної ланки (табл. 2.6) :

$$W(s) = \frac{9,834s^6 + 204,5s^5 + 1079s^4 + 1499s^3 + 548,7s^2 + 50,94s + 1}{s^7 + 50,94s^6 + 548,7s^5 + 1499s^4 + 1079s^3 + 204,5s^2 + 9,834s + 0,1}. \quad (2.30)$$

Для  $N=4$  вирази ПФ не наведені у зв'язку з їх громіздкістю.

Результати досліджень таких ланок показані на рис. 2.48. На рис. 2.48, а показані перехідні функції диференційної ланки дробового порядку з  $W(s) = s^{-0,5}$

для  $N=3$  (крива 3) згідно (2.29) і для  $N=4$  (крива 4). Задовільними за величиною похибки результати можна вважати ті, які отримані, за використання перетворення Оусталоупа порядку апроксимації  $N \geq 2$ . Тому реалізація аналогових дробових диференціальних регуляторів шляхом зменшення порядку поліному чисельника на одиницю не доцільна.

На рис. 2.48, б показані перехідні функції інтегральної ланки дробового порядку  $W(s) = s^{-0,5}$  для  $N=3$  (крива 3) згідно (2.30) і для  $N=4$  (крива 4). Отримані перехідні функція практично співпадають з перехідними процесами згідно перетворення Оусталоупа для  $N \geq 2$ . Величини похибок апроксимації знаходяться в межах:  $\sigma_{\pi} < 0,01$ ,  $\delta_{\pi} < 0,5\%$ . Отже, проблема практичної реалізації як аналогового, так і цифрового інтегрального регулятора дробового порядку вирішується, зокрема шляхом зменшення порядку поліному чисельника на одиницю.

**2.3.2 Аналіз точності моделей інтегровально-диференційних ланок (регуляторів) дробового прядку для ЕМС за різних підходів до їх реалізації.** Метою даного аналізу є дослідження точності моделей інтегровальних і диференціальних ланок дробового порядку в представленні Оусталоупа, Рімана, Рімана-Ліувілля і Грюнвальда-Летнікова з моделлю, отриманою за перетворенням Лапласа як еталонною і вибору її раціонального варіанту для реалізації таких регуляторів на базі мікроконтролера.

Дослідження, проведені нами в [119,120] щодо можливостей апроксимації регуляторів дробового порядку передавальними функціями цілого порядку, показали, що представлення диференціовального регулятора дробового порядку з а використання перетворення Оусталоупа з порядком апроксимації  $N \geq 2$  співпадає за перехідними функціями з результатами апроксимації в пакеті NINTEGER з порядком  $N=5$ .

Проте відкритим залишалось питання точності моделі Оусталоупа. Тому для перевірки точності моделі Оусталоупа був здійснений наступний крок досліджень – пошук еталонних перехідних функцій. Враховуючи той факт, що в перетворенні



Лапласа відсутні процедури інтегрування і диференціювання, то перехідні функції, що розраховуються засобами аналітики такого перетворення, можна вважати найбільше наближеними до еталонних. Для підтвердження цього доцільно провести порівняння, отриманих перехідних функцій за використання перетворення Лапласа з аналогічними перехідними функціями, отриманими в пакеті NINTEGER і за використання перетворення Оусталоупа з порядком апроксимації  $N=3, 4$ , а також з його модифікацією для інтегрувальної ланки [119].

Використавши відоме табличне обернене перетворення Лапласа, для відображення інтегрувальної ланки дробового порядку з ПФ  $s^{-\alpha}$

$$L^{-1}\left\{\frac{1}{s^{\alpha}}\right\} = \frac{t^{\alpha-1}}{\Gamma(\alpha)}, \quad (2.31)$$

де  $\Gamma$  – гамма функція,

можна розрахувати імпульсну перехідну функцію, а для отримання перехідної функції здійснюємо інтегрування (2.31) за часом

$$I(t) = \int \frac{t^{\alpha-1}}{\Gamma(\alpha)} dt = \frac{t^{\alpha}}{\Gamma(\alpha) \cdot \alpha} + C. \quad (2.32)$$

Аналогічним чином, використавши табличне обернене перетворення Лапласа, для відображення диференціовальної ланки дробового порядку з ПФ  $s^{\alpha}$  згідно [131]

$$L^{-1}\{s^{\alpha}\} = \frac{t^{-\alpha-1}}{\Gamma(-\alpha)}, \quad (2.33)$$

знайдемо її перехідну функцію

$$D(t) = \int \frac{t^{-\alpha-1}}{\Gamma(-\alpha)} dt = \frac{t^{-\alpha}}{\Gamma(-\alpha + 1)} + C. \quad (2.34)$$

Розрахунок перехідних функцій інтегрувальної і диференціувальної ланок у пакеті Mathcad наведено в Додатку А.6. На рис. 2.49 і рис. 2.50 показано розраховані за виразами (2.32), (2.34) перехідні функції інтегрувальної і диференціувальної ланки дробового порядку з ПФ  $s^{-0,5}$ , крива 5 і  $s^{0,5}$ , крива 4, відповідно.

Одночасно для візуального порівняння на рисунки нанесені аналогічні перехідні функції, отримані різними способами.

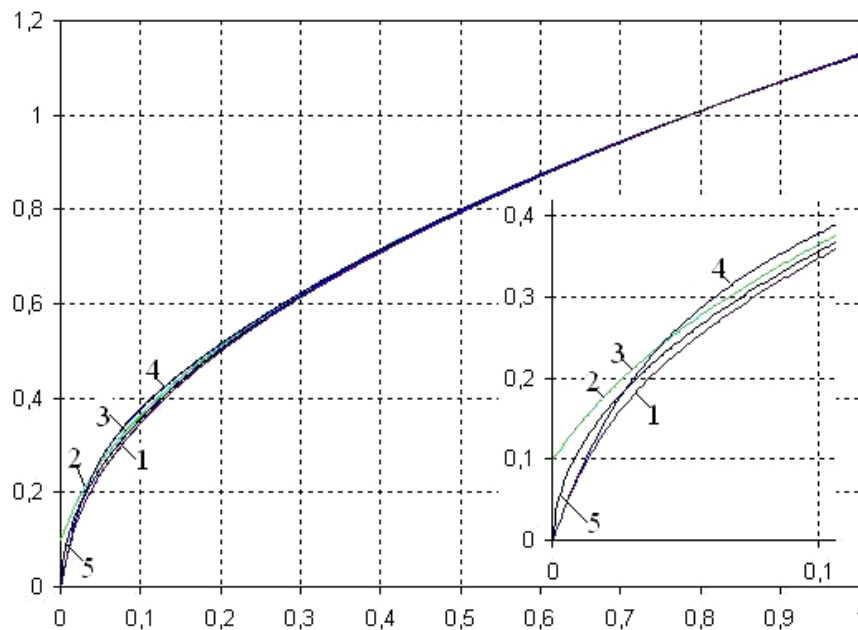


Рис. 2.49. Розраховані перехідні функції реалізації розроблених моделей інтегрувальної ланки дробового порядку з ПФ  $s^{-0,5}$  згідно пакету NINTEGER (крива 1), на основі перетворення Оусталоупа порядку  $N=3, 4$  (криві 2, 3), модифікованого перетворення Оусталоупа порядку  $N=3$  (крива 4) та перетворення Лапласа (крива 5)

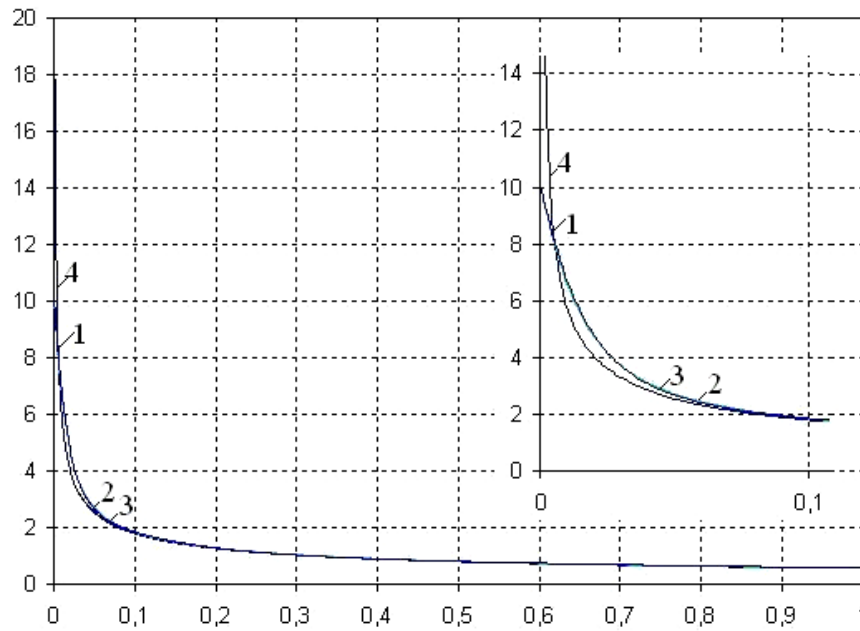


Рис. 2.50. Розраховані перехідні функції реалізації моделей диференціовальної ланки дробового порядку з ПФ  $s^{0,5}$  згідно пакету NINTEGER (крива 1), на основі перетворення Оусталоупа порядку  $N=3, 4$  (криві 2, 3) та перетворення Лапласа (крива 4)

Вважаємо, що отримані за зворотнім перетворення Лапласа (2.31), (2.33) перехідні функції інтегрувальної і диференціовальної ланки дробового порядку є точними, і їх можна прийняти еталонними для дослідження точності інших моделей. Для оцінки точності апроксимації застосовано такі показники:

- абсолютне середньоквадратичне відхилення  $\sigma_{\Pi}$  (2.7), зняте для  $n=1001$  точок опрацювання перехідного процесу;

- відносна похибка апроксимації  $\delta_{\Pi}$  (2.8).

Результати оцінки точності апроксимації інтегрувальної та диференціовальної ланок дробового порядку за їх представлення моделями показаних на рис. 2.49 і 2.50 у порівнянні з моделлю, отриманою за перетворенням Лапласа як еталонною, наведені в табл. 2.8.

Результати оцінки точності апроксимації інтегрувальної та диференціовальної ланок дробового порядку за різного їх представлення

| ПФ<br>ланки | Представлення моделей ланок |                      |                   |                      |                      |                      |                          |                      |                |                      |                |                      |
|-------------|-----------------------------|----------------------|-------------------|----------------------|----------------------|----------------------|--------------------------|----------------------|----------------|----------------------|----------------|----------------------|
|             | NINTEGER                    |                      | Рімана            |                      | Рімана-<br>Ліувілля  |                      | Грюнвальда<br>-Летнікова |                      | Оусталоупа     |                      |                |                      |
|             |                             |                      |                   |                      |                      |                      |                          |                      | N=3            |                      | N''=3 (мод)    |                      |
|             | $\sigma_{\Pi}$              | $\delta_{\Pi},$<br>% | $\sigma_{\Pi}$    | $\delta_{\Pi},$<br>% | $\sigma_{\Pi}$       | $\delta_{\Pi},$<br>% | $\sigma_{\Pi}$           | $\delta_{\Pi},$<br>% | $\sigma_{\Pi}$ | $\delta_{\Pi},$<br>% | $\sigma_{\Pi}$ | $\delta_{\Pi},$<br>% |
| $s^{-0,5}$  | 0,00648                     | 0,5731               | $8 \cdot 10^{-8}$ | $7,1 \cdot 10^{-6}$  | -                    | -                    | 0,00572                  | 0,506                | 0,00699        | 0,6201               | 0,008773       | 0,778                |
| $s^{0,5}$   | 0,3147                      | -                    | -                 | -                    | $1,57 \cdot 10^{-7}$ | -                    | 0,07094                  | -                    | 0,3135         | -                    | -              | -                    |

Очевидно похибки з степенем  $10^{-8}$ - $10^{-6}$  є зневажливо малими, тобто практично рівні 0.

З метою пошуку раціонального варіанту моделей для реалізації цифрових інтегрувального і диференціовального регуляторів дробового порядку, було також проведено дослідження їх динамічних властивостей за використання представлень: Рімана, Рімана-Ліувілля і Грюнвальда-Летнікова, а також отримання оцінок точності співпадання їх перехідних функцій з перехідними функціями, отриманими за використання перетворення Лапласа (моделі (2.31),(2.33) [97].

На основі розроблених програм для розрахунку перехідних функцій для інтегрувального регулятора дробового порядку в представленні Рімана [132]

$${}_a D_t^{-\alpha} f(t) = \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \int_a^t (t-\tau)^{\alpha-1} f(\tau) dt + C(t), \quad (2.35)$$

і диференціовального регулятора дробового порядку в представленні Рімана-Ліувілля [132]

$${}_a D_t^{\alpha} f(t) = \frac{1}{\Gamma(n-\alpha)} \left(\frac{d}{dt}\right)^n \int_a^t \frac{f(\tau) d\tau}{(t-\tau)^{\alpha-n+1}}, \quad (2.36)$$

у пакеті Mathcad проведені розрахунки їх перехідних функцій, які виявили наступні проблеми:

- права межа інтегрування для виразів (2.35) і (2.36) дає ділення на «0»;
- розрахунок кожної наступної точки перехідного процесу інтегральної дробової ланки вимагає наявності всіх попередніх значень підінтегрованої функції (вхідного сигналу процесу) починаючи з 0, тому кожна наступна точка вимагає більшого об'єму обчислень і, тим самим, зростає завантаження процесора.

Розрахунок перехідних функцій інтегрального в представленні Рімана і диференціювального регулятора дробового порядку Рімана-Ліувілля наведено в Додатку А.7 і Додатку А.8, відповідно.

У статті [133] показано, що перетворення Рімана-Ліувілля (2.36) є узагальненням на нецілі порядки інтегральної форми Коші.

Аналіз виразів Рімана (2.35) і Рімана-Ліувілля (2.36) показує, що, на відміну від формул числового диференціювання цілого порядку, для дробових порядків спостерігається так званий ефект «пам'яті» попередніх значень функції. Для розрахунку поточного значення функції необхідно пам'ятати значення функції у всі попередні моменти часу.

Тривалість розрахунку перехідного процесу інтегрованої регулятора за моделлю Рімана і диференціювального регулятора дробового порядку за моделлю Рімана-Ліувілля залежить від кроку інтегрування та потужності контролера.

Перехідні функції інтегрованої регулятора дробового порядку з ПФ  $s^{-0,5}$  у представленні Рімана і диференціювального регулятора дробового порядку з ПФ  $s^{0,5}$  у представленні Рімана-Ліувілля показані на рис. 2.51 і рис. 2.52 (крива 2). Для порівняння на рис. 2.51 і рис. 2.52 (криві 1), відповідно, наведені також перехідні функції, отримані за використання зворотного перетворення Лапласа, які вважаємо еталонними.

У літературних джерелах, присвячених реалізації регуляторів дробового порядку, є посилання до моделі інтегро-диференціального регулятора дробового

порядку з ПФ  $s^{\pm\alpha}$  у представленні Грюнвальда-Летнікова [132]:

$${}_a D_t^\alpha f(t) = \lim_{h \rightarrow 0} h^{-\alpha} \sum_{j=0}^{\left[ \frac{t-a}{h} \right]} (-1)^j \frac{\Gamma(\alpha+1) f(t-jh)}{\Gamma(j+1)\Gamma(\alpha-j+1)}. \quad (2.34)$$

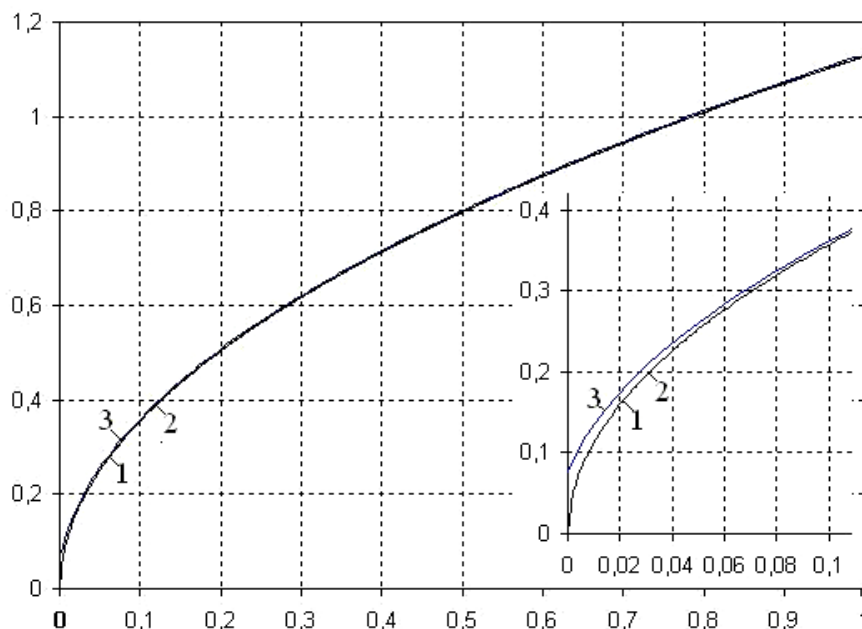


Рис. 2.51. Перехідні функції інтегрувальної ланки дробового порядку з ПФ  $s^{-0.5}$ , отримані за використання перетворення Лапласа (крива 1), Рімана (крива 2) і Грюнвальда-Летнікова (крива 3)

Перевагами такого представлення [132] є:

- формула проста у використанні, тому що записана на основі скінченної суми, а не інтегралу;
- модель за представлення інтегрувально-диференціувальних регуляторів формулою Грюнвальда-Летнікова забезпечує вищу, порівняно з наведеними вище моделями, швидкість обчислень;
- для представлення інтегрувального чи диференціувального регулятора дробового порядку використовується одна і та ж формула, змінюється лише знак дробового порядку («+» для диференціатора, «-» для інтегратора).

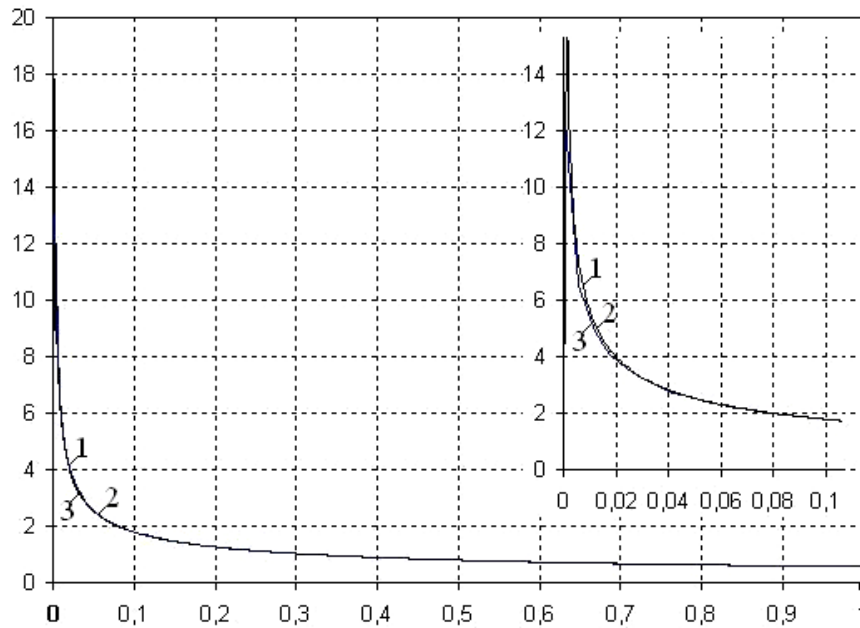


Рис. 2.52. Перехідні функції диференціувальної ланки дробового порядку з ПФ  $s^{-0.5}$ , отримані за використання перетворення Лапласа (крива 1), Рімана-Ліувілля (крива 2) і Грюнвальда-Летнікова (крива 3)

Основним недоліком цієї моделі є те, що розрахунок перехідного процесу інтегрувального чи диференціувального регулятора дробового порядку ускладнюється наявністю у формулі гамма-функцій, намагання збільшення точності визначення яких збільшує час розрахунку перехідного процесу.

Перехідні функції інтегрувального з ПФ  $s^{-0.5}$  і диференціувального з ПФ  $s^{0.5}$  регуляторів дробового порядку, що розраховані в пакеті Mathcad у представленні Грюнвальда-Летнікова, показані на рис. 2.51 і рис. 2.52 (криві 3), відповідно. У перехідній функції інтегрального регулятора рис. 2.51 (крива 3) як і у випадку перетворення Оусталоупа (2.24) є скачок, який не властивий інтегральній ланці, тобто є її неточність представлення на початковій ділянці.

Розрахунок перехідних функцій інтегрувального і диференціувального регулятора наведено в Додатку А.9.

Результати оцінки точності апроксимації моделей інтегрувального на основі інтеграла Рімана та диференціувального на основі диференціала Рімана-Ліувілля а також інтегрувального та диференціувального регуляторів дробового порядку в представленні Грюнвальда-Летнікова у порівнянні з моделлю, отриманою за

перетворенням Лапласа, як еталонною, наведені в табл. 2.8.

Аналіз проведених досліджень дозволяє розробити такі рекомендації щодо реалізації інтегрально-диференціальних регуляторів дробового порядку:

- з аналізу отриманих результатів різних підходів для представлення дробових інтегрувальної і диференціувальної ланок у пакеті Mathcad впливає, що за еталон для порівняння їх перехідних функцій доцільно брати такі, що отримані за використання перетворення Лапласа, а найвищу ступінь співпадання з еталонними для інтегрувального регулятора дробового порядку забезпечує перетворення на основі представлення Рімана (середньоквадратичне відхилення перехідної функції складає  $\sigma_{\Pi} = 8 \cdot 10^{-8}$  або  $\delta_{\Pi} = 7,1 \cdot 10^{-6} \%$  до усталеного значення при  $t=1c$ ), а для диференціувального регулятора дробового порядку – Рімана-Ліувілля (середньоквадратичне відхилення перехідної функції складає  $\sigma_{\Pi} = 1,57 \cdot 10^{-7}$ );

- моделі інтегрувального та диференціувального регуляторів дробового порядку на основі перетворення Грюнвальда-Летнікова мають вищу швидкодію порівняно з моделями Рімана і Рімана-Ліувілля, простішу реалізацію, проте поступаються їм у точності;

- як впливає з досліджень, основним критерієм вибору підходу до реалізації інтегрувально-диференціальних регуляторів дробового порядку за використання мікроконтролера є співвідношення точність-простота реалізації. Найбільш перспективними для реалізації регуляторів є моделі, побудовані на основі перетворення Оусталоупа, які забезпечують значно вищу швидкодію порівняно з моделями Грюнвальда-Летнікова, лише незначно поступаються їм у точності, хоча це компенсується простотою обчислювальної процедури.

## 2.4 Висновки до розділу 2

1. МРЧ є ефективним засобом апроксимації передавальних функцій ланок електромеханічних систем дробовими моделями з трьома або п'ятьма змінними параметрами які мають високу ступінь адекватності – відносно



середньоквадратичне відхилення перехідної функції або ЛАЧХ апроксимуючих моделей від розрахункових не перевищує 3,5%.

2. Варіація параметрів МРЧ, особливо кількості точок апроксимації призводить до суттєвого зростання машинного часу для здійснення апроксимації, але не суттєво впливає на зниження похибки  $\delta_n$  з 4,05% до 3,37 %, тому параметр  $n$  рекомендується вибирати з розрахунку: мінімум 100 точок на 1 секунду перехідної функції.

3. Для отримання задовільної похибки апроксимації необхідно враховувати тривалість перехідного процесу. За умови найбільшої тривалості динамічних процесів дробова ПФ буде найкраще відображати ці процеси заданої цілочисельної ПФ, але з іншого боку збільшення такої тривалості тягне за собою зростання тривалості обчислювальних процесів і тим самим значно ускладнюється дана процедура в режимі реального часу.

4. Аналіз результатів апроксимації перехідних функцій біноміальної форми і форми Баттерворта вище першого порядку показав перевагу використання дробової ланки, у якій характеристичний поліном має тільки дві складові з оператором  $s$  в різних дробових степенях і вільний член, яка забезпечує високу точність збігу за перехідними функціями і достатню – за частотними характеристиками.

5. Застосування запропонованого підходу до апроксимації на основі МРЧ дає можливість реалізувати режим ідентифікації об'єкта керування ЕМС і, відповідно, реалізувати самоналагоджувальну САК виробничими механізмами на базі сучасних дробових контролерів.

6. З отриманих ЛАЧХ і ЛФЧХ, а також перехідних функцій впливає, що дробові моделі диференціальної та інтегральної ланок  $s^{\pm\alpha}$ , отримані за використання перетворення Оусталоупа вище першого порядку ( $N \geq 2$ ), забезпечують достатню точність для практичної апроксимації поліномів цілого порядку.

7. Запропоновану модифікацію методу Оусталоупа, у якій порядок поліному чисельника зменшений на одиницю, можна рекомендувати для практичної

реалізації лише аналогових  $\text{PI}^\lambda$ -регуляторів дробового порядку, а дробові  $\text{PI}^\lambda\text{D}^\mu$ -регулятори необхідно реалізовувати як цифрові за використання сучасних мікроконтролерів.

8. З аналізу отриманих результатів різних підходів для представлення дробових інтегровальної і диференціувальної ланок впливає, що за еталон для порівняння їх перехідних функцій доцільно брати такі, що отримані за використання перетворення Лапласа, а найвищу ступінь співпадання з еталонними для інтегровального регулятора дробового порядку забезпечує перетворення на основі представлення Рімана (середньоквадратичне відхилення перехідної функції складає  $\sigma_{\text{п}}=8\cdot 10^{-8}$  або  $\delta_{\text{п}}=7,1\cdot 10^{-6}\%$  до усталеного значення при  $t=1\text{с}$ ), а для диференціувального регулятора дробового порядку – Рімана-Ліувілля (середньоквадратичне відхилення перехідної функції складає  $\sigma_{\text{п}}=1,57\cdot 10^{-7}$ ).

9. Моделі інтегровального та диференціувального регуляторів дробового порядку на основі перетворення Грюнвальда-Летнікова мають вищу швидкодію порівняно з моделями Рімана і Рімана-Ліувілля, простішу реалізацію, проте поступаються їм у точності.

10. Як впливає з досліджень, основним критерієм вибору підходу до реалізації інтегровально-диференціувальних регуляторів дробового порядку за використання мікроконтролера є співвідношення точність-простота реалізації. Найперспективнішими для реалізації регуляторів є моделі, побудовані на основі перетворення Оусталоупа, які забезпечують значно вищу швидкодію порівняно з моделями Грюнвальда-Летнікова, лише незначно поступаються їм у точності, хоча це компенсується простотою обчислювальної процедури.

## РОЗДІЛ 3

### МЕТОДИ СИНТЕЗУ РЕГУЛЯТОРІВ ДРОБОВОГО ПОРЯДКУ ДЛЯ ЕЛЕКТРОМЕХАНІЧНИХ СИСТЕМ

#### **3.1 Аналіз існуючих методів параметричного синтезу регуляторів координат електромеханічних систем, які описуються ПФ дробового порядку**

Розроблені методи параметричного синтезу регуляторів координат ЕМС класифікують на точні й наближені, пошукові й без пошукові, для використання безпосередньо на діючому об'єкті й такі, що можна застосовувати тільки в лабораторних умовах [134].

Однією з тенденцій розвитку ЕМС є їх комп'ютеризація, що суттєво впливає на вибір методу синтезу. У сучасних ЕМС, зокрема з регульованими електроприводами, передбачені програмовані логічні контролери, за допомогою яких є можливість реалізувати певні «функціональні опції», у тому числі й замкнену САК з керуванням за різними параметрами, у тому числі й технологічними. Крім цього, за використання таких контролерів через порти RS232 і RS485 може бути реалізоване комп'ютерне керування ЕМС. Перспективним напрямком розроблення є реалізація опції самоналагодження параметрів ЕМС. За такого підходу очевидні переваги мають наближені адаптивні online методи [134,135,136] і, зокрема, такі, які використовують перехідну функцію (перехідний процес) системи, отриману безпосередньо на об'єкті.

Синтез лінійних та лінеаризованих САК, як правило, здійснюється за використання диференціальних рівнянь цілого порядку або їх операторного представлення – ПФ. Як показано в публікаціях останніх років, такі системи є частковим випадком більш загального їх представлення за допомогою ПФ дробового порядку [111], і тому системи керування з регуляторами дробового порядку будуть поширюватися, доповнюючи існуючі схеми керування цілого

порядку. Це пов'язано з поширенням теорії фракталів, тобто опису природних явищ і технологічних процесів, які впливають на моделі об'єктів керування, зокрема в ЕМС. Серед різноманітних ЕМС можуть бути системи, у яких об'єкти керування описуються різного типу характеристичними поліномами дробового порядку, отриманими, зокрема, у результаті їх ідентифікації (апроксимації). У цьому випадку виникає задача структурно-параметричного синтезу, тобто вибір структури і параметрів регулятора з врахуванням особливостей моделі об'єкта керування. Вирішення цієї проблеми для ЕМС, у яких об'єкти керування описуються різного типу характеристичними поліномами дробового порядку, у відомих літературних джерелах практично відсутнє.

За результатом синтезу різноманітних систем, що описуються ПФ дробового порядку, отримуються відповідні регулятори дробового порядку. Інтерес літературних джерел до регуляторів дробового порядку, зокрема  $\text{ПІ}^\lambda \text{Д}^\mu$  з ПФ

$$W_p(s) = K_p + \frac{1}{T_i s^\lambda} + T_d s^\mu, \quad (3.1)$$

виправданий, оскільки інтегральна (І) та диференціальна (Д) дробові складові регулятора (3.1) дають ширші можливості при синтезі контурів САК. Але одночасно пошук вектора  $[K_p, T_i, T_d, \lambda, \mu]$  з метою оптимізації рішення даного процесу вимагає дослідження в п'яти-мірному просторі, тобто за використання такої структури регулятора потрібно налаштувати п'ять параметрів, на два параметри більше, ніж у випадку звичайного ПІД-регулятора, коли  $\lambda = 1$  і  $\mu = 1$ , що розширює його функціональні можливості при оптимізації контурів ЕМС порівняно з регуляторами цілого порядку. Тому забезпечується краща гнучкість у налагодженні та якість динамічних характеристик і, відповідно, є можливість вирішувати задачі синтезу ЕМС з більш складними вимогами, зокрема робастного синтезу. Проте, як показали дослідження, у процесі структурно-параметричного синтезу можливі й інші структури регуляторів:  $\text{ПІ}^\lambda$ ,  $\text{ПІ}^{\lambda_1} \text{І}^{\lambda_2}$  тощо. Однак очевидно, що при моделюванні дробового регулятора в часовій області, буде необхідно

обмежити частотний діапазон його дробового ефекту, тобто використання діапазону високих і низьких частот.

Вкажемо на ряд підходів до параметричного синтезу систем, що описуються ПФ дробового порядку. В [5] синтез регуляторів для таких систем запропоновано здійснювати на основі забезпечення заданих параметрів ЛАЧХ і ЛФЧХ характеристик. В [113] оптимізація вибору параметрів ПІ<sup>λ</sup>Д<sup>μ</sup>-регулятора дробового порядку базується на основі контролю параметрів запасу ЛАЧХ і ЛФЧХ за амплітудою та фазою згідно мінімального критерію ISE, розробленого за допомогою диференціального еволюційного алгоритму, але такий підхід складний для використання в режимі online.

У роботі [133] показано можливість розв'язувати задачу синтезу систем дробового порядку також у частотній області за використання інтегральних перетворень Фур'є. У відповідності з прямим перетворенням Фур'є, за аналогією з перетворенням Лапласа легко отримати вираз для комплексної частотної характеристики дробового порядку шляхом заміни оператора  $s$  на  $\omega$

$$W(\omega) = \frac{Y(\omega)}{X(\omega)} = \frac{b_n(j\omega)^{\beta_n} + b_{n-1}(j\omega)^{\beta_{n-1}} + \dots + b_0(j\omega)^{\beta_0}}{a_n(j\omega)^{\alpha_n} + a_{n-1}(j\omega)^{\alpha_{n-1}} + \dots + a_0(j\omega)^{\alpha_0}}. \quad (3.2)$$

У результаті всі дослідження з математичними моделями дробового порядку можна проводити в частотній області з подальшим переходом у часову область за використання зворотного перетворення Фур'є виду

$$y(t) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\omega_c} \frac{\sin(\omega t) \cdot \operatorname{Re}(W(\omega))}{\omega} d\omega, \quad (3.3)$$

де  $\operatorname{Re}(W(\omega))$  - дійсна частина КЧХ (комплексна частотна характеристика) системи;  $\omega_c$  - частота зрізу, яка визначає робочий діапазон частот.

У низці робіт автори пропонують підхід до налагодження ЕМС з дробовими регуляторами, враховуючи попередні дослідження впливу похідної та інтеграла нецілого порядку та рекомендації щодо розроблення більш ефективних

контролерів, що будуть використовуватися в моделях реального часу. Деякі з цих підходів побудовані на основі розширення теорії класичного ПД-регулювання. Як відзначено в [112,137], розширення диференціювання й інтегрування від цілого числа до дробових чисел забезпечує більш гнучку стратегію налагодження і полегшує досягнення бажаної якості керування порівняно з класичними регуляторами, але в роботі відсутній алгоритм (послідовність) процедури налагодження.

Кожен з підходів, наведених вище, складний для використання, зокрема в режимі online, що пов'язано з:

- складністю розрахунку параметрів регулятора;
- необхідності використання комп'ютера тощо.

Синтез ЕМС за виконання певних умов стійкості, якості, робастності і нечутливості до збурень з певною смугою частот вимагає вибирати певні раціональні налагодження параметрів дробового регулятора, які дають змогу враховувати ці умови. Найбільш ефективними підходами щодо пошуку оптимальних або субоптимальних розв'язків багатовимірних функцій мети є, на нашу думку, еволюційні методи: рою частинок і генетичного алгоритму, які відносяться до online методів, і їх можна застосувати для побудови самоналагоджувальних систем. Алгоритми МРЧ [68,138] і ГА [139] знайшли подальший розвиток у роботах автора і застосування в задачах аналізу та синтезу ЕМС [57,120,127]. Щодо розв'язку задач синтезу, то новизною нашого підходу є пропозиція застосовувати як еталонні бажані дробові форми характеристичних поліномів [56,140]. З метою отримати бажану якість динамічної характеристики оптимізованого контуру, бажані дробові форми характеристичних поліномів і їх перехідні функції запропоновано застосовувати на стадіях структурного і параметричного синтезу.

### **3.2 Бажані дробові форми як еталонні для налагодження контурів ЕМС**

В [140] нами запропоновано застосовувати бажані форми дробового

характеристичного рівняння – форму №1 і форму №2, як еталонні при оптимізації контурів САК. Такий підхід придатний як для оптимізації ЕМС, які описуються моделями дробового порядку, так і традиційними за використання лише регуляторів дробового порядку. Нижче наведені деякі з отриманих результатів, які можна рекомендувати для практичного використання при структурному і параметричному синтезі ЕМС.

З літературних джерел відомо про існування фільтрів Баттерворта дробових порядків [141], які застосовуються як аперіодичні ланки-фільтри в електричних колах. Розглянемо можливість застосування дробових варіантів бажаних форм характеристичного рівняння: форми №1 і форми №2 як еталонних при оптимізації контурів САК. Бажана форма дробового порядку №1 представлена ланкою САК з ПФ

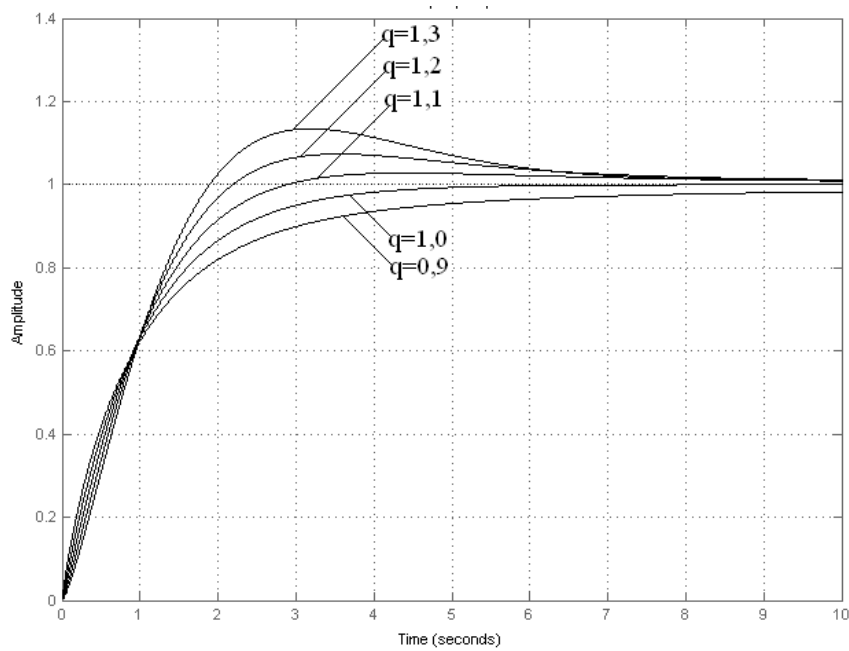
$$W_{\text{ст.1}}(s) = \frac{\omega_{\text{oc}}}{s^q + \omega_{\text{oc}}}, \quad (3.4)$$

де  $\omega_{\text{oc}}$  – бажана частота зрізу, яка визначає її швидкодію;

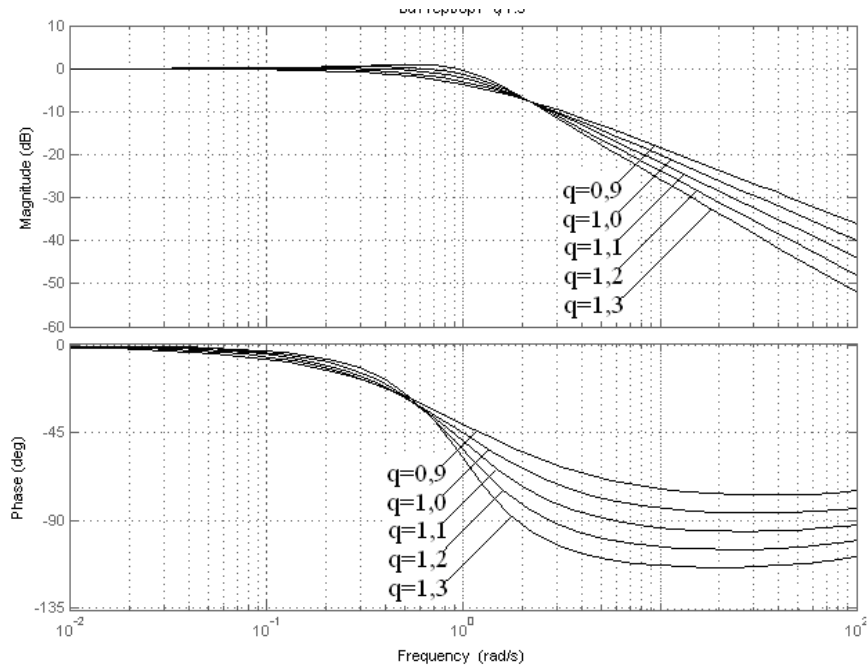
$q$  – дробове число.

У випадку  $q = 1$  отримаємо звичайну стандартну форму Баттерворта чи біноміальну першого порядку.

В [140] нами отримані перехідні функції, а також ЛАЧХ і ЛФЧХ характеристики, які відповідають бажаній формі №1 дробового порядку  $H_{\text{ст.1}}(s) = s^q + \omega_{\text{oc}}$  для  $q = 0,1 \div 1,9$ , якщо  $\omega_{\text{oc}} = 1; 10; 100 \text{ с}^{-1}$ . На рис. 3.1 - 3.3, а, б наведені перехідні функції, ЛАЧХ і ЛФЧХ частини цих досліджень для  $\omega_{\text{oc}} = 1; 10; 100 \text{ с}^{-1}$ , а, відповідно, у табл. 3.1 наведені параметри цих перехідних функцій і налаштувань, які їх забезпечують, і можуть бути рекомендовані як бажані для вибору бажаних динамічних характеристик ЕМС.



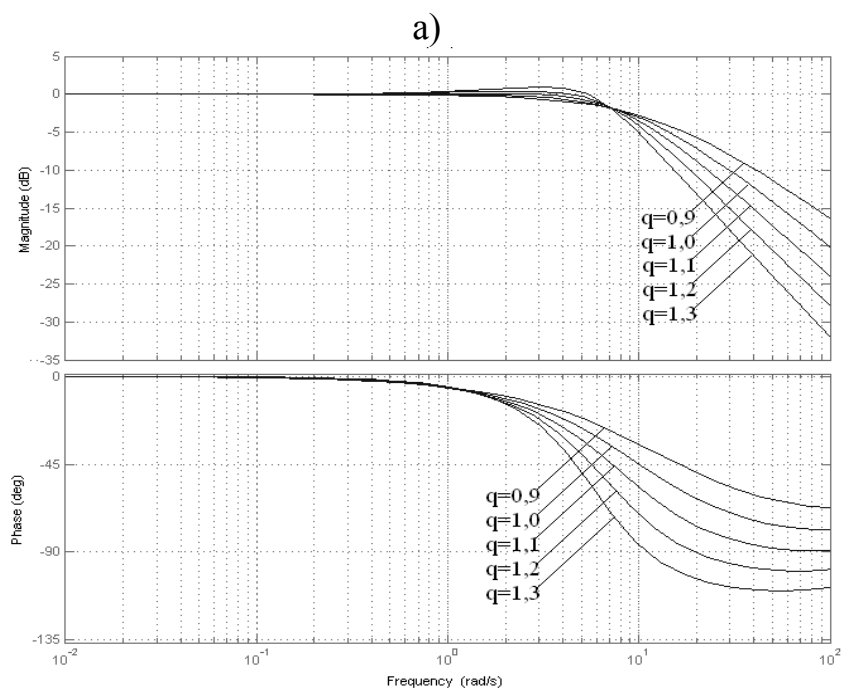
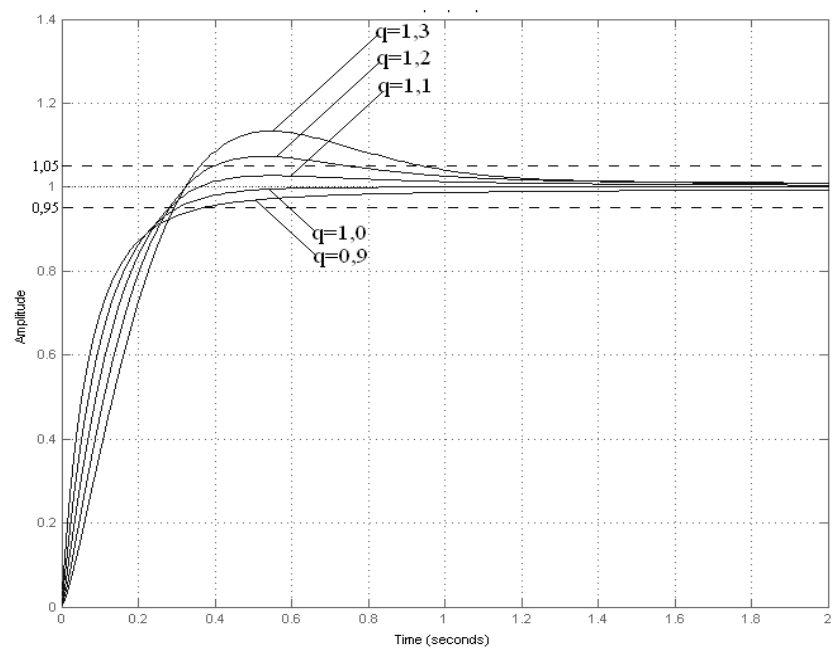
a)



б)

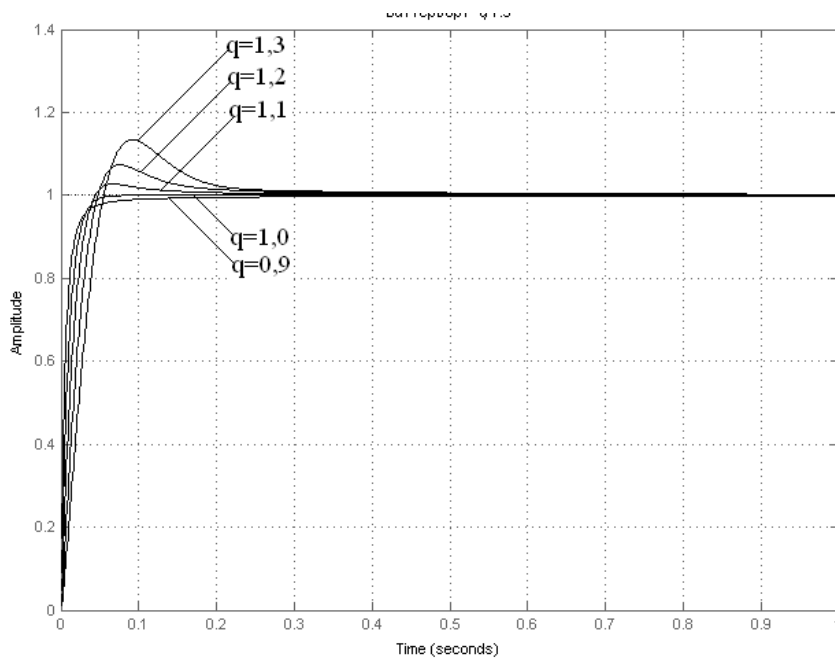
Рис. 3.1. Перехідні функції – (а), ЛАЧХ і ЛФЧХ – (б), які відповідають  $H_{ст.1}(s)$  для  $q = 0,9 \div 1,3$ , якщо  $\omega_{oc} = 1 \text{ с}^{-1}$



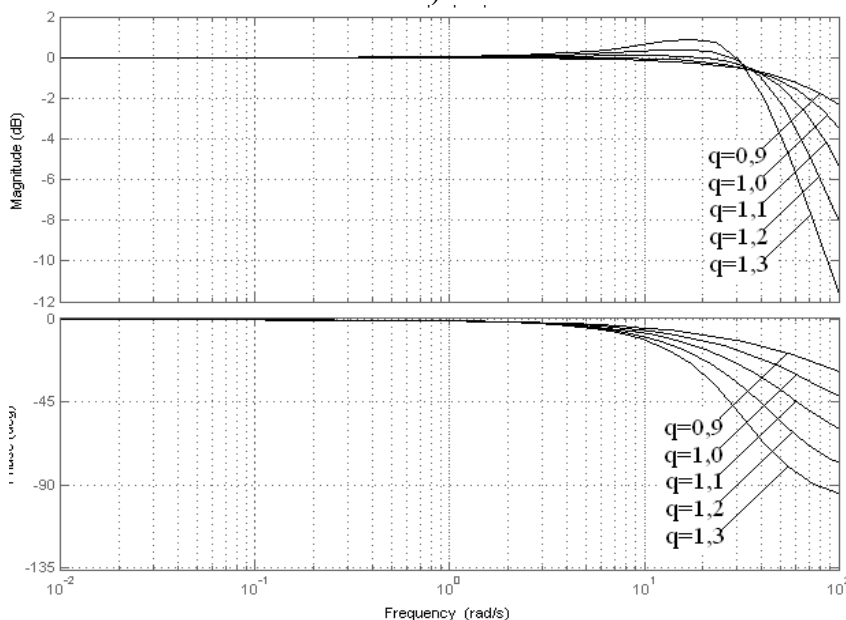


б)

Рис. 3.2. Перехідні функції – (а), ЛАЧХ і ЛФЧХ – (б), які відповідають  $H_{ст.1}(s)$  для  $q = 0,9 \div 1,3$ , якщо  $\omega_{oc} = 10 \text{ c}^{-1}$



а)



б)

Рис. 3.3. Перехідні функції – (а), ЛАЧХ і ЛФЧХ – (б), які відповідають  $H_{ст.1}(s)$  для  $q = 0.9 \div 1.3$ , якщо  $\omega_{oc} = 100 \text{ c}^{-1}$

Параметри рекомендованих налаштувань і перехідних функцій згідно бажаної форми дробового порядку №1 (3.4) внесені в табл. 3.1. Для порівняльного аналізу в таблиці внесені наступні параметри перехідних функцій:  $\delta$  – перегулювання,  $t_{0,95}$  – час першого досягнення усталеного значення,  $t_{пер}$  – час останнього входження в 5% зону (для перехідного процесу з перегулюванням).

Таблиця 3.1

Параметри перехідних функцій бажаної форми дробового порядку №1

$$W_{ст.1}(s) = \frac{\omega_{oc}}{s^q + \omega_{oc}}$$

| $\omega_{oc} = 1 \text{ c}^{-1}$ |     |              |        |                     |
|----------------------------------|-----|--------------|--------|---------------------|
| №                                | q   | $\delta, \%$ | t, c   | $t_{пер}, \text{c}$ |
| 1                                | 0,9 | 0            | 4,747  | 4,747               |
| 2                                | 1,0 | 0            | 3,014  | 3,014               |
| 3                                | 1,1 | 2,7          | 2,272  | 2,272               |
| 4                                | 1,2 | 7,3          | 1,9136 | 5,0925              |
| 5                                | 1,3 | 13,4         | 1,7217 | 5,53                |
| 6                                | 1,4 | 20,88        | 1,613  | 5,388               |
| 7                                | 1,5 | 29,77        | 1,5503 | 5,132               |
| 8                                | 1,6 | 40,15        | 1,517  | 7,435               |
| 9                                | 1,7 | 52,12        | 1,502  | 10,59               |

| $\omega_{oc} = 10 \text{ c}^{-1}$ |     |              |       |                     |
|-----------------------------------|-----|--------------|-------|---------------------|
| №                                 | q   | $\delta, \%$ | t, c  | $t_{пер}, \text{c}$ |
| 1                                 | 0,9 | 0            | 0,365 | 0,365               |
| 2                                 | 1,0 | 0            | 0,3   | 0,3                 |
| 3                                 | 1,1 | 2,7          | 0,28  | 0,28                |
| 4                                 | 1,2 | 7,3          | 0,28  | 0,75                |
| 5                                 | 1,3 | 13,3         | 0,29  | 0,94                |
| 6                                 | 1,4 | 20,7         | 0,3   | 1,04                |
| 7                                 | 1,5 | 29,5         | 0,33  | 1,11                |
| 8                                 | 1,6 | 40,0         | 0,36  | 1,77                |
| 9                                 | 1,7 | 51,7         | 0,385 | 2,73                |

| $\omega_{oc} = 100 \text{ c}^{-1}$ |     |              |        |                     |
|------------------------------------|-----|--------------|--------|---------------------|
| №                                  | q   | $\delta, \%$ | t, c   | $t_{per}, \text{c}$ |
| 1                                  | 0,9 | 0            | 0,0283 | 0,0283              |
| 2                                  | 1,0 | 0            | 0,0319 | 0,0319              |
| 3                                  | 1,1 | 2,5          | 0,0361 | 0,0361              |
| 4                                  | 1,2 | 6,76         | 0,0424 | 0,1106              |
| 5                                  | 1,3 | 11,52        | 0,0506 | 0,1628              |
| 6                                  | 1,4 | 19,69        | 0,0713 | 0,2039              |
| 7                                  | 1,5 | 28,29        | 0,0721 | 0,2409              |
| 8                                  | 1,6 | 38,39        | 0,0851 | 0,4143              |
| 9                                  | 1,7 | 50,07        | 0,0996 | 0,7005              |

Розглянемо можливість застосування ще однієї з бажаних дробових варіантів форм характеристичного рівняння – форми №2 як еталонної при оптимізації контурів САК, у яких бажаним є перехідний процес без перерегулювання (монотонний).

Бажана форма дробового порядку №2 представлена виразом

$$W_{ст.2}(s) = \frac{\omega_{oc}}{(s + \omega_{oc})^q}, \quad (3.5)$$

де q є дробове число.

Для випадку q = 1 вираз (3.5) перетворюється в біноміальну чи Баттерворта форму першого порядку (3.6)

$$W_{ст.бін.}(s) = \frac{\omega_{oc}}{s + \omega_{oc}}. \quad (3.6)$$

Аналогічно і для q = 2, 3, 4... отримуємо відомі біноміальні форми цілого порядку, наприклад, для  $\omega_{oc} = 1$ :

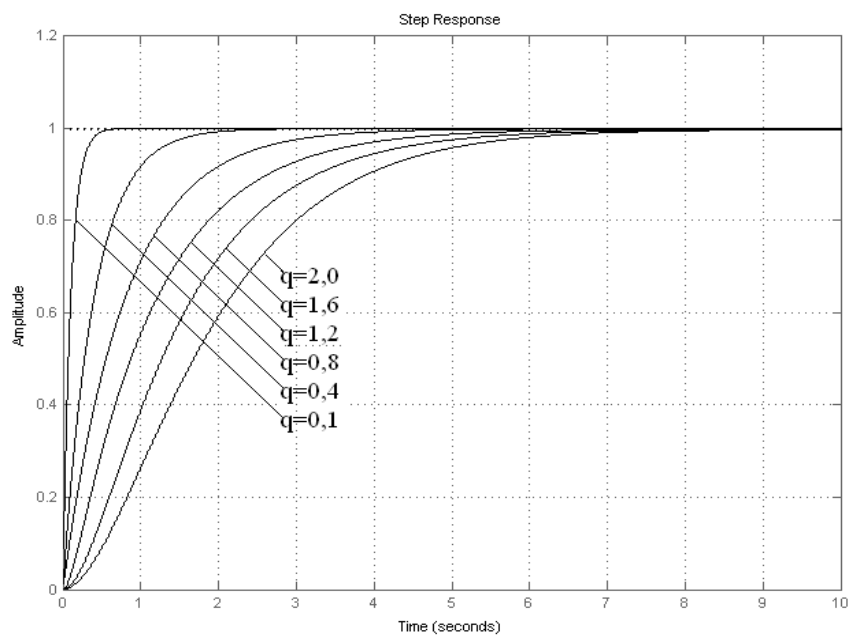
$$q=2 \quad W_{\text{ст.бін.}}(s) = \frac{1}{(s+1)^2} = \frac{1}{s^2 + 2s + 1}; \quad (3.7)$$

$$q=3 \quad W_{\text{ст.бін.}}(s) = \frac{1}{(s+1)^3} = \frac{1}{s^3 + 3s^2 + 3s + 1}; \quad (3.8)$$

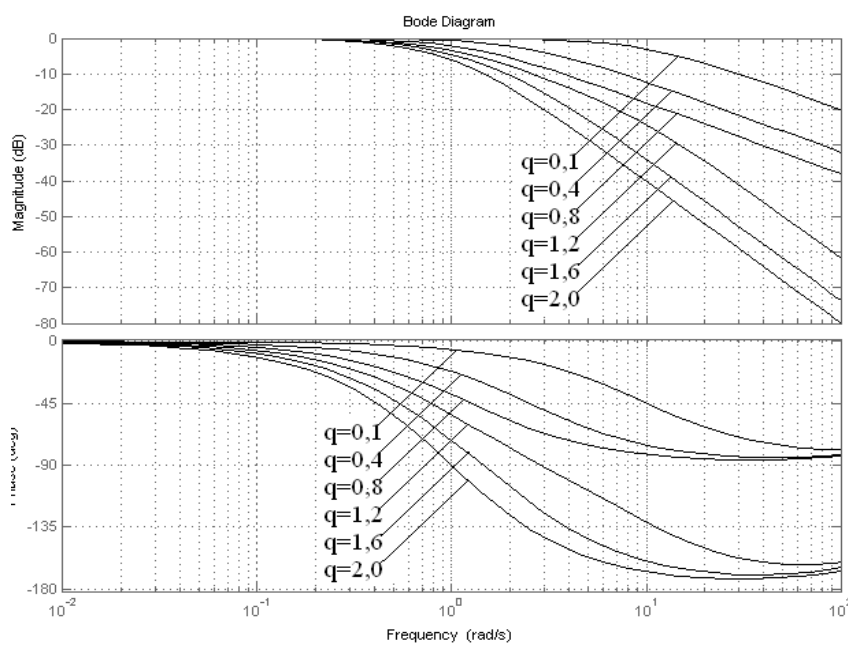
$$q=4 \quad W_{\text{ст.бін.}}(s) = \frac{1}{(s+1)^4} = \frac{1}{s^4 + 4s^3 + 6s^2 + 4s + 1}. \quad (3.9)$$

Нижче наведені результати досліджень перехідних функцій і частотних характеристик бажаної дробової форми №2, отриманих за використання перетворення Оусталоупа.

Аналогічно, як це було зроблено для бажаної форми дробового порядку №1, в [140] нами отримані перехідні функції, а також ЛАЧХ і ЛФЧХ характеристики, які відповідають бажаній дробовій формі №2  $H_{\text{ст.2}}(s) = (s + \omega_{\text{oc}})^q$  для  $q = 0,1 \div 2$  для  $\omega_{\text{oc}} = 1; 10; 100 \text{ с}^{-1}$ . На рис. 3.4 - 3.6, а, б наведені перехідні функції й ЛАЧХ і ЛФЧХ частини цих досліджень для певних значень  $q = 0,1; 0,4; 0,8; 1,2; 1,6; 2,0$  (б), якщо  $\omega_{\text{oc}} = 1; 10; 100 \text{ с}^{-1}$ , відповідно, а в табл. 3.2 наведені параметри цих перехідних функцій і налаштувань, які їх забезпечують і можуть бути рекомендовані для вибору бажаних динамічних характеристик ЕМС.

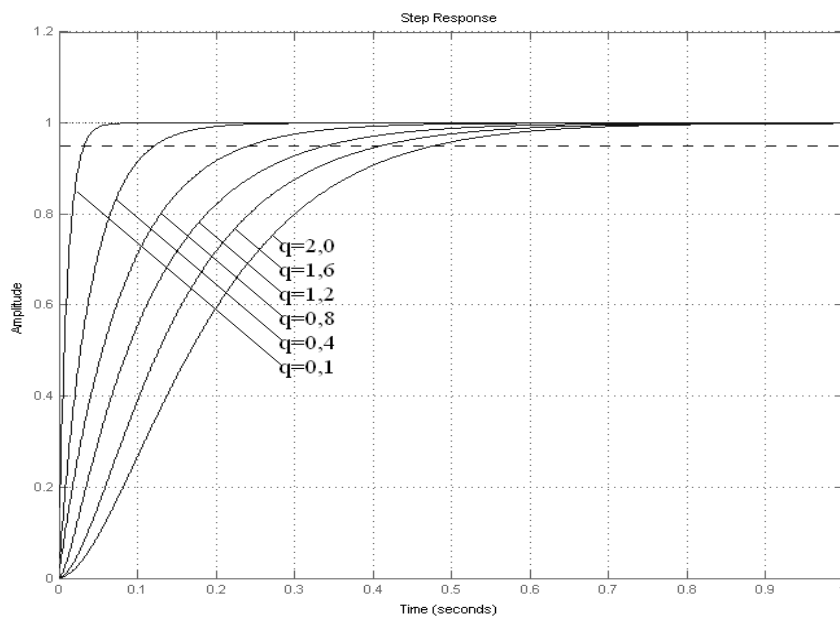


а)

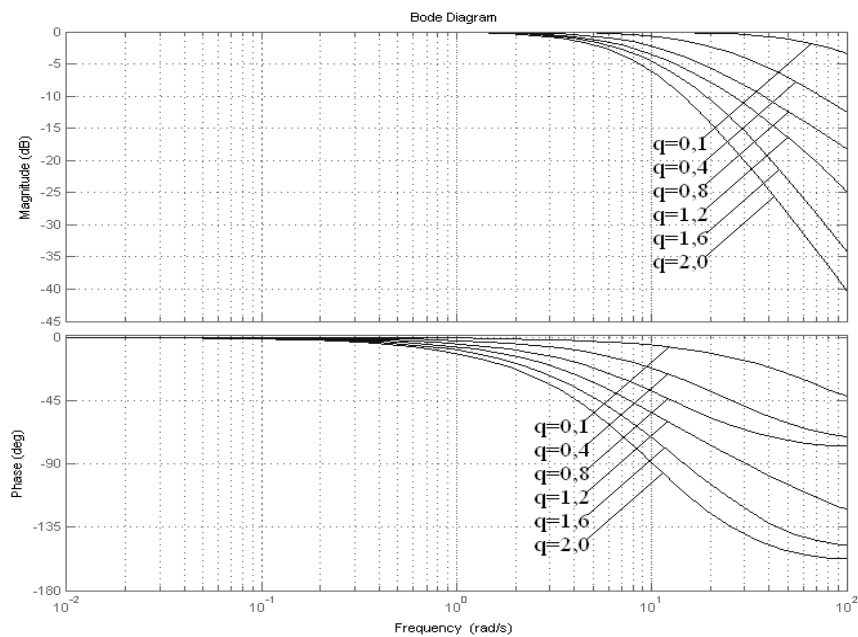


б)

Рис. 3.4. Перехідні функції – (а), ЛАЧХ і ЛФЧХ – (б), які відповідають  $H_{ст.2}(s)$  для  $q = 0,1; 0,4; 0,8; 1,2; 1,6; 2,0$  для  $\omega_{oc} = 1 \text{ c}^{-1}$

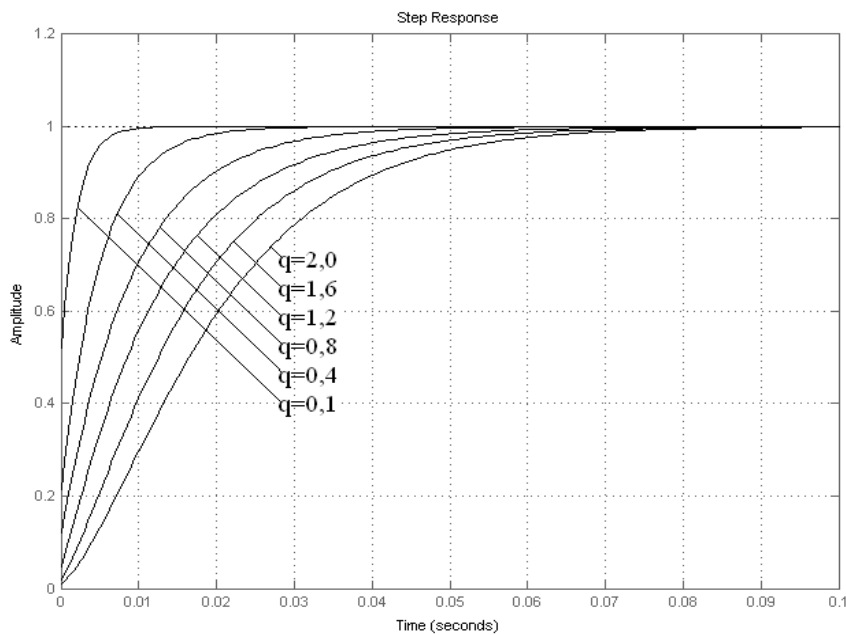


а)

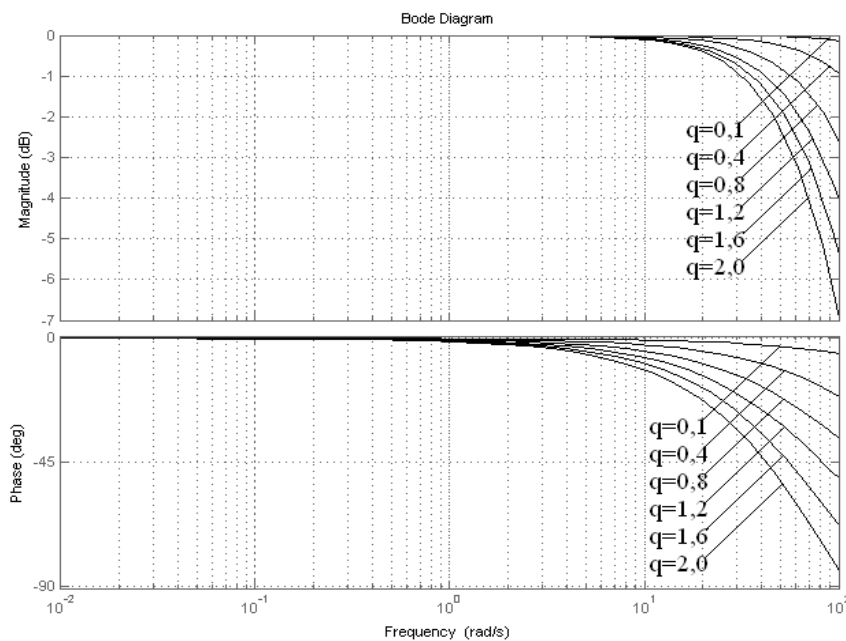


б)

Рис. 3.5. Перехідні функції – (а), ЛАЧХ і ЛФЧХ – (б), які відповідають  $H_{ст.2}(s)$  для  $q = 0,1; 0,4; 0,8; 1,2; 1,6; 2,0$  для  $\omega_{oc} = 10 \text{ c}^{-1}$



а)



б)

Рис. 3.6. Перехідні функції – (а), ЛАЧХ і ЛФЧХ – (б), які відповідають  $H_{CT}(s)$  для  $q = 0,1; 0,4; 0,8; 1,2; 1,6; 2,0$  для  $\omega_{oc} = 100 \text{ c}^{-1}$

Для оцінки швидкодії ланок бажаної форми дробового порядку №2 введено оцінку часу досягнення величини 0,95 усталеного значення перехідного процесу ( $t_{0,95}$ ) [142]. Параметри перехідних функцій бажаної форми дробового порядку №2 для  $q = 0,1 - 2,0$ , якщо  $\omega_{oc} = 1, 10, 100 \text{ c}^{-1}$  внесені в табл. 3.2.



## Параметри перехідних функцій бажаної форми дробового порядку №2

$$\frac{\omega_{oc}}{(s + \omega_{oc})^q}$$

| $\omega_{oc} = 1 \text{ c}^{-1}$ |     |              |                       |                             |
|----------------------------------|-----|--------------|-----------------------|-----------------------------|
| №                                | q   | $\delta, \%$ | $t_{0,95}, \text{ c}$ | $t_{\text{пер}}, \text{ c}$ |
| 1                                | 1,0 | 0            | 3,014                 | 3,014                       |
| 2                                | 1,1 | 0            | 3,213                 | 3,213                       |
| 3                                | 1,2 | 0            | 3,405                 | 3,405                       |
| 4                                | 1,3 | 0            | 3,591                 | 3,591                       |
| 5                                | 1,4 | 0            | 3,772                 | 3,772                       |
| 6                                | 1,5 | 0            | 3,946                 | 3,946                       |
| 7                                | 1,6 | 0            | 4,117                 | 4,117                       |
| 8                                | 1,7 | 0            | 4,285                 | 4,285                       |
| 9                                | 1,8 | 0            | 4,452                 | 4,452                       |
| 10                               | 1,9 | 0            | 4,621                 | 4,621                       |
| 11                               | 2,0 | 0            | 4,789                 | 4,789                       |

| $\omega_{oc} = 10 \text{ c}^{-1}$ |     |              |                       |                             |
|-----------------------------------|-----|--------------|-----------------------|-----------------------------|
| №                                 | q   | $\delta, \%$ | $t_{0,95}, \text{ c}$ | $t_{\text{пер}}, \text{ c}$ |
| 1                                 | 1,0 | 0            | 0,302                 | 0,302                       |
| 2                                 | 1,1 | 0            | 0,322                 | 0,322                       |
| 3                                 | 1,2 | 0            | 0,341                 | 0,341                       |
| 4                                 | 1,3 | 0            | 0,359                 | 0,359                       |
| 5                                 | 1,4 | 0            | 0,377                 | 0,377                       |
| 6                                 | 1,5 | 0            | 0,394                 | 0,394                       |
| 7                                 | 1,6 | 0            | 0,4108                | 0,4108                      |
| 8                                 | 1,7 | 0            | 0,427                 | 0,427                       |
| 9                                 | 1,8 | 0            | 0,444                 | 0,444                       |
| 10                                | 1,9 | 0            | 0,461                 | 0,461                       |
| 11                                | 2,0 | 0            | 0,478                 | 0,478                       |

| $\omega_{oc}=100 \text{ c}^{-1}$ |     |              |                       |                             |
|----------------------------------|-----|--------------|-----------------------|-----------------------------|
| №                                | q   | $\delta, \%$ | $t_{0,95}, \text{ c}$ | $t_{\text{per}}, \text{ c}$ |
| 1                                | 1,0 | 0            | 0,0319                | 0,0319                      |
| 2                                | 1,1 | 0            | 0,0339                | 0,0339                      |
| 3                                | 1,2 | 0            | 0,0358                | 0,0358                      |
| 4                                | 1,3 | 0            | 0,0377                | 0,0377                      |
| 5                                | 1,4 | 0            | 0,0396                | 0,0396                      |
| 6                                | 1,5 | 0            | 0,0413                | 0,0413                      |
| 7                                | 1,6 | 0            | 0,0432                | 0,0432                      |
| 8                                | 1,7 | 0            | 0,0449                | 0,0449                      |
| 9                                | 1,8 | 0            | 0,0467                | 0,0467                      |
| 10                               | 1,9 | 0            | 0,0484                | 0,0484                      |
| 11                               | 2,0 | 0            | 0,0507                | 0,0507                      |

| $\omega_{oc}=1 \text{ c}^{-1}$ |     |              |                       |                             |
|--------------------------------|-----|--------------|-----------------------|-----------------------------|
| №                              | q   | $\delta, \%$ | $t_{0,95}, \text{ c}$ | $t_{\text{per}}, \text{ c}$ |
| 1                              | 0,1 | 0            | 0,3018                | 0,3018                      |
| 2                              | 0,2 | 0            | 0,61                  | 0,61                        |
| 3                              | 0,3 | 0            | 0,9145                | 0,9145                      |
| 4                              | 0,4 | 0            | 1,2033                | 1,2033                      |
| 5                              | 0,5 | 0            | 1,5043                | 1,5043                      |
| 6                              | 0,6 | 0            | 1,8057                | 1,8057                      |
| 7                              | 0,7 | 0            | 2,1075                | 2,1075                      |
| 8                              | 0,8 | 0            | 2,4095                | 2,4095                      |
| 9                              | 0,9 | 0            | 2,7123                | 2,7123                      |
| 10                             | 1,0 | 0            | 3,0143                | 3,0143                      |

| $\omega_{oc} = 10 \text{ c}^{-1}$ |     |              |                       |                             |
|-----------------------------------|-----|--------------|-----------------------|-----------------------------|
| №                                 | q   | $\delta, \%$ | $t_{0,95}, \text{ c}$ | $t_{\text{пер}}, \text{ c}$ |
| 1                                 | 0,1 | 0            | 0,0319                | 0,0319                      |
| 2                                 | 0,2 | 0            | 0,0619                | 0,0619                      |
| 3                                 | 0,3 | 0            | 0,0919                | 0,0919                      |
| 4                                 | 0,4 | 0            | 0,1219                | 0,1219                      |
| 5                                 | 0,5 | 0            | 0,1519                | 0,1519                      |
| 6                                 | 0,6 | 0            | 0,1818                | 0,1818                      |
| 7                                 | 0,7 | 0            | 0,2118                | 0,2118                      |
| 8                                 | 0,8 | 0            | 0,2418                | 0,2418                      |
| 9                                 | 0,9 | 0            | 0,2718                | 0,2718                      |
| 10                                | 1,0 | 0            | 0,3018                | 0,3018                      |

| $\omega_{oc} = 100 \text{ c}^{-1}$ |     |              |                       |                             |
|------------------------------------|-----|--------------|-----------------------|-----------------------------|
| №                                  | q   | $\delta, \%$ | $t_{0,95}, \text{ c}$ | $t_{\text{пер}}, \text{ c}$ |
| 1                                  | 0,1 | 0            | 0,00463               | 0,00463                     |
| 2                                  | 0,2 | 0            | 0,00778               | 0,00778                     |
| 3                                  | 0,3 | 0            | 0,01084               | 0,01084                     |
| 4                                  | 0,4 | 0            | 0,01387               | 0,01387                     |
| 5                                  | 0,5 | 0            | 0,01688               | 0,01688                     |
| 6                                  | 0,6 | 0            | 0,01989               | 0,01989                     |
| 7                                  | 0,7 | 0            | 0,02292               | 0,02292                     |
| 8                                  | 0,8 | 0            | 0,02592               | 0,02592                     |
| 9                                  | 0,9 | 0            | 0,02892               | 0,02892                     |
| 10                                 | 1,0 | 0            | 0,03192               | 0,03192                     |

Далі був здійснений наступний крок досліджень – пошук еталонних моделей для отримання часових перехідних функцій при заданих операторних представленнях ПФ дробового порядку, зокрема форми №1 і форми №2.

У ролі таких моделей використані наступні вирази [5] знаходження імпульсної перехідної функції для форми №1

$$L^{-1} \left\{ \frac{1}{s^\alpha + a} \right\} = t^{\alpha-1} E_{\alpha, \alpha}(-at^\alpha),$$

де  $E_{\alpha, \alpha}(-at^\alpha)$  – функція Мітгаг-Леффлера [5];

і для форми №2

$$L^{-1} \left\{ \frac{1}{(s+a)^\alpha} \right\} = \frac{t^{\alpha-1}}{\Gamma(\alpha)} e^{-at}.$$

На їх основі знаходимо відповідні перехідні функції для форми №1 у вигляді

$$f_{\text{ст.1}}(t) = \int t^{\alpha-1} E_{\alpha, \alpha}(-at^\alpha) dt,$$

і для форми №2

$$f_{\text{ст.2}}(t) = \int \frac{t^{\alpha-1}}{\Gamma(\alpha)} e^{-at} dt.$$

Саме ці вирази перехідних функцій є еталонними і служать для порівняльного аналізу динамічних властивостей ЕМС дробового порядку.

Враховуючи переваги результатів, отриманих за використання перетворення Оусталоупа, які мають значно кращі функціональні можливості, було проведено оцінку ступеня розбіжності цих результатів з аналогічними результатами, отриманими за використання еталонних моделей. Для цього проведені розрахунки середньоквадратичного відхилення згідно виразів (2.7), (2.8) результатів, отриманих для найбільш вживаної бажаної дробової форми №1 ( $q = 1, 2$ ), відносно еталонних моделей і наведені в табл. 3.3. Оцінка проведена за використання 2000 точок перехідного процесу для різних частот  $\omega_{\text{oc}}$  (№ 1, 2, 3).

Оцінка середньоквадратичного відхилення результатів, отриманих за використання перетворення Оусталоупа відносно еталонної моделі для бажаної дробової форми №1

| № | q   | $\omega_{oc},$<br>с <sup>-1</sup> | $\sigma_{п},$<br>в.о. | $\delta_{п},$<br>% | Інтервал,<br>с |
|---|-----|-----------------------------------|-----------------------|--------------------|----------------|
| 1 | 1,2 | 1                                 | 0,001                 | 0,099              | 10             |
| 2 | 1,2 | 10                                | 0,00322               | 0,319              | 2              |
| 3 | 1,2 | 100                               | 0,0011                | 0,109              | 0,2            |

На основі проведеної оцінки можна стверджувати про високу ступінь співпадіння результатів за використання перетворення Оусталоупа, порівняно з результатами, отриманими за використання еталонних моделей, що підтверджує точність параметрів наведених у табл. 3.1 й табл. 3.2.

### 3.3 Застосування методу характеристичного дробового полінома для структурно-параметричного синтезу регуляторів дробового порядку

**3.3.1 Загальні положення.** Структурно-параметричний синтез ЕМС кореневими методами широко застосовує стандартні форми розподілу полюсів на комплексній площині. Динамічні характеристики будь-якої САК визначаються ПФ системи. Якщо ж синтезована САК має тільки полюси, то вигляд перехідної функції вихідної координати буде визначатися саме ними, тобто у випадку представлення ЕМС ПФ без нулів динамічні процеси в ній повністю визначаються виразом характеристичного полінома  $H(s)$ . Стосовно систем, які описуються характеристичними поліномами цілого порядку, завжди можна вибрати бажаний (стандартний) характеристичний поліном  $H_{ст}(s)$ , цілого порядку. Кількість таких  $H_{ст}(s)$ , є значною [56], але для ЕМС найчастіше вибирають стандартні біноміальні форми ( $H_{бін}(s)$ ) та стандартні форми Баттерворта ( $H_{Бат}(s)$ ) цілого порядку "n" [56,143,144,145].

Серед ЕМС можуть бути такі, у яких об'єкти керування описуються характеристичними поліномами дробового порядку  $q$  [3,55,109,114]. У цьому випадку, а також у випадку, коли в системі керування передбачається використання дробового регулятора, до синтезу ЕМС дробового порядку можна підійти аналогічно, як це робиться в кореневих методах за умови, що бажаний характеристичний поліном  $H_{\text{баж}}(s)$  дробового порядку описується якимось виразом, для котрого відомі перехідні функції. Цей характеристичний поліном запропоновано назвати бажаним, хоча він не відображає розміщення полюсів на комплексній площині [56]. Це пов'язано з тим, що значення полюсів для систем дробового порядку не є інформативними. Наприклад, виходячи з виразу  $H(s) = (s+\omega_0)^q$ , впливає, що полюс  $s_i = -\omega_0$ , тобто це те саме, що для  $q=1; 2; 3\dots$  Очевидно, що в дійсності мова йде про системи з різними динамічними властивостями, а значення полюсів в обох випадках є однаковими. У той же час, перехідні функції побудовані для обох систем, будуть різними так само, як і будуть різними їх ЛАЧХ і ЛФЧХ.

Представлення об'єктів керування ЕМС, які описуються ПФ у цілочисельній формі з нулями ПФ у дробовій формі без нулів дає «серйозний поштовх» до розроблення методу синтезу за бажаними формами характеристичного поліному дробового порядку. Нами запропоновано удосконалити метод характеристичного полінома для вибору структури і параметрів регуляторів дробового порядку за опису ЕМС моделями (2.3) або (2.4) без нуля. Тобто в цьому випадку динамічні властивості об'єкта керування визначаються лише характеристичним поліномом дробового порядку, що спрощує процедуру синтезу. Пропонується підхід до синтезу регуляторів з врахуванням особливостей об'єктів керування ЕМС за використанням бажаних форм дробового порядку – форми №1 (3.4) і форми №2 (3.5) [140], які рекомендуються у випадках, коли необхідно забезпечити задані властивості координати керування:  $\delta$  - величину перегулювання,  $t_{0,95}$  - час першого досягнення значення 95% від усталеного значення координати. Алгоритм такого підходу полягає в наступному:

1. Згідно зі заданою структурною схемою замкненого контуру визначаємо

його ПФ  $W_{kc}(s)$ .

2. Розділивши чисельник і знаменник отриманої ПФ  $W_{kc}(s)$  на чисельник, отримаємо вираз, який за структурою нагадує бажану дробову форму.

3. Вибравши як бажану дробову форму №1 (3.4) або форму №2 (3.5) та виходячи з бажаних параметрів перехідного процесу:  $(\delta, t_{0,95})$ , ставимо вимогу трансформації виразу, знайденого в п.2, у вираз ПФ вибраної бажаної форми  $W_{ct}(s)$ .

4. З умови тотожності знаменника  $W_{kc}(s)$  і  $W_{ct}(s)$  отримаємо систему рівнянь.

5. Розв'язавши систему рівнянь, отримаємо вираз для знаходження ПФ дробового регулятора  $W_p(s)$ .

Метод синтезу згідно такого алгоритму має наступні переваги:

- можливість отримати бажані перехідні характеристики, які відповідають бажаним формам дробового порядку – формі №1 (3.4) і формі №2 (3.5) й іншим стандартним формам розподілу коренів характеристичного рівняння для ЕМС з нулями ПФ;

- можливість синтезу астатичної системи керування, побудованої за принципами підпорядкованого, модального та комбінованого керування.

Нами розглянута можливість [140] застосування дробових варіантів бажаної форми характеристичного рівняння: форми №1 (3.4) і форми №2 (3.5), як еталонних при оптимізації контурів САК. Такий підхід до синтезу дає змогу знаходити структуру і параметри дробового регулятора в результаті відносно простих розрахунків. Нижче наведені деякі з отриманих результатів, які можна рекомендувати для практичного використання при налаштуванні ЕМС.

**3.3.2 Синтез регуляторів дробового порядку для ЕМС за використання бажаних дробових форм з врахуванням особливостей об'єктів керування.** Розглянемо різні варіанти синтезу дробового регулятора для ЕМС запропонованим методом [56], які обумовлені:

- особливостями об'єкта керування,
- бажанням отримати заданий характер перехідного процесу: монотонний (без перегулювання), з перегулюванням.

Розглянемо два типи об'єктів керування, яким властиві різні за характером перехідні функції: коливна і монотонна. Як один з варіантів застосування запропонованого підходу до оптимізації ЕМС розглянемо САК з об'єктом керування, запозиченим з [68,138] з ПФ

$$W(s) = \frac{1}{0,8s^{2,2} + 0,5s^{0,9} + 1} \quad (3.10)$$

На рис. 3.7 (крива 1) показано перехідну функцію об'єкта керування, яка відповідає ПФ (3.10) і характеризується високою ступінню коливності.

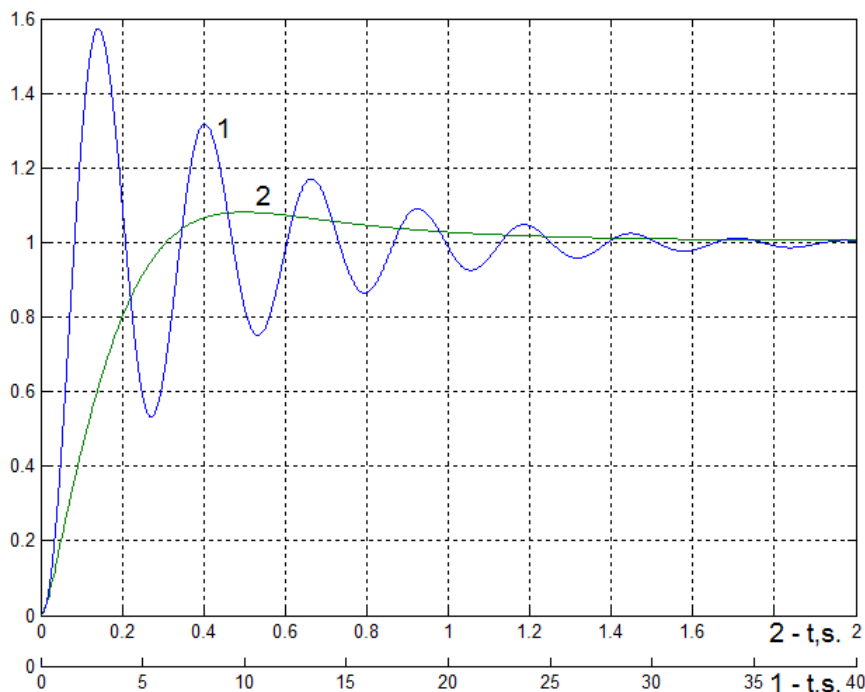


Рис. 3.7. Перехідні функції: об'єкта керування – крива 1, оптимізованого контура з ПФ (3.15) – крива 2

На рис. 3.8 показано структурну схему САК з такими об'єктами керування  $W_H(s)$ , дробовим регулятором  $W_P(s)$  і зворотним зв'язком з коефіцієнтом  $K_{33}$ .



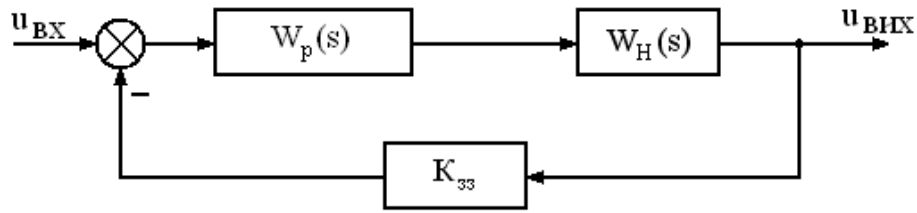


Рис. 3.8. Структурна схема САК

Проведемо синтез регулятора для цього контуру САК запропонованим методом згідно алгоритму, наведеного вище, якщо задано умову забезпечити, наприклад, перехідний процес, який близький до так званого технічного оптимуму (ТО) (перегулювання менше 10%).

Згідно з структурною схемою на рис. 3.8, ПФ замкненого контуру САК  $W_k(s)$  має вигляд

$$W_k(s) = \frac{W_p(s) \frac{1}{0,8s^{2,2} + 0,5s^{0,9} + 1}}{1 + W_p(s) \frac{1}{0,8s^{2,2} + 0,5s^{0,9} + 1} K_{зз}}. \quad (3.11)$$

Розділивши чисельник і знаменник отриманої ПФ на чисельник отримаємо

$$W_k(s) = \frac{1}{\frac{0,8s^{2,2} + 0,5s^{0,9} + 1}{W_p(s)} + K_{зз}}. \quad (3.12)$$

Очевидно, щоби забезпечити задані параметри перехідного процесу, вибираємо бажану дробову форму №1  $W_{ст.1}(s)$  (3.4) і, відповідно, поставимо вимогу трансформації виразу (3.12) у вираз (3.4), у який введений параметр – коефіцієнт зворотного зв'язку  $K_{зз}$ , рівний 1.

З умови тотожності  $W_k(s)$  (3.12) і  $W_{ст.1}(s)$  (3.4), отримаємо:

$$\frac{1}{\frac{0,8s^{2,2} + 0,5s^{0,9} + 1}{W_p(s)} + K_{зз}} = \frac{\omega_{oc} / K_{зз}}{s^{1,2} + \omega_{oc}}. \quad (3.13)$$

З табл. 3.1 вибираємо бажані параметри перехідного процесу: перегулювання  $\delta = 7,3\%$ ,  $t_{0,95} = 0,28\text{с}$ . Це забезпечує бажана форма (рядок №9 табл. 3.1) з параметрами  $q = 1,2$ ,  $\omega_{oc} = 10\text{ с}^{-1}$  і  $K_{зз} = 1$ . Тоді вираз (3.4) має вигляд

$$W_{ст.1}(s) = \frac{10}{s^{1,2} + 10}. \quad (3.14)$$

Підставивши (3.14) в (3.13), отримаємо

$$\frac{1}{\frac{0,8s^{2,2} + 0,5s^{0,9} + 1}{W_p(s)} + 1} = \frac{10}{s^{1,2} + 10}.$$

Прирівнявши характеристичні поліноми лівої і правої частини, отримаємо ПФ регулятора дробового порядку

$$W_p(s) = 8s^{1,0} + 5s^{-0,3} + 10 \cdot s^{-1,2}. \quad (3.15)$$

Тобто в результаті синтезу отримано структуру  $\Gamma^{\lambda_1} \Gamma^{\lambda_2} D^\mu$  - регулятора.

За використанням такого регулятора отримуємо перехідний процес з наступними параметрами:  $\delta = 8,1\%$ ,  $t_{0,95} = 0,271\text{с}$  (рис. 3.7, крива 2), тобто відхилення від заданих параметрів не перевищує 1%.

Розглянемо інший варіант синтезу дробового регулятора, як і в попередньому прикладі, зі заданими параметрами перехідного процесу:  $\delta = 7,3\%$  і  $t_{0,95} = 0,28\text{с}$ , але для ЕМС з об'єктом керування з ПФ

$$W_H(s) = \frac{1}{0,5s^{0,9} + 1}. \quad (3.16)$$

На рис. 3.9 (крива 1) показано перехідну функцію об'єкта керування, яка відповідає цій ПФ.

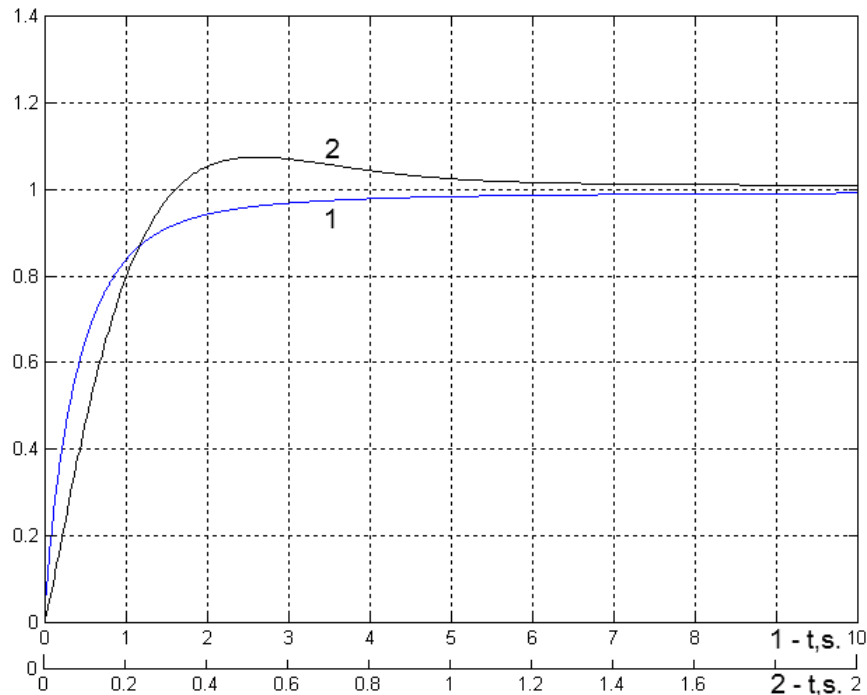


Рис. 3.9. Перехідні функції: об'єкта керування з ПФ (3.16) – крива 1, оптимізованого контуру з регулятором з ПФ (3.18) – крива 2

У цьому випадку ПФ замкненого контура ( $W_K(s)$ ) матиме вигляд

$$W_K(s) = \frac{W_p(s) \frac{1}{0,5s^{0,9} + 1}}{1 + W_p(s) \frac{1}{0,5s^{0,9} + 1} K_{зз}}. \quad (3.17)$$

Провівши перетворення, як і в попередньому прикладі, і задавшись бажаною формою (3.14) при  $K_{зз} = 1$ , отримаємо

$$\frac{1}{\frac{0,5s^{0,9} + 1}{W_p(s)} + 1} = \frac{10}{s^{1,2} + 10}.$$

Звідси ПФ регулятора

$$W_p(s) = 5s^{-0,3} + 10 \cdot s^{-1,2}. \quad (3.18)$$

Отже, у результаті синтезу отримано регулятор дробового порядку без пропорційної складової з структурою  $I^{\lambda_1}I^{\lambda_2}$ .

За використання такого регулятора отримуємо перехідний процес (рис. 3.9, крива 2) з наступними параметрами:  $\delta=8,1\%$ ,  $t_{0,95}=0,271\text{с}$ , тобто відхилення від заданих параметрів також не перевищує 1%.

Розглянемо ще один варіант синтезу дробового регулятора за заданими параметрами перехідної функції  $\delta=0\%$  і  $t_{0,95}=0,32\text{с}$  для ЕМС з об'єктом керування з ПФ (3.10). Очевидно, що в цьому випадку, за умови забезпечення відсутності перегулювання, слід використовувати бажану дробову форму №2 (3.5). Згідно з параметрами табл. 3.2, задані параметри перехідного процесу забезпечує бажана форма з параметрами, наведеними в рядку 10 табл. 3.2, якщо  $\omega_{oc} = 10\text{с}^{-1}$  і  $K_{зз} = 1$  з ПФ

$$W_{ст.2}(s) = \frac{\omega_{oc}^{1,1}/K_{зз}}{(s + \omega_{oc})^{1,1}}. \quad (3.19)$$

З умови тотожності  $W_k(s)$  і  $W_{ст}(s)$  отримаємо рівняння:

$$\frac{1}{\frac{0,8s^{2,2} + 0,5s^{0,9} + 1}{W_p(s)} + K_{зз}} = \frac{\omega_{oc}^{1,1}/K_{зз}}{(s + \omega_{oc})^{1,1}}. \quad (3.20)$$

Для  $K_{зз} = 1$  і  $\omega_{oc} = 10\text{с}^{-1}$ , поділивши чисельник і знаменник правої частини виразу на  $10^{1,1}$ , отримаємо:

$$\frac{1}{\frac{0,8s^{2,2} + 0,5s^{0,9} + 1}{W_p(s)} + 1} = \frac{1}{(0,1s + 1)^{1,1}}. \quad (3.21)$$

У роботі [140] обґрунтовано можливість апроксимації знаменника форми дробового порядку №2  $(0,1s + 1)^{1,1}$  виразом з похідними цілого порядку:

$$(0,1s + 1)^{1,1} = 1 + 0,11s + 0,00055s^2. \quad (3.22)$$

Тоді вираз (3.21) можна записати у вигляді

$$\frac{1}{\frac{0,8s^{2,2} + 0,5s^{0,9} + 1}{W_p(s)} + 1} = \frac{1}{0,00055s^2 + 0,11s + 1}.$$

Звідси ПФ регулятора буде

$$W_p(s) = \frac{0,8s^{2,2} + 0,5s^{0,9} + 1}{0,00055s^2 + 0,11s}. \quad (3.23)$$

Підставивши отриману в результаті синтезу ПФ регулятора у вихідну САК, отримаємо систему з перехідним процесом показаним на рис. 3.10, крива 3 з наступними параметрами:  $\delta = 0\%$  і  $t_{0,95} = 0,3195\text{с}$ . Отже, відхилення від заданих параметрів також не перевищує  $0,2\%$ .

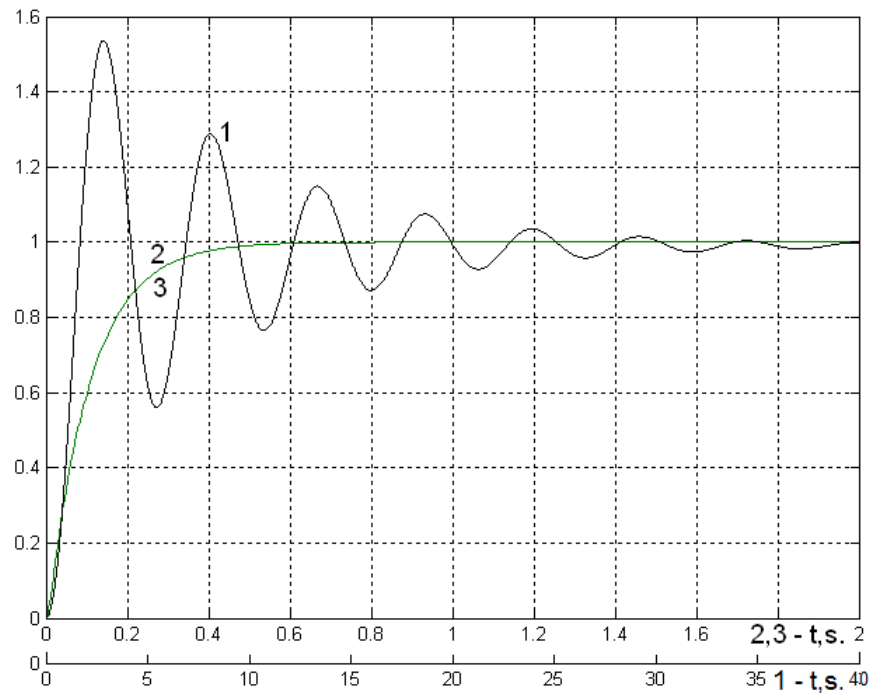


Рис. 3.10. Перехідні функції: об'єкта керування – крива 1, оптимізованого контуру з регулятором з ПФ (3.23) – крива 2

Запропонований підхід до синтезу контурів САК на основі дробового характеристичного поліному дозволяє забезпечувати бажану якість перехідного процесу за умови реалізації певної структури дробового регулятора, яка залежить від передавальної функції об'єкта керування. Максимальне відхилення між результатами, отриманими шляхом моделювання й бажаними, не перевищує 1%. Застосування дробових бажаних форм розширює гамму можливих налаштувань регуляторів дробового порядку при синтезі контурів ЕМС, забезпечує кращу якість перехідних процесів, порівняно з регуляторами цілого порядку, і тим самим підвищує ефективність синтезованих систем. На основі отриманих результатів досліджень для налагодження контурів ЕМС можна рекомендувати дробові бажані форми – форму №1 (3.4) при  $q = 0,9 \div 1,3$  і форму №2 (3.5) при  $q = 0,1 \div 2$  як такі, що задовольняють вимогам об'єктів керування ЕМС.

### 3.4 Застосування методів інтелектуального керування для синтезу регуляторів дробового порядку

Для параметричної оптимізації ЕМС у режимі online запропоновано підхід на основі модифікації двох методів: адаптивного методу [135], який використовує перехідну функцію ЕМС, і методу технологічного переналагодження замкнених систем (ТПЗС) [136], який призначений для розпізнавання необхідного переналагодження і розрахунку параметрів налагодження регулятора за реакцією замкненої ЕМС на задане збурення. Оригінальність запропонованого підходу полягає у використанні в ролі еталонної моделі, зокрема бажаних дробових форм, й еволюційних методів рою частинок та генетичного алгоритму для налаштування ПІД<sup>м</sup>-регуляторів дробового порядку. Цей метод передбачає всі види перетворень як з попереднім визначенням параметрів моделі, так з безпосереднім переходом від характеристик тестового перехідного процесу до оптимальних параметрів налагодження. Необхідні збурення вводяться лише в замкнену систему. Загальна функціональна схема, яка є універсальною для інтелектуальних методів і працює в режимі реального часу, показана на рис. 3.11.



Рис. 3.11. Функціональна схема налагодження регулятора дробового порядку за використання еволюційних методів

На вхід регулятора подається одиничний ідентифікаційний вплив. На виході об'єкта керування виникає перехідна функція об'єкта керування  $Y(t)$ . У схемі передбачено, що існує еталонна модель (ЕМ), яка записується в пам'ять і описує бажану реакцію об'єкта керування  $Y^+(t)$  на одиничну вхідну дію  $X(t)$ . ЕМ простіша від реального об'єкта, наприклад це динамічна ланка дробового порядку. У цьому відношенні, як показано в [140], моделі дробового порядку мають суттєву перевагу над цілочисельними, тому що забезпечують високу точність апроксимації реальних об'єктів керування. Блок оцінки похибки здійснює online порівняння сигналів  $Y(t)$  і  $Y^*(t)$  і за використання інтелектуальних методів рою частинок або генетичного алгоритму змінює параметри регулятора до забезпечення бажаної форми вихідного перехідного процесу.

Перевага такого підходу полягає в тому, що він не потребує виведення обладнання ЕМС у спеціальний режим налагодження, що скорочує час наладки.

Розглянемо синтез ЕМС на основі запропонованої [118,146] модифікації методу рою частинок для випадку ЕМС дробового порядку з ПФ, до складу яких входять до п'яти змінних параметрів.

У літературних джерелах [68,138] МРЧ застосовано для вибору параметрів дробового регулятора САК і показано, що такий алгоритм оптимізації може бути застосований для синтезу ПІД-регулятора як цілого порядку, так і дробового порядку. Алгоритм такого підходу побудований на методі домінуючих коренів, тобто синтез параметрів ПІД-регулятора побудований на методі розташування коренів характеристичного рівняння. У складному рівнянні є п'ять невідомих, а саме:  $\{K_p, T_i, T_d, \lambda, \mu\}$  і, відповідно, нескінченне число наборів рішень  $s = p_1 = -x + jy$ . Таким чином, рівняння не може бути однозначно вирішене, тому на другому етапі створено автоалгоритм на основі МРЧ, який допомагає знайти оптимальний набір розв'язків складного рівняння.

Даний алгоритм був реалізований і перевірений нами. Ці дослідження були проведені з використанням розробленого нами програмного забезпечення з метою його застосування для синтезу ЕМС. На основі проведених досліджень було зроблено висновок, що недоліком цього методу є некоректність запропонованого



функціоналу мінімізації. Окрім цього, такий підхід є складний і недосконалий, що приводить до суттєвої розбіжності результатів, отриманих шляхом синтезу, і бажаних.

Щоби вирішити дану проблему було запропоновано при синтезі еволюційними методами застосувати характеристичний поліном, наприклад, такий, що відповідає бажаній дробовій формі №1 з ПФ (3.4).

Подальші дослідження показали що такий підхід покращує результати, але все ж не забезпечує бажану точність результатів синтезу (час досягнення і перерегулювання), причому на результат значно впливає розрахунок положення домінуючих полюсів замкнутої системи.

Отримані вище результати підштовхнули до переходу в частотну область синтезу дробових регуляторів, тому за аналогією з способом розглянутим в [120] для розв'язку задач аналізу ланок ЕМС, (див. розділ 2), нами запропоновано оригінальні підходи до синтезу ЕМС на основі еволюційних методів:

- модифікацію частотного методу, запропонованого в [68,138];
- за використання бажаної дробової форми з відповідною бажаною якістю перехідної функції.

Стосовно першого, тобто частотного підходу, то на основі МРЧ нами вперше розроблено оригінальний алгоритм для синтезу контурів і вибору дробового ПІ<sup>λ</sup>Д<sup>μ</sup>-регулятора за п'ятьма параметрами  $K_p, T_d, T_i, \lambda, \mu$ . Суть цього алгоритму полягає в порівнянні ПФ замкненої САК з дробовим ПІ<sup>λ</sup>Д<sup>μ</sup>-регулятором з характеристичним поліномом дробової бажаної форми №1 або форми №2, параметри якої вибираються з табл. 3.1 і 3.2 за бажаним перерегулюванням перехідного процесу ( $\delta\%$ ) та часом досягнення 95% його усталеного значення ( $t_{0,95}$ ) і знаходженні структури і параметрів дробового регулятора. Досягнення бажаної точності наближення до бажаної якості перехідної характеристики реалізується шляхом зміни значення бажаної частоти ( $\omega_{oc}$ ), величина якої визначає швидкодію і вибирається з умови не перевищення частоти зрізу ( $\omega_{зр}$ )  $\omega_{oc} \leq \omega_{зр}$ . Як один з варіантів застосування запропонованого підходу до

оптимізації, розглянемо САК з об'єктом керування з ПФ (3.10), який запозичений з [68,138] і застосовується для ілюстрації прикладів розв'язку задачі синтезу.

На рис. 3.7 показані перехідні функції об'єкта керування (крива 1), а також оптимізованих частотним методом контурів САК шляхом підбору бажаної частоти ( $\omega_{oc}$ ) за використання методу рою ( $\omega_{oc}=20\text{ с}^{-1}$  – крива 2,  $\omega_{oc}=50\text{ с}^{-1}$  – крива 3,  $\omega_{oc}=100\text{ с}^{-1}$  – крива 4).

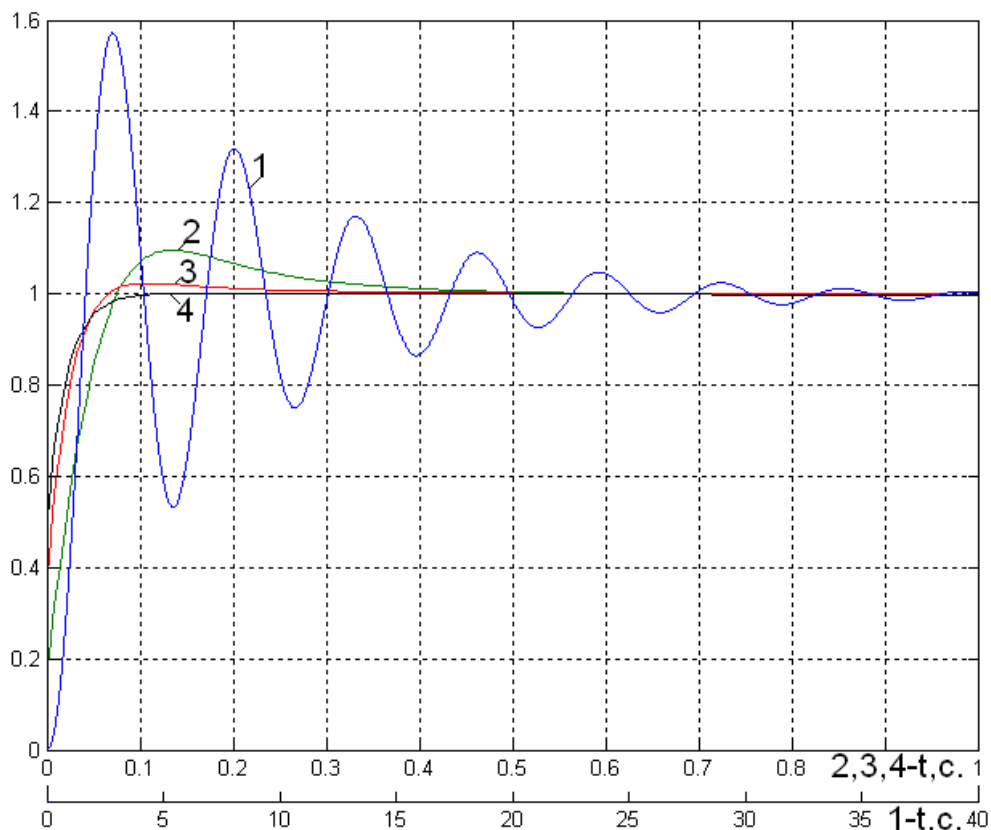


Рис. 3.12. Перехідні функції: об'єкта керування – крива 1, оптимізованого контура, якщо:  $\omega_{oc}=20\text{ с}^{-1}$  – крива 2,  $\omega_{oc}=50\text{ с}^{-1}$  – крива 3,  $\omega_{oc}=100\text{ с}^{-1}$  – крива 4

ПФ  $\Pi^{\lambda}\text{Д}^{\mu}$ -регуляторів, отриманих у результаті здійсненої оптимізації частотним методом, а також параметри перехідних функцій оптимізованих контурів наведені в табл. 3.4.

Таблиця 3.4

Результати оптимізації контура ЕМС частотним методом за використання МРЧ

| ПФ ПІ <sup>λ</sup> Д <sup>μ</sup> -регулятора      | $\omega_{oc}, c^{-1}$ | $\delta_{п}, \%$ | $t_{0,95}, c$ |
|----------------------------------------------------|-----------------------|------------------|---------------|
| $94,2627 + 73,8750s^{-2,0178} + 52,8017s^{0,9469}$ | 20                    | 9,4              | 0,0663        |
| $77,0351 + 86,9172s^{-1,4256} + 84,5523s^{1,0685}$ | 50                    | 2,8              | 0,0433        |
| $80,7265 + 59,6683s^{-1,6033} + 71,8095s^{1,2168}$ | 100                   | 0,3              | 0,0425        |

За результатами проведених досліджень запропонованого (модифікованого частотного) підходу до синтезу ЕМС з регулятором дробового порядку показано, що впливом лише на частоту  $\omega_{oc}$ , зокрема її зростання, призводить до зменшення перерегулювання при незначному зменшенні часу  $t_{0,95}$ , тому пошук бажаного налагодження параметрів регулятора можна проводити в автоматизованому режимі, задавшись бажаною величиною перерегулювання.

Даний підхід, крім використання для синтезу виходячи з бажаної ПФ, може бути застосований для побудови систем з самоналагодженням. У цьому випадку нами в [120] розроблена модернізація даного підходу для систем з самоналаштуванням, суть якого полягає в тому, що вибір параметрів дробового ПІ<sup>λ</sup>Д<sup>μ</sup>-регулятора запропоновано здійснювати за бажаними параметрами перехідної функції оптимізованого контуру, які вибираються з таблиць бажаних форм дробового порядку – форми №1 і форми №2, наведених вище (табл. 3.1, 3.2). Для проведення досліджень був обраний, як і в попередньому випадку, об'єкт керування з ПФ (3.10) у структурній схемі САК (рис. 3.8) з метою порівняння ефективності запропонованого методу синтезу з МРЧ, за використання якого розраховано параметри ПІ<sup>λ</sup>Д<sup>μ</sup>-регулятора.

У літературному джерелі [68] автор, задавшись параметрами перехідного процесу в САК з ПФ (1) – перерегулюванням 10% і часом наростання 0,3 с, у результаті синтезу отримав ПФ регулятора

$$W_p(s) = 442,38 + 324,03s^{-1,5} + 115,27s^{1,41} \quad (3.24)$$

і перехідний процес з наступними параметрами: час наростання 0,03 с і перерегулювання 0,5 %, які значно відрізняються від заданих (рис. 3.13, крива 3). Слід зазначити, що такі параметри синтезованого регулятора складно реалізувати на практиці.

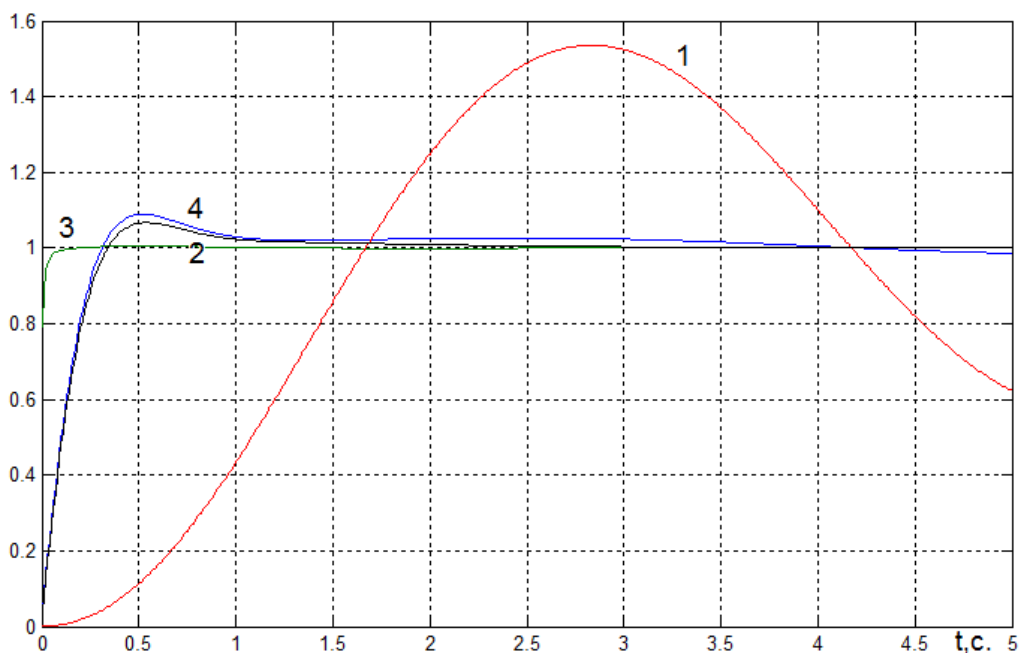


Рис. 3.13. Перехідні функції: об'єкта керування – крива 1; бажаної форми з ПФ (3.19) – крива 2; результат отриманий в [68] за використання регулятора з ПФ (3.24) – крива 3, за варіанту ПІ<sup>λ</sup>Д<sup>μ</sup>-регулятора з ПФ(3.25) – крива 4

Нами запропоновано варіант синтезу параметрів регулятора еволюційними методами за використання перехідної функції бажаної дробової форми. У даному випадку, як приклад, використаємо бажану перехідну функцію дробового порядку (форму №1) [120] при  $K_{ззс} = 1$  з бажаною якістю перехідного процесу  $t_{0,95} = 0,28$  с,  $\delta_{п} = 7,32\%$ ,  $t_{max} = 0,52$  с, яка відповідає ПФ (3.21) для  $\omega_{oc} = 10$  с<sup>-1</sup> [127].

Алгоритм вибору параметрів ПІ<sup>λ</sup>Д<sup>μ</sup>-регулятора для оптимізації контуру з об'єктом керування (3.10) за застосування модифікованого МРЧ [127] і всієї перехідної функції бажаної дробової форми полягає в наступному:

1. Вносимо в пам'ять комп'ютера еталонну перехідну функцію (3.14) з дискретизацією в часі за період 2 с і кількістю розрахункових точок  $M=200$ , тобто крок 0,01 с.

2. Для ПІ<sup>λ</sup>Д<sup>μ</sup>-регулятора з будуємо п'ятивимірний простір рою (за кількістю параметрів:  $K_p, T_i, T_d, \lambda, \mu$ ) [127].

3. На кожній ітерації для кожної частинки рою (координата параметрів регулятора в п'яти-вимірному просторі) і набутих нею в процесі руху в просторі параметрів знаходиться її перехідна функція і відбувається порівняння її з еталонною. Частинка, параметри якої забезпечать найменше абсолютне середньоквадратичне відхилення і менше від попередньої ітерації, буде визначена як найкраща на даній ітерації, а її параметри будуть визначати траєкторії руху інших частинок на наступній ітерації.

Кількість ітерацій можна або задавати в ручному режимі, або вводити процедуру припинення ітераційного процесу, коли абсолютне середньоквадратичного відхилення найкращої частинки стане меншим за задане.

У результаті синтезу МРЧ за використання перехідної функції бажаної дробової форми (3.14) отримано ПФ ПІ<sup>λ</sup>Д<sup>μ</sup> - регулятора

$$W_p(s) = 7,017 + 13,54s^{-1,397} + 7,63s^{1,021}, \quad (3.25)$$

якому відповідає перехідна функція оптимізованого контуру, показана на рис. 3.13 (крива 4). Відносне середньоквадратичне відхилення перехідної функцій отриманої за використання ПІ<sup>λ</sup>Д<sup>μ</sup>-регулятора, і бажаної становить  $\delta = 1,52\%$  і для порівняння з методом ГА наведено в табл. 3.5.

Порівнюючи результат, отриманий в [68], можна стверджувати, що вираз (3.25) є кращим для реалізації в ЕМС.

Запропоноване нами застосування методу рою робить його ефективним для синтезу САК у режимі online, придатним для вибору параметрів як дробових, так і цілочисельних регуляторів, і спрямоване на практичне використання, зокрема для побудови самоналаштувальних систем керування електроприводами виробничих

механізмів на базі сучасних контролерів.

У літературних джерелах відомі випадки застосування ГА (коду) як універсального методу оптимізації для корекції параметрів регулятора. В [139] показано, що ГА ефективний при оптимізації параметрів регуляторів (в тому числі – нейронних і нечітких). Загальна функціональна схема налаштування регулятора за допомогою ГА в режимі реального часу співпадає з МРЧ і показана на рис. 3.10.

Тому в роботі розглянута можливість застосування ГА для синтезу ЕМС у випадках представлення об'єкта керування як дробовими, так і цілочисельними моделями за використання ПІ<sup>λ</sup>Д<sup>μ</sup>-регуляторів.

Альтернативні варіанти параметрів регулятора кодуються за допомогою хромосом. У випадку застосування ПІ<sup>λ</sup>Д<sup>μ</sup>-регулятора він може бути записаний за представлення у формі Рімана (інтегральна складова) та Рімана-Ліувілля (диференційна складова) наступним виразом

$$y(t) = k_p e(t) + k_i \frac{1}{\Gamma(\lambda)} \int_0^t (t - \tau)^{\lambda-1} e(\tau) d\tau + k_d \frac{1}{\Gamma(n - \mu)} \left(\frac{d}{dt}\right)^n \int_0^t \frac{e(\tau) d\tau}{(t - \tau)^{\mu-n+1}}, \quad (3.26)$$

де  $k_p$  - коефіцієнт пропорційності;

$k_i = 1/T_i$  - коефіцієнт оберненопропорційний до інтегральної сталої часу  $T_i$  ,

$k_d = T_d$  - коефіцієнт, рівний диференційній сталій часу  $T_d$  ;

$\lambda$  і  $\mu$  - дробові степені інтегральної і диференціальної складової, відповідно;

$\tau = 0, \Delta\tau, \dots, t - \Delta\tau, t$ ,  $e(\tau) = e(t_0), e(t_1), \dots, e(t)$  .

Параметри  $k_p, k_i, k_d, \lambda, \mu$  вибираються в процесі синтезу ПІ<sup>λ</sup>Д<sup>μ</sup>-регулятора і, у випадку застосування ГА, представляються у вигляді, показаному на рис. 3.14.



Рис. 3.14. Вигляд хромосоми при налаштуванні ПІД<sup>λμ</sup>-регулятора дробового порядку.

У випадку синтезу цілочисельного ПІД-регулятора або спрощених варіантів ПІД<sup>λμ</sup>-регулятора (ПІД<sup>λ</sup>, ПІД<sup>μ</sup>) хромосома буде мати, відповідно, лише три гени.

Таким чином, при використанні ГА налагодження регулятора динамічного об'єкта необхідно вирішити в наступній послідовності.

1. Вибрати параметри регулятора, які будуть змінюватися при налагодженні. При цьому параметри регулятора (фенотип) кодуються за допомогою хромосоми таким чином, що довжина хромосоми пропорційна кількості параметрів. ГА функціонує швидше при малій довжині хромосом, тому бажано мінімізувати кількість налагоджувальних параметрів і діапазон їх зміни.

2. Створити модель об'єкта в пакеті прикладних програм за допомогою різних динамічних и статичних ланок, у тому числі і нелінійних.

3. Вибрати функцію відносної придатності. Для цього для ЕМС можна використати розрахункові вирази, наведені в [139].

Проведемо синтез ПІД<sup>λμ</sup>-регулятора з ПФ (3.1) за застосування ГА для об'єкта керування з ПФ (3.10), а як модель з бажаною якістю перехідного процесу –  $t_{095}=0,29$  с,  $\delta_{\text{п}}=7,32\%$ ,  $t_{\text{max}}=0,52$  с – вибираємо бажану дробову форму №1 з ПФ (3.4). Така якість перехідного процесу відповідає технічному оптимуму (ТО) протікання перехідних процесів в ЕМС. Застосувавши оптимізаційний пакет Optimization Tool реалізована програма генетичного алгоритму (Додаток Б), яка розраховує параметри регулятора шляхом порівняння перехідної функції бажаної форми (3.4) з перехідною функцією ПФ замкненого контуру з контролем функції якості на кожній ітерації.

На рис. 3.15. показано апроксимаційний процес, який відбувається під час синтезу параметрів ПІ<sup>λ</sup>Д<sup>μ</sup>-регулятора згідно моделі з бажаною якістю перехідного процесу за використання ГА як залежності функції якості від номера ітерації. Розмір популяції – за замовчуванням 20.

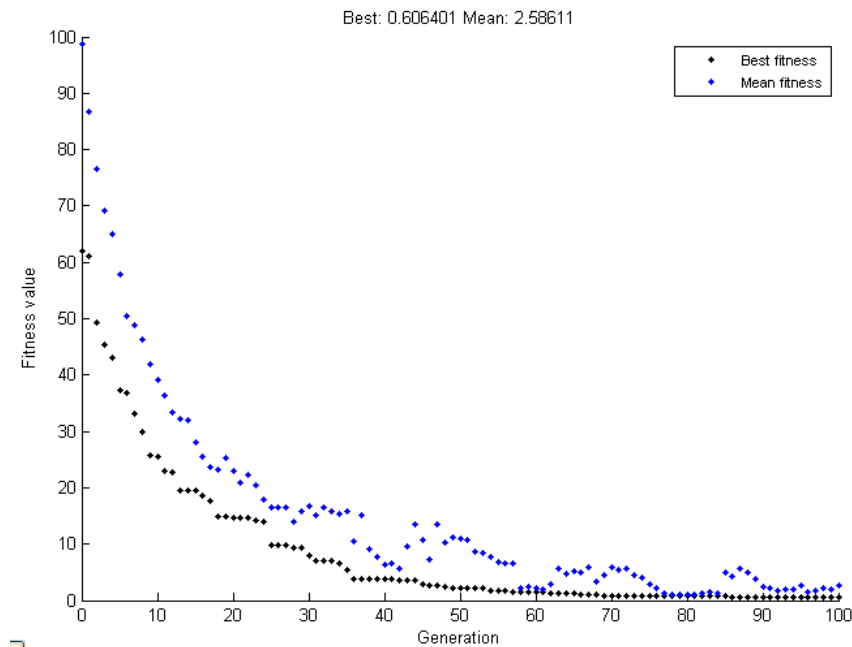


Рис. 3.15. Апроксимаційний процес при синтезі параметрів ПІ<sup>λ</sup>Д<sup>μ</sup>-регулятора за використання ГА (залежність функції якості від номера ітерації)

Після закінчення апроксимаційного процесу за використання ГА отримаємо дробовий ПІ<sup>λ</sup>Д<sup>μ</sup>-регулятор з передавальною функцією

$$W_p(s) = 6,8440 + 10,5668s^{-1,3573} + 6,4074s^{1,0734}. \quad (3.27)$$

На рис. 3.16. показані перехідні функції: бажаної форми з ПФ (3.14) – крива 1 і оптимізованого контура з регулятором, синтезованим згідно ПФ (3.27) – крива 2. Середньоквадратичне відхилення перехідної функції, отриманої методом ГА, порівняно з еталонною становить  $\sigma = 0,0095$ , а для порівняння з МРЧ параметри отриманої перехідної функції наведені в табл. 3.5.



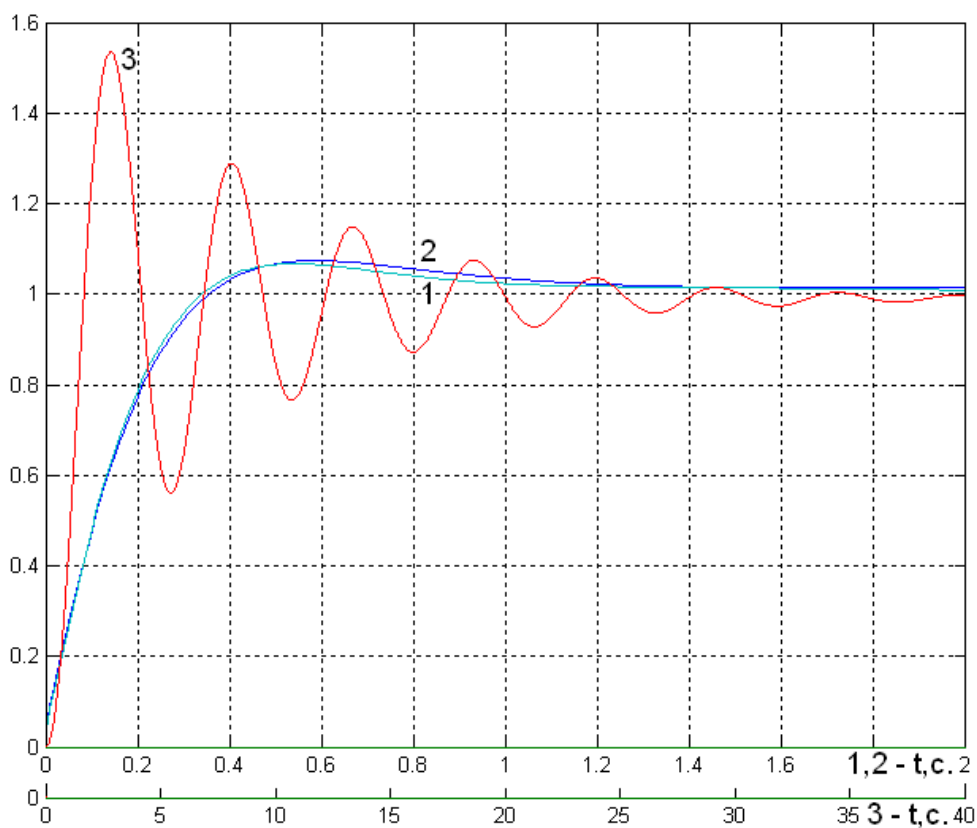


Рис. 3.16. Перехідні функції (40 особин) бажаної форми з ПФ (3.14) – крива 1 і оптимізованого контура з регулятором з ПФ (3.27) – крива 2, об'єкта керування – крива 3

Таблиця 3.5

Ступінь збігу отриманих перехідних функцій за різних підходів – МРЧ і ГА – з вибраною формою №1

| Перехідні функції             | Параметри ПФ |                  |              | Похибка      |
|-------------------------------|--------------|------------------|--------------|--------------|
|                               | $t_{095}, c$ | $\delta_{п}, \%$ | $t_{max}, c$ | $\delta, \%$ |
| Бажана дробова форма №1 (3.4) | 0,28         | 7,32             | 0,52         | -            |
| МРЧ за перехідною функцією    | 0,273        | 8,9              | 0,5          | 1,52         |
| ГА за перехідною функцією     | 0,295        | 8,24             | 0,55         | 0,95         |

### 3.5 Симуляційні дослідження режиму самоналагодження регулятора ЕМС з мікропроцесорним керуванням

У зв'язку зі зростанням попиту на регульовані електроприводи (ЕП) змінного струму в ЕМС нами проводяться роботи щодо використання в універсальних перетворювачах частоти, зокрема типу MFC 710 з векторним керуванням [147], ПІ<sup>λ</sup>Д<sup>μ</sup>-регуляторів з ПФ (3.1) і можливості реалізувати режим самоналагодження ЕМС з такими регуляторами [53].

У системі керування ПЧ типу MFC 710 використаний інтерфейс MODBUS, завдяки якому є можливість керувати перетворювачем частоти в будь якій САК, у якій передбачені керувальні входи на RS-232C або RS-485. У випадку необхідності для керування таким ПЧ можна використати комп'ютер, мікроконтролер або пристрій власної конструкції.

Запропоновано оригінальні підходи до налагодження параметрів як дробового, так і цілочисельного ПІД-регулятора швидкості, який розглядається як частковий випадком більш загального його представлення за допомогою ПФ дробового порядку ( $\lambda$  і  $\mu = 1$ ), в автоматичному режимі, тобто в режимі самоналагодження [127] і може бути реалізований за використання комп'ютера або спеціалізованого ПЛК ПЧ. З метою вибору раціонального варіанту режиму самоналагодження регулятора швидкості в ЕМС з мікропроцесорним керуванням шляхом формування бажаної динамічної характеристики контура регулювання швидкості еволюційними методами і оцінки можливості його реалізації за використання комп'ютера або спеціального ПЛК, були проведені симуляційні дослідження двох варіантів налагодження параметрів регулятора швидкості:

- за використання перехідної функції бажаної дробової форми;
- за характерними точками перехідної функції бажаної дробової (цілочисельної) форми ( $t_{0.95}$ , максимальне відхилення координати  $y_{\max}$ , або її перерегулювання  $\delta$ , час досягнення максимуму перерегулювання  $t_{\max}$ ).

Як приклад, для налагодження використовуємо бажану перехідну функцію дробового порядку (форму №1) [140] з ПФ (3.4). Така якість перехідного процесу

відповідає ТО протіканню перехідних процесів в ЕМС.

На рис. 3.17 показана функціональна схема ЕМС у режимі самоналагодження, у якій передбачено варіант можливості контролю швидкості вала двигуна ( $\omega_d$ ) або механізму ( $\omega_m$ ), хоча для врахування впливу нелінійності характеристики механізму перевагу слід надавати другому варіанту, враховуючи переваги регуляторів дробового порядку для синтезу нелінійних систем [45].

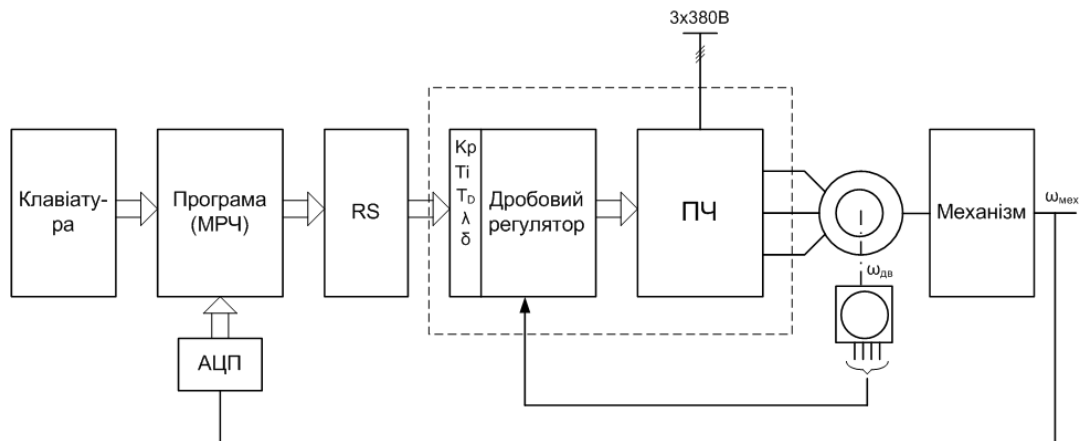


Рис. 3.17. Функціональна схема ЕМС у режимі самоналагодження за використання комп'ютерного керування

Зв'язок комп'ютера з ПЧ здійснюється через RS-порт, а встановлення параметрів ПІД<sup>μ</sup>-регулятора за використання протоколу MODBUS. Розрахунок параметрів регулятора відбувається в комп'ютері в режимі активного експерименту за використання методу рою.

Нами проведені симуляційні дослідження запропонованого алгоритму вибору параметрів ПІД<sup>μ</sup>-регулятора для оптимізації контуру швидкості, який полягає в наступному [53]:

1. Вносимо в пам'ять комп'ютера еталонну перехідну функцію, яка відповідає вибраній за бажаною якістю перехідного процесу бажаній дробовій формі з ПФ (2.4). Дискретизацію перехідної функції в часі здійснюємо з кроком 0,01с.

2. Для дробового ПІД<sup>μ</sup>-регулятора з ПФ (3.1) будемо п'ятивимірний простір рою (за кількістю параметрів:  $K_p, T_i, T_d, \lambda, \mu$ ) [140], який передбачає як частковий

випадок і тривимірний простір для цілочисельного ПІД-регулятора з параметрами  $K_p, T_i, T_d$ .

3. На основі попередніх розрахунків встановлюємо початкові параметри регулятора.

4. Подавши одиничне збурення на вході, записуємо в пам'ять комп'ютера отриманий перехідний процес частоти обертання ЕМС.

5. Апроксимацію отриманого перехідного процесу проведемо МРЧ і здійснюємо, використовуючи дробові моделі з ПФ (2.3) і (2.4).

6. Запускаємо процес пошуку параметрів регулятора швидкості, які забезпечать бажаний перехідний процес методом рою частинок.

7. На кожній ітерації для кожної частинки рою (координата параметрів регулятора в п'ятивимірному просторі) і набутих нею в процесі руху в просторі параметрів знаходиться її перехідна функція і відбувається порівняння її з еталонною. Частинка, параметри якої забезпечать найменше абсолютне середньоквадратичне відхилення і менше від попередньої ітерації, буде визначена як найкраща на ітерації, а її параметри будуть визначати траєкторії руху інших частинок на наступній ітерації.

8. Кількість ітерації можна або задавати вручну, або вводити процедуру припинення ітераційного процесу, коли абсолютне середньоквадратичне відхилення найкращої частинки стане меншим за задане.

9. Після досягнення бажаної точності комп'ютер встановлює в регуляторі ПЧ знайдені параметри.

Для порівняння ступеня збігу перехідної функцій, отриманої за використання ПІД<sup>μ</sup>-регулятора, і перехідної функцій бажаної дробової (цілочисельної) форми, для кожного елемента рою на кожній ітерації розраховуємо похибки апроксимації у вигляді абсолютного середньоквадратичного відхилення  $\sigma$  (2.7).

Для зменшення часу пошуку параметрів регулятора швидкості, зокрема для можливості його використання для реалізації в самоналагоджувальній системі керування ЕМС, нами запропоновано підхід до синтезу ПІД<sup>μ</sup>-регулятора за такими характерними точками перехідної функції бажаної дробової форми:  $t_{0.95}$ ,

$y_{\max}$  або  $\delta$ ,  $t_{\max}$  які показані на рис. 3.18.

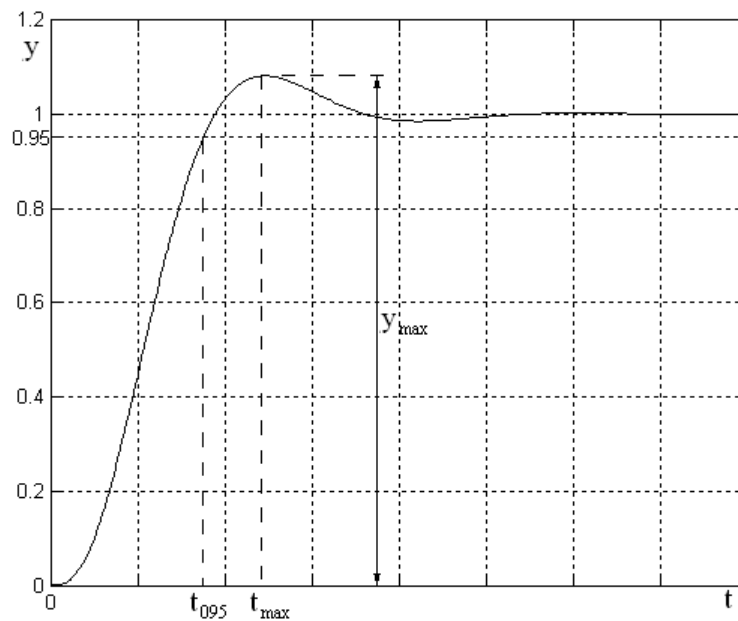


Рис. 3.18. Характерні точками перехідної функції бажаної дробової форми

Відмінність алгоритму такого підходу від попереднього полягає в тому, що порівняння перехідної функції з еталонною відбувається лише в певних характерних точках перехідного процесу  $t_{0.95}$ ,  $y_{\max}$  і  $t_{\max}$ .

При пошуку параметрів ПІД<sup>μ</sup>-регулятора швидкості за характерними точками перехідної функції бажаної дробової (цілочисельної) форми в алгоритм нами введена функція якості  $J$ , яка як і  $\sigma_{\Pi}$  (2.7) також характеризує ступінь збігу, і в програмному середовищі MATLAB і записується у вигляді

$$J = k_t (t_{0.95} - t_{0.95 \text{pot}})^2 + k_y (y_{\max} - y_{\max \text{pot}})^2 + k_{t_{\max}} (t_{\max} - t_{\max \text{pot}})^2, \quad (3.28)$$

де  $k_t=0,1$ ;  $k_y=1$ ;  $k_{t_{\max}}=1$  - вагові коефіцієнти.

Ці коефіцієнти враховують ступінь важливості кожної з характерних точок, а їх величина вибирається автором на основі досвіду проведення таких досліджень. У процесі роботи еволюційного методу функція якості  $J$  мінімізується (в ідеальному випадку вона дорівнює нулю). Тобто на кожному кроці ітерації відбувається порівняння поточних параметрів кожного елемента рою з

еталонними і розрахунок функції якості.

Знаходження ПФ дробового регулятора за використання МРЧ покажемо на двох прикладах для об'єктів керування, які описані ПФ дробового порядку, шляхом симуляційного моделювання. Об'єкти керування нами вибрані такі, що апроксимовані ПФ дробового порядку мають різний характер перехідної функції. Таке представлення об'єктів керування ЕМС має переваги як з точки зору пониження порядку моделі, так і точності та часу апроксимації [45,127], що створює перспективу для побудови самоналагоджувальних (адаптивних) ЕМС з дробовими регуляторами.

Нижче наведено приклад налаштування параметрів регулятора для об'єкта керування ЕМС з ПФ

$$W(s) = \frac{1}{0,5s^{0,9} + 1} \quad (3.29)$$

Використавши розроблене програмне забезпечення, отримано ПФ регулятора дробового порядку для двох запропонованих варіантів пошуку його параметрів МРЧ. Перехідні процеси, які вони реалізують у даній ЕМС, показані на рис. 3.19:

- крива 1 – перехідну функцію об'єкта керування ЕМС;
- крива 2 – перехідну функцію, яка відповідає дробовій бажаній формі з ПФ (3.14);
- крива 3 – результат, отриманий за використання перехідної функції бажаної дробової форми з ПФ ПІ<sup>λ</sup>Д<sup>μ</sup>-регулятора

$$W_p(s) = 5,5337 + 11,5921s^{-1,0801} - 2,3295s^{0,1462}, \quad (3.30)$$

коли абсолютне середньоквадратичне відхилення після 25-ї ітерації  $\sigma < 0,00685$ ;

- крива 4 – результат, отриманий за використання характерних точок перехідної функції бажаної дробової форми з ПФ ПІ<sup>λ</sup>Д<sup>μ</sup>-регулятора

$$W_p(s) = 8,8958 + 81,6247s^{-0,9723} + 5,9899s^{0,4586}, \quad (3.31)$$

коли абсолютне середньоквадратичне відхилення  $\sigma$ : після 25-ї ітерації,  $\sigma < 0,1614$ .

Основні параметри (характерні точки) перехідних функцій визначаються автоматично в процесі розрахунку.

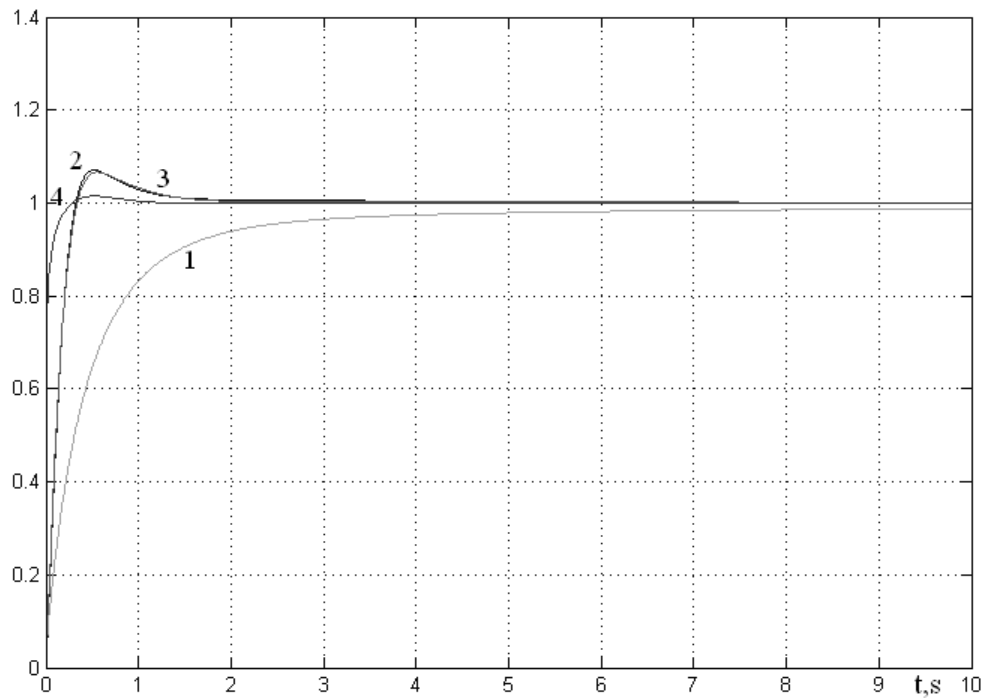


Рис. 3.19. Перехідні функції: крива 1 – об'єкт керування з ПФ (3.29); крива 2 – бажана дробова форма з ПФ (3.14); крива 3 – з ПФ (3.30) отриманою за використання перехідної функції; крива 4 – з ПФ (3.31) отриманою за використання характерних точок

На рис. 3.20 показані результати досліджень, проведених автором, які показують залежності абсолютного середньоквадратичного відхилення  $\sigma_{\Pi}$  параметрів кожного елемента рою отриманих перехідних функцій від вибраної бажаної форми в залежності від номера ітерації.

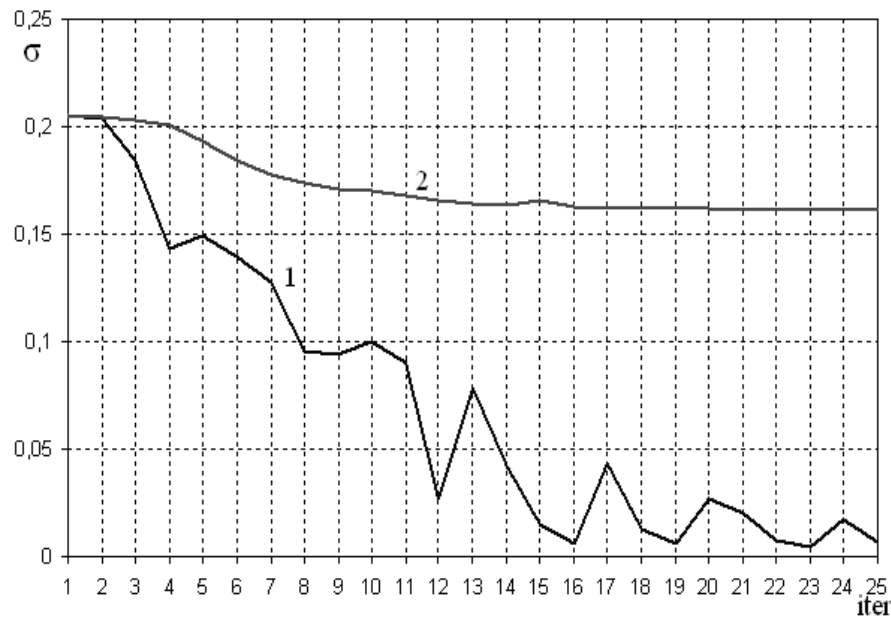


Рис. 3.20. Залежність абсолютного середньо-квадратичного відхилення  $\sigma_{\Pi}$  від номера ітерації МРЧ: крива 1 – з ПФ (3.30) отриманою за використання цілої перехідної функції; крива 2 – з ПФ (3.31) отриманою за використання характерних точок

Для перевірки ефективності запропонованого підходу для об'єктів керування з суттєвою коливністю, проведемо, як і в попередньому випадку, режим самоналагодження для об'єкта керування ЕМС з ПФ (3.10) та перехідною функцією, показаною кривою 1 на рис. 3.21, для двох варіантів налагодження параметрів регулятора швидкості за використання методу рою. Результати показані на рис. 3.21:

- крива 2 – перехідна функція, яка відповідає дробовій бажаній формі ПФ (3.14);

- крива 3 – результат, отриманий за використання перехідної функції бажаної дробової форми (3.14) з ПФ ПП<sup>λ</sup>Д<sup>μ</sup>-регулятора

$$W_p(s) = 7,0171 + 13,54s^{-1,3972} + 7,63s^{1,0205}, \quad (3.32)$$

абсолютне середньоквадратичне відхилення після 20 - і ітерації  $\sigma < 0,0157$ ;



- крива 4 – результат, отриманий за використання характерних точок перехідної функції бажаної дробової форми (3.14) (для випадку  $kt=0,1$ ,  $ky=1$ ,  $k_{tmax}=1$ ) і функції якості  $J$  після 20 - і ітерації,  $J < 0,00049$

$$W_p(s) = 15,3692 + 27,2496s^{-1,1566} + 9,4120s^{1,1852} . \quad (3.33)$$

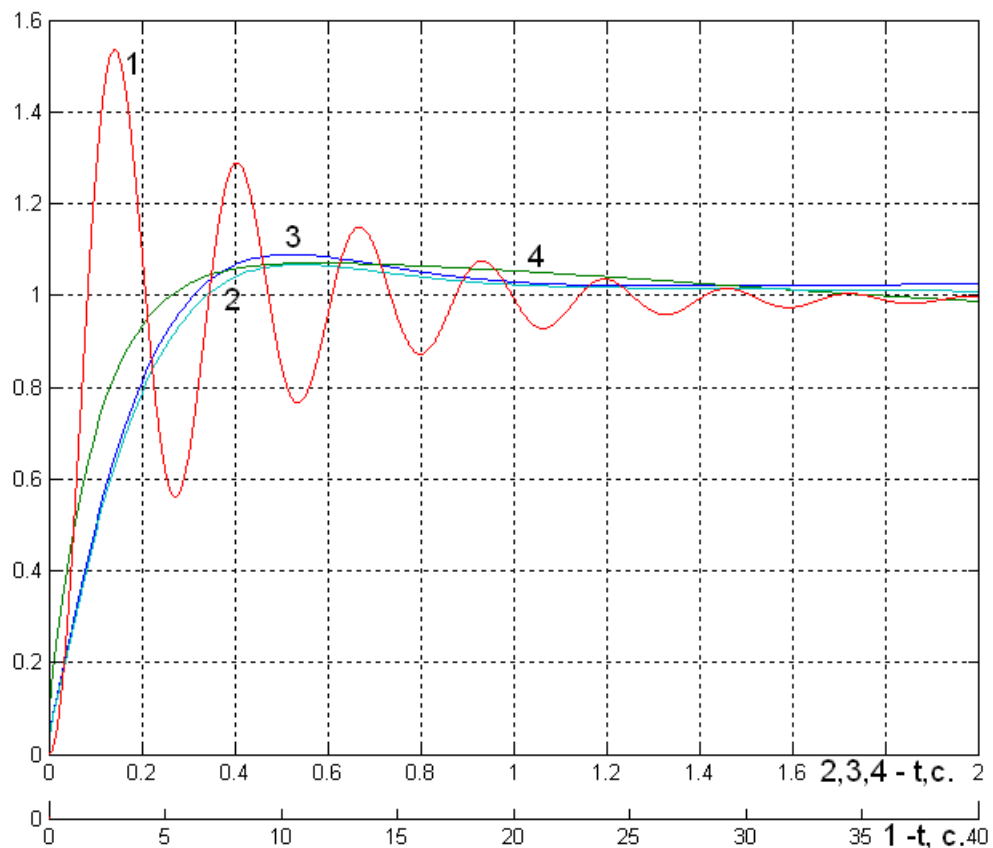


Рис. 3.21. Перехідні функції: крива 1 об'єкт керування – ПФ(3.10); крива 2 дробова бажана форма – ПФ (3.14); крива 3 – з ПФ (3.32) отриманою за використання цілої перехідної функції; крива 4 – з ПФ (3.33) отриманою за використання характерних точок

На рис. 3.22 показані результати досліджень залежності ступеню розбіжностей параметрів кожної частинки рою отриманих перехідних функцій від вибраної бажаної форми в залежності від номера ітерації, відповідно: крива 1 – залежність  $\sigma = f(\text{iter})$  отримана при синтезі  $PI^{\lambda}D^{\mu}$ -регулятора з ПФ (3.32) за використання всіх точок перехідної функції; крива 2 – залежність  $J = f(\text{iter})$

отримана при синтезі ПІ<sup>λ</sup>Д<sup>μ</sup>-регулятора з ПФ (3.33) за використання характерних точок.

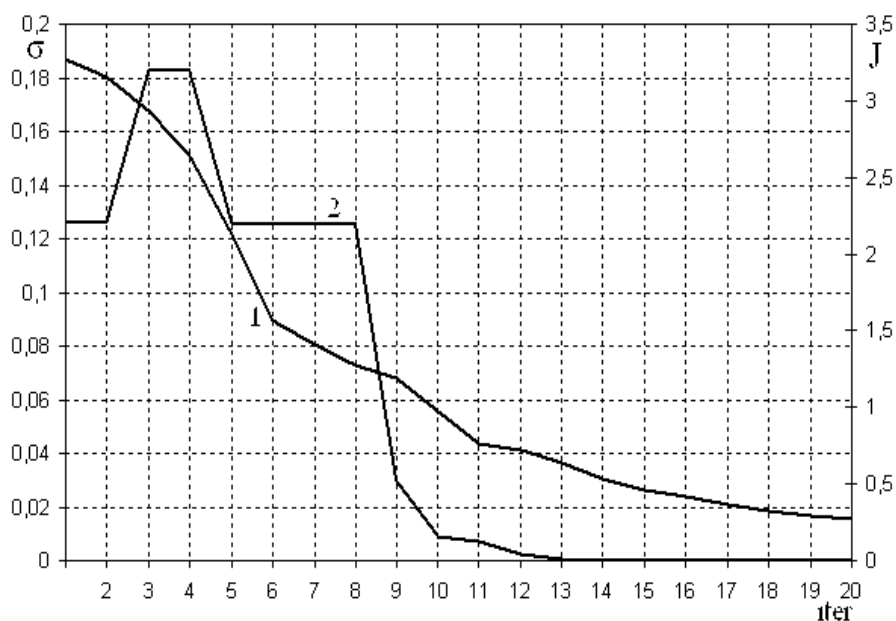


Рис. 3.22. Залежність абсолютного середньо-квадратичного відхилення від номера ітерації МРЧ за використання цілої перехідної функції ПФ (3.32) – крива 1 і функції якості J (3.28), за використання характерних точок ПФ (3.33) – крива 2

Ступінь збігу отриманих перехідних функцій за різних підходів з вибраною бажаною формою №1 для прикладу з (3.10) наведено в табл. 3.6

Таблиця 3.6

Ступінь збігу отриманих перехідних функцій за різних підходів до налагодження параметрів регулятора з вибраною бажаною формою №1

| Перехідні функції              | Параметри ПФ  |                  |              | Похибка $\delta_{п}, \%$ |
|--------------------------------|---------------|------------------|--------------|--------------------------|
|                                | $t_{0,95}, c$ | $\delta_{п}, \%$ | $t_{max}, c$ |                          |
| Бажана дробова форма №1 (3.4)  | 0,28          | 7,3              | 0,75         | -                        |
| Синтез за перехідною функцією  | 0,273         | 8,9              | 0,81         | 1,52                     |
| Синтез за характерними точками | 0,213         | 7,04             | 1,05         | 4,7                      |

Аналіз запропонованих підходів до самоналагодження цифрового як ПІ<sup>λ</sup>Д<sup>μ</sup>-регулятора, так і цілочисельного ПІД-регулятора швидкості ЕМС методом рою частинок показав їх придатність для практичної реалізації в перетворювачах частоти типу MFC710 за використання комп'ютера або спеціалізованої опції ПЛК. Для реалізації алгоритму самоналагодження ПІ<sup>λ</sup>Д<sup>μ</sup>-регулятора рекомендується використовувати підхід за характерними точками перехідної функції бажаної дробової форми №1 і функції якості J для оцінки ступеню розбіжності, який забезпечує задовільну точність ( $\delta_{\text{п}}=4,7\%$ ), задовільну швидкодію і може бути рекомендований як опція в програмованому логічному контролері перетворювача частоти фірми «Тверд».

### **3.6 Синтез регуляторів дробового порядку двомасових ЕМС з нелінійним навантаженням**

На основі проведених у роботах [20,73,74,75] досліджень показано, що регулятори дробового порядку мають переваги порівняно з класичними, зокрема у випадку їх застосування для оптимізації ЕМС з наступними особливостями їх об'єктів керування: двомасовістю, у тому числі і з наявністю удару; люфтом; в'язкістю тертя валопроводу, нелінійним навантаженням тощо. В [99] показано, що в ЕМС, крім механічних коливань, можливі також і електромеханічні. Внутрішнє в'язке тертя у валопроводі, аналогічно до втрат у якорному колі, роблять ці коливання згасаючими.

Особливий інтерес викликають результати розроблення і дослідження моделі спірально-гвинтового транспортера (СГТ), проведені під керівництвом проф. Акімова Л.Д. в НУ "ХП" [78]. Такий транспортер як об'єкт керування ЕМС автор представляє двомасовою системою з ударом і нелінійним реактивним навантаженням (рис. 3.23) і враховує наступні особливості навантаження:

- зміну режиму роботи з одномасового в неробочому режимі до двомасового при навантаженні;

- режим дозування, коли транспортер працює на понижених швидкостях на спадаючій щодо моменту частині характеристики;

- режим заповнення транспортера, у залежності від якого відбуваються значні зміни параметрів  $C_{12}$  і  $J_{12}$ , пов'язані з ступенем завантаження і сипучості матеріалів, тому можна судити про фрактальність процесу [78].

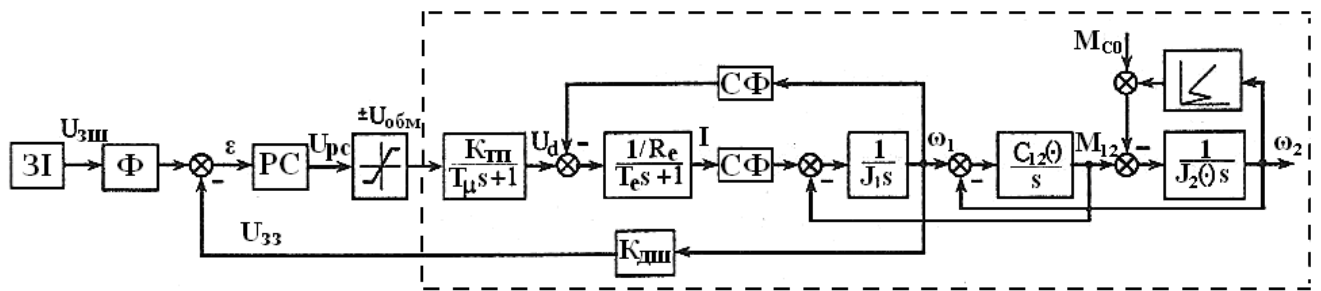


Рис. 3.23. Структурна схема двомасової ЕМС

Наявність такої моделі дає змогу проводити дослідження ефективності використання в таких ЕМС регуляторів дробового порядку і інтелектуальних методів для їх синтезу.

Мета роботи [78] полягала в синтезі методом поліноміальних рівнянь статичного регулятора швидкості пониженого порядку. Завданням регулятора було забезпечення необхідної якості процесів швидкості у двомасовому електроприводі без внутрішнього контура струму і за нелінійного реактивного навантаження. Аналіз монографії показав значну складність процесу синтезу регулятора такої ЕМС. У результаті синтезу в [78] отримано наступну ПФ регулятора

$$W_{PC}(s) = \frac{3,5(0,012s + 1)(0,027s + 1)}{(0,0058s + 1)(0,03s + 1)}, \quad (3.34)$$

і фільтра на вході системи

$$W_{\Phi}(s) = \frac{1}{0,0027s + 1}. \quad (3.35)$$

Нами було відтворена двомасова ЕМС (рис. 3.23) з аналогічними параметрами, як і в [78], за використання регулятора з ПФ (3.34). На наступному етапі було проведено розроблення методу синтезу таких систем за використання інтелектуального керування і розв'язано наступні задачі:

- замінено регулятор високого порядку з ПФ (3.34) шляхом його апроксимації еволюційними методами більш компактним ПП<sup>λ</sup>Д<sup>μ</sup>-регулятором;
- проведено дослідження можливості використання ПП<sup>λ</sup>Д<sup>μ</sup>-регулятора для оптимізації ЕМС з врахуванням двомасовості її об'єкта керування (рис. 3.23) та нелінійності реактивного навантаження за використання еволюційних методів. Для перевірки ступеня адекватності заміни класичного регулятора високого порядку з ПФ (3.34) ПП<sup>λ</sup>Д<sup>μ</sup>-регулятором реалізовано структурну схему для симуляційного моделювання (рис. 3.24).

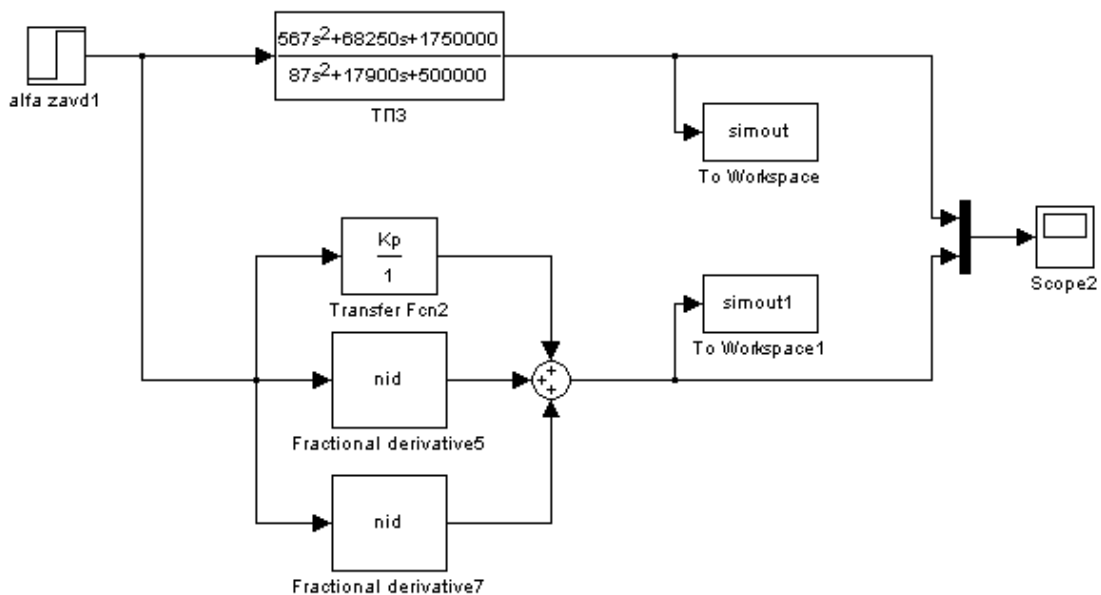


Рис. 3.24. Структурна схема для перевірки ступеня адекватності регуляторів з ПФ (3.34) і (3.1) у процесі симуляційного моделювання

Заміну регулятора високого порядку з ПФ (3.34) здійснено за використання програмного забезпечення, розробленого для апроксимації класичних ланок з ПФ високого порядку ланками дробового порядку методом рою частинок за їх

перехідними функціями [127]. У результаті отримано наступну ПФ ПІ<sup>λ</sup>Д<sup>μ</sup>-регулятора

$$W(s) = 0,3149 + 2,2740s^{-0,3314} + 1,4022s^{0,2051} . \quad (3.36)$$

На рис. 3.25 показано перехідні функції регуляторів з ПФ (3.34) – крива 1 і отриманого МРЧ з ПФ (3.36) – крива 2.

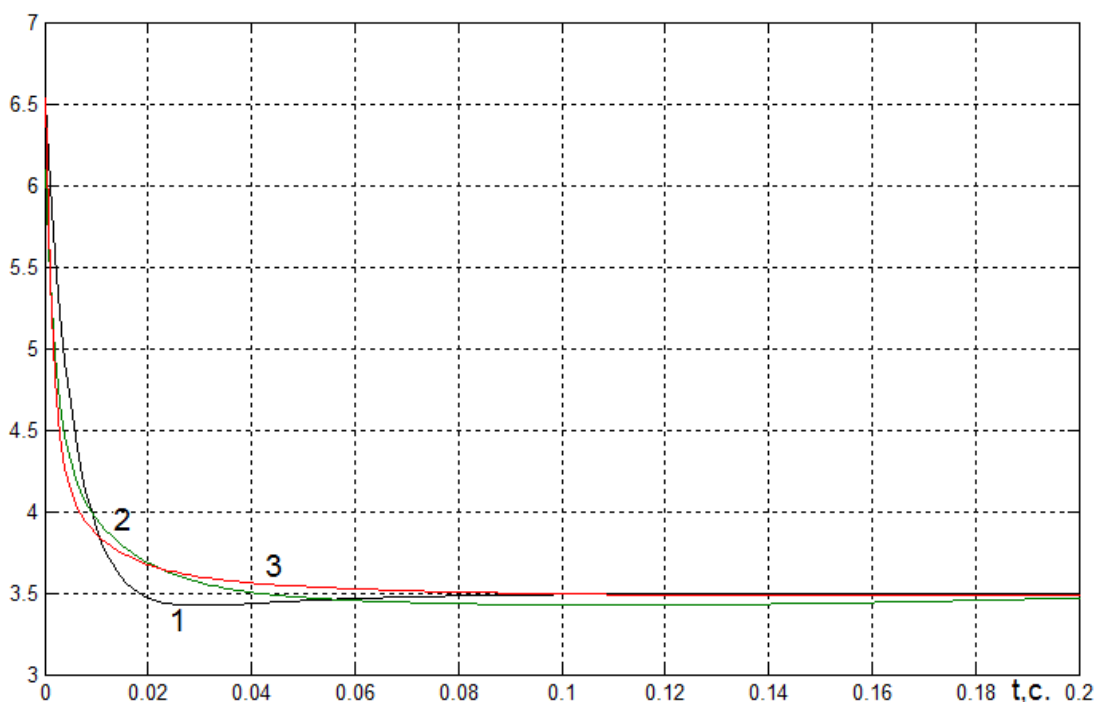


Рис. 3.25. Перехідні функції регуляторів з ПФ (3.34) – крива 1, отриманого МРЧ з ПФ (3.36) – крива 2 і методом ГА з ПФ (3.37) – крива 3

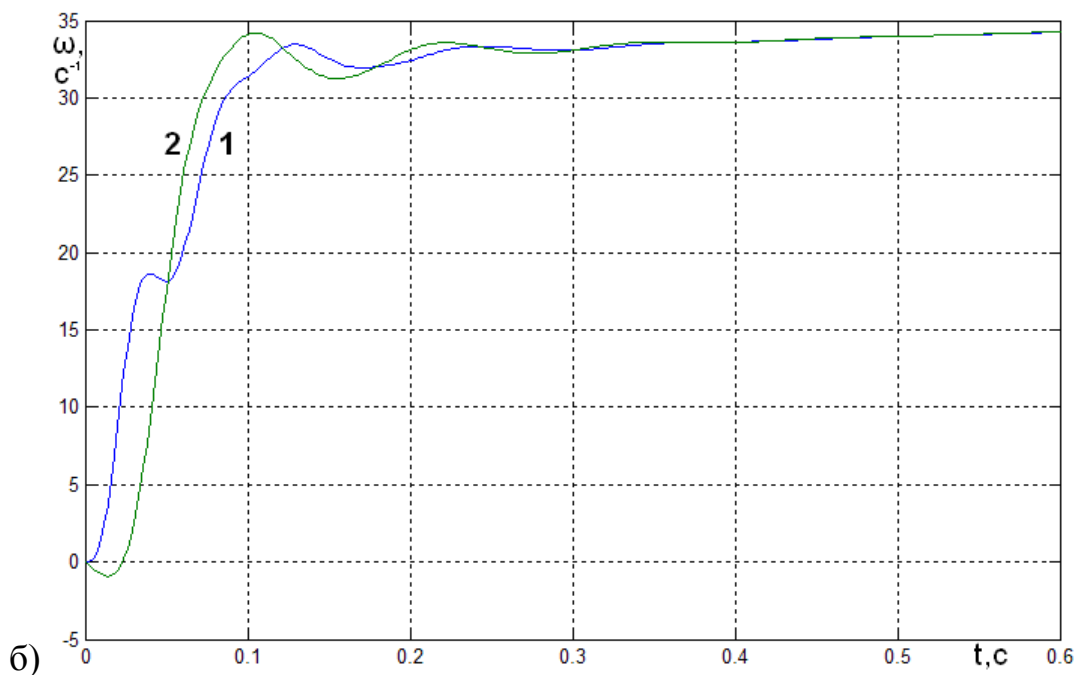
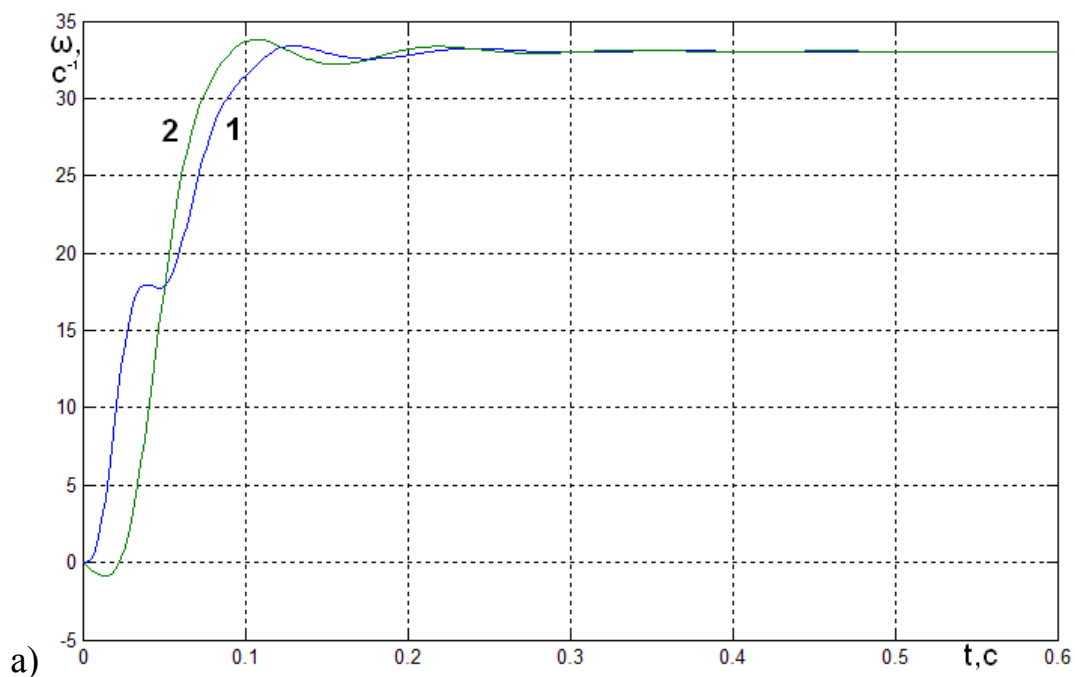
З метою порівняння ефективності інтелектуальних методів проведемо апроксимацію регулятора за його перехідною функцією (3.34), використовуючи метод ГА. Метод ГА реалізовано за використання оптимізаційного пакету Optimization Toolbox. У результаті апроксимації методом ГА отримано наступну ПФ ПІ<sup>λ</sup>Д<sup>μ</sup>-регулятора

$$W(s) = 2,98 + 0,486s^{-0,323} + 0,145s^{0,463} . \quad (3.37)$$

Перехідну функцію ПФ (3.37) показано на рис. 3.25, крива 3.

Для перевірки ступеня адекватності апроксимованих регуляторів дробового порядку проведено їх симуляційні дослідження за використання моделі двомасової ЕМС [78], показаної на рис. 3.23.

На рис. 3.26, а,б,в показано перехідні функції швидкості на виході першої (1) і другої (2) маси ЕМС спірально-гвинтового транспортера за використання регуляторів, відповідно, з ПФ (3.34), (3.36) і (3.37).



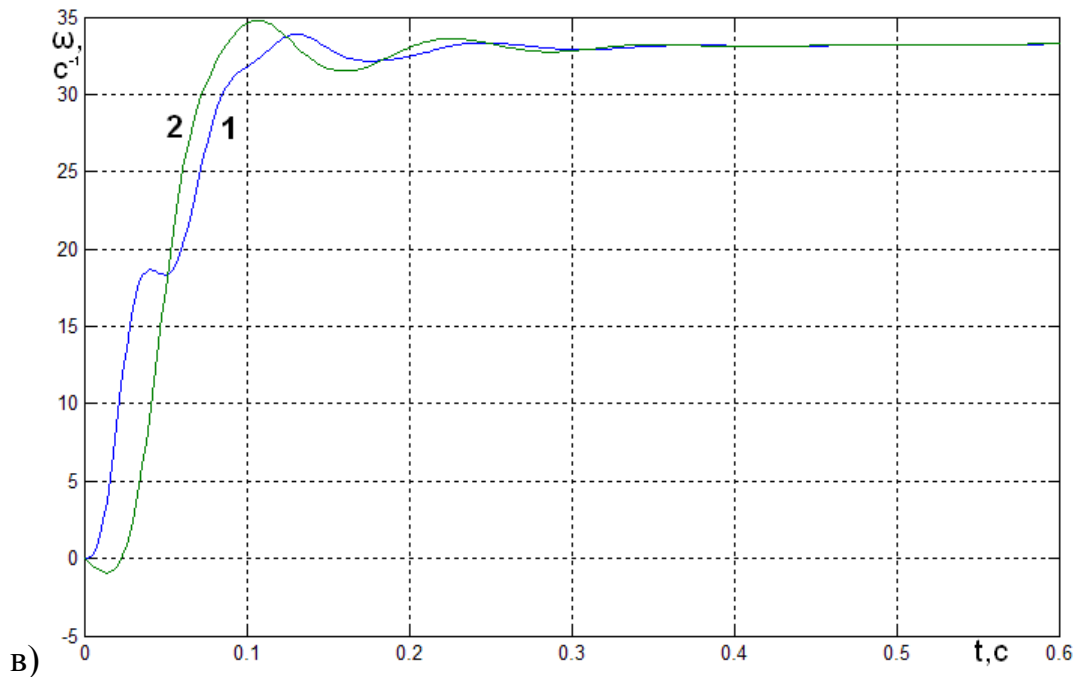


Рис. 3.26. Перехідні процеси швидкості двомасової ЕМС за використання регуляторів з ПФ (3.34) – а, (3.36) – б і (3.37) – в

Проведені дослідження підтверджують ефективність замінити регулятора високого порядку з ПФ (3.34) ПІ<sup>λ</sup>Д<sup>μ</sup>-регулятором, ПФ якого визначена шляхом апроксимації перехідної функції регулятора з ПФ (3.34), методом рою (3.36) або генетичним алгоритмом (3.37).

Методом ГА проведено дослідження можливості застосування ПІ<sup>λ</sup>Д<sup>μ</sup>-регулятора для об'єкта керування ЕМС (рис. 3.23) з врахуванням його двомасовості та нелінійності реактивного навантаження.

Синтез параметрів регулятора проведемо за використання певної дробової бажаної форми [140], якій відповідає бажана якість перехідної функції. Отримані попередні результати щодо апроксимації регулятора з ПФ (3.34) дали змогу скоректувати і суттєво звузити діапазони пошуку параметрів ПІ<sup>λ</sup>Д<sup>μ</sup>-регулятора. Особливістю застосування при синтезі ПІ<sup>λ</sup>Д<sup>μ</sup>-регулятора еволюційних методів, зокрема, для об'єкта керування з складною характеристикою, є необхідність вибору коректного часу досягнення усталеного значення  $t_{0.95}$ . Якщо величина  $t_{0.95}$  вибрана надто мала, то в процесі синтезу на початку перехідної функції виникає



певна коливна ділянка. Така коливність усувається шляхом збільшення часу досягнення  $t_{095}$ .

На наступному етапі проводимо синтез двомасової ЕМС з ПІД<sup>μ</sup>-регулятором дробового порядку і нелінійним навантаженням, характеристика якого показана на рис. 3.27.

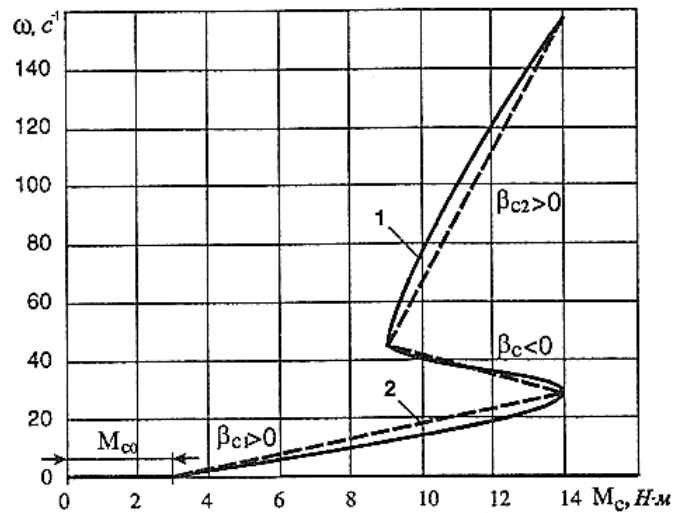


Рис. 3.27. Механічна характеристика нелінійного навантаження СВТ (крива 1) і її лінеаризація (крива 2)

Нами реалізовано лінеаризовану характеристику нелінійного навантаження (рис. 3.27, крива 2). Структурна схема лінеаризованої моделі нелінійного навантаження показана на рис. 3.28.

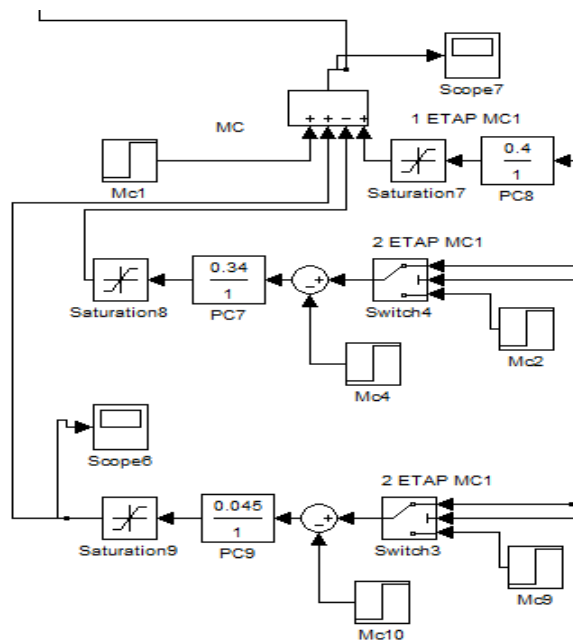


Рис. 3.28. Лінеаризована модель нелінійного навантаження з характеристикою, показаною на рис. 3.27, яка реалізована в середовищі MATLAB Simulink

Використавши оптимізаційний пакет Optimization Toolbox для синтезу методом ГА і задавши еталонним перехідним процесом, який відповідає ланці (3.38), проведемо синтез  $\text{ПІ}^\lambda\text{Д}^\mu$ -регулятора дробового порядку методом ГА

$$W(s) = \frac{1}{T_\mu s + 1}. \quad (3.38)$$

Доцільність вибору такої ланки цілого порядку як еталонної була встановлена в процесі симуляційних досліджень. Критерієм вибору був мінімальний час досягнення усталеного значення  $t_{0.95}$  і перерегулювання на виході ЕМС. Застосування як бажаних ланок дробового порядку, які забезпечують необхідне перерегулювання, призводила до більш коливного процесу (більшого перерегулювання) на виході ЕМС і тому була вибрана ПФ (3.38).

Пошук параметрів  $\text{ПІ}^\lambda\text{Д}^\mu$ -регулятора здійснювався в межах, наведених у табл. 3.7

Межі зміни параметрів ПІ<sup>λ</sup>Д<sup>μ</sup>-регулятора

| Параметр      | Межі зміни   |
|---------------|--------------|
| $K_p$         | [1, 3]       |
| $K_i = 1/T_i$ | [0,1, 1,5]   |
| $\lambda$     | [0,1, 0,999] |
| $T_d$         | [0,1, 1,5]   |
| $\mu$         | [0,1, 0,999] |

На рис. 3.29 показано залежність функції якості  $J$  (2.9) від номеру ітерації в процесі синтезу методом ГА.

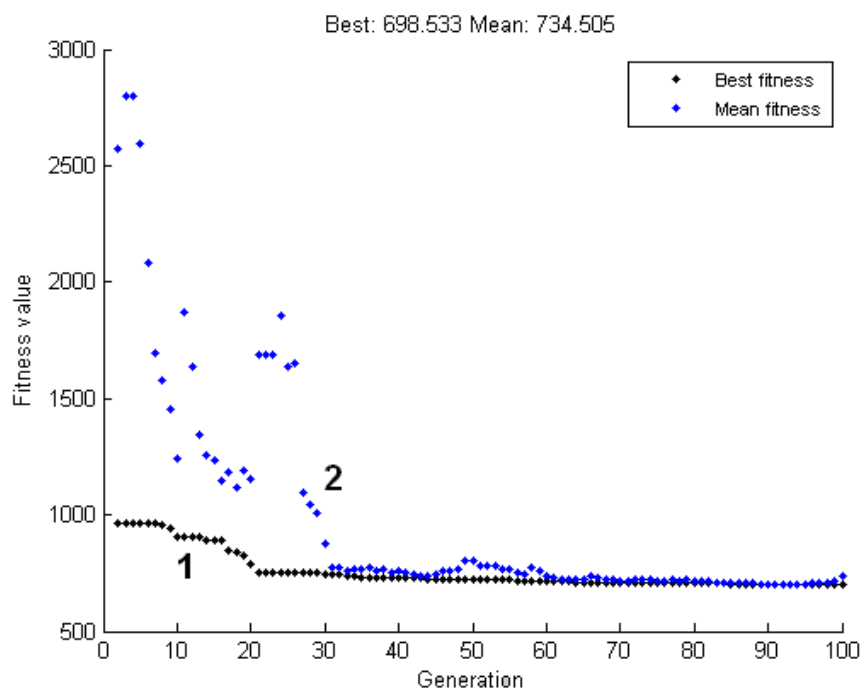


Рис. 3.29. Процес синтезу за використання ГА: залежність функції якості від номеру ітерації.

За результатами синтезу методом ГА отримано наступну ПФ ПІ<sup>λ</sup>Д<sup>μ</sup>-регулятора дробового порядку

$$W(s) = 2,297 + 0,533s^{-0,402} + 0,443s^{0,402}. \quad (3.39)$$

Дослідження проведено в режимах:

- повного нелінійного навантаження, відповідно до рис. 3.27;
- $M_c = 3$  Нм;
- режим роботи без навантаження.

На рис. 3.30 показані: еталонний перехідний процес, який відповідає ланці (3.38) (крива 1); перехідний процес на виході ЕМС, за використання ПІ<sup>λ</sup>Д<sup>μ</sup>-регулятора дробового порядку з ПФ (3.39), отриманого в результаті синтезу методом ГА (крива 2) і перехідний процес першої маси (крива 3) за дії повного нелінійного навантаження, відповідно до рис. 3.27.

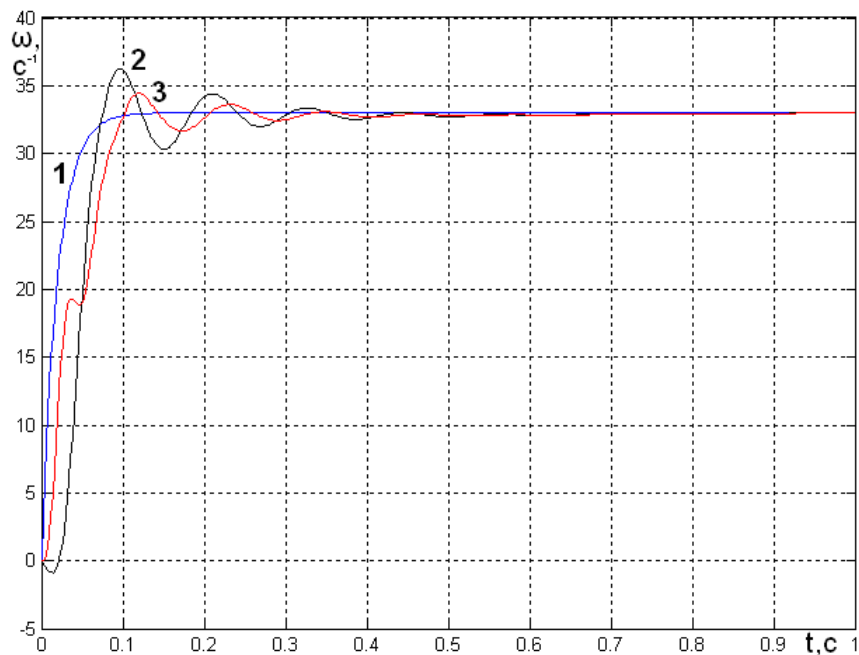


Рис. 3.30. Перехідні процеси: крива 1 - еталонний перехідний процес для ПФ (3.38); крива 2 - перехідний процес на виході двомасової ЕМС; крива 3 - перехідний процес першої маси

На рис. 3.31 показані результати досліджень у випадку дії статичного навантаження  $M_c = 3$  Нм, а на рис. 3.32 - у випадку неробочого ходу (без навантаження).

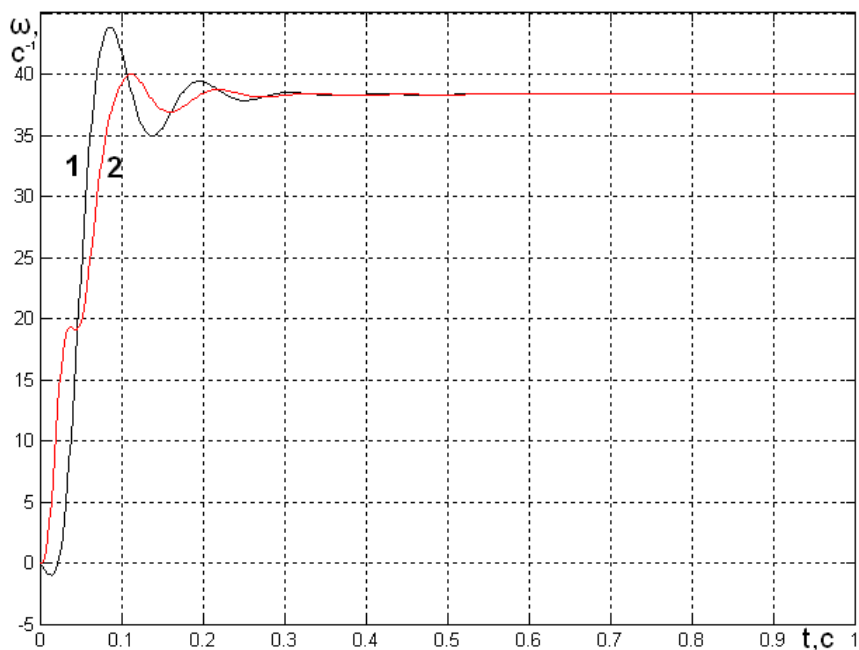


Рис. 3.31. Перехідні процеси ( $M_c = 3 \text{ Нм}$ ): крива 1 – перехідний процес на виході двомасової ЕМС; крива 2 – перехідний процес першої маси

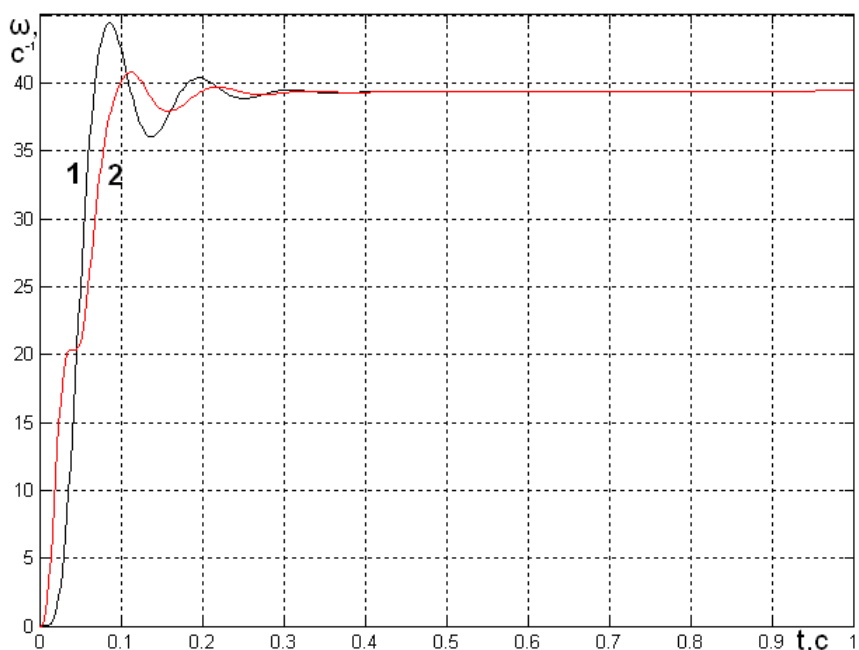


Рис. 3.32. Перехідні процеси ( $M_c = 0$ ): крива 1 – перехідний процес на виході двомасової ЕМС; крива 2 – перехідний процес першої маси

Отримані результати показують ефективність використання ПІД<sup>μ</sup>-регулятора для оптимізації ЕМС з врахуванням двомасовості її об'єкта керування

та нелінійності реактивного навантаження за використання інтелектуальних методів.

### 3.7 Висновки до розділу 3

1. Застосування дробових бажаних форм розширює гамму можливих налаштувань дробових регуляторів при синтезі контурів ЕМС, забезпечує кращу якість перехідних процесів порівняно з регуляторами цілого порядку і тим самим підвищує ефективність синтезованих систем. На основі отриманих результатів досліджень для налагодження контурів ЕМС можна рекомендувати дробові бажані форми: форму №1 при  $q = 0,9 \div 1,3$  і форму №2 при  $q = 0,1 \div 2$  як такі, що задовольняють вимогам об'єктів керування.

2. Розроблена методика синтезу САК на основі характеристичного дробового полінома придатна для вибору параметрів як дробових, так і цілочисельних регуляторів, які є частковим випадком дробових, дозволяє забезпечувати бажану якість перехідного процесу, але структура дробового регулятора залежить від передавальної функції об'єкта керування. Максимальне відхилення між результатами, отриманими шляхом моделювання і бажаними, не перевищує 1%.

3. На основі проведених досліджень еволюційних методів запропоноване застосування методу рою частинок як для аналізу, так і для синтезу САК спрямоване на практичне використання, зокрема для побудови самоналагоджувальних систем керування електроприводами виробничих механізмів на базі сучасних дробових контролерів.

4. Запропонований підхід до синтезу дробового ПІ<sup>λ</sup>Д<sup>μ</sup>-регулятора еволюційними методами за характерними точками перехідної функції бажаної дробової форми з використанням функції якості J для оцінки ступеня розбіжності прискорює процес синтезу і забезпечує достатню наближеність до завдання ( $\sigma_n = 4,7\%$ ), задовільну швидкодію, і може бути запропонований для реалізації самоналагоджувальної системи керування ЕМС за використання ПІ<sup>λ</sup>Д<sup>μ</sup>-регулятора.

5. Аналіз запропонованих підходів до самоналагодження цифрових як ПІ<sup>λ</sup>Д<sup>μ</sup>-регулятора, так і цілочисельного ПІД-регулятора швидкості ЕМС, показав їх придатність для практичної реалізації в перетворювачах частоти типу MFC710 за використання комп'ютера або спеціалізованої опції програмованого логічного контролера.

6. Використання регуляторів дробового порядку і, зокрема, ПІ<sup>λ</sup>Д<sup>μ</sup>- регулятора є ефективним засобом оптимізації ЕМС з врахуванням двомасовості її об'єкта керування та нелінійності реактивного навантаження за використання інтелектуальних методів.

## РОЗДІЛ 4

### РОБАСТНЕ КЕРУВАННЯ В ЕМС З РЕГУЛЯТОРАМИ ДРОБОВОГО ПОРЯДКУ

#### 4.1 Загальні положення

У системах керування різними об'єктами і, зокрема, в ЕМС виникають задачі, пов'язані з їх робастністю. Застосування інтегровано-диференціальних регуляторів дробового порядку для об'єктів керування, які описуються ПФ цілого порядку, забезпечує кращу гнучкість у налагодженні, у порівнянні з регуляторами цілого порядку. Ця гнучкість робить керування з регуляторами дробового порядку потужним інструментом у проектуванні робастних систем керування з меншою кількістю параметрів налагодження. Основна перевага полягає в тому, що, використовуючи декілька параметрів для налаштування, регулятор дробового порядку досягає подібну робастність, як і регулятори цілого, але значно вищого порядку. Проте одночасно можуть виникати проблеми, зокрема, частотних впливів: високочастотних у каналі керування (завдання) і низькочастотних з сторони навантаження, а також стійкості ЕМС при невизначеності її параметрів (робастної стійкості).

Згідно визначення, наведеного в [105], робастне керування – це керування, яке вирішує задачі стійкості, синтезу тощо, які пов'язані з невизначеністю об'єкта керування. Ця невизначеність може задаватися або за допомогою певної множини параметрів (параметрична робастність), або певної «смуги» в частотній області (частотна робастність), або за допомогою допустимої множини матриць (матрична робастність).

Метою даного розділу роботи є:

- аналіз підходів до оперативного контролю робастної стійкості ЕМС, замкнені контури яких описуються ПФ дробового порядку;
- порівняльний аналіз відомих способів робастного синтезу ЕМС і запропонованих підходів, які базуються на використанні бажаних дробових форм;



- розроблення методики вибору структури і параметрів дробового регулятора для реалізації робастного керування ЕМС, враховуючи частотні впливи та умови робастної стійкості;

- розроблення, на основі аналізу можливих підходів, способу робастного керування в режимі самоналагодження ЕМС.

Підхід до робастного синтезу полягає у виборі регулятора, який повинен виконувати наступні функції:

- забезпечувати повну робастну стійкість системи;
- гарантувати бажані показники якості при можливих параметричних невизначеностях і впливах частотних збурень.

З можливих шляхів вирішення проблеми синтезу робастного регулятора зупинимось на розглянутих вище методах синтезу, тобто на методі дробового характеристичного полінома, а також на інтелектуальних методах рою частинок і генетичного алгоритму.

#### **4.2 Аналіз і вибір умов робастної стійкості дробових ЕМС**

На сучасному етапі, у зв'язку з перспективою розроблення самоналаштувальних систем, актуальним є розроблення підходів до оперативного контролю робастної стійкості ЕМС, які передбачають врахування невизначеності її параметрів. У даному розділі проведено пошук інформативного параметра для аналізу (оцінки ступеня) стійкості ЕМС дробового порядку і розробляється підхід до її забезпечення шляхом створення «обмежувальної зони» в процесі вибору параметрів дробового регулятора при його робастному синтезі за бажаною якістю перехідного процесу.

Для більшості ЕМС характерною є параметрична невизначеність і тому проблему стійкості системи можна звести до робастної стійкості її характеристичного полінома [105]. Дослідження ЕМС дробового порядку на стійкість відрізняється від традиційних систем, які описуються ПФ цілого

порядку [6], зокрема, стійка система дробового порядку може мати корені в правій половині комплексної площини.

Для розроблення раціонального варіанту оперативного контролю умови робастної стійкості ЕМС з перспективою його застосування для побудови самоналагоджувальних систем як найбільш перспективні розглянуто підхід за використання комплексної  $\omega_R$ -площини поверхні Рімана.

Оскільки основна площина Ріманової поверхні [107], тобто  $\omega_R$ -площина, створюється згідно нерівності  $-\pi < \arg(s) < \pi$  шляхом використання відображення  $\omega_R = s^q$ , і записується у вигляді  $-\pi q < \arg(\omega_R) < \pi q$ , то в цьому випадку область стійкості системи відповідає права частина  $\omega_R$ -площини в межах сектору  $-\pi q/2 < \arg(\omega_R) < \pi q/2$ .

Результатом цих досліджень повинно стати знаходження певного інформативного параметра щодо знаходження ЕМС у зоні стійкої/нестійкої роботи або на межі цих зон, і за наближенням даного параметра до однієї з цих зон прогнозувати характер перехідного процесу.

У [55] показано, що використання як моделей ланок дробового порядку, зокрема дробових ПФ

$$W(s) = \frac{k}{a_1 s^{\alpha_1} + 1}, \quad (4.1)$$

$$W(s) = \frac{k}{a_2 s^{\alpha_2} + a_1 s^{\alpha_1} + 1}, \quad (4.2)$$

має значну перевагу для апроксимації об'єктів керування ЕМС. Знаходження такої моделі дробового порядку для об'єкта керування на основі його динамічної характеристики забезпечує високу точність апроксимації, а саме модель є простіша, у порівнянні з цілочисельною, що особливо важливо при реалізації режиму самоналагодження регулятора ЕМС. Проте в процесі синтезу регуляторів дробового порядку, зокрема методом характеристичного полінома, або методом рою, при зміні параметрів ланки з ПФ (4.2) було встановлено, що їй властива

параметрична нестійкість. Тому виникла доцільність аналізу впливу величини як дробових, так і цілочисельних степенів поліномів такого типу на їх стійкість, результати якого можуть бути використані для визначення зон робастної стійкості в процесі самоналагодження дробового регулятора ЕМС.

Далі здійснимо наступний крок досліджень – пошук еталонної моделі для отримання часових перехідних функцій ланки дробового порядку з ПФ (4.2).

У ролі такої моделі використаний наступні вираз [108]

$$y(t) = \frac{1}{a_2} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{k!} \left(\frac{1}{a_2}\right)^k E_k\left(t, -\frac{a_1}{a_2}, \alpha_2 - \alpha_1, \alpha_2 + \alpha_1 k\right),$$

де  $E_k\left(t, -\frac{a_1}{a_2}, \alpha_2 - \alpha_1, \alpha_2 + \alpha_1 k\right)$  – функція Мітгаг-Леффлера [108].

Пошук інформативного параметра для оцінки робастної стійкості за використання згаданих вище підходів розглянемо на прикладі лінійної системи ЛТІ, яка описується дробовою ланкою з ПФ [148]

$$W(s) = \frac{1}{0,8s^{\alpha_2} + 0,5s^{\alpha_1} + 1} \quad (4.3)$$

і є частковим випадком (4.2) та використовується авторами [68,138] для перевірки методик вибору параметрів дробових регуляторів. У даному випадку передбачена можливість зміни величини дробових показників степені  $\alpha_2$ ,  $\alpha_1$ , які у ПФ об'єкта досліджень мають значення  $\alpha_2 = 2,2$ ,  $\alpha_1 = 0,9$  і суттєво впливають на стійкість системи.

Проблема застосування кореневих методів аналізу і синтезу систем дробового порядку полягає в тому, що бажана зона розміщення полюсів на комплексній площині (зона модальності [149]) для характеристичного поліному цілочисельної системи  $Q(s)$  не є відповідною зоною для  $Q(s^{\frac{1}{m}})$ . Необхідно побудувати і формалізувати межі бажаної зони розміщення полюсів, яка відповідатиме заданим показникам якості регулювання для характеристичного

полінома  $Q(s^{\frac{1}{m}})$ . Відповідь на ці питання дає перетворена комплексна  $\omega_R$ -площина Рімана [107]. Суть її формування полягає в наступному. Нехай маємо дробовий характеристичний поліном ЕМС у вигляді:

$$Q(s) = a_1 s^{\frac{\alpha_1}{\beta_1}} + a_2 s^{\frac{\alpha_2}{\beta_2}} + \dots + a_n s^{\frac{\alpha_n}{\beta_n}}.$$

Представимо дробові степені оператора Лапласа  $s$  у вигляді звичайних дробів з однаковими знаменниками, які будуть найменшим спільним кратним  $\lambda$  для  $\beta_1, \beta_2 \dots \beta_n$ . Тоді отримаємо

$$Q(s) = a_1 s^{\left(\frac{1}{\lambda}\right)^{\lambda_1}} + a_2 s^{\left(\frac{1}{\lambda}\right)^{\lambda_2}} + a_3 s^{\left(\frac{1}{\lambda}\right)^{\lambda_3}} \dots + a_n s^{\left(\frac{1}{\lambda}\right)^{\lambda_n}}.$$

У роботі [150] доведено, що такий поліном можна представити у вигляді:

$$Q(s) = a_1 (s^{\frac{1}{m}})^n + a_2 (s^{\frac{1}{m}})^{n-1} + \dots + a_n (s^{\frac{1}{m}})^1 + a_{n+1}.$$

Введемо нову комплексну змінну у вигляді  $\omega_R = s^{\frac{1}{m}}$ . Тоді

$$Q(\omega_R) = a_1 \omega_R^n + a_2 \omega_R^{n-1} + \dots + a_n \omega_R^1 + a_{n+1}.$$

Розглянемо в що трансформується зона модальності звичайної комплексної площини на комплексній  $\omega_R$ -площині Рімана. Загалом відомо, що зона модальності для цілочисельних систем може бути окреслена сектором  $\psi$ , котрий знаходиться в лівій півплощині  $s$  (рис.4.1).

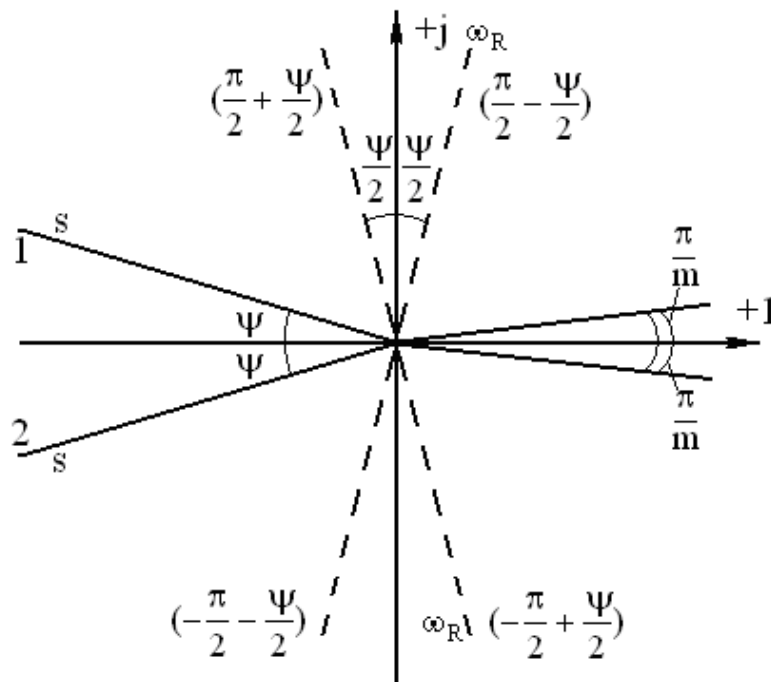


Рис. 4.1. Трансформація зони модальності звичайної комплексної площини на комплексній  $\omega_R$ -площині Рімана

Очевидно, що будь який полюс у цій зоні можна представити, як  $Ae^{\pm j(\pi-\psi)}$ . Подивимось, у що трансформується ця зона на перетвореній комплексній  $\omega_R$ -площині Рімана

$$A_{\omega} = \left[ Ae^{\pm j(\pi-\psi)} \right]_{\frac{1}{m}} = A^{\frac{1}{m}} e^{\pm j \frac{\pi-\psi}{m}} = A^{\frac{1}{m}} e^{\pm j \left( \frac{\pi}{m} - \frac{\psi}{m} \right)}$$

Наприклад, якщо  $m = 2$  ( $\omega_R = \sqrt{s}$ ), то отримаємо

$$A_{\omega} = \sqrt{A} e^{\pm j \left( \frac{\pi}{2} - \frac{\psi}{2} \right)}$$

Розглянемо можливості представлення ліній 1 та 2. Так лінія 1 може бути записана за допомогою кута  $\gamma_1 = (\pi - \psi)$  або  $\gamma_2 = -(\pi + \psi)$ . Лінія 2 окреслена кутами  $\gamma_1 = (\pi + \psi)$  або  $\gamma_2 = -(\pi - \psi)$ . При переході до  $\omega_R$  поверхні кут  $\gamma_1$

трансформується в  $(\frac{\pi}{2} - \frac{\Psi}{2})$ , кут  $\gamma_2$  трансформується в  $(-\frac{\pi}{2} - \frac{\Psi}{2})$ . У свою чергу кути  $\gamma_3$  і  $\gamma_4$  трансформуються в  $(\frac{\pi}{2} + \frac{\Psi}{2})$  та  $(-\frac{\pi}{2} + \frac{\Psi}{2})$ . Таким чином межі зони мобільності  $\omega_R$ -поверхні трансформуються в лінії симетричні відносно уявної осі з кутами симетричності  $\frac{\Psi}{2}$ .

Якщо ж  $m > 2$ , то прийдемо до кутів  $\pm(\frac{\pi}{m} \pm \frac{\Psi}{m})$ . Це означає, що поверхня Рімана матиме зону модальності в правій півплощині. Подивимось як відображаються якісь бажані стандартні форми цілочисельних характеристичних поліномів на  $\omega_R$  площині Рімана. Нехай якась одна пара з декількох бажаних полюсів запишеться  $s_{1,2} = \alpha \pm j\beta$ , або в показниковій формі

$$s_{1,2} = \sqrt{\alpha^2 + \beta^2} e^{\pm j \arctg \frac{\beta}{\alpha}}.$$

Перейдемо до  $\omega_R = \sqrt{s}$ . Тоді

$$\begin{aligned} s_{\omega_{1,2}} &= (\sqrt{\alpha^2 + \beta^2} e^{\pm j \arctg \frac{\beta}{\alpha}})^{\frac{1}{2}} = (\alpha^2 + \beta^2)^{\frac{1}{4}} e^{\pm j \frac{1}{2} \arctg \frac{\beta}{\alpha}} = \\ &= (\alpha^2 + \beta^2)^{\frac{1}{4}} \cos\left(\frac{1}{2} \arctg \frac{\beta}{\alpha}\right) \pm j (\alpha^2 + \beta^2)^{\frac{1}{4}} \sin\left(\frac{1}{2} \arctg \frac{\beta}{\alpha}\right). \end{aligned}$$

Якщо мова йде стандартну біноміальну форму, то

$$s_{1,2} = -\alpha \pm j0 = -\alpha e^{\pm j0} = \alpha e^{\pm j\pi}.$$

$\omega_R$ -площина, коли  $m=2$ , отримаємо:

$$s_{\omega_{1,2}} = (\alpha e^{\pm j\pi})^{\frac{1}{2}} = \sqrt{\alpha} e^{\pm j\frac{\pi}{2}} = \sqrt{\alpha} \cos\left(\frac{\pi}{2}\right) \pm j\sqrt{\alpha} \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0 \pm j\sqrt{\alpha}.$$

Якщо  $m=4$ , то

$$s_{\omega_{1,2}} = (\alpha e^{\pm j\pi})^{\frac{1}{4}} = \alpha^{\frac{1}{4}} e^{\pm j\frac{\pi}{4}} = \alpha^{\frac{1}{4}} \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) \pm j\alpha^{\frac{1}{4}} \sin\left(\frac{\pi}{4}\right) = 0,707\alpha^{\frac{1}{4}} \pm j0,707\alpha^{\frac{1}{4}}.$$

Таким чином дійсний полюс на  $\omega_R$ -поверхні Рімана може трансформуватися на пару комплексно спряжених чисел або пару уявних чисел. Для цілого ряду стандартних форм здійснимо перерахунок значень поліномів з класичної комплексної поверхні в значення цих полюсів на  $\omega_R$  поверхні Рімана за умови  $m=10$ , результати якого показано в табл. 4.3.

У роботі [107] показано що на  $\omega_R$ -поверхні Рімана зона модальності визначається сектором  $\phi$ , симетричним відносно осі дійсних чисел і з цієї зони отримуються полюси, які відповідають бажаній якості регулювання в дробовій системі.

Перехід від значень полюсів на поверхні Рімана до відповідних значень на традиційній комплексній поверхні стосовно цілочисельних систем можна здійснювати наступним чином.

Якщо  $s_{\omega_{1,2}} = \alpha_{\omega} \pm j\beta_{\omega}$ , то в показниковій формі маємо

$$s_{\omega_{1,2}} = \sqrt{\alpha_{\omega}^2 + \beta_{\omega}^2} e^{\pm j \arctg \frac{\beta_{\omega}}{\alpha_{\omega}}}.$$

Перейдемо від  $\omega_R = s^{\frac{1}{m}}$  до звичайної комплексної площини

$$s_{1,2} = \left[ \sqrt{\alpha_{\omega}^2 + \beta_{\omega}^2} \right]^m e^{\pm j \cdot m \arctg \frac{\beta_{\omega}}{\alpha_{\omega}}} = \left[ \alpha_{\omega}^2 + \beta_{\omega}^2 \right]^{\frac{m}{2}} \left[ \cos\left(m \cdot \arctg \frac{\beta_{\omega}}{\alpha_{\omega}}\right) \pm j \sin\left(m \cdot \arctg \frac{\beta_{\omega}}{\alpha_{\omega}}\right) \right] = \alpha \pm j\beta.$$

Проведемо аналіз робастної стійкості ЕМС за використання комплексної  $\omega_R$ -площини Ріманової поверхні (надалі комплексної  $\omega_R$ -площини). Пошук інформативного параметра для оцінки стійкості ЕМС базується на результатах

досліджень, наведених в [107]. Згідно цього підходу, характеристичне рівняння (поліном) ЕМС записують у формі загальної ЛТІ системи дробового порядку:

$$a_n(q)s^{\alpha_n} + \dots a_1(q)s^{\alpha_1} + a_0(q)s^{\alpha_0} \equiv \sum_{i=0}^n a_i(q)s^{\alpha_i} = 0, \quad (4.4)$$

де  $q$  - вектор невизначених параметрів з масиву  $Q$  переписують і трансформують у комплексну  $\omega_R$  -площину до вигляду

$$\sum_{i=0}^n a_i s^{\frac{\mu_i}{\nu_i}} = 0 \Rightarrow \sum_{i=0}^n a_i \omega_R^{k_i} = 0, \quad (4.5)$$

де  $\omega_R = s^{\frac{1}{m}}$ ; де  $m$  – найменше спільне кратне  $\nu_i$ ;  $k_i = \alpha_i m$ ;  $n$  – порядок полінома.

Далі аналіз стійкості проводиться в наступній послідовності.

1. Для заданих  $a_i$  розраховують корені рівняння (4.4) і знаходять їх абсолютні фази  $|\phi_{\omega_i}|$ .

2. Корені на комплексній  $\omega_R$  -площині мають відповідати кореням на  $s$ -площині й можуть бути отримані шляхом знаходження всіх коренів, які лежать в області  $|\phi_{\omega_i}| < \frac{\pi}{m}$  з подальшим застосуванням зворотного перетворення  $s = \omega_R^m$ .

Сектор, у якому  $|\phi_{\omega_i}| > \frac{\pi}{m}$ , не має фізичного змісту.

3. Умова стійкості [107]

$$\frac{\pi}{2m} < |\phi_{\omega_i}| < \frac{\pi}{m}, \quad (4.6)$$

а умова коливання  $|\phi_{\omega_i}| = \frac{\pi}{2m}$ . В іншому випадку система є нестійка.

Згідно (4.5) запишемо відповідне характеристичне рівняння системи з ПФ (4.3):



$$P(s): 0,8s^{\alpha_2} + 0,5s^{\alpha_1} + 1 = 0 \Rightarrow 0,8s^{\frac{10\alpha_2}{10}} + 0,5s^{\frac{10\alpha_1}{10}} + 1 = 0. \quad (4.7)$$

При  $m = 10$   $\omega_R = s^{\frac{1}{10}}$ , і многочлен (4.7) має вигляд

$$P(\omega_R): 0,8\omega_R^{10\alpha_2} + 0,5\omega_R^{10\alpha_1} + 1 = 0, \quad (4.8)$$

а умова стійкості для нього, згідно (4.6), записується у вигляді

$$0,157 < |\phi_{\omega_i}| < 0,314 \text{ рад.}$$

З можливих для (4.8)  $10\alpha_2 = n$  (порядок полінома) коренів розглянемо лише корені  $\omega_{Ri}$  з найменшими за модулем абсолютними фазами, у даному випадку  $\omega_{Rn-1,n}$  і їх відповідні абсолютні фази  $|\phi_{\omega_i}|$ , тобто  $|\phi_{\omega(n,n-1)}|$ .

Високий порядок полінома (4.8) ускладнює процедуру дослідження робастної стійкості ЕМС, які описуються ПФ зразка (4.3), за використання комплексної  $\omega_R$ -площини ( $\omega_R = s^{\frac{1}{10}}$ ). Тому запропоновано проводити аналіз залежності впливу показників степені  $\alpha_2$ ,  $\alpha_1$  на стійкість таких ланок за результатами попередньо розрахованих коренів характеристичних рівнянь, тобто контролю параметра  $|\phi_{\omega_i}|$ . Результати аналізу полінома (4.8) зведені в табл. 4.1 і показують вплив зміни степеней  $\alpha_2$ ,  $\alpha_1$  на зміну коренів полінома  $\omega_i$ , параметра  $|\phi_{\omega_i}|$  і, відповідно, на стан системи. Зміни значення показників степеней  $\alpha_2$ ,  $\alpha_1$  полінома дробового порядку в діапазоні в межах 0,5 - 3,5 вибиралися згідно плану часткового факторного експерименту.

На рис. 4.1 показано зміну розміщення коренів на комплексній  $\omega_R$ -площині з нанесеними на неї зонами стійкості/нестійкості (1 – нестійка зона; 2 – стійка зона; 3 – зона, яка не має фізичного змісту) для трьох характерних налаштувань №4 - зона 2, №5 - на межі зони 2 і 3, №6 зона 1 з табл. 4.1.

Аналіз стійкості ЕМС, які описуються дробовою ПФ (4.2) при зміні дробових степенів  $\alpha_1, \alpha_2$  в межах 0,5 - 3,5

| N  | ПФ                                               | $\omega_{Rn-1,n}$    | $ \phi_{\omega(n,n-1)} $ ,<br>рад. | Стан системи               |
|----|--------------------------------------------------|----------------------|------------------------------------|----------------------------|
| 1  | $W_H(s) = \frac{1}{0,8s^{0,5} + 0,5s^{0,5} + 1}$ |                      |                                    | стійка                     |
| 2  | $W_H(s) = \frac{1}{0,8s^{1,5} + 0,5s^{0,5} + 1}$ | $1,0059 \pm 0,2437i$ | 0,238                              | стійка                     |
| 3  | $W_H(s) = \frac{1}{0,8s^{1,5} + 0,5s^{1,5} + 1}$ | $0,9612 \pm 0,2043i$ | 0,209                              | стійка                     |
| 4  | $W(s) = \frac{1}{0,8s^{2,2} + 0,5s^{0,9} + 1}$   | $1,0045 \pm 0,1684i$ | 0,1661                             | стійка                     |
| 5  | $W(s) = \frac{1}{0,8s^{2,2} + 0,5s^{1,7} + 1}$   | $0,9786 \pm 0,1546i$ | 0,157                              | на межі стійкості, коливна |
| 6  | $W(s) = \frac{1}{0,8s^{2,2} + 0,5s^{1,9} + 1}$   | $0,9774 \pm 0,1486i$ | 0,151                              | нестійка                   |
| 7  | $W_H(s) = \frac{1}{0,8s^{3,5} + 0,5s^{0,5} + 1}$ | $1,0137 \pm 0,0961i$ | 0,095                              | нестійка                   |
| 8  | $W_H(s) = \frac{1}{0,8s^{3,5} + 0,5s^{1,5} + 1}$ | $1,0051 \pm 0,1058i$ | 0,105                              | нестійка                   |
| 9  | $W_H(s) = \frac{1}{0,8s^{3,5} + 0,5s^{2,5} + 1}$ | $0,9906 \pm 0,1003i$ | 0,101                              | нестійка                   |
| 10 | $W_H(s) = \frac{1}{0,8s^{3,5} + 0,5s^{3,5} + 1}$ | $0,9885 \pm 0,089i$  | 0,09                               | нестійка                   |

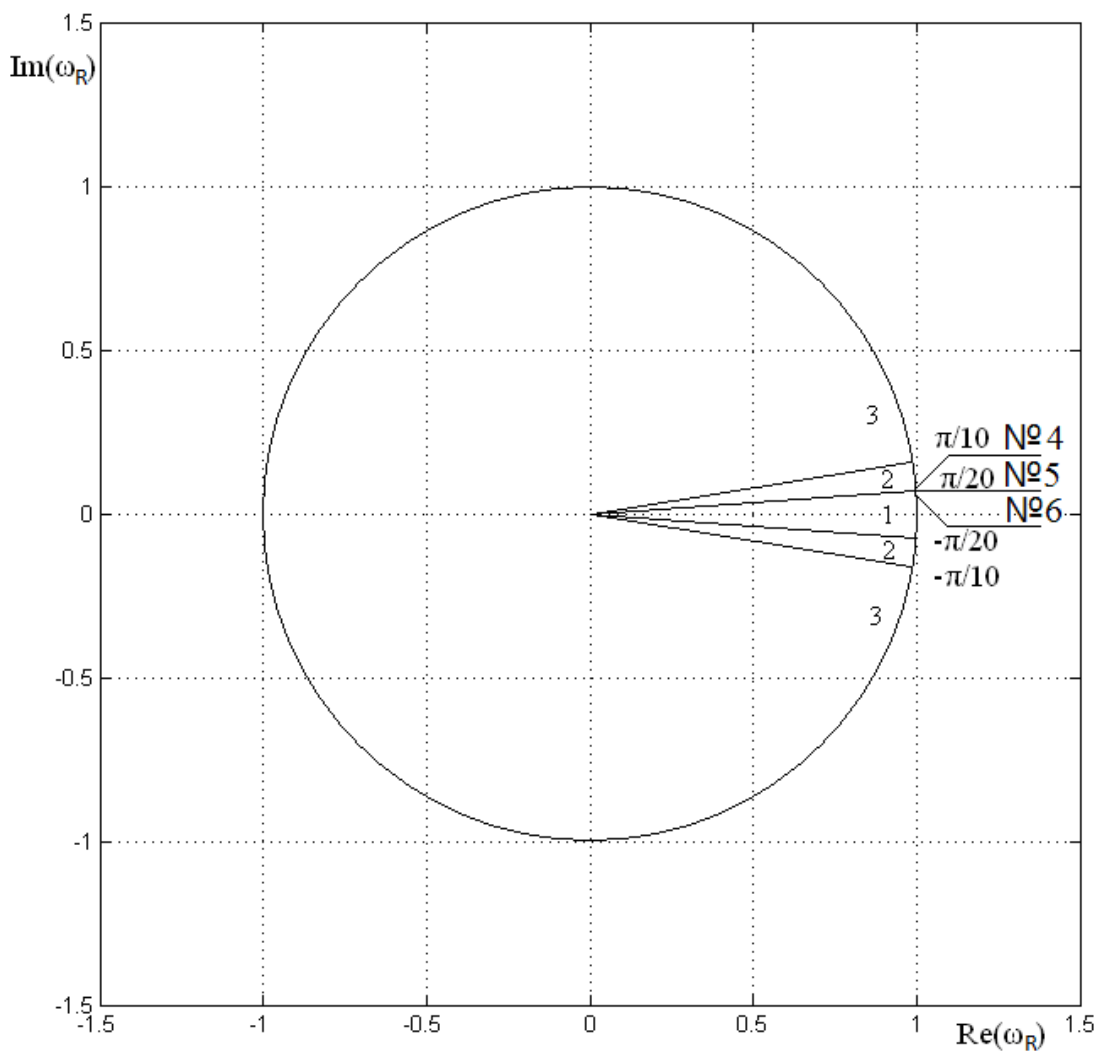


Рис. 4.1. Комплексна  $\omega_R$  - площина Ріманової поверхні функції  $\omega_R = s^{\frac{1}{10}}$

з нанесеними на неї зонами стійкості/нестійкості:

1 – нестійка зона; 2 – стійка зона; 3 – зона не має фізичного змісту

Для перевірки достовірності отриманих результатів проведемо дослідження поліномів № 4, 5, 6, наведених у табл. 4.1, які наближені до межі стійкості/нестійкості. На рис. 4.2 наведені результати цих досліджень, зокрема реакції на одиничний стрибок: крива 1 – для ПФ №4, крива 2 – ПФ №6 і крива 3 – ПФ №5.

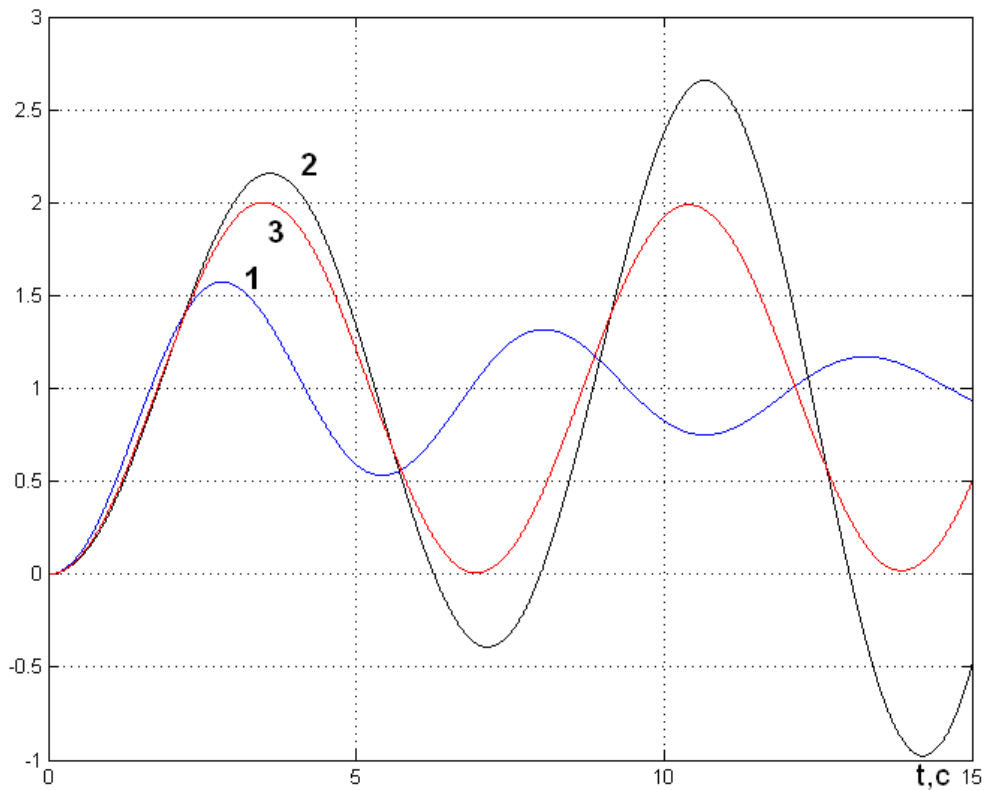


Рис. 4.2. Перехідні функції ланок ЕМС з ПФ №4 – крива 1, ПФ №5 – крива 3 і ПФ №6 – крива 2

Отже, аналіз робастної стійкості лінійних систем дробового порядку за такого контролю параметра  $|\phi_{\omega_i}|$  дає можливість слідкувати за розміщенням розрахованих коренів поліномів на комплексній  $\omega_R$ -площині (рис. 4.1) і таким чином контролювати динаміку зміни запасу системи за стійкістю.

У процесі синтезу регуляторів дробового порядку зазначеними вище методами можливий варіант, коли ЕМС описуються ПФ дробового порядку, у яких один з степенів  $\alpha_1$  або  $\alpha_2$  є цілочисельний. У табл. 4.2 показано результати дослідження стійкості таких ПФ і наведено розрахункові значення параметра  $|\phi_{\omega_i}|$  з метою перевірки його інформативності.

Аналіз стійкості ЕМС, які описуються дробовою ПФ (4.2) при зміні степеня  $\alpha_1$  або  $\alpha_2$ , один з яких є цілочисельним

| N  | ПФ                                               | $\omega_{R_{n-1,n}}$ | $ \phi_{\omega_{n,n-1}} $ , рад. | Стан системи |
|----|--------------------------------------------------|----------------------|----------------------------------|--------------|
| 1  | $W_H(s) = \frac{1}{0,8s^{1,0} + 0,5s^{1,5} + 1}$ | 0,9616±0,2621i       | 0,2661                           | стійка       |
| 2  | $W_H(s) = \frac{1}{0,8s^{1,5} + 0,5s^{1,0} + 1}$ | 0,9654±0,2359i       | 0,2396                           | стійка       |
| 3  | $W_H(s) = \frac{1}{0,8s^{2,0} + 0,5s^{0,5} + 1}$ | 1,0147±0,1769i       | 0,1726                           | стійка       |
| 4  | $W_H(s) = \frac{1}{0,8s^{2,0} + 0,5s^{1,5} + 1}$ | 0,9757±0,1715i       | 0,174                            | стійка       |
| 5  | $W_H(s) = \frac{1}{0,8s^{0,5} + 0,5s^{2,0} + 1}$ | 1,0517±0,1925i       | 0,1811                           | стійка       |
| 6  | $W_H(s) = \frac{1}{0,8s^{1,5} + 0,5s^{2,0} + 1}$ | 0,9735±0,184i        | 0,1868                           | стійка       |
| 7  | $W_H(s) = \frac{1}{0,8s^{3,0} + 0,5s^{0,5} + 1}$ | 1,0149±0,1134i       | 0,1113                           | нестійка     |
| 8  | $W_H(s) = \frac{1}{0,8s^{3,0} + 0,5s^{1,5} + 1}$ | 0,9998±0,1242i       | 0,1236                           | нестійка     |
| 9  | $W_H(s) = \frac{1}{0,8s^{3,0} + 0,5s^{2,5} + 1}$ | 0,9858±0,1109i       | 0,112                            | нестійка     |
| 10 | $W_H(s) = \frac{1}{0,8s^{0,5} + 0,5s^{3,0} + 1}$ | 1,0391±0,1192i       | 0,1142                           | нестійка     |

У табл. 4.3 наведені результати досліджень ефективності застосування запропонованого підходу для аналізу стійкості ЕМС, які описуються цілочисельними ПФ біноміальної форми і форми Баттерворта другого і третього порядків.

Таблиця 4.3

Аналіз стійкості ЕМС, які описуються цілочисельними ПФ

| N | ПФ                                                                                                     | $\omega_{Rn-1,n}$    | $ \phi_{\omega n,n-1} $ , рад.               | Стан системи |
|---|--------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------|----------------------------------------------|--------------|
| 1 | $W_H(s) = \frac{1}{1,0s^{2,0} + 2,0s^{1,0} + 1}$<br>біноміальна форма<br>другого порядку               | $0,9512 \pm 0,309i$  | 0,3141<br>(перере-<br>рулювання<br>відсутнє) | стійка       |
| 2 | $W_H(s) = \frac{1}{1,0s^{2,0} + 1,41s^{1,0} + 1}$<br>форма Баттерворта<br>другого порядку              | $0,9724 \pm 0,2332i$ | 0,2353<br>(перере-<br>рулювання<br>присутнє) | стійка       |
| 3 | $W_H(s) = \frac{1}{1,0s^{3,0} + 3,0s^{2,0} + 3,0s^{1,0} + 1}$<br>біноміальна форма<br>третього порядку | $0,9521 \pm 0,309i$  | 0,314<br>(перере-<br>рулювання<br>відсутнє)  | стійка       |
| 4 | $W_H(s) = \frac{1}{1,0s^{3,0} + 2,0s^{2,0} + 2,0s^{1,0} + 1}$<br>форма Баттерворта<br>третього порядку | $0,9781 \pm 0,2079i$ | 0,2094<br>(перере-<br>рулювання<br>присутнє) | стійка       |

У табл. 4.4 наведені результати аналізу стійкості ЕМС, які описуються дробовою ПФ першого порядку

$$W_H(s) = \frac{1}{a_1 s^{\alpha_1} + 1}$$

при зміні степені  $\alpha_1$ , якщо  $a_1 = \omega_{oc} = 1 \text{ c}^{-1}$ .

Аналіз стійкості ЕМС, які описуються дробовою ПФ (4.1)

за зміни степеня  $\alpha_1$ 

| N  | ПФ<br>$W_H(s)$          | $\omega_{Rn-1,n}$    | $ \phi_{\omega n-1,n} $ ,<br>рад. | Стан<br>системи                  |
|----|-------------------------|----------------------|-----------------------------------|----------------------------------|
| 1  | $\frac{1}{s^{1,0} + 1}$ | $0,9511 \pm 0,309i$  | 0,314                             | стійка                           |
| 2  | $\frac{1}{s^{1,1} + 1}$ | $0,9595 \pm 0,2817i$ | 0,286                             | стійка                           |
| 3  | $\frac{1}{s^{1,2} + 1}$ | $0,9659 \pm 0,2588i$ | 0,262                             | стійка                           |
| 4  | $\frac{1}{s^{1,3} + 1}$ | $0,9709 \pm 0,2393i$ | 0,242                             | стійка                           |
| 5  | $\frac{1}{s^{1,4} + 1}$ | $0,9749 \pm 0,2225i$ | 0,224                             | стійка                           |
| 6  | $\frac{1}{s^{1,5} + 1}$ | $0,9781 \pm 0,2079i$ | 0,209                             | стійка                           |
| 7  | $\frac{1}{s^{1,6} + 1}$ | $0,9808 \pm 0,1951i$ | 0,196                             | стійка                           |
| 8  | $\frac{1}{s^{1,7} + 1}$ | $0,983 \pm 0,1837i$  | 0,185                             | стійка                           |
| 9  | $\frac{1}{s^{1,8} + 1}$ | $0,9848 \pm 0,1736i$ | 0,175                             | стійка                           |
| 10 | $\frac{1}{s^{1,9} + 1}$ | $0,9864 \pm 0,1646i$ | 0,165                             | стійка                           |
| 11 | $\frac{1}{s^{2,0} + 1}$ | $0,9877 \pm 0,1564i$ | 0,157                             | на межі<br>стійкості,<br>КОЛИВНА |
| 12 | $\frac{1}{s^{2,1} + 1}$ | $0,9888 \pm 0,149i$  | 0,15                              | нестійка                         |

Параметр  $\omega_{oc}$  на стійкість дробових бажаних форм Форма 1 не впливає і величина параметра  $|\phi_{\omega_{n-1,n}}|$ , яка наведена в табл. 4.4, однакова для  $\omega_{oc}=1 \text{ c}^{-1}$ ,  $\omega_{oc}=10 \text{ c}^{-1}$ ,  $\omega_{oc}=100 \text{ c}^{-1}$ .

Проведені дослідження щодо робастної стійкості були перевірені шляхом моделювання перехідних процесів досліджуваних ПФ дробового порядку, результати наведені в табл. 4.1, 4.2, 4.4 (стан системи) підтвердили результативність використання комплексної  $\omega_R$ -площини. Усе це дозволяє стверджувати, що параметр  $|\phi_{\omega_i}|$  є інформативним щодо знаходження ЕМС у зоні стійкої/нестійкої роботи або на межі цих зон і за наближенням даного параметра до однієї з цих зон, можна прогнозувати характер перехідного процесу ЕМС, які описуються як дробовими, так і цілочисельними ПФ.

Дослідимо робастну стійкість, задавшись, наприклад, параметрами  $a_2=0,8$ ,  $\alpha_2=2,2$ ,  $a_1=0,5$ ,  $\alpha_1=0,9$  з діапазоном їх зміни в межах  $\pm 20\%$ :  $0,6 \leq a_2 \leq 1,0$ ;  $1,76 \leq \alpha_2 \leq 2,64$ ;  $0,4 \leq a_1 \leq 0,6$ ;  $0,72 \leq \alpha_1 \leq 1,08$ . Оскільки параметрів, які змінюються є чотири, то всього можливо максимум 16 варіантів їх комбінацій. Результати розрахунків стійкості кожного з цих варіантів за використання комплексної  $\omega_R$ -площини поверхні Рімана функції  $\omega_R = s^{10}$  і інформативного параметра  $|\phi_{\omega_i}|$  наведені в табл. 4.5.

Отримані результати показують, що при зміні параметрів у діапазоні  $\pm 20\%$  інформативний параметр робастної стійкості досліджуваного полінома змінюється в діапазоні:

$$0,131 \leq |\phi| \leq 0,215 \text{ рад,}$$

і виходить за межі діапазону стійкості для  $m=10$  згідно умови (4.6), яка становить

$$0,157 < |\phi_{\omega}| < 0,314 \text{ рад.}$$



Результати дослідження робастної стійкості ланки з ПФ (4.3) за зміни параметрів  $a_2=0,8$ ,  $\alpha_2=2,2$ ,  $a_1=0,5$ ,  $\alpha_1=0,9$  в межах  $\pm 20\%$

| №     | $a_2$      | $\alpha_2$      | $a_1$      | $\alpha_1$      | $ \Phi_{\omega i} $ ,<br>рад. | Стан системи |
|-------|------------|-----------------|------------|-----------------|-------------------------------|--------------|
| 1     | $a_{2min}$ | $\alpha_{2min}$ | $a_{1min}$ | $\alpha_{1min}$ | 0,199                         | стійка       |
| 2     | $a_{2min}$ | $\alpha_{2min}$ | $a_{1min}$ | $\alpha_{1max}$ | 0,202                         | стійка       |
| 3     | $a_{2min}$ | $\alpha_{2min}$ | $a_{1max}$ | $\alpha_{1min}$ | 0,211                         | стійка       |
| 4 P1  | $a_{2min}$ | $\alpha_{2min}$ | $a_{1max}$ | $\alpha_{1max}$ | 0,215                         | стійка       |
| 5     | $a_{2min}$ | $\alpha_{2max}$ | $a_{1min}$ | $\alpha_{1min}$ | 0,132                         | нестійка     |
| 6     | $a_{2min}$ | $\alpha_{2max}$ | $a_{1min}$ | $\alpha_{1max}$ | 0,139                         | нестійка     |
| 7 P4  | $a_{2min}$ | $\alpha_{2max}$ | $a_{1max}$ | $\alpha_{1min}$ | 0,137                         | нестійка     |
| 8     | $a_{2min}$ | $\alpha_{2max}$ | $a_{1max}$ | $\alpha_{1max}$ | 0,148                         | нестійка     |
| 9     | $a_{2max}$ | $\alpha_{2min}$ | $a_{1min}$ | $\alpha_{1min}$ | 0,195                         | стійка       |
| 10 P2 | $a_{2max}$ | $\alpha_{2min}$ | $a_{1min}$ | $\alpha_{1max}$ | 0,195                         | стійка       |
| 11    | $a_{2max}$ | $\alpha_{2min}$ | $a_{1max}$ | $\alpha_{1min}$ | 0,204                         | стійка       |
| 12    | $a_{2max}$ | $\alpha_{2min}$ | $a_{1max}$ | $\alpha_{1max}$ | 0,204                         | стійка       |
| 13 P3 | $a_{2max}$ | $\alpha_{2max}$ | $a_{1min}$ | $\alpha_{1min}$ | 0,131                         | нестійка     |
| 14    | $a_{2max}$ | $\alpha_{2max}$ | $a_{1min}$ | $\alpha_{1max}$ | 0,136                         | нестійка     |
| 15    | $a_{2max}$ | $\alpha_{2max}$ | $a_{1max}$ | $\alpha_{1min}$ | 0,135                         | нестійка     |
| 16    | $a_{2max}$ | $\alpha_{2max}$ | $a_{1max}$ | $\alpha_{1max}$ | 0,143                         | нестійка     |

Проаналізувавши результати, наведені в табл. 4.1, 4.2, 4.3, на предмет стійкості ЕМС, яка описується ПФ (4.3), можна зробити висновки:

- у заданому діапазоні зміни  $a_2$ ,  $\alpha_2$ ,  $a_1$ ,  $\alpha_1 \pm 20\%$  робастна стійкість не завжди забезпечується, на наборах № 5, 6, 7, 8, 13, 14, 15, 16 поліном нестійкий;
- критичний вплив на робастну стійкість має параметр  $\alpha_2$ ;
- для забезпечення робастної стійкості треба зменшити діапазон зміни всіх параметрів, або, можливо, тільки параметра  $\alpha_2$ .

Очевидно, що для забезпечення робастної стійкості полінома треба зменшити: діапазон зміни всіх параметрів, тільки певної групи, або якогось одного конкретного параметра. Доцільність забезпечення робастної стійкості зумовлена похибкою апроксимації, у результаті якої отримана дробова модель ЕМС, а також змінами її параметрів. Такі зміни пов'язані з впливом температури (дрейфом) і властиві елементам силового кола, зокрема ємностям, індуктивностям та резисторам. Тому розглянемо вирішення проблеми робастної стійкості для випадку, коли необхідно забезпечити діапазон зміни для одного з параметрів шляхом зміни (коректування) діапазону іншого параметра або групи параметрів, щоб у підсумку ЕМС залишилася стійкою. Очевидно, що в такому випадку, наприклад, для ПФ дробового порядку, яка апроксимує певний перехідний процес для самоналагодження ЕМС, доцільно розрахувати певну «карту робастностних налаштувань». В основу побудови такої карти закладена ідея пошуку зон розподілу коефіцієнтів дробового характеристичного полінома даної системи, у яких забезпечується її стійкість. Такий підхід дозволяє прогнозувати робастнісну стійкість ЕМС у різних режимах, які призводять до зміни її параметрів.

Розглянемо можливість розроблення «карти робастностних налаштувань» на прикладі замкненого контура ЕМС дробового порядку з ПФ (4.2), задавшись, як і в попередніх випадках, діапазоном зміни її параметрів у межах  $\pm 20\%$ :  $0,6 \leq a_2 \leq 1,0$ ;  $1,76 \leq \alpha_2 \leq 2,64$ ;  $0,4 \leq a_1 \leq 0,6$ ;  $0,72 \leq \alpha_1 \leq 1,08$  з кроком зміни параметрів  $a_2$ ,  $\alpha_2$  і  $\alpha_1$  - 0,1, для параметра  $a_1$  - 0,05. Крок зміни параметрів можна задавати для кожного параметра зокрема і вибирати його, відповідно, до важливості параметра і бажаної точності досліджень. Здійснивши розрахунки в даному випадку отримано 1125 набори і для кожного з них визначено інформативний параметр  $|\phi_{\omega_i}|$  з висновком про стійкість (1 для стійкої ПФ, 0 - для

нестійкої). Отримані результати наведені в табл. В.1.1 (Додаток В.1) і показані на рис. 4.3, де відслідковуються три явно виражені зони налаштувань: нестійких, компромісних і таких, що забезпечують стійкість системи у функції параметра  $\alpha_2$ .

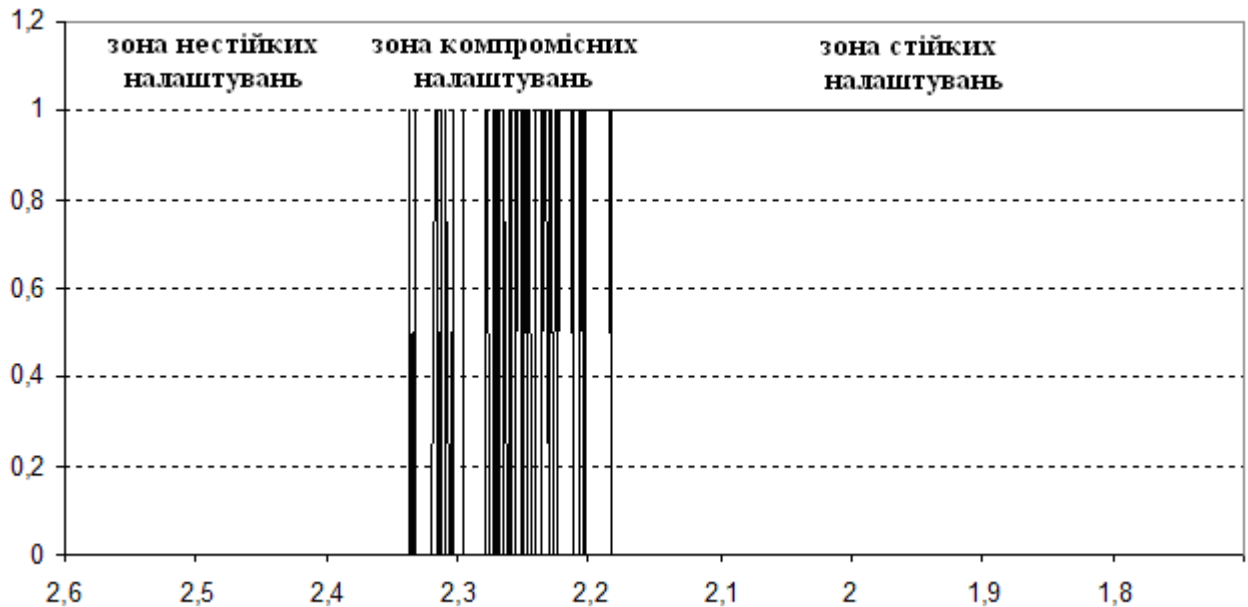


Рис. 4.3. Залежність стійкості ПФ (4.2) від зміни параметра  $\alpha_2$  у межах  $\pm 20\%$

На рис. 4.4, а у вигляді графіків показано значення параметрів  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$  у зоні компромісних налаштувань у функції номеру набору цих параметрів, наведених у табл. В.1.1 (Додаток В.1), а на рис. 4.4, б - стан стійкості «1»/нестійкості – «0» системи, який відповідає цим наборам.

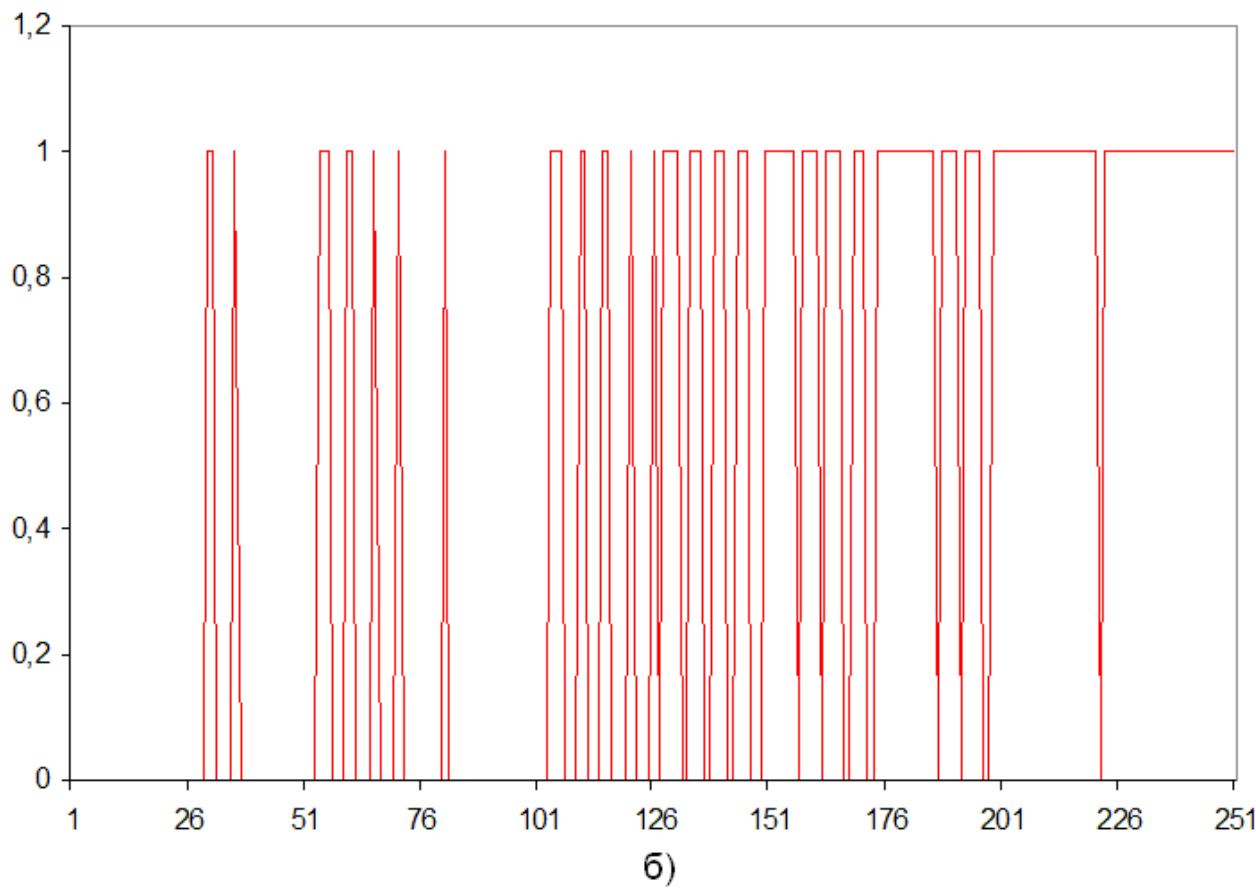
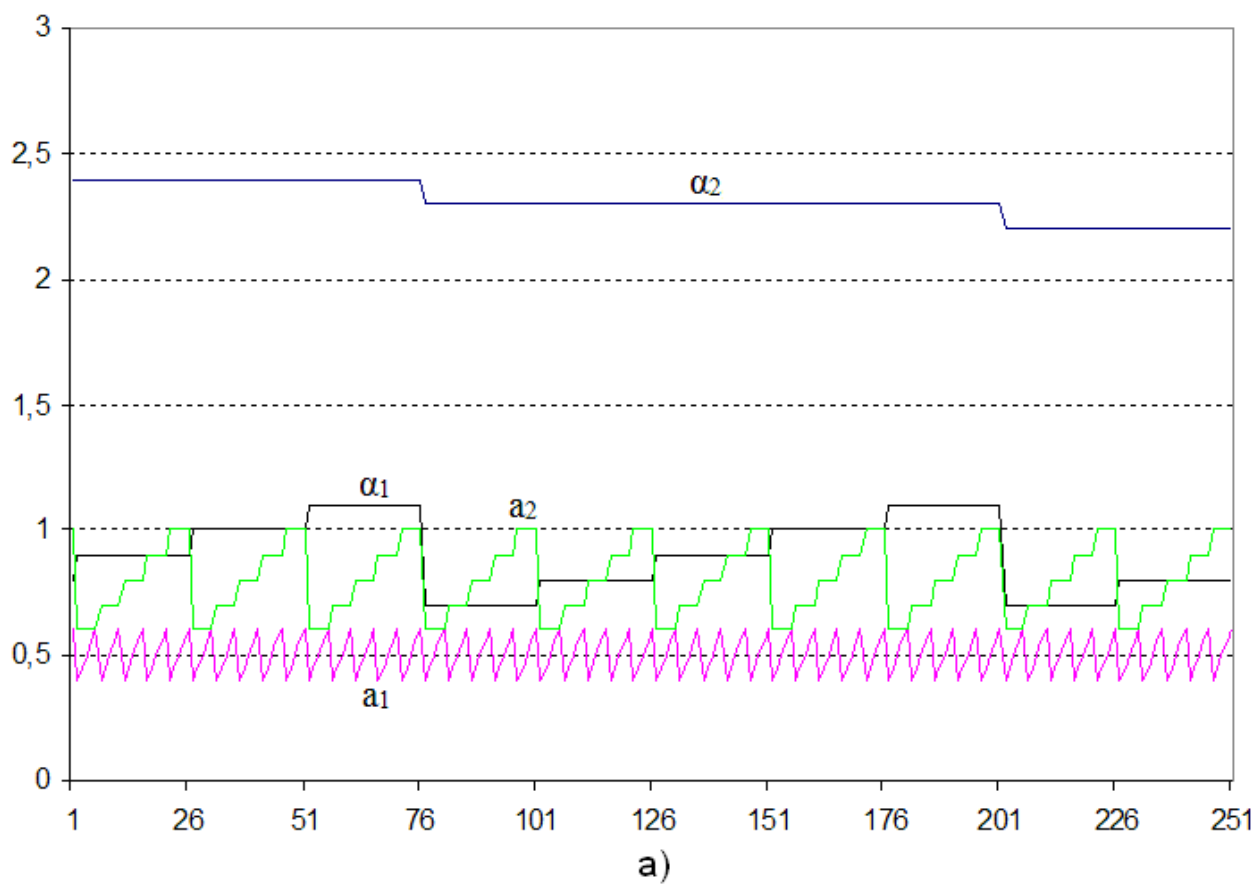


Рис. 4.4. Залежність стійкості системи з ПФ (4.2) – (б) від зміни всіх параметрів – (а) у зоні компромісних налаштувань (див. рис. 4.3)

Запропонована процедура розрахунку робастної стійкості для ЕМС, які описуються ПФ дробового порядку, дає змогу реалізувати алгоритм пошуку діапазону зміни її параметрів, при якому забезпечується режим стійкості. Наведені на рис. 4.4, а, б залежності можуть слугувати так званою «діаграмою робастнісних налаштувань», яка дає можливість визначати межі стійкості/нестійкості, а також оцінювати ступінь впливу на стійкість характеристичного дробового полінома ЕМС окремих параметрів у різних діапазонах їх зміни і, відповідно, коректувати допустимі межі цих діапазонів. Така «карта» може бути введена в алгоритм самоналагодження ЕМС за використання дробового регулятора.

На основі проведених досліджень запропоновано наступний порядок аналізу ступеня робастної стійкості ЕМС з метою його використання для режиму самоналагодження ЕМС:

- апроксимація ЕМС дробовою моделлю (2.3) або (2.4);
- розрахунок на основі запропонованої процедури робастної стійкості "обмежувальної зони" робастної стійкості;
- створення "діаграм робастної стійкості" щодо параметрів, які суттєво впливають на стійкість ЕМС

Розглянуті вище підходи до аналізу стійкості ЕМС та робастної стійкості стосувалися ЕМС, об'єкти керування яких описуються передавальними функціями як дробового, так і цілого порядку.

На нашу думку, ще одним можливим підходом до оперативного аналізу стійкості ЕМС при побудові самоналагоджувальних систем і реалізації робастного керування є аналіз стійкості власне самого регулятора, а також складових регулятора, які найбільше впливають на стійкість, і меж їх зміни. Крім того, це дозволить прогнозувати характер перехідного процесу як регулятора, так і ЕМС у цілому. Неодноразово під час практичного налаштування цілочисельних ПД-регуляторів виникала ситуація коли з ПІ-регулятором система стійка, а експериментальне введення навіть незначної диференційної складової приводило до виникнення нестійкості в роботі ЕМС. Тому спробуємо поширити

запропоновані вище підходи та, зокрема, використати інформативний параметр  $|\phi_{\omega_i}|$  до аналізу стійкості самого регулятора ЕМС.

Спочатку дослідимо звичайний цілочисельний ПІ-регулятор з ПФ

$$W_p(s) = 1,0 + \frac{1}{1,0s}. \quad (4.9)$$

Використавши розроблене програмне забезпечення, яке застосовувалося для аналізу ланок дробового та цілого порядку, визначимо інформативний параметр для ПІ-регулятора (4.9) –  $|\phi_{\omega_{n,n-1}}| = 0,314$  рад, що характеризує стійкість регулятора та відсутність перерегулювання. Така характеристика повністю описує поведінку ПІ-регулятора.

Далі до ПІ-регулятора (4.9) додамо диференційну складову, яка повинна змінити перехідний процес: забезпечити перерегулювання ЕМС та знизити значення інформативного параметра. ПФ отриманого цілочисельного ПІД-регулятора є такою

$$W_p(s) = 1,0 + \frac{1}{1,0s} + 1,0s. \quad (4.10)$$

У цьому випадку, визначивши інформативний параметр для ПІД-регулятора, отримаємо  $|\phi_{\omega_{n,n-1}}| = 0,209$  рад., що характеризує те, що регулятор став менш стійкий, крім того з'явилося значне перерегулювання (наприклад, див. табл. 4.3.)

Далі в ПІД-регуляторі (4.10) зменшимо сталу часу диференційної складової, що повинно змінити перехідний процес, забезпечити менше перерегулювання ЕМС та збільшити значення інформативного параметра. ПФ такого цілочисельного ПІД-регулятора

$$W_p(s) = 1,0 + \frac{1}{1,0s} + 0,5s. \quad (4.11)$$

У цьому випадку, визначивши інформативний параметр для ПІД-регулятора, отримаємо  $|\phi_{\omega_n, n-1}| = 0,236$  рад, що характеризує те, що регулятор більш стійкий і перерегулювання менше, ніж у випадку з ПФ (4.10).

У табл. 4.6 наведені результати дослідження цілочисельного ПІД-регулятора з ПФ

$$W_p(s) = 1,0 + \frac{1}{1,0s} + T_d s \quad (4.12)$$

за зміни сталої часу диференціальної складової  $T_d$ .

Таблиця 4.6

Аналіз стійкості ПІД-регулятора з ПФ (4.12) за зміни сталої часу диференціальної складової  $T_d$

| N | ПФ<br>$W_p(s)$                | $T_d$ ,<br>с | $ \phi_{\omega_n, n-1} $ , рад. | Стан системи |
|---|-------------------------------|--------------|---------------------------------|--------------|
| 1 | $1,0 + \frac{1}{1,0s}$        | 0            | 0,314                           | стійка       |
| 2 | $1,0 + \frac{1}{1,0s} + 0,1s$ | 0,1          | 0,314                           | стійка       |
| 3 | $1,0 + \frac{1}{1,0s} + 0,2s$ | 0,2          | 0,314                           | стійка       |
| 4 | $1,0 + \frac{1}{1,0s} + 0,3s$ | 0,3          | 0,272                           | стійка       |
| 5 | $1,0 + \frac{1}{1,0s} + 0,4s$ | 0,4          | 0,248                           | стійка       |
| 6 | $1,0 + \frac{1}{1,0s} + 0,5s$ | 0,5          | 0,236                           | стійка       |
| 7 | $1,0 + \frac{1}{1,0s} + 0,6s$ | 0,6          | 0,227                           | стійка       |

|    |                                |      |       |        |
|----|--------------------------------|------|-------|--------|
| 8  | $1,0 + \frac{1}{1,0s} + 0,7s$  | 0,7  | 0,221 | стійка |
| 9  | $1,0 + \frac{1}{1,0s} + 0,8s$  | 0,8  | 0,216 | стійка |
| 10 | $1,0 + \frac{1}{1,0s} + 0,9s$  | 0,9  | 0,213 | стійка |
| 11 | $1,0 + \frac{1}{1,0s} + 1,0s$  | 1,0  | 0,209 | стійка |
| 12 | $1,0 + \frac{1}{1,0s} + 2,0s$  | 2,0  | 0,193 | стійка |
| 13 | $1,0 + \frac{1}{1,0s} + 5,0s$  | 5,0  | 0,18  | стійка |
| 14 | $1,0 + \frac{1}{1,0s} + 10,0s$ | 10,0 | 0,173 | стійка |

Таким чином, інформативний параметр  $|\phi_{\text{он},n-1}|$ , використаний для аналізу стійкості цілочисельного ПД-регулятора, дає змогу кількісно оцінювати запас стійкості та прогнозувати характер перехідного процесу і перерегулювання такого регулятора. Проте, як показав більш розширений аналіз ПД-регулятора, стала часу інтегральної складової  $T_i$  також впливає на стійкість цілого регулятора, і у випадку зміни її значення результати, наведені в табл. 4.6, будуть інші.

Наступним кроком буде перехід від аналізу цілочисельних ПД-регуляторів до аналізу дробових ПД<sup>λ</sup>Д<sup>μ</sup>-регуляторів, адже інформативний параметр  $|\phi_{\text{он},n-1}|$  першочергово нами застосовувався для аналізу стійкості дробових поліномів, а вже потім поширився на цілочисельні. Для аналізу виберемо ПД-регулятор цілого порядку з ПФ

$$W_p(s) = 1,0 + \frac{1}{1,0s} + 10,0s, \quad (4.13)$$



який, відповідно до табл. 4.6, має інформативний параметр стійкості  $|\phi_{\omega_n, n-1}| = 0,173$ , що відповідає стійкій системі, близькій до межі нестійкості зі значним перерегулюванням. Встановивши степінь диференційної складової зі значення 1,0 (цілий порядок) у 0,5 (дробовий порядок) отримаємо ПІ<sup>λ</sup>Д<sup>μ</sup>-регулятор дробового порядку

$$W_p(s) = 1,0 + \frac{1}{1,0s} + 10,0s^{0,5}. \quad (4.14)$$

У цьому випадку визначивши інформативний параметр для дробового ПІ<sup>λ</sup>Д<sup>μ</sup>-регулятора, отримаємо  $|\phi_{\omega_n, n-1}| = 0,221$  рад. Це означає те, що регулятор став більш стійкий і перерегулювання зменшилося.

Провівши більш розширені дослідження в табл. 4.7 наведені результати дослідження дробового ПІ<sup>λ</sup>Д<sup>μ</sup>-регулятора з ПФ

$$W_p(s) = 1,0 + \frac{1}{1,0s} + 10s^{\mu} \quad (4.15)$$

за зміни дробового степеня диференціальної складової  $\mu$ .

Таблиця 4.7

Аналіз стійкості ПІ<sup>λ</sup>Д<sup>μ</sup>-регулятора з ПФ (4.15) за зміни дробового степеня диференціальної складової  $\mu$

| N | ПФ<br>$W_p(s)$                     | $\mu$ | $ \phi_{\omega_n, n-1} $ , рад. | Стан системи |
|---|------------------------------------|-------|---------------------------------|--------------|
| 1 | $1,0 + \frac{1}{1,0s} + 10s^{1,0}$ | 1,0   | 0,173                           | стійка       |
| 2 | $1,0 + \frac{1}{1,0s} + 10s^{0,9}$ | 0,9   | 0,181                           | стійка       |
| 3 | $1,0 + \frac{1}{1,0s} + 10s^{0,8}$ | 0,8   | 0,19                            | стійка       |

|    |                                    |     |       |        |
|----|------------------------------------|-----|-------|--------|
| 4  | $1,0 + \frac{1}{1,0s} + 10s^{0,7}$ | 0,7 | 0,199 | стійка |
| 5  | $1,0 + \frac{1}{1,0s} + 10s^{0,6}$ | 0,6 | 0,21  | стійка |
| 6  | $1,0 + \frac{1}{1,0s} + 10s^{0,5}$ | 0,5 | 0,221 | стійка |
| 7  | $1,0 + \frac{1}{1,0s} + 10s^{0,4}$ | 0,4 | 0,235 | стійка |
| 8  | $1,0 + \frac{1}{1,0s} + 10s^{0,3}$ | 0,3 | 0,25  | стійка |
| 9  | $1,0 + \frac{1}{1,0s} + 10s^{0,2}$ | 0,2 | 0,267 | стійка |
| 10 | $1,0 + \frac{1}{1,0s} + 10s^{0,1}$ | 0,1 | 0,288 | стійка |
| 11 | $1,0 + \frac{1}{1,0s}$             | 0   | 0,314 | стійка |

Отже, дробова степінь диференціальної складової  $\mu$  впливає на стійкість дробового ПІ <sup>$\lambda$</sup> Д <sup>$\mu$</sup> -регулятора. Пониженням степені диференціальної складової  $\mu$  можна підвищувати запас стійкості дробового ПІ <sup>$\lambda$</sup> Д <sup>$\mu$</sup> -регулятора загалом і, відповідно, стійкість ЕМС у цілому.

### 4.3 Показники робастності ЕМС дробового порядку та їх аналіз

У деяких відомих джерелах [68,123] наведені результати синтезу ЕМС з регуляторами дробового порядку, проте в них відсутнє врахування зміни параметрів, частотного впливу збурень у каналі завдання та навантаження. Недосконалість цих методів призводить до суттєвої розбіжності результатів, отриманих у результаті синтезу, і реальних, отриманих за зміни умов експлуатації, тобто синтез систем було проведено без врахування робастності.

Розглянемо підхід до синтезу дробового регулятора ПІ<sup>λ</sup>Д<sup>μ</sup>, враховуючи низку показників, які наведені в [103], і проведемо аналіз їх зв'язку з робастністю замкнутих ЕМС, а також їх чутливість до зовнішніх високо- і низькочастотних збурень. Цими показниками [103] є такі відомі як:

- 1) запас стійкості за фазою  $\varphi_m$  і частота зрізу  $\omega_{зр}$ ,
- 2) запас за підсиленням  $g_m$  і перехідна частота  $\omega_{пер}$ ,
- 3) робастність до зміни коефіцієнта підсилення об'єкта  $R_b$ ,

а також чутливості до високочастотних завад у каналі керування і низькочастотних збурень з боку навантаження, які наведені нижче.

Як приклад, було розраховано показники  $\omega_{зр}$ ,  $\varphi_m$ ,  $\omega_{пер}$ ,  $g_m$  для апроксимованої ПФ якою можуть описуватися динамічні процеси в тиристорному компенсаторі реактивної потужності (ТКРП):

$$W(s) = \frac{10}{a_2 s^{\alpha_2} + a_1 s^{\alpha_1} + 1}. \quad (4.16)$$

Результати такого аналізу показані в табл. 4.8.

Таблиця 4.8

Порівняльний аналіз визначення показників робастності

| Спосіб визначення | Відомі показники робастності     |                      |                                   |             |
|-------------------|----------------------------------|----------------------|-----------------------------------|-------------|
|                   | $\omega_{зр}$<br>с <sup>-1</sup> | $\varphi_m$<br>град. | $\omega_{пер}$<br>с <sup>-1</sup> | $g_m$<br>Дб |
| Графічний         | 2,1                              | 34                   | 1,42                              | 3,33        |
| Розрахунковий     | 2,15                             | 34,4                 | 1,42                              | 3,03        |

Як показали дослідження ЛАЧХ і ЛФЧХ дробових ПФ (2.3) і (2.4), отримані при апроксимації цілочисельних ПФ високого порядку [39], амплітудне значення

фази не виходить за межі  $-180$  град, і тому оцінка робастності за показником  $g_m$  не проводиться, хоча його дані є в табл. 4.8.

У ролі оцінки робастності до зміни коефіцієнта підсилення об'єкта використовується загальновідома умова [101,102]:

$$\left( \frac{d(\text{Arg}(W_p(j\omega)W_{ок}(j\omega)))}{d\omega} \right)_{\omega=\omega_{зр}} = 0, \quad (4.17)$$

де  $W_p(j\omega)$ ,  $W_{ок}(j\omega)$  – ПФ регулятора й об'єкта керування, відповідно.

За такої умови фаза повинна бути майже постійною в інтервалі приблизно до  $\omega_{зр}$ . Це означає, що система є більш робастною до зміни коефіцієнта підсилення і перерегулювання перехідної характеристики є практично постійним у межах інтервалу цієї зміни.

Для аналізу чутливості системи до високочастотних завад (шумів) використовується наступна умова [101,102]:

$$\left| T(j\omega) = \frac{W_p(j\omega)W_{ок}(j\omega)}{1 + W_p(j\omega)W_{ок}(j\omega)} \right|_{дБ} \leq A \text{ Дб}, \quad (4.18)$$

$$\forall \omega \geq \omega_t \text{ рад/с} \Rightarrow |T(j\omega_t)|_{дБ} = A \text{ Дб},$$

де  $A$  є бажана границя частоти завад, які не пропускає САК ( $\omega \geq \omega_t$  рад/с).

На рис. 4.5, як приклад, показано визначення параметра чутливості до високочастотних завад для контуру струму ТКРП за використання дробового РС, розрахованого для  $\omega_{ос} = 10 \text{ с}^{-1}$ . При цьому параметр чутливості до високочастотних завад для бажаної границі частоти завад  $\omega_t=10 \text{ с}^{-1}$  становить  $A=80,4$ .

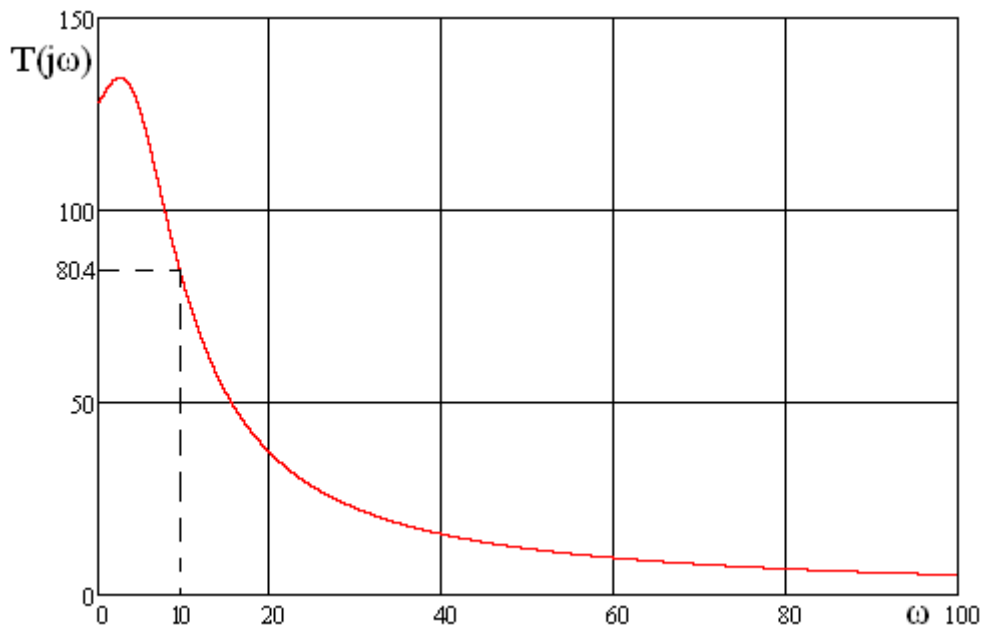


Рис. 4.5. Визначення чутливості до високочастотних завад для контуру струму ТКРП з дробовим РС, розрахованим для  $\omega = 10 \text{ с}^{-1}$

Для аналізу чутливості системи до низькочастотних збурень у каналі навантаження використовується наступна умова [101,102]:

$$\left| S(j\omega) = \frac{1}{1 + W_p(j\omega)W_{ок}(j\omega)} \right|_{\text{дБ}} \leq B \text{ Дб}, \quad (4.19)$$

$$\forall \omega \leq \omega_s \text{ рад/с} \Rightarrow |S(j\omega_s)|_{\text{дБ}} = B \text{ Дб},$$

де  $B$  – бажана величина функції чутливості в заданому діапазоні частот  $\omega \leq \omega_s$  рад/с.

На рис. 4.6, як приклад, показано визначення параметра чутливості виходу контуру струму ТКРП з дробовим РС до збурень з сторони навантаження. При цьому параметр для бажаної границі частоти завад  $\omega_t=0,01 \text{ с}^{-1}$  становить  $B=0,0004$ .

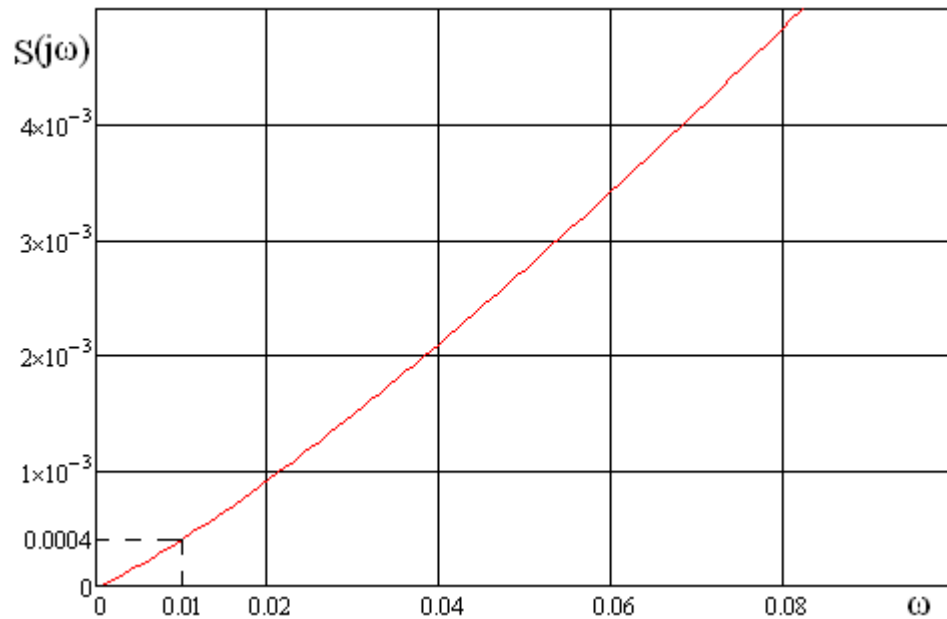


Рис. 4.6. Визначення чутливості до вихідних збурень для контуру струму ТКРП за використання дробового РС, розрахованого для  $\omega_t = 0,01 \text{ c}^{-1}$

Набір цих п'яти умов може бути заданий при синтезі замкнутої САК і, враховуючи той факт, що дробовий регулятор  $W_p(s)$  має п'ять параметрів для налаштування, процедура синтезу може бути здійснена з врахуванням додаткового 6 параметра – робастної стійкості. Умови, сформульовані в рівняннях (4.18) і (4.19), забезпечують робастні характеристики контрольованої системи до зміни коефіцієнта підсилення та завад (шуму). Умова ж відсутності помилки в усталеному режимі роботи САК виконується тільки з введенням дробової складової інтегратора.

#### 4.4 Робастне керування ЕМС при її описі передавальними функціями дробового порядку

Якщо питання структурного синтезу вирішено, а необхідно знайти значення налагоджувальних параметрів регулятора з врахуванням умов, наприклад, робастності, які забезпечують максимум певного цільовому функціоналу, то виникає задача параметричного синтезу. На даний час таку задачу можна розв'язати методами оптимального керування або евристичними методами. У

реальних задачах оптимізації САК ЕМС виникає ситуація, коли оптимальна система повинна забезпечити виконання декількох різнорідних вимог згідно різних критеріїв, тобто виникає багатокритеріальна задача. З літературних джерел відомі різні методи розв'язку задач параметричної оптимізації САК, зокрема Флетчера-Рівса [151], Хука і Джівса [152], Нелдера-Міда [153]. Відомий також метод приведення багатокритеріальних задач до задач з одним критерієм шляхом призначення ваг обраних цілей  $a_k$ ,  $k = 1 - n$ , де  $n$  – кількість цілей. У цьому випадку цільова функція має вигляд

$$\Phi = a_k \Phi_k, \quad (4.20)$$

де  $\Phi_k$  – цільова функція  $k$ -ї цілі.

Недоліком такого підходу є суб'єктивний фактор, який присутній при встановленні спеціалістом ваги обраної цілі перед розв'язком задачі. Усунути цей недолік можна шляхом перенесення однієї або декількох цілей у створену множину обмежень.

На основі результатів досліджень, наведених у попередніх розділах, запропоновано розв'язувати задачу параметричного синтезу за використання:

- критерію якості протікання перехідного процесу шляхом контролю абсолютного середньоквадратичного відхилення  $\sigma = \sqrt{\frac{1}{M} \sum_{i=1}^M (y_i - y_{ie})^2}$

дійсного значення координати перехідного процесу  $y_{ie}$  в  $i$ -й точці від бажаного перехідного процесу  $y_i$ , який відповідає дробовій бажаній формі; встановлено, що величина  $\sigma=0,08$  забезпечує достатню ступінь збіжності перехідного процесу оптимізованого контура з бажаним;

- контролю запасу стійкості ЕМС шляхом розрахунку абсолютної фази  $|\phi_{\omega i}|$  найменшого за модулем кореня полінома ЕМС на комплексній  $\omega_R$ -площині (умова стійкості  $0,157 < |\phi_{\omega}| < 0,314$ ), або за використання «діаграми робастністних налаштувань», яка дає можливість визначати межі стійкості/нестійкості, а також оцінювати ступінь впливу на стійкість

характеристичного полінома дробової бажаної форми окремих параметрів у різних діапазонах їх зміни;

- функціоналу робастності  $D_R$  до невизначеності параметрів ЕМС і нечутливості до частотних впливів у каналі завдання і навантаження як функції цілі (4.20), або окремих умов робастності ЕМС і її нечутливості до збурень у каналі завдання і навантаження, які накладають обмеження на вибір параметрів регулятора.

Складність реалізації функціоналу згідно умов робастності ЕМС і її нечутливості до збурень, які виражаються за допомогою різних фізичних величин, полягає в необхідності введення в його вираз відносних (нормованих) значень параметрів і вагових коефіцієнтів  $a_k$ , визначення яких може бути не коректним. Виходячи з приведених вище умов робастності і нечутливості до збурень, запропоновано використовувати наступні параметри в нормованому вигляді:

$\widehat{R}_b = R_b / 1$  - робастність до зміни коефіцієнта підсилення об'єкта;

$\widehat{f}_h = f_h / f_{h,0}$  - нечутливість до високочастотних завад (шумів);

$\widehat{f}_1 = f_1 / f_{1,0}$  - нечутливість виходу ЕМС до збурень, які діють з сторони навантаження.

При параметричному синтезі регуляторів дробового порядку для ЕМС базовою є структура ПІ<sup>λ</sup>Д<sup>μ</sup>-регулятора дробового порядку. Тому напрямками досліджень є:

- розроблення методики (алгоритму) синтезу ПІ<sup>λ</sup>Д<sup>μ</sup>-регулятора дробового порядку інтелектуальними методами за заданими умовами робастності ЕМС і бажаною якістю динамічних характеристик;

- вибір раціонального варіанту робастного керування для можливості реалізації самоналагоджувальних ЕМС з дробовими регуляторами.

Запропоновано наступний спосіб робастного керування ЕМС за використання ПІ<sup>λ</sup>Д<sup>μ</sup>-регулятора дробового порядку.

На початку слід дослідити на робастну стійкість об'єкт керування, ПФ якого отримана, наприклад, шляхом апроксимації перехідної функції, задавшись бажаним діапазоном зміни параметрів. Якщо робастна стійкість не забезпечена,



або процес сильно коливний, то проблема вирішується за результатом параметричного синтезу ЕМС у цілому. Це означає, що необхідно задатися наступними умовами:

- бажаною робастністю до зміни коефіцієнта підсилення об'єкта керування  $R_b$ ;
- бажаною нечутливістю до високочастотних завад (шумів);
- бажаною нечутливістю вихідної координати ЕМС до збурень, які діють з сторони навантаження (робиться один раз).

Після цього відбувається параметричний синтез регулятора дробового порядку для ЕМС за використання бажаних перехідних функцій дробового порядку. Очевидно, що на кожній ітерації еволюційного методу слід контролювати запас за коефіцієнтом підсилення системи і аналізувати параметр стійкості  $|\phi_{\omega_i}|$ .

Синтез регулятора дробового порядку для робастних ЕМС вважається виконаним, якщо отриманий дробовий ПІД<sup>μ</sup>-регулятор забезпечує заданий перехідний процес вихідної координати замкнутого контура з відхиленням на допустимому рівні і виконуються задані умови робастності та нечутливості до завад.

Крім параметричного синтезу регуляторів дробового порядку, може бути використаний структурно-параметричний їх синтез. Він базується на методі дробового характеристичного полінома.

Як показали дослідження, у випадку використання методу дробового характеристичного полінома для структурно-параметричного синтезу системи структура дробових регуляторів може відрізнятися від ПІД і залежить від ПФ об'єкта керування і форми бажаного перехідного процесу (Баттерворта, біноміальної тощо) чи їх дробового представлення. Можливі наступні її варіанти: ПІД<sup>μ</sup>, ПІ<sup>λ1</sup>І<sup>λ2</sup>Д<sup>μ</sup>, ПІД<sup>μ</sup>Д<sup>μ</sup>, ІД<sup>μ</sup>, І<sup>λ1</sup>І<sup>λ2</sup>Д<sup>μ</sup>, ІД<sup>μ</sup>Д<sup>μ</sup>. Цифрова реалізація такого регулятора, звичайно, не є складнішою від реалізації дробового ПІД<sup>μ</sup>-регулятора, але можуть виникнути труднощі в розумінні цих питань обслуговуючим персоналом з точки зору впливу параметрів таких регуляторів на якість

перехідного процесу і їх реалізації в серійних перетворювачах з дробовими контролерами в майбутньому.

Тому напрямком досліджень є дослідження ступеня робастності ЕМС з дробовим регулятором, синтезованим методом характеристичного полінома.

#### **4.5 Симуляційні дослідження робастності ЕМС дробового порядку за використання еволюційних методів для їх синтезу**

Правомірність результатів параметричного та структурно-параметричного синтезу перевірена стимуляційними дослідженнями. Початковими умовами для дослідження робастності ЕМС з дробовим регулятором можуть слугувати результати її синтезу з врахуванням нелінійності коефіцієнта підсилення об'єкта керування і параметричних змін, які відбуваються з сталими часу силового кола і пов'язані з температурними впливами.

Як приклад застосування методів синтезу регуляторів та їх стимуляційних досліджень використана двоконтурна система підпорядкованого керування (СПР) напруги АГ з пропорційно-інтегральними регуляторами струму (РС) і напруги (РН), у якій керування напруги здійснюється тиристорним компенсатором реактивної потужності (ТКРП) [54]. Структурна схема контуру керування напруги такої системи наведена рис. 4.7. Розроблення методів інтелектуального керування робить їх перспективними у випадку керування напруги АГ з самозбудженням у зв'язку з:

- нелінійністю коефіцієнта підсилення АГ і ТКРП,
- параметричними змінами сталих часу ТКРП і навантаження;
- ситуаційною зміною навантаження і частоти обертання рушія АГ.

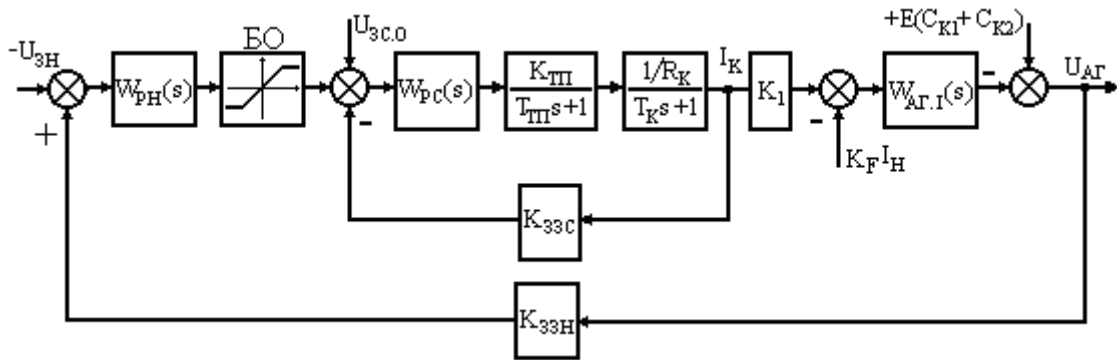


Рис. 4.7. Структурна схема автономної асинхронної генераторної установки з двоконтурною СПР напруги

Як об'єкт дослідження використано фізичну модель випробувального стенду вітроенергетичної асинхронної генераторної установки з наступними параметрами:  $P_H = 55$  кВт,  $U_{\Phi.H} = 220$  В,  $I_{\Phi.H} = 106$  А. За результатами експериментальних досліджень АГ у режимі самозбудження автором отримані його динамічні характеристики в каналі збудження за струмом збудження [125]. На основі проведеного порівняльного аналізу різних варіантів апроксимації АГ з самозбудженням (див. табл. 2.3), рекомендовано використовувати ланку дробового порядку з ПФ

$$W_{AG.1}(s) = \frac{U_{AG.0}(s)}{I_p(s)} = \frac{5,24}{0,266s^{0,787} + 1}, \quad (4.21)$$

яка забезпечує високу точність апроксимації і є простішою в порівнянні з іншими в реалізації.

На схемі рис. 4.7:  $W_{PH}(s)$ ,  $W_{PC}(s)$  – передавальні функції регулятора напруги і струму відповідно; БО – блок обмеження регулятора напруги;  $U_{3c.0}$  – напруга завдання на мінімальний струм ТКРП;  $K_{TP}$  – коефіцієнт підсилення ТП;  $T_{TP}$  – стала часу ТП;  $R_K$  – активний опір навантаження ТП;  $T_K$  – стала часу навантаження ТП;  $K_{33c}$  – коефіцієнт зворотного зв'язку за струмом;  $I_K$  – струм у колі навантаження ТКРП;  $K_1=0,816$  – коефіцієнт пропорційності між випрямленим і фазним струмами для трифазної мостової схеми;  $E(C_{K1} + C_{K2})$  – ЕРС, створена на

затискачах АГ батареєю конденсаторів у режимі неробочого ходу;  $K_{ззН} = 0,0068$  В/В – коефіцієнт зворотного зв'язку за напругою  $U_{АГ}$ ;  $K_{FН}$  – розмагнічувальна дія струму навантаження АГ.

Особливість СПР [54] полягає в тому, що завдяки введенню в запропоновану автономну асинхронну генераторну установку окремого контуру регулювання струму навантаження ТКРП, що захищено патентом України, є можливість компенсувати сталу часу  $T_k$  дроселя, який служить його навантаженням і забезпечити бажану динаміку регулювання цього контуру.

На початку розглянемо дослідження такої ЕМС, синтезованої методами інтелектуального керування (МРЧ і ГА). Одним з основних критеріїв для проведення оцінки точності такого параметричного синтезу регуляторів застосоване абсолютне середньоквадратичне відхилення (2.7). Саме цей параметр відповідає за визначення ступеню збіжності перехідного процесу оптимізованого контура з бажаним. На основі аналізу показників робастності ЕМС дробового порядку можна вважати найбільш важливим з них робастність до зміни коефіцієнта підсилення об'єкта керування  $R_b$  як складову функціоналу робастності  $D_R$ . Тому з врахуванням цих найважливіших показників сформуємо на основі (4.20) функціонал якості  $J_R$  для синтезу ЕМС за використання методів МРЧ і ГА;

$$J_R = \sigma + a_1 R_b, \quad (4.22)$$

де  $a_1$  – ваговий коефіцієнт врахування параметра робастності до зміни коефіцієнта підсилення об'єкта керування  $R_b$ .

Значення вагового коефіцієнта  $a_1 = 1$  було встановлене на основі практичного синтезу регуляторів дробового порядку ЕМС за використання МРЧ.

Розглянемо як базовий варіант для дослідження запропонованого підходу в цілому і функціоналу якості  $J_R$  (4.22) зокрема синтез контуру струму ТКРП для СПР напруги АГ (рис. 4.7) запропонованим підходом за використанням стандартної форми першого порядку [140] з ПФ

$$W_{ст}(s) = \frac{\omega_{oc}/K_{ззс}}{s^{1,0} + \omega_{oc}}, \quad (4.23)$$

яка за показниками якості перехідного процесу для  $\omega_{oc} = 10 \text{ с}^{-1}$  (табл. 3.1) забезпечує наступні параметри перехідного процесу:  $t_{0,95} = 0,3 \text{ с}$ ,  $\delta_{п} = 0\%$ ,  $t_{max} = 0,3 \text{ с}$ .

У результаті синтезу МРЧ за використання функціонала якості  $J_R$  ( $a_1 = 1$ ) і перехідної функції бажаної стандартної форми (4.23) отримано ПФ ПІ<sup>λ</sup>Д<sup>μ</sup> - регулятора

$$W_p(s) = 0,8612 + 25,6186s^{-1,001} + 0,0501s^{0,2117}. \quad (4.24)$$

На рис. 4.8 показані перехідні функції бажаної стандартної форми з ПФ (4.23) – крива 1 і перехідної функції синтезованого контура з відповідним регулятором – крива 2. Функціонал якості  $J_R$  перехідної функції оптимізованого контуру порівняно з еталонною становить  $J_R = 0,0095$ , а оскільки середньоквадратичне відхилення перехідної функції оптимізованого контура входить у даний функціонал якості, то  $\sigma < 0,0048$ , що гарантує високу точність.

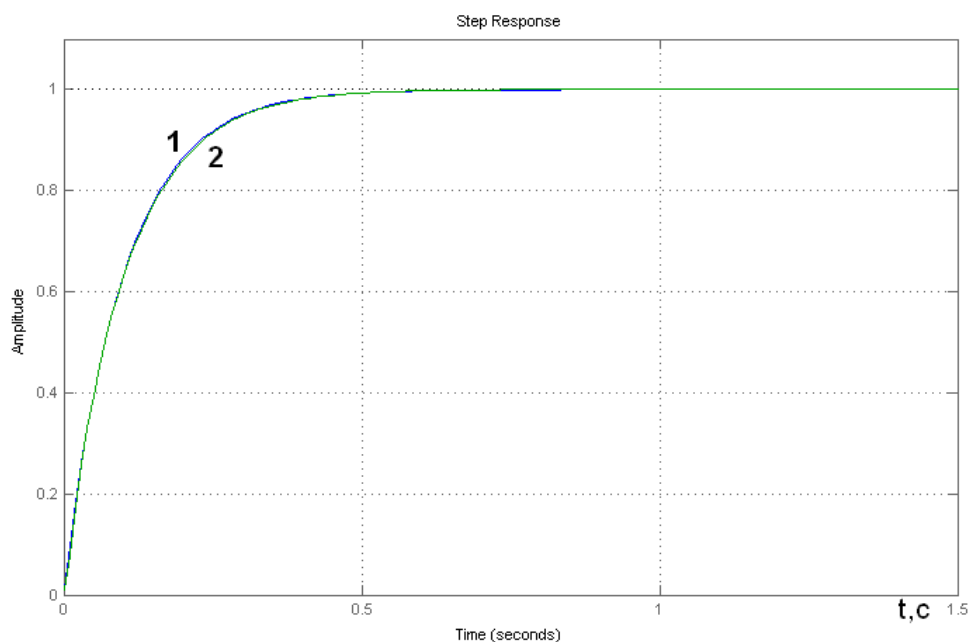


Рис. 4.8. Перехідні функції бажаної стандартної форми з ПФ (4.23) – крива 1 і оптимізованого контура з регулятором ПФ (4.24) – крива 2

Для порівняння запропонованого варіанту синтезу ЕМС з врахуванням умов її робастності з варіантом без врахування робастності, проведемо дослідження обох варіантів, результати яких наведено в табл. 4.9.

Таблиця 4.9

Параметри робастності оптимізованого контура струму

| N | МРЧ<br>к-ть<br>ітер. | $W_p(s)$                                                | Показник<br>якості. |        | Показники робастності  |       |         |                                         |                                           |
|---|----------------------|---------------------------------------------------------|---------------------|--------|------------------------|-------|---------|-----------------------------------------|-------------------------------------------|
|   |                      |                                                         | $\sigma_{II}$       | $J_R$  | $\varphi_m$ ,<br>град. | $g_m$ | Rb      | $T(j\omega)$<br>$\omega=10$<br>$c^{-1}$ | $S(j\omega)$<br>$\omega=0,01$<br>$c^{-1}$ |
| 1 | 5                    | $0,4781 + \frac{25,8446}{s^{0,9851}} + 0,2948s^{0,18}$  | 0,0036              | -      | 91                     | -     | 0,005   | 89,4                                    | 0,001                                     |
| 2 | 5<br>( $J_R$ )       | $0,7221 + \frac{25,5332}{s^{0,9863}} + 0,1770s^{0,23}$  | -                   | 0,0101 | 91,1                   | -     | 0,00033 | 88,2                                    | 0,001                                     |
| 3 | 10                   | $0,502 + \frac{26,0403}{s^{0,9953}} + 0,2717s^{0,1171}$ | 0,0016              | -      | 90,04                  | -     | 0,0056  | 90,83                                   | 0,001                                     |
| 4 | 10<br>( $J_R$ )      | $0,8612 + \frac{25,6186}{s^{1,001}} + 0,0501s^{0,2117}$ | -                   | 0,0048 | 89,9                   | -     | 0,00036 | 89,4                                    | 0,001                                     |

Запропонований варіанту синтезу ЕМС з врахуванням умов її робастності за використання запропонованого функціонала якості, контролю умов робастності і частотних впливів за використання інтелектуального МРЧ дозволив синтезувати ПІ<sup>λ</sup>Д<sup>μ</sup>-регулятор дробового порядку, який забезпечив більш ніж на порядок вищу робастність до зміни коефіцієнта підсилення об'єкта керування Rb, забезпечивши бажану якість перехідного процесу.

#### 4.6 Структурно-параметричний синтез ЕМС та аналіз їх робастності

Для синтезу СПР напруги АГ використовуємо диференціальний варіант методу характеристичного дробового полінома (аналог диференціального методу УХП [143,154]). Такий варіант синтезу СПР застосовується у випадку, коли

необхідно забезпечити задані властивості кожної координати регулювання. У цьому варіанті здійснюється синтез кожного контуру окремо, починаючи від внутрішнього.

Розглянемо на прикладі системи ТКРП оцінку робастності системи за результатом синтезу контурів СПР напруги АГ (рис. 4.7) запропонованим методом дробового характеристичного полінома [56] і використанні бажаної дробової форми Форма 1 [140] з наступною ПФ

$$W_{ст}(s) = \frac{\omega_{oc}/K_{ззс}}{s^{1.2} + \omega_{oc}}, \quad (4.25)$$

яка за показниками якості перехідного процесу близька до технічного оптимуму (табл. 3.1).

Згідно з структурною схемою (рис. 4.7), ПФ замкненого струмового контуру ( $W_{кc}(p)$ ) має вигляд

$$W_{кc}(p) = \frac{W_{pc}(p) \frac{K_{тп}}{(T_{тп}p + 1)} \frac{1/R_k}{(T_k p + 1)}}{1 + W_{pc}(p) \frac{K_{тп}}{(T_{тп}p + 1)} \frac{1/R_k}{(T_k p + 1)} K_{ззс}}. \quad (4.26)$$

Використовуючи запропонований метод характеристичного дробового полінома [56] і вибравши як бажану дробову форму Форма №1, поставимо вимогу трансформації виразу (4.26) у вираз (4.25). З умови тотожності  $W_{кc}(s)$  і  $W_{ст}(s)$ , отримаємо ПФ регулятора:

$$W_{pc}(s) = \frac{(T_{тп}s + 1)(T_k s + 1) \cdot R_k \cdot \omega_{oc}}{K_{тп} \cdot K_{ззс} \cdot s^{1.2}}. \quad (4.27)$$

Підставивши параметри об'єкта, які наведені вище, і провівши необхідні спрощення, отримаємо ПФ дробового регулятора струму у функції  $\omega_{oc}$ :

$$\omega_{oc1} = 10 \text{ с}^{-1}, \quad \omega_{oc2} = 50 \text{ с}^{-1}, \quad \omega_{oc3} = 100 \text{ с}^{-1}.$$

$$\text{Для: } \omega_{oc1} = 10 \text{ c}^{-1} - W_{pc1}(s) = 0,0028547s^{0,8} + 0,9507s^{-0,2} + 26,1903s^{-1,2}; \quad (4.28)$$

$$\omega_{oc2} = 50 \text{ c}^{-1} - W_{pc2}(s) = 0,0142735s^{0,8} + 4,7535s^{-0,2} + 130,9515s^{-1,2}; \quad (4.29)$$

$$\omega_{oc3} = 100 \text{ c}^{-1} - W_{pc3}(s) = 0,028547s^{0,8} + 9,507s^{-0,2} + 261,903s^{-1,2}. \quad (4.30)$$

Модель контуру струму у MATLAB наведена в Додатку В.2, а на рис. 4.9 показані результати дослідження перехідних функцій оптимізованого контура струму при заданих частотах  $\omega_{oc}$ .

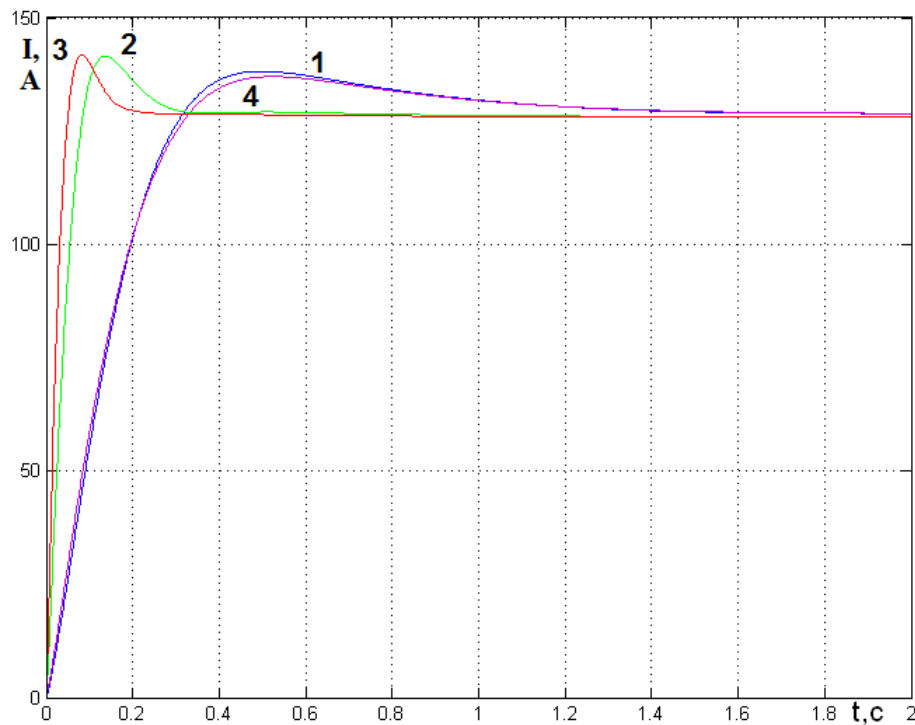


Рис. 4.9. Перехідні функції замкненого контура струму з дробовим регулятором:  $\omega_{oc1} = 10 \text{ c}^{-1}$  – крива 1,  $\omega_{oc2} = 50 \text{ c}^{-1}$  – крива 2,  $\omega_{oc3} = 100 \text{ c}^{-1}$  – крива 3 і бажаної форми з ПФ (4.25) при  $\omega_{oc1} = 10 \text{ c}^{-1}$  – крива 4

Параметр  $\omega_{oc}$  на стійкість дробових бажаних форм Форма №1 не впливає і величина параметра  $|\phi_{n-1,n}| = 0,262$ , яка наведена в табл. 4.4, однакова для  $\omega_{oc} = 10 \text{ c}^{-1}$ ,  $\omega_{oc} = 50 \text{ c}^{-1}$  і  $\omega_{oc} = 100 \text{ c}^{-1}$ . Отримані результати показують, що запропонованому



методу характеристичного дробового полінома для синтезу ЕМС властива робастність величини перерегулювання перехідної функції оптимізованого контура до зміни частоти  $\omega_{oc}$ .

Проведемо дослідження на робастність контура струму, синтезованого методом характеристичного дробового полінома, до зміни коефіцієнта підсилення тиристорного перетворювача ( $K_{ТП}$ ) і сталої часу ТКРП ( $T_K$ ).

На рис. 4.10 показані результати досліджень впливу змін коефіцієнта підсилення тиристорного перетворювача ( $K_{ТП,Н} \pm 50\%$ ), а на рис. 4.11 сталої часу навантаження ТКРП ( $T_{ТК,Н} \pm 50\%$ ) на якість перехідної функції оптимізованого контура струму, а в табл. 4.10 наведені всі показники робастності, а також величини абсолютного середньоквадратичного  $\sigma_{п}$  і відносного  $\delta_{п}$  відхилення якості перехідних функцій від еталонної (див. вирази (2.7), (2.8), відповідно) для:  $\omega_{oc1} = 10c^{-1}$  – крива 1,  $\omega_{oc2} = 50c^{-1}$  – крива 2,  $\omega_{oc3} = 100c^{-1}$  – крива 3.

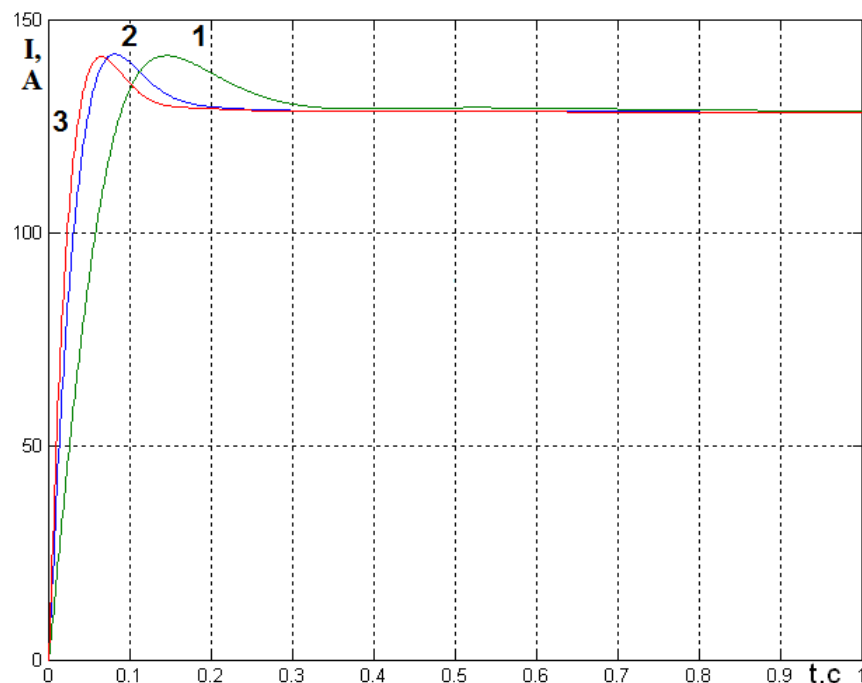


Рис. 4.10. Перехідні функції замкненого контуру струму з дробовим регулятором

за  $\omega_{oc3} = 100c^{-1}$  при зміні  $K_{ТП}$ :

$K_{ТП1} = 34,05$  – крива 1,  $K_{ТП2} = 74,05$  – крива 2,  $K_{ТП3} = 104,05$  – крива 3

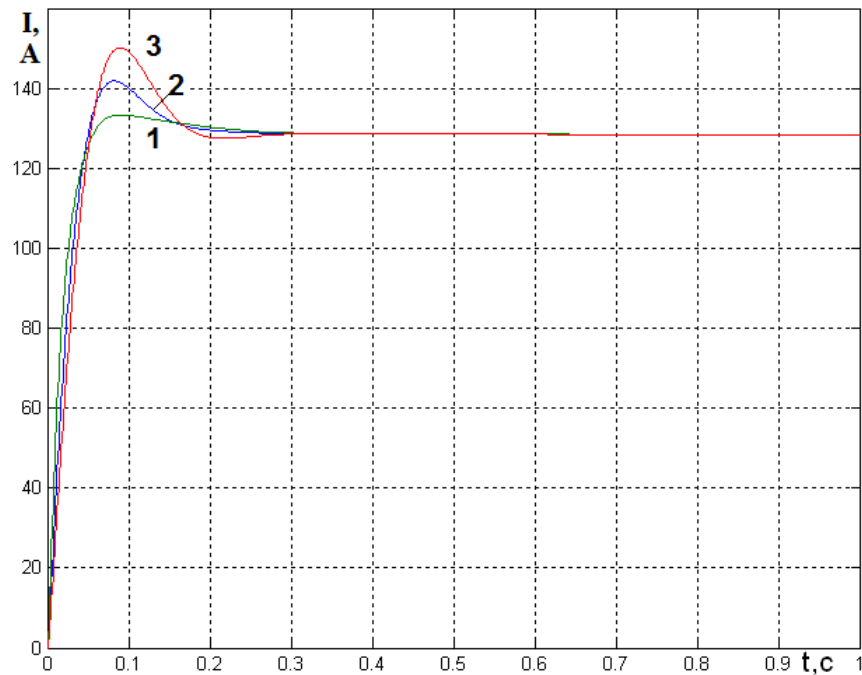


Рис. 4.11. Перехідні функції замкненого контуру струму з дробовим регулятором за  $\omega_{oc3} = 100\text{c}^{-1}$  при зміні  $T_K$ :  $T_{K1}=0,02\text{c}$  – крива 1,  $T_{K2}=0,033\text{c}$  – крива 2,  $T_{K3}=0,046\text{c}$  – крива 3

Таблиця 4.10

Параметри робастності оптимізованого контуру струму

| N | $\omega, \text{c}^{-1}$ | Змінні параметри системи |           | ПФ-РС  | Показники якості |                   | Показники робастності     |       |       |                                           |                                             |
|---|-------------------------|--------------------------|-----------|--------|------------------|-------------------|---------------------------|-------|-------|-------------------------------------------|---------------------------------------------|
|   |                         | $K_{TP}$                 | $T_{K,c}$ |        | $\sigma_{II}$    | $\delta_{II}, \%$ | $\varphi_m, \text{град.}$ | $g_m$ | Rb    | $T(j\omega)$<br>$\omega=10 \text{c}^{-1}$ | $S(j\omega)$<br>$\omega=0,01 \text{c}^{-1}$ |
| 1 | 10                      | 74,05                    | 0,033     | (4.28) | -                | -                 | 72                        | -     | 0     | 80,435                                    | 0,00039                                     |
| 2 |                         | 34,05                    | -         |        |                  |                   | 72                        | -     | 0     | 39,04                                     | 0,00086                                     |
| 3 |                         | 104,05                   | -         |        |                  |                   | 72                        | -     | 0     | 101,99                                    | 0,00028                                     |
| 4 |                         | 74,05                    | 0,033     |        | -                | -                 | 72                        | -     | 0     | 80,435                                    | 0,00039                                     |
| 5 |                         | -                        | 0,02      |        |                  |                   | 72,7                      | -     | 0,013 | 76,94                                     | 0,00039                                     |
| 6 |                         | -                        | 0,046     |        |                  |                   | 71,3                      | -     | 0,013 | 83,08                                     | 0,00039                                     |

Продовж. табл. 4.10

|    |     |        |       |        |   |       |       |    |       |        |          |          |         |        |          |
|----|-----|--------|-------|--------|---|-------|-------|----|-------|--------|----------|----------|---------|--------|----------|
| 7  | 50  | 74,05  | 0,033 | (4.29) | - | -     | 72    | -  | 0     | 134,58 | 0,00008  |          |         |        |          |
| 8  |     | 34,05  | -     |        |   |       | 72    | -  | 0     | 124,96 | 0,00017  |          |         |        |          |
| 9  |     | 104,05 | -     |        |   |       | 72    | -  | 0     | 134,07 | 0,000057 |          |         |        |          |
|    |     |        |       |        |   |       |       |    |       |        |          |          |         |        |          |
| 10 |     | 74,05  | 0,033 |        |   |       | -     | -  | 72    | -      | 0        | 134,58   | 0,00008 |        |          |
| 11 |     | -      | 0,02  |        |   |       |       |    | 72,7  | -      | 0,013    | 129,5    | 0,00008 |        |          |
| 12 |     | -      | 0,046 |        |   |       |       |    | 71,3  | -      | 0,013    | 140,0    | 0,00008 |        |          |
|    |     |        |       |        |   |       |       |    |       |        |          |          |         |        |          |
| 13 | 100 | 74,05  | 0,033 | (4.30) | - | -     | 72    |    | 0     | 132,93 | 0,000039 |          |         |        |          |
| 14 |     | 34,05  | -     |        |   | 6,976 | 5,44  | 72 |       | 0      | 134,49   | 0,000086 |         |        |          |
| 15 |     | 104,05 | -     |        |   | 2,493 | 1,947 | 72 |       | 0      | 131,8    | 0,000028 |         |        |          |
|    |     |        |       |        |   |       |       |    |       |        |          |          |         |        |          |
| 16 |     | 74,05  | 0,033 |        |   |       |       |    | -     | -      | 72       |          | 0       | 132,93 | 0,000039 |
| 17 |     | -      | 0,02  |        |   |       |       |    | 2,189 | 1,709  | 72,7     |          | 0,013   | 130,32 | 0,000039 |
| 18 |     | -      | 0,046 |        |   |       |       |    | 2,096 | 1,636  | 71,3     |          | 0,013   | 135,65 | 0,000039 |

Застосування методу дробового характеристичного полінома з урахуванням умов робастності при синтезі параметрів дробового регулятора струму забезпечує:

- робастна стійкість контуру струму у зв'язку з його налагодженням на бажану дробову форму Форма №1 залежить від зміни параметрів, а величина  $|\phi_{n-1,n}| = 0,262$ , яка наведена в табл. 4.4, однакова для всіх налаштувань.

- часткове забезпечення умов робастності, зокрема виконання умов робастності «Робастність до зміни коефіцієнта підсилення об'єкта» (Rb), а також низький рівень частотних впливів;

- бажану якість динамічних характеристик – відносне відхилення якості перехідних функцій від еталонної при зміні коефіцієнта підсилення  $K_{ТП}$  і сталої часу  $T_K$  не перевищує 6%.

Синтез контуру напруги проводимо згідно з структурною схемою (рис. 4.8). Передавальна функція замкненого контуру напруги, з врахуванням попередньо синтезованого ПФ контура струму, має вигляд

$$W_{\text{кн}}(s) = \frac{W_{\text{рн}}(s) \frac{\omega_{\text{ос}}/K_{\text{ззс}}}{s^{1.2} + \omega_{\text{ос}}} K_1 W_{\text{ар.і}}(s)}{1 + W_{\text{рн}}(s) \frac{\omega_{\text{ос}}/K_{\text{ззс}}}{s^{1.2} + \omega_{\text{ос}}} K_1 W_{\text{ар.і}}(s) K_{\text{ззн}}}. \quad (4.31)$$

Здійснивши певні перетворення і вибравши як бажану дробову форму Форма №1  $W_{\text{ст.1}}(s)$

$$W_{\text{ст.1}}(s) = \frac{\omega_{\text{он}}/K_{\text{ззн}}}{s^{1.2} + \omega_{\text{он}}},$$

з умови тотожності  $W_{\text{кн}}(s)$  і  $W_{\text{ст.н}}(s)$  отримаємо  $W_{\text{рн}}$ :

$$W_{\text{рн}}(s) = \frac{(s^{1.2} + \omega_{\text{ос}}) K_{\text{ззс}} \omega_{\text{он}}}{K_{\text{ззн}} \omega_{\text{ос}} K_1 W_{\text{ар.і}}(s) s^{1.2}}.$$

Підставляємо вище наведені параметри об'єкта для  $\omega_{\text{он}} = 100 \text{с}^{-1}$  і дробову модель АГ, отриману шляхом апроксимації в [125] з ПФ (2.20). Провівши необхідні спрощення, отримаємо ПФ дробового регулятора напруги для варіанта налаштування при  $\omega_{\text{он}} = 100 \text{с}^{-1}$ :

$$W_{\text{рн}}(s) = 0,2557 + 25,572s^{-1.2} + 6,807s^{-0,4134} + 0,0681s^{0,7866}. \quad (4.32)$$

На рис. 4.13 для порівняння показані перехідні функції контуру напруги АГ (режим накиду навантаження) за різної структури регуляторів струму і напруги.

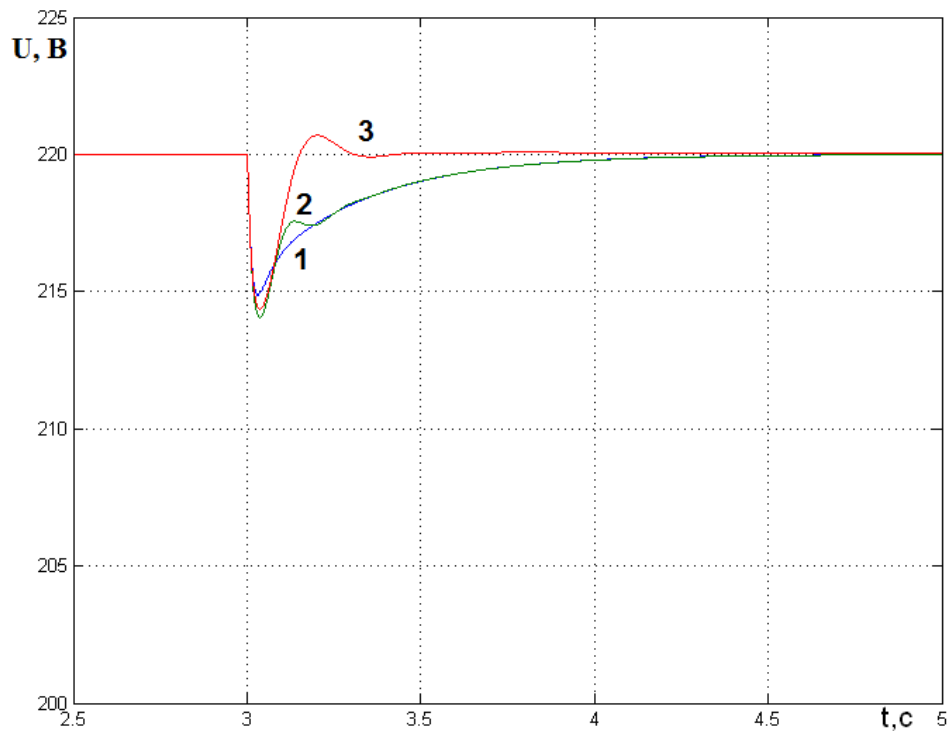


Рис. 4.13. Перехідні функції вихідної напруги АГ (режим накиду навантаження):  
 крива 1 – вихідна двоконтурна система з класичними ПІ-РН, ПІД-РС;  
 крива 2 – з дробовим регулятором струму з  $\omega_{oc} = 100 \text{ c}^{-1}$  (4.30) і класичними  
 ПІ-РН; крива 3 – з дробовим регулятором струму з  $\omega_{oc} = 100 \text{ c}^{-1}$  (4.30) і дробовим  
 регулятором напруги (4.32) з  $\omega_{он} = 100 \text{ c}^{-1}$

Як видно з отриманих результатів, застосування дробового регулятора напруги, синтезованого методом дробового характеристичного полінома за використання дробової моделі АГ у каналі струму збудження і виконання умов робастності, дозволяє отримати значно кращі результати, ніж за використання класичних регуляторів напруги.

Проведемо дослідження робастності зовнішнього контуру СПР напруги АГ з дробовим регулятором, синтезованим методом характеристичного полінома, на зміну коефіцієнта його підсилення ( $K_{AG}$ ) у межах  $K_{AG} = 4,5 - 6,5 \text{ В/В}$ , враховуючи його нелінійну залежність від вихідної напруги. На рис. 4.14 показані результати досліджень впливу зміни коефіцієнта підсилення АГ, на якість перехідної функції оптимізованого контуру напруги при стрибкоподібній зміні завдання, а в табл.

4.11 наведені параметри робастності:  $R_b$ , запас за фазою  $\varphi_m$ , чутливості до високочастотних завад  $T(j\omega)$ , до низькочастотних збурень з сторони навантаження  $S(j\omega)$ , а також проведені розрахунки середньоквадратичного відхилення параметрів якості перехідних функцій від заданих згідно виразів (2.7), (2.8) – абсолютного  $\sigma_{\Pi}$  і відносного  $\delta_{\Pi}$ .

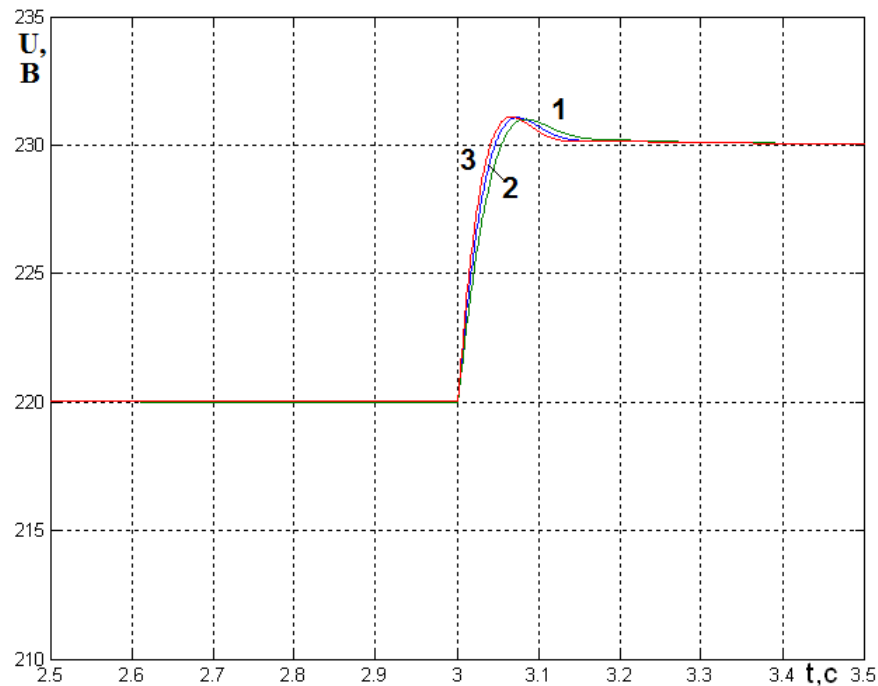


Рис. 4.14. Перехідні функції замкнутого контуру напруги з дробовим регулятором струму з  $\omega_{oc} = 100\text{c}^{-1}$  з ПФ (4.30) і дробовим регулятором напруги з ПФ (4.32) у режимі зміни завдання:  $K_{AG1} = 4,5$  – крива 1,  $K_{AG2} = 5,5$  – крива 2 і  $K_{AG3} = 6,5$  – крива 3

Графіки залежностей параметрів чутливості для визначення параметрів робастності  $T(j\omega)$ ,  $S(j\omega)$  показано на рис. 4.15 і рис. 4.16, відповідно: до високочастотних завад  $T(j\omega)$  і до низькочастотних збурень з сторони навантаження  $S(j\omega)$  від частоти  $\omega$  для контуру напруги з оптимізованим контуром струму ( $\omega_{oc} = 100\text{c}^{-1}$ ) і дробовим регулятором напруги з ПФ (4.32) при зміні  $K_{AG1} = 4,5$  – крива 1,  $K_{AG2} = 5,5$  – крива 2,  $K_{AG3} = 6,5$  – крива 3.

Таблиця 4.11

## Параметри робастності оптимізованого контуру напруги

| N | $\omega, \text{с}^{-1}$ | Змінний параметр системи<br>$K_{AG}, \text{В/В}$ | ПФ-РН  | Показники якості    |                         | Показники робастності              |                |    |                                           |                                             |
|---|-------------------------|--------------------------------------------------|--------|---------------------|-------------------------|------------------------------------|----------------|----|-------------------------------------------|---------------------------------------------|
|   |                         |                                                  |        | $\sigma_{\text{п}}$ | $\delta_{\text{п}}, \%$ | $\varphi_{\text{м}}, \text{град.}$ | $g_{\text{м}}$ | Rb | $T(j\omega)$<br>$\omega=10 \text{с}^{-1}$ | $S(j\omega)$<br>$\omega=0,01 \text{с}^{-1}$ |
| 1 | 100                     | 4,5                                              | (4.32) | 4,237               | 3,31                    | 72                                 | -              | 0  | 153,5                                     | 0,000049                                    |
| 2 |                         | 5,5                                              |        | 0                   | 0                       | 72                                 | -              | 0  | 152,7                                     | 0,000039                                    |
| 3 |                         | 6,5                                              |        | 1,422               | 1,11                    | 72                                 | -              | 0  | 152,1                                     | 0,000034                                    |

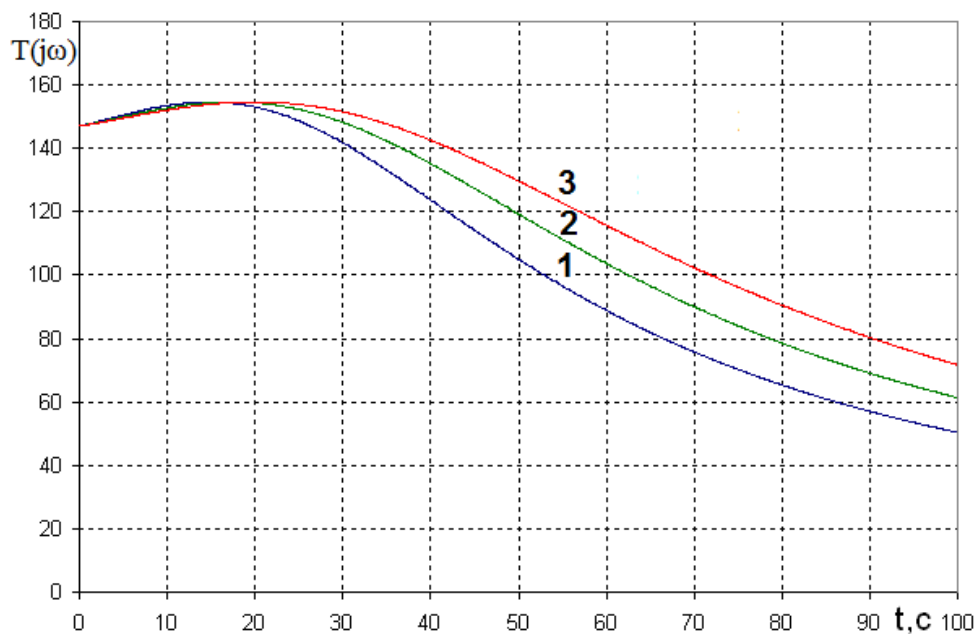


Рис. 4.15. Чутливість ЕМС до високочастотних завад  $T(j\omega)$ :  
 $K_{AG1} = 4,5$  – крива 1,  $K_{AG2} = 5,5$  – крива 2,  $K_{AG3} = 6,5$  – крива 3

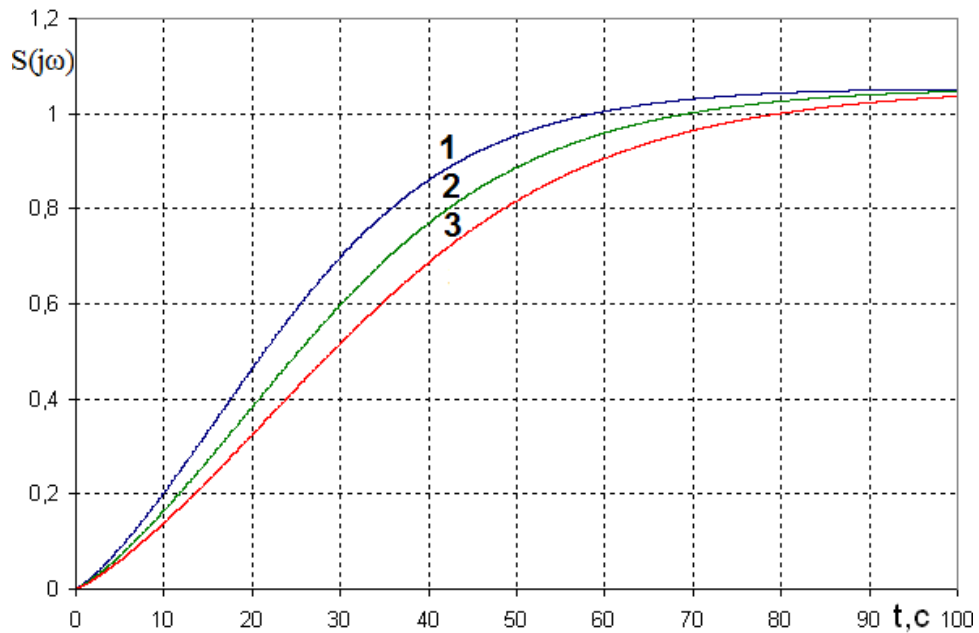


Рис. 4.16. Чутливість ЕМС до низькочастотних збурень з сторони навантаження  
 $S(j\omega)$ :  $K_{AG1} = 4,5$  – крива 1,  $K_{AG2} = 5,5$  – крива 2,  $K_{AG3} = 6,5$  – крива 3

Параметр  $K_{AG}$  на стійкість дробових бажаних форм Форма №1 не впливає і величина параметра  $|\phi_{n-1,n}| = 0,262$ , яка наведена в табл. 4.4, однакова для різних  $K_{AG}$ .

На основі синтезованих вище контурів струму і напруги СПР напруги автономного АГ з ТКРП, синтезованих, зокрема, методом УХП [54], характеристичного дробового поліному (ХДП) та еволюційними методами проведемо порівняльний аналіз робастності контуру струму (табл. 4.12) і напруги (табл. 4.13) за різних методів синтезу регуляторів.



Таблиця 4.12

Порівняльний аналіз робастності контуру струму за різних методів синтезу

| N | ПФ-РС<br>$W_{pc}(s)$                                               | Синтез |     |                    | Показники робастності |       |                      |                                    |                                      |
|---|--------------------------------------------------------------------|--------|-----|--------------------|-----------------------|-------|----------------------|------------------------------------|--------------------------------------|
|   |                                                                    | Метод  | q   | $\omega_p, c^{-1}$ | $\varphi_m, град.$    | $g_m$ | Rb                   | $T(j\omega)$<br>$\omega=10 c^{-1}$ | $S(j\omega)$<br>$\omega=0,01 c^{-1}$ |
| 1 | $9,498 + \frac{259,3}{s} + 0,0282s$                                | УХП    | 1,0 | 100                | 90                    | -     | $0,33 \cdot 10^{-3}$ | 127,3                              | 0,0001                               |
| 2 | $0,087 + \frac{21,747}{s} + 0,027s$                                | ГА     | 1,2 | 10                 | 88,15                 | -     | $32 \cdot 10^{-3}$   | 85,9                               | 0,0012                               |
| 3 | $0,131 + \frac{25,988}{s^{1,18}} + 0,442s^{0,002}$                 | ГА     | 1,2 | 10                 | 72,94                 | -     | $11 \cdot 10^{-3}$   | 76,11                              | 0,00044                              |
| 4 | $0,3943 + \frac{25,8888}{s^{1,2283}} + 0,2093s^{0,051}$            | МРЧ    | 1,2 | 10                 | 68,62                 | -     | $8,9 \cdot 10^{-3}$  | 66,6                               | 0,00035                              |
| 5 | $1,111 + \frac{26,959}{s} + 0,014s$                                | ГА     | 1,0 | 10                 | 90,4                  | -     | $4,9 \cdot 10^{-3}$  | 88,5                               | 0,00098                              |
| 6 | $0,628 + \frac{26,012}{s^{0,997}} + 0,213s^{0,132}$                | ГА     | 1,0 | 10                 | 90,04                 | -     | $3,06 \cdot 10^{-3}$ | 90,13                              | 0,001                                |
| 7 | $\frac{9,507}{s^{0,2}} + \frac{261,903}{s^{1,2}} + 0,02855s^{0,8}$ | ДХП    | 1,2 | 100                | 72                    | -     | $2,98 \cdot 10^{-7}$ | 132,9                              | 0,000039                             |
| 8 | $9,507 + \frac{261,903}{s^{1,0}} + 0,02855s^{1,0}$                 | ДХП    | 1,0 | 100                | 90                    | -     | $2,9 \cdot 10^{-7}$  | 127,4                              | 0,0001                               |

Таблиця 4.13

Порівняльний аналіз робастності контуру напруги за різних методів синтезу

| N | ПФ-РС<br>$W_{PH}(s)$                                                             | Синтез |     |                    | Показники робастності     |       |                      |                                    |                                      |
|---|----------------------------------------------------------------------------------|--------|-----|--------------------|---------------------------|-------|----------------------|------------------------------------|--------------------------------------|
|   |                                                                                  | Метод  | q   | $\omega_c, c^{-1}$ | $\varphi_m, \text{град.}$ | $g_m$ | Rb                   | $T(j\omega)$<br>$\omega=10 c^{-1}$ | $S(j\omega)$<br>$\omega=0,01 c^{-1}$ |
| 1 | $2,44 + \frac{8,01}{s}$                                                          | УХП    | 1,0 | 100                | 92,9                      | -     | 0,028                | 139,1                              | 0,00047                              |
| 2 | $1,651 + \frac{24,43}{s^{0,935}} + 0,021s^{0,969}$                               | ГА     | 1,2 | 100                | 86,1                      | -     | 0,108                | 152,6                              | 0,00014                              |
| 3 | $2,707 + \frac{36,709}{s} + 0,06s$                                               | ГА     | 1,2 | 100                | 80,7                      | -     | 0,097                | 150,1                              | 0,00007                              |
| 4 | $\frac{6,807}{s^{0,2134}} + \frac{25,572}{s} + 0,2552s^{0,2} + 0,0681s^{0,9866}$ | ДХП    | 1,0 | 100                | 90                        | -     | $2,43 \cdot 10^{-5}$ | 146,3                              | 0,0001                               |
| 5 | $0,2557 + \frac{25,572}{s^{1,2}} + \frac{6,807}{s^{0,4134}} + 0,0681s^{0,7866}$  | ДХП    | 1,2 | 100                | 72                        | -     | $2,4 \cdot 10^{-5}$  | 152,7                              | 0,000039                             |

Отримані результати показали, що показник робастності (запас за фазою  $\varphi_m$ ) головним чином залежить від вибраної бажаної форми. Якщо бажана форма забезпечує перехідний процес вихідної координати (струму ТКРП, напруги АГ) без перерегулювання, то  $\varphi_m \approx 90^\circ$ . У випадку перехідного процесу з перерегулюванням  $q=1,2$  (4.21), і запас за фазою  $\varphi_m$  зменшується.

Найбільш важливим з параметрів робастності є робастність до зміни коефіцієнта підсилення об'єкта керування Rb. Результати аналізу контуру струму (табл. 4.12) і напруги (табл. 4.13) показали наступне:

- регулятори цілого порядку (ПД), синтезовані інтелектуальними методами, мають робастність до зміни коефіцієнта підсилення об'єкта керування Rb гіршу, ніж  $PI^{\lambda}D^{\mu}$ -регулятори дробового порядку;

- робастність до зміни коефіцієнта підсилення об'єкта керування також залежить від перерегулювання, яке забезпечує вибрана бажана форма; у випадку перехідного процесу з перерегулюванням,  $q=1,2$  (4.27),  $R_b$  гірший, ніж у перехідного процесу без перерегулювання,  $q = 1,0$ ;

- ПД-регулятори цілого порядку, синтезовані за опису об'єкта керування більш адекватними моделями дробового порядку (№8, табл. 4.12), мають кращу робастність до зміни коефіцієнта підсилення об'єкта керування, ніж у випадку опису об'єкта цілочисельними моделями високого порядку, навіть у випадку застосування УХП (№1, табл. 4.12), оскільки у випадку синтезу за використання моделей дробового порядку немає потреби робити різні додаткові спрощення, допущення, відкидати високі порядки і т.п.;

- дробові регулятори, синтезовані на основі характеристичного дробового полінома мають найкращу робастність до зміни коефіцієнта підсилення об'єкта керування  $R_b \approx 0$ ;

Ще одним важливим параметром робастності є робастність до низькочастотних збурень з сторони навантаження  $S(j\omega)$ .

Результати аналізу контура струму (табл. 4.12) і напруги (табл. 4.13) показали:

- дробові регулятори, синтезовані на основі характеристичного полінома мають найкращу робастність до низькочастотних збурень з сторони навантаження  $S(j\omega)$ , ніж дробові регулятори, синтезовані за використання інтелектуальних методів;

- робастність до низькочастотних збурень з сторони навантаження  $S(j\omega)$  залежить від перерегулювання, яке забезпечує вибрана бажана форма; у випадку перехідного процесу з перерегулюванням,  $q = 1,2$  (4.27),  $S(j\omega)$  кращий, ніж у перехідного процесу без перерегулювання,  $q = 1,0$ .

Що стосується такого параметра робастності як чутливість до високочастотних завад (шумів)  $T(j\omega)$ , то для його аналізу треба мати конкретну частоту завад, а результати, приведені табл. 4.12 і 4.13 для  $\omega=10 \text{ c}^{-1}$ , є не зовсім інформативними.

Аналіз результатів дослідження системи керування напруги з дробовими регуляторами струму і напруги, наведених у табл. 4.10 - 4.13, показує переваги таких регуляторів перед цілочисельним щодо забезпечення бажаної якості динамічних характеристик і робастності оптимізованих контурів.

#### **4.7 Синтез регуляторів ЕМС дробового порядку на основі нечіткої логіки**

Серед інтелектуальних методів традиційних ЕМС цілого порядку значного поширення набули методи синтезу, що базуються на засадах нечіткої логіки. Застосування нечітких регуляторів (НР) дає змогу вирішувати проблеми: оптимізації нелінійних ЕМС, мінімізації впливу параметричних змін у силових колах ЕМС тощо [86]. Якщо врахувати, що деякі явища в ЕМС мають фрактальний характер, то очевидно, що методи нечіткої логіки слід поширити і на ЕМС дробового порядку з урахуванням їх особливостей.

Синтез нечіткого дробового ПІ<sup>λ</sup>Д<sup>μ</sup>-регулятора, робастного до зміни певних заданих параметрів, запропоновано здійснювати за наступним алгоритмом [61].

1. Провести аналіз ЕМС і встановити структуру контурів керування, вхідних і вихідних величин, нечіткого дробового регулятора:

- встановити параметр в ПФ об'єкта керування, робастність до зміни якого в допустимих межах  $[a_{\min}, a_{\max}]$  по відношенню до  $a_{\text{норм}}$  необхідно забезпечити;

- розрахувати три варіанти дробового регулятора для  $a_{\min}, a_{\text{норм}}, a_{\max}$ .

2. Встановити алгоритмічні ступені свободи.

3. Встановити параметричні ступені свободи. Цей етап є центральним кроком процесу розробки нечіткого регулятора і складається з трьох кроків:

- встановити можливі інтервали зміни вхідних та вихідних величин;
- встановити форми та параметри функцій приналежності;
- скласти бази нечітких правил.

4. Дослідити вплив синтезованого регулятора на робастність ЕМС.

Запропоновану методику синтезу нечіткого дробового регулятора ЕМС на основі методу характеристичного дробового поліному і дослідження впливу

такого регулятора на робастність ЕМС розглянуто на прикладі автономної асинхронної генераторної установки з двоконтурною СПР (рис. 4.7) з врахуванням зміни  $T_K$  (сталого часу тиристорного компенсатора реактивної потужності) і нелінійності характеристики АГ.

Розглянемо синтез нечіткого дробового регулятора, робастного до зміни  $T_K$  (сталого часу тиристорного компенсатора реактивної потужності). Для цього задамося діапазоном зміни  $T_K$  0,02-0,046 с. Далі розрахуємо за наведеним виразом (4.27) три варіанти ПФ регулятора струму для  $T_{K1}=0,02$ с,  $T_{K2}=0,033$ с,  $T_{K3}=0,046$ с при  $\omega_{oc} = 100$ с<sup>-1</sup>:

$$T_{K1}=0,02\text{с} \Rightarrow W_{pc1}(s) = 0,01729s^{0,8} + 6,102s^{-0,2} + 261,903s^{-1,2}; \quad (4.33)$$

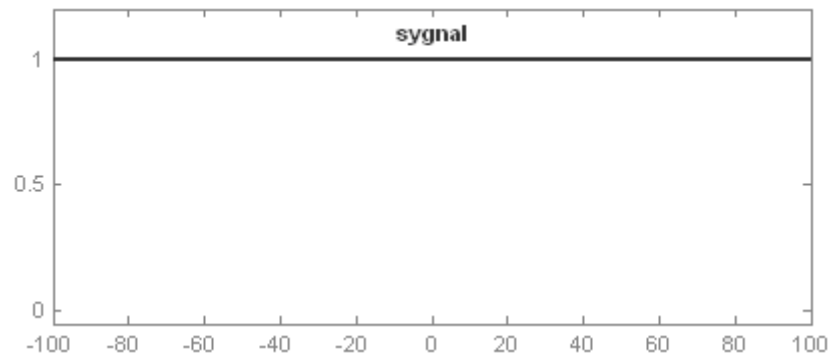
$$T_{K2}=0,033\text{с} \Rightarrow W_{pc2}(s) = 0,028547s^{0,8} + 9,507s^{-0,2} + 261,903s^{-1,2}; \quad (4.34)$$

$$T_{K3}=0,046\text{с} \Rightarrow W_{pc3}(s) = 0,0398s^{0,8} + 12,912s^{-0,2} + 261,903s^{-1,2}. \quad (4.35)$$

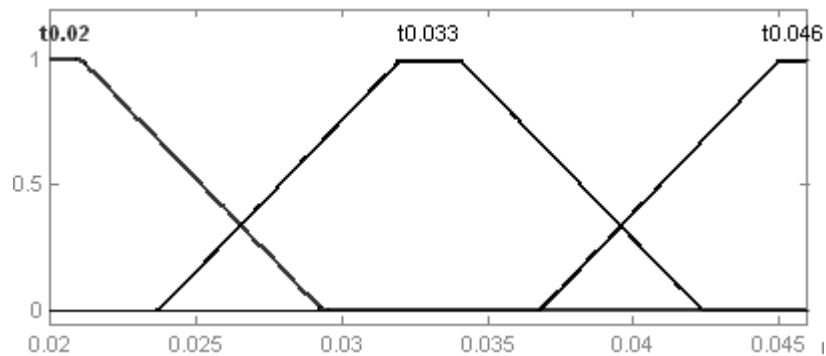
Проведемо дослідження нечіткого дробового робастного регулятора робастного до зміни  $T_K$ , структурна схема якого в середовищі MATLAB/Simulink наведена в Додатку В.3.

Встановлюємо можливі інтервали зміни вхідних та вихідних величин: завдання змінюється в інтервалі [-10, 10], стала часу  $T_K$  – [0,02, 0,046], інтервал зміни вихідної величини – [0, 1].

Границі термів спочатку встановлюємо приблизно в межах інтервалів зміни вхідних величин, а потім уточнюємо за результатами моделювання системи. Остаточні прийняті для лінгвістичних змінних “Завдання” та “Стала часу  $T_K$ ” функції приналежності зображені на рис. 4.17, а параметри їх термів наведені в табл. 4.14.



а)



б)

Рис. 4.17. Функції приналежності нечіткого регулятора напруги для вхідних змінних: а) “Завдання”, б) “Стала часу  $T_k$ ”

Таблиця 4.14

Параметри функцій приналежності вхідних змінних

| Вхідні змінні       | Терм   | Форма терму | Характерні точки              |
|---------------------|--------|-------------|-------------------------------|
| “Завдання”          | sygnal | трапеція    | [-11, -10, 10, 11]            |
| “Стала часу $T_k$ ” | t0,02  | трапеція    | [0,0106 0,0189 0,0210 0,0293] |
|                     | t0,033 | трапеція    | [0,0236 0,0319 0,0340 0,0423] |
|                     | t0,046 | трапеція    | [0,0367 0,0450 0,0471 0,0554] |

Нечіткий регулятор має три дискретні виходи, які активізуються в залежності від того, який дробовий регулятор доцільно застосувати в системі керування в даний момент часу.

Правила складаються на основі інтуїтивних знань експерта. У нашому випадку як експертні знання використовуються результати аналізу перехідних процесів, які були отримані при моделюванні системи з класичною системою регулювання.

На рис. 4.18 показано перехідні процеси замкненого контура струму з нечітким робастним дробовим регулятором, налаштованим на зміну  $T_K$  у діапазоні 0,02-0,046с, а в табл. 4.15 внесені результати аналізу ступеня розбіжності показників якості отриманих перехідних процесів з бажаною, які підтверджують робастність такого підходу до керування.

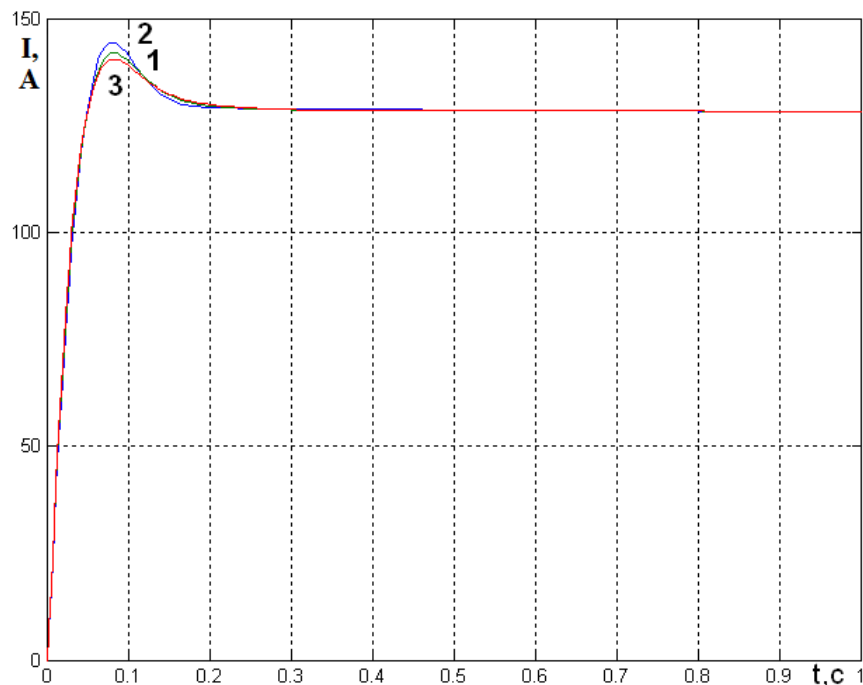


Рис. 4.18. Перехідні процеси замкненого контура струму з нечітким робастним дробовим регулятором налаштованим на зміну  $T_K$ :

крива 1 –  $T_{K1}=0,02$ с, крива 2 –  $T_{K2}=0,033$ с, крива 3 –  $T_{K3}=0,046$ с

Таблиця 4.15

Параметри робастності і ступінь розбіжності показників якості отриманих перехідних процесів з бажаною дробовою формою

| Змінний параметр системи<br>$T_k, c$ | Параметри робастності     |    | Показник якості перехідних функцій |                |
|--------------------------------------|---------------------------|----|------------------------------------|----------------|
|                                      | $\varphi_m, \text{град.}$ | Rb | $\sigma$                           | $\delta_n, \%$ |
| 0,02                                 | 72                        | 0  | 0,641                              | 0,49           |
| 0,026 проміжна                       | 72                        | 0  | 0,489                              | 0,38           |
| 0,033                                | 72                        | 0  | 0                                  | 0              |
| 0,04 проміжна                        | 72                        | 0  | 0,339                              | 0,26           |
| 0,046                                | 72                        | 0  | 0,362                              | 0,28           |

Отримані результати підтверджують ефективність застосування нечіткого дробового регулятора для оптимізації внутрішнього контуру струму, який забезпечує високу і незмінну ступінь робастності (Rb).

Проведемо синтез нечіткого дробового регулятора і оцінку робастності контуру напруги до зміни коефіцієнта підсилення асинхронного генератора ( $K_{AG}$ ). Для цього, виходячи з нелінійності характеристики АГ, задаємося діапазоном зміни  $K_{AG}$  4,5 - 6,5 і за виразами (4.32) розрахуємо три варіанти параметрів ПФ регулятора напруги для  $K_{AG1} = 4,5c$ ,  $K_{AG2} = 5,5$ ,  $K_{AG3} = 6,5$  і  $\omega_{OH} = 100c^{-1}$ :

$$K_{AG1} = 4,5: \quad W_{PH1}(s) = 0,3125 + 31,246s^{-1,2} + 8,317s^{-0,4134} + 0,0831s^{0,7866}; \quad (4.36)$$

$$K_{AG2} = 5,5: \quad W_{PH2}(s) = 0,2557 + 25,572s^{-1,2} + 6,807s^{-0,4134} + 0,0681s^{0,7866}; \quad (4.37)$$

$$K_{AG3} = 6,5: \quad W_{PH3}(s) = 0,2164 + 21,641s^{-1,2} + 5,761s^{-0,4134} + 0,0576s^{0,7866}. \quad (4.38)$$



На основі (4.36 - 4.38) синтезуємо в середовищі MATLAB/Simulink нечіткий дробовий регулятор напруги і проведемо оцінку його робастності до зміни  $K_{AG}$ . Структурна схема моделі регулятора наведена в Додатку В.4.

На рис. 4.19 показано перехідні процеси замкненого контуру напруги з нечітким дробовим регулятором, налаштованим на зміну  $K_{AG}$  у діапазоні 4,5-6,5, а в табл. 4.16 внесені результати аналізу ступеня розбіжності показників якості отриманих перехідних процесів з бажаною, які підтверджують робастність такого підходу до керування нелінійною ЕМС.

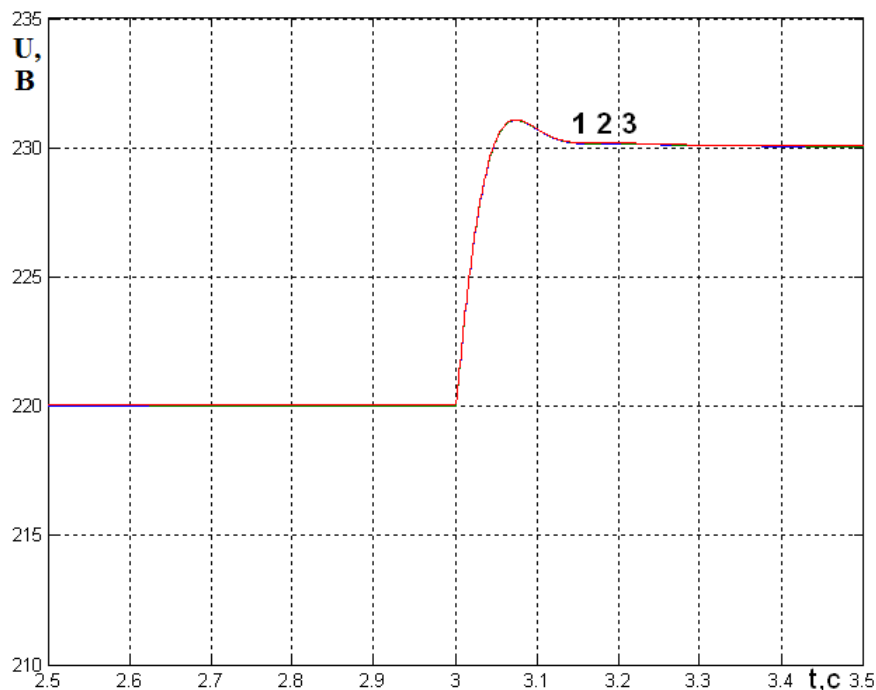


Рис. 4.19. Перехідні функції замкненого контуру напруги з дробовим регулятором струму з  $\omega_{oc} = 100\text{c}^{-1}$  з ПФ (4.37) і дробовими регуляторами напруги з ПФ (4.36)-(4.38) у режимі зміни завдання:  $K_{AG1} = 4,5$  – крива 1,  $K_{AG2} = 5,5$  – крива 2,  $K_{AG3} = 6,5$  – крива 3

Результати аналізу ступеня розбіжності показників якості отриманих перехідних процесів з бажаною при зміні  $K_{AG}$

| Відхилення параметра $K_{AG}, B/A$ | Параметри робастності |    | Показник якості перехідних функцій |                  |
|------------------------------------|-----------------------|----|------------------------------------|------------------|
|                                    | $\varphi_m$ , град.   | Rb | $\sigma$                           | $\delta_{п}$ , % |
| 4,5                                | 72                    | 0  | 0,014                              | 0,006            |
| 5,0 проміжна                       | 72                    | 0  | 0,006                              | 0,004            |
| 5,5                                | 72                    | 0  | 0                                  | 0                |
| 6,0 проміжна                       | 72                    | 0  | 0,0217                             | 0,0095           |
| 6,5                                | 72                    | 0  | 0,028                              | 0,012            |

Порівняння результатів табл. 4.16 з результатами, наведеними в табл. 4.11, показує значне зменшення розбіжності між показниками якості перехідних процесів вихідної координати і бажаного за використання нечіткого регулятора дробового порядку порівняно з регулятором дробового порядку. Висока ступінь робастності забезпечується і в проміжних точках діапазону зміни параметра.

Розглянутий підхід до побудови системи керування за використання нечіткого блоку для об'єкта керування дає змогу синтезувати дробовий регулятор, робастний до нелінійності та параметричних змін об'єкта керування ЕМС у якого змінюються в заданих межах один параметр. Такий підхід можна застосувати і для об'єкта керування, у якого змінюються в заданих межах два параметри і більше, проте в цьому випадку його структура суттєво ускладнюється, оскільки кількість рівнянь становить  $3^n$ , де  $n$  - кількість параметрів об'єкта керування, які змінюються (для  $n=2$   $3^2=9$ ).

#### 4.8 Висновки до розділу 4

1. Встановлено, що параметр  $|\phi_{\omega_i}|$  є інформативним для контролю якості і робастної стійкості ЕМС. Якщо параметер  $|\phi_{\omega_i}|=0,314$  рад, то в перехідній функції вихідної координати ЕМС перерегулювання відсутнє. По мірі зменшення  $|\phi_{\omega_i}|$  від 0,314 рад. перерегулювання зростає, і при  $|\phi_{\omega_i}|=0,157$  рад виникає коливний режим. Тобто за величиною параметрів  $|\phi_{\omega_i}|$  можна отримувати інформацію про робастну стійкість, коливність і в першому наближенні про якість перехідного процесу вихідної координати ЕМС.

2. Запропоновано оцінювати ступінь впливу на стійкість передавальної функції дробового порядку окремих параметрів у різних діапазонах їх зміни і, відповідно, коректувати допустимі межі цих діапазонів. Така «діаграма робастної стійкості» може бути введена а алгоритм самоналагодження ЕМС за використання дробового регулятора.

3. Розглянуті підходи до аналізу стійкості та робастної стійкості придатні для ЕМС, які описуються передавальними функціями як дробового, так і цілого порядку.

4. Поширений синтез дробових регуляторів на системи з нечіткою логікою дає змогу синтезувати дробовий регулятор, робастний до параметричних змін об'єкта керування ЕМС.

5. Встановлено, що інформативний параметр  $|\phi_{\omega_n, n-1}|$  можна використовувати для аналізу стійкості цілочисельних ПД-регуляторів та дробових  $\text{П}^\lambda\text{Д}^\mu$ -регуляторів, і він дозволяє кількісно оцінювати стійкість та прогнозувати характер перехідного процесу і перерегулювання таких регуляторів.

6. Дослідження виявили вплив степеня диференціальної складової  $\mu$  на стійкість дробового  $\text{П}^\lambda\text{Д}^\mu$ -регулятора. Пониженням степеня диференціальної складової  $\mu$  можна підвищувати стійкість дробового  $\text{П}^\lambda\text{Д}^\mu$ -регулятора загалом і, відповідно, стійкість ЕМС в цілому.

7. ПІД-регулятори цілого порядку, синтезовані інтелектуальними методами (МРЧ, ГА), мають робастність до зміни коефіцієнта підсилення об'єкта керування  $R_b$  гіршу, ніж ПІД<sup>λ</sup>Д<sup>μ</sup>-регулятори дробового порядку.

8. ПІД-регулятори цілого порядку, синтезовані за опису об'єкта керування більш адекватними моделями дробового порядку, мають кращу робастність до зміни коефіцієнта підсилення об'єкта керування, ніж у випадку опису об'єкта цілочисельними моделями високого порядку, навіть у випадку застосування характеристичного полінома.

9. Дробові регулятори, синтезовані на основі характеристичного полінома, мають найкращу робастність до зміни коефіцієнта підсилення об'єкта керування  $R_b \approx 0$  та до низькочастотних збурень з сторони навантаження  $S(j\omega)$ .

10. Удосконалено метод робастного керування ЕМС за використання функціонала якості, стійкості, контролю умов робастності і частотних впливів за використання перспективних інтелектуальних методів.

## РОЗДІЛ 5

# РОЗРОБЛЕННЯ І РЕАЛІЗАЦІЯ СИСТЕМ АВТОМАТИЧНОГО КЕРУВАННЯ ЕЛЕКТРОМЕХАНІЧНИХ ОБ'ЄКТІВ З ЕЛЕМЕНТАМИ АБО РЕГУЛЯТОРАМИ ДРОБОВОГО ПОРЯДКУ

### 5.1 Шляхи практичної реалізації регуляторів дробового порядку

Як уже було показано в попередніх розділах, застосування в ЕМС ПІ<sup>λ</sup>Д<sup>μ</sup>-регуляторів дає змогу покращити якість перехідних процесів і при цьому підвищити запас стійкості порівняно з аналогічними системами, у яких використовуються класичні (цілого порядку) регулятори. У розділі 1 проведено аналіз різних підходів до технічної реалізації таких регуляторів. Проте на сьогоднішній день проблема реалізації ПІ<sup>λ</sup>Д<sup>μ</sup>-регуляторів дробового порядку як аналогових, так і цифрових і дослідження їх можливостей в автоматизованих електромеханічних системах є і надалі актуальною.

Даний розділ присвячений розробленню цифрового інтегрально-диференціального регулятора дробового порядку з перспективою його використання:

- як опції в ПЛК ПЧ для керування координатами електропривода (частотою обертання), або технологічними параметрами (температурою, тиском) тощо;
- в ЕМС автономних ВЕУ для керування напругою в ланці DC перетворювача у зв'язку з фрактальним характером енергії вітру;
- в ЕМС електромобілів [155] за використання в ланці DC суперконденсаторів у зв'язку з їх фрактальністю.

Сучасний рівень мікропроцесорної техніки і її застосування в перетворювальній техніці суттєво розширює функціональні можливості автоматизованих електроприводів як рушіїв електромеханічних систем. Розвиток ідеї застосування, зокрема в перетворювачах частоти, ПЛК і їх удосконалення дасть змогу реалізувати складніші алгоритми керування і, відповідно, відкриє

шлях до побудови самоналагоджувальних ЕМС без суттєвого їх подорожчання. Такий контролер повинен реалізувати наступне:

- провести ідентифікацію об'єкта керування і апроксимувати отриману, наприклад, перехідну або частотну характеристику дробовою моделлю низького (1, 2) порядку;
- синтезувати інтегрально-диференціальний регулятор дробового порядку за заданими (бажаними) параметрами динамічної характеристики ЕМС;
- здійснювати адаптацію параметрів регулятора до змін параметрів ЕМС.

У розділі 2 [119,120] показано можливість провести перетворення диференціально-інтегральних ланок ПФ дробового порядку з різними степенями  $\alpha$  на основі перетворення Оусталоупа в частотному діапазоні  $(0,01 \div 100) \text{ c}^{-1}$  за умови зміни порядку апроксимації в межах  $N=1 \div 5$  у середовищі мови програмування, у якій для збереження масивів відводиться більше комірок пам'яті. Це можна реалізувати, наприклад, у середовищі Фортран, MATLAB, C тощо. Запропоновано модифікацію перетворення Оусталоупа, у якій порядок поліному чисельника зменшений на одиницю, і її можна рекомендувати для практичної реалізації лише аналогових  $\text{PI}^\lambda$ -регуляторів дробового порядку.  $\text{PI}^\lambda \text{D}^\mu$ - регулятори дробового порядку, як показано в розділі 2, доцільно реалізовувати як цифрові на основі перетворення Оусталоупа з порядком перетворення в залежності від бажаної точності і швидкодії  $N=1$  або  $N=2$  за використання сучасних мікроконтролерів. Перевагою такого підходу є простота обчислювальної процедури і задовільна точність і швидкодія.

На основі проведеного в розділі 2 порівняльного аналізу різних підходів до реалізації інтегровально-диференціального регулятора дробового порядку, як найбільш раціональний варіант вибрано представлення його інтегровальної і диференціальної ланок за застосування перетворення Оусталоупа [119,120].

Апроксимуюча ПФ методом Оусталоупа (2.24), у даному випадку інтегровально-диференціального регулятора дробового порядку, записується у вигляді відношення  $n$ -розрядних цілочисельних поліномів

$$s^{\pm\alpha} = W(s) = k_n \frac{b_n s^n + b_{n-1} s^{n-1} + \dots + b_1 s + b_0}{a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + a_0} = \frac{P(s)}{Q(s)}. \quad (5.1)$$

Отримані в результаті такого перетворення ПФ цілого порядку можна легко реалізувати і отримати таким чином комп'ютерний варіант ПП<sup>λ</sup>Д<sup>μ</sup>-регулятора дробового порядку. Проте в такому випадку необхідно використовувати дорогі плати вводу/виводу, які сумісні з комп'ютером. Крім того, реалізований таким чином цифровий ПП<sup>λ</sup>Д<sup>μ</sup>-регулятор дробового порядку буде працювати лише за наявності комп'ютера і відповідного програмного забезпечення комп'ютера. Тому актуальними є пошуки варіанту реалізації інтегровально-диференціального регулятора дробового порядку за використання сучасних контролерів.

В [156] розглянуто варіант реалізації інтегровальної і диференціальної ланок ПП<sup>λ</sup>Д<sup>μ</sup> - регулятора дробового порядку шляхом розкладання ПФ (5.1) до вигляду

$$s^{\pm\alpha} \Rightarrow W(s) = A_1 \frac{1}{s - s_1} + A_2 \frac{1}{s - s_2} + \dots + A_n \frac{1}{s - s_n}, \quad (5.2)$$

де  $s_1, s_2, \dots, s_n$  - корені характеристичного рівняння (5.1).

Коефіцієнти  $A_1, A_2, \dots, A_n$  знаходяться за виразом

$$A_i = \frac{P(s)}{Q'(s)} \text{ при } s = s_j.$$

Таким чином, інтегральна і диференціальна ланки дробового порядку на основі (5.2) можуть бути представлені структурною схемою, яка показана на рис. 5.1. У такому вигляді вираз (5.2) можна легко реалізувати в програмних середовищах C, C#, C++ або в Асемблері.

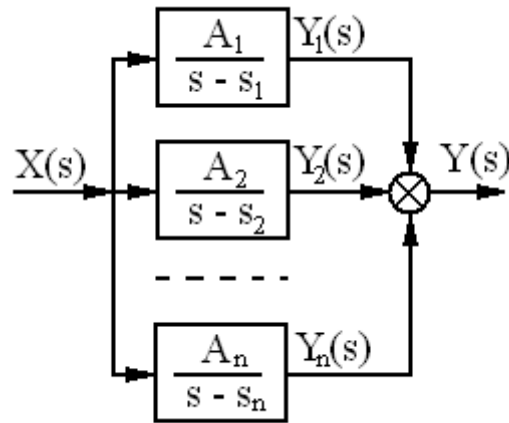


Рис. 5.1. Структурна схема представлення інтегральної і диференціальної ланки дробового порядку на основі (5.2)

Нижче, як приклад, наведені відповідні вирази ПФ цілого порядку, отриманих за застосування перетворення Оусталоупа з  $N=1, 2$  стосовно диференціальної та інтегровальної ланок дробового порядку з ПФ  $W(s) = s^{\pm 0,5}$  [120] з приведенням їх до форми (5.2):

1) інтегральна дробова ланка  $W(s) = s^{-0,5}$

$N=1$

$$s^{-0,5} = \frac{0,1s^3 + 4,867s^2 + 10,49s + 1}{s^3 + 10,49s^2 + 4,867s + 0,1} \Rightarrow \quad (5.3)$$

$$\Rightarrow W(s) = 0,1 + \frac{0,1758}{s + 0,0215} + \frac{0,6701}{s + 0,4642} + \frac{2,9725}{s + 10}; \quad (5.4)$$

$N=2$

$$s^{-0,5} = \frac{0,1s^5 + 7,497s^4 + 76,85s^3 + 121,8s^2 + 29,85s + 1}{s^5 + 29,85s^4 + 121,8s^3 + 76,85s^2 + 7,497s + 0,1} \Rightarrow \quad (5.5)$$

$$\Rightarrow W(s) = 0,1 + \frac{0,1082}{s + 0,0158} + \frac{0,1942}{s + 0,1} + \frac{0,4678}{s + 0,6310} + \frac{1,1501}{s + 3,9811} + \frac{2,5922}{s + 25,1189}; \quad (5.6)$$



2) диференціальна дробова ланка  $W(s) = s^{0,5}$

$N=1$

$$s^{0,5} = \frac{10s^3 + 104,9s^2 + 48,67s + 1}{s^3 + 48,67s^2 + 104,9s + 10} \Rightarrow \quad (5.7)$$

$$\Rightarrow W(s) = 10 + \frac{0,0297}{s + 0,1} + \frac{3,1105}{s + 2,1544} + \frac{378,7060}{s + 46,4159}; \quad (5.8)$$

$N=2$

$$s^{0,5} = \frac{10s^5 + 298,5s^4 + 1218s^3 + 768,5s^2 + 74,97s + 1}{s^5 + 74,97s^4 + 768,5s^3 + 1218s^2 + 298,5s + 10} \Rightarrow \quad (5.9)$$

$\Rightarrow$

$$W(s) = 10 + \frac{0,0041}{s + 0,0398} + \frac{0,0726}{s + 0,2512} + \frac{1,1750}{s + 1,5849} + \frac{19,4241}{s + 10} + \frac{430,5730}{s + 63,0957}. \quad (5.10)$$

На рис. 5.2 - 5.5 показані структурні схеми представлення інтегральної і диференціальної ланок дробового порядку на основі виразів (5.3) – (5.10).

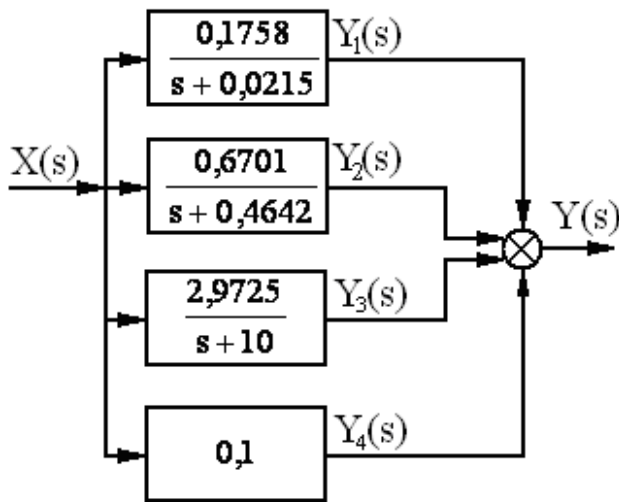


Рис. 5.2. Паралельне з'єднання ПФ для реалізації  $W(s) = s^{-0,5}$  ( $N=1$ )

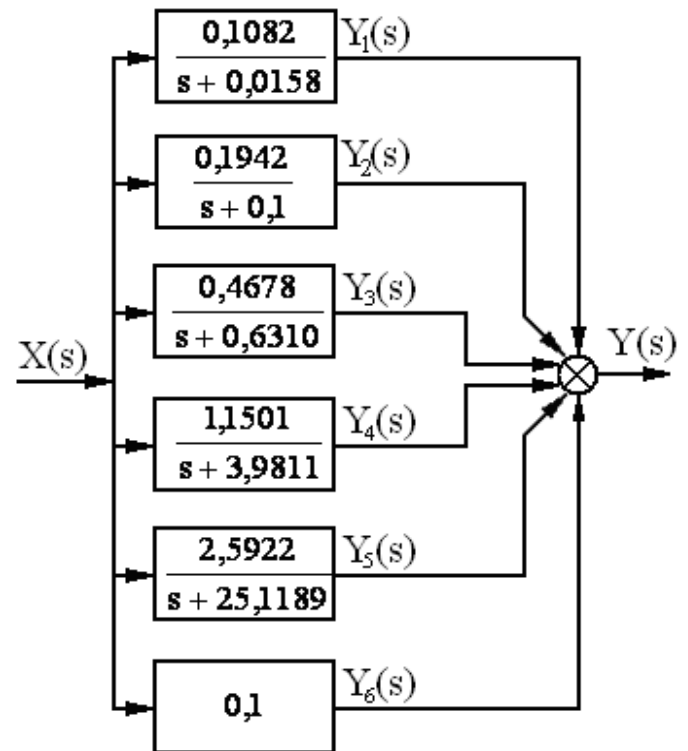


Рис. 5.3. Паралельне з'єднання ПФ для реалізації  $W(s) = s^{-0,5}$  ( $N=2$ )

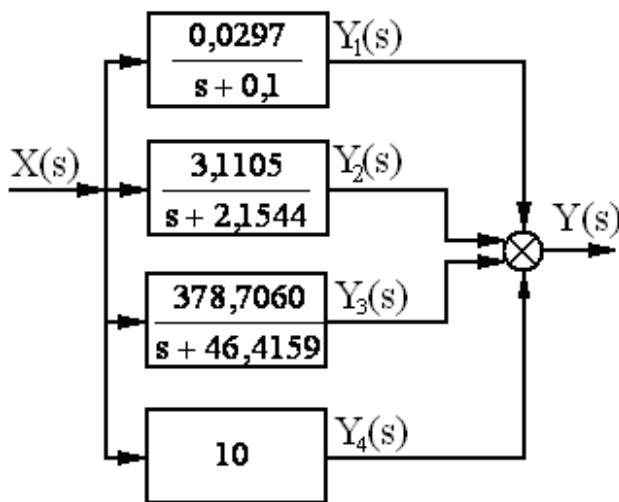


Рис. 5.4. Паралельне з'єднання ПФ для реалізації  $W(s) = s^{0,5}$  ( $N=1$ )

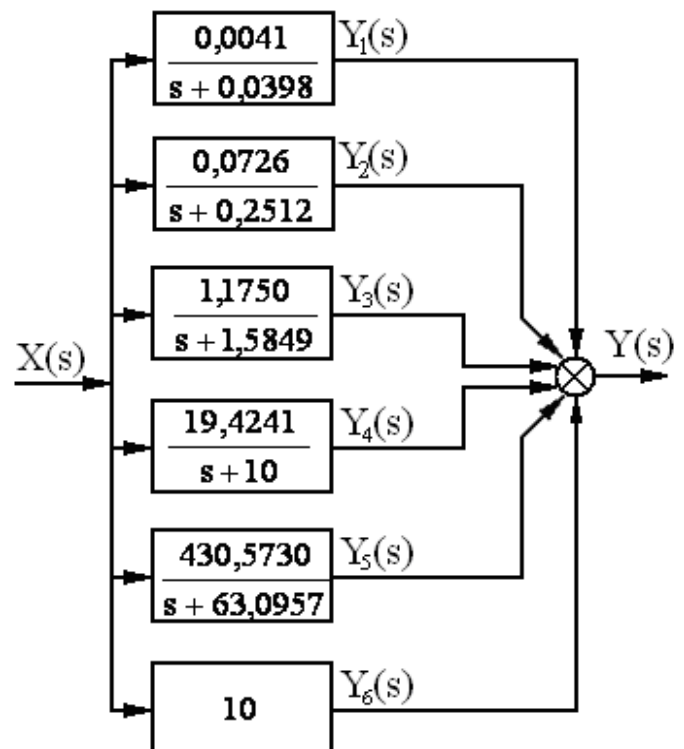


Рис. 5.5. Паралельне з'єднання ПФ для реалізації  $W(s) = s^{0,5}$  ( $N=2$ )

Для реалізації практичного програмування дробового ПІД<sup>м</sup>-регулятора на мікроконтролері або сигнальному процесорі поставлена вимога, що не можна використовувати вже вбудовані в MATLAB або іншій мові програмування готові функції, наприклад, `step` та `in`. Тобто розв'язок повинен:

- бути максимально простим;
- забезпечувати мінімум операцій обчислення, тобто максимальну швидкодію процесора;
- забезпечувати високу точність;
- передбачати можливість вибору кроку розрахунку в широкому діапазоні;
- не обмежувати часовий діапазон розрахунку.

На основі попередньо розробленої і відлагодженої програми в середовищі MATLAB регулятор дробового порядку на етапі розроблення і удосконалення алгоритму реалізовано за використання мови програмування C і недорогих плат Arduino Mega 2560 та Arduino DUE у зв'язку з можливістю роботи таких плат сумісно з комп'ютером. Плата Arduino Mega 2560 побудована за використання мікроконтролера Atmel ATMega2560 і має такі основні технічні характеристики: 54 цифрових входів/виходів, (14 з яких можуть використовуватися як виходи ШІМ); 16 аналогових входів; 4 послідовних порти UART; кварцовий генератор - 16 МГц; USB конектор; робоча напруга - 5В; рекомендована вхідна напруга 7-12В; флеш-пам'ять 256 КБ; ОЗП - 8 КБ; енергонезалежна пам'ять 4 КБ; тактова частота 16 МГц. Плата Arduino DUE побудована за використання мікроконтролера Atmel ATSAM3X8E ARM і основними її відмінностями від плати Arduino Mega 2560 є вища тактова частота 84 МГц і наявність двох 12-ти розрядних ЦАП, тобто аналогових виходів.

Зовнішній вигляд комплексів "комп'ютер - плата Arduino Mega 2560" – а та "комп'ютер - плата Arduino DUE" – б показано на рис. 5.6.

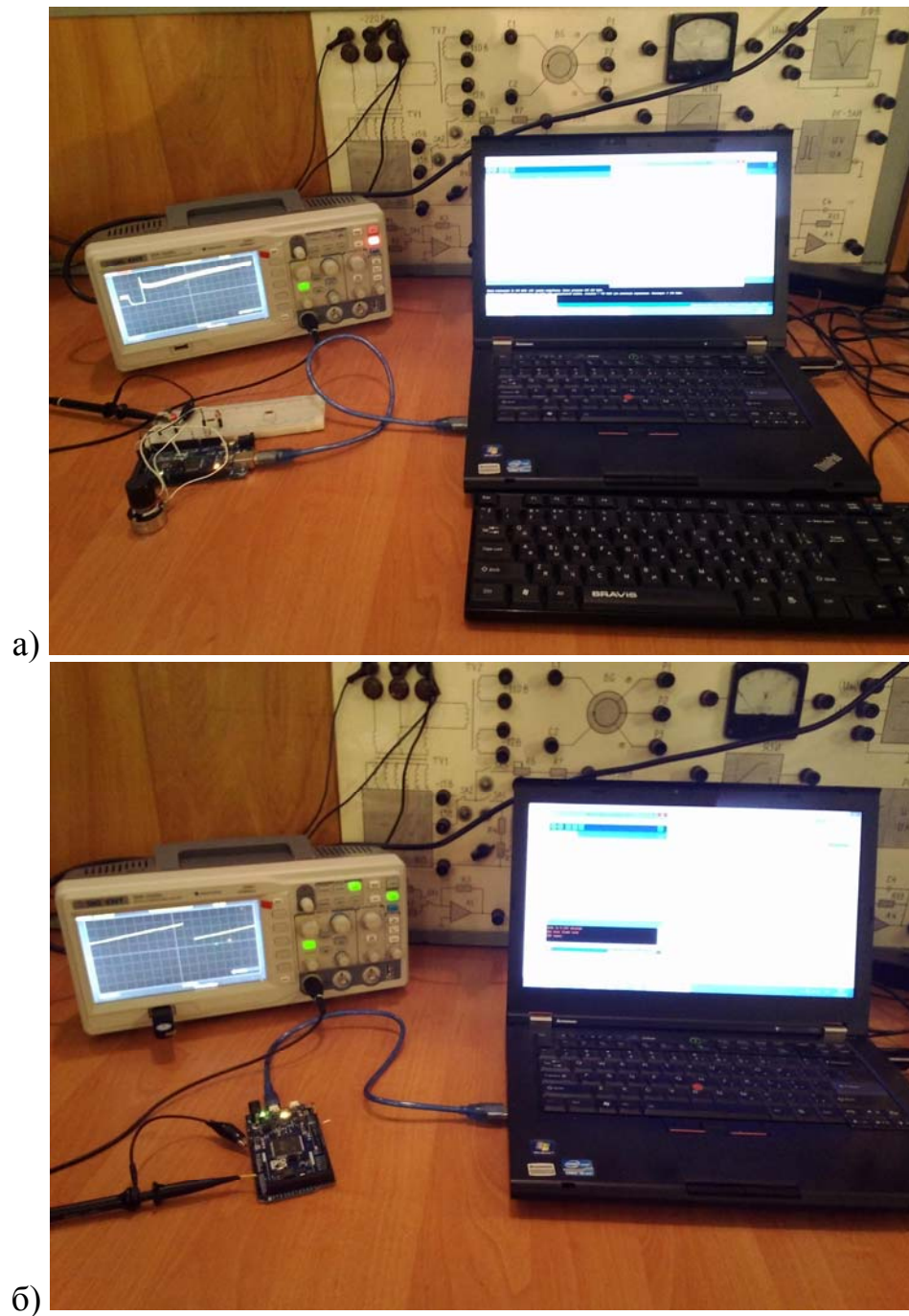


Рис. 5.6. Зовнішній вигляд комплексів "комп'ютер - плата Arduino Mega 2560" – а та "комп'ютер - плата Arduino DUE" – б

На першому етапі досліджень перевірка можливості реалізації таким чином інтегральної і диференціальної ланок дробового порядку проведена за використання комплексів "комп'ютер - плата Arduino Mega 2560" та "комп'ютер - плата Arduino DUE". В даному випадку всі розрахунки здійснює комп'ютер, а синхронізована з ним зовнішня плата «вводу-виводу» здійснює ввід

стрибкоподібного вхідного сигналу  $x=1В$  на вхід регулятора та вивід розрахованого сигналу «у» на задані затискачі плати, які є виходом регулятора за напругою.

На наступному етапі досліджень програмне забезпечення для інтегральної і диференціальної ланок дробового порядку, розроблене в середовищі MATLAB, було перероблене під програмне середовище Arduino (мова програмування C). Після відлагодження програм вони були записані в пам'ять плат Arduino Mega 2560 і Arduino DUE, відповідно, і проведені їх дослідження в автономному режимі без застосування комп'ютера. У цьому випадку комп'ютер використовувався лише для живлення плати і для реєстрації перехідних процесів (вивід розрахованого аналогового вихідного сигналу згідно зі заданим варіантом перетворення). У випадку забезпечення іншого джерела живлення (акумулятор або оригінальний блок живлення) і пристроїв реєстрації комп'ютер можна не використовувати.

На рис. 5.7 наведені результати дослідження перехідних процесів (функцій) інтегральних дробових ланок з ПФ  $W_1(s) = s^{-0,1}$  – крива 1,  $W_2(s) = s^{-0,3}$  – крива 2,  $W_3(s) = s^{-0,5}$  – крива 3,  $W_4(s) = s^{-0,7}$  – крива 4 і  $W_5(s) = s^{-0,9}$  – крива 5, а на рис. 5.8 – диференціальних дробових ланок з ПФ  $W_1(s) = s^{0,1}$  – крива 1,  $W_2(s) = s^{0,3}$  – крива 2,  $W_3(s) = s^{0,5}$  – крива 3,  $W_4(s) = s^{0,7}$  – крива 4 і  $W_5(s) = s^{0,9}$  – крива 5 в процесі автономної роботи зовнішньої плати Arduino DUE, запрограмованої згідно застосування перетворення Оусталоупа (2.24) з  $N=1$ , при дії стрибкоподібного сигналу  $x=1 В$  на її вході. Перехідні функції ланок для можливості їх опрацювання зняті в циклі розрахунку на виході плати перед записом у порт виводу.

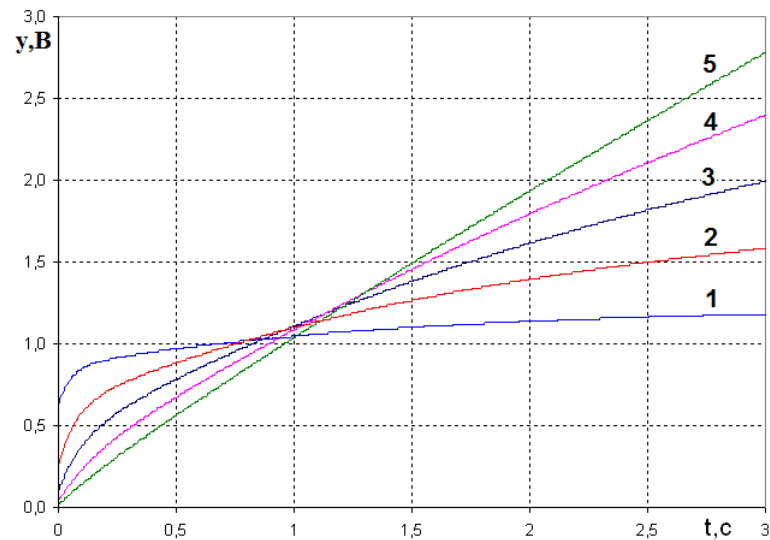


Рис. 5.7. Перехідні функції інтегральних ланок дробового порядку за зміни степеня для  $N=1$

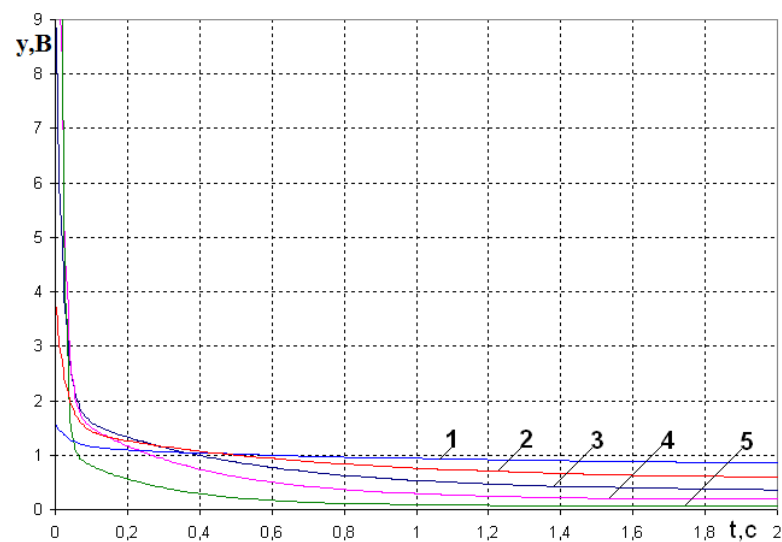


Рис. 5.8. Перехідні функції диференціальних ланок дробового порядку за зміни степеня для  $N=1$

На рис. 5.9 і 5.10 проведені аналогічні дослідження за використання перетворення Оусталоупа (2.24) з  $N=2$ .

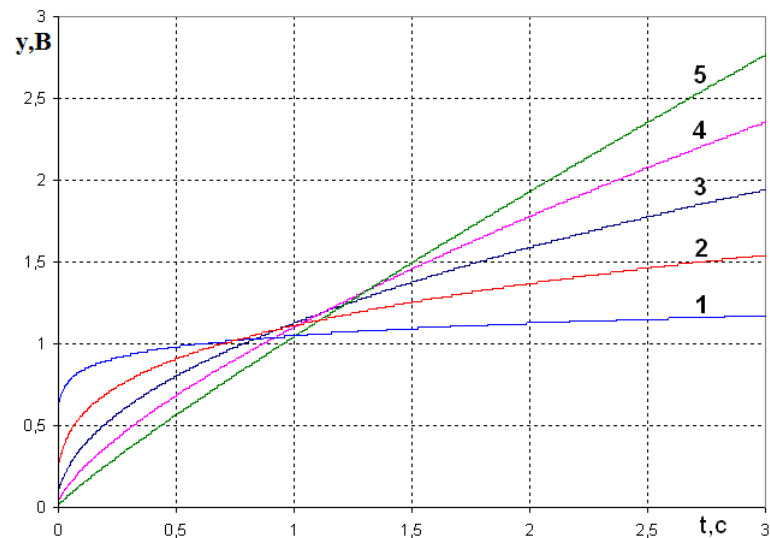


Рис. 5.9. Перехідні функції інтегральних ланок дробового порядку за зміни степеня для  $N=2$

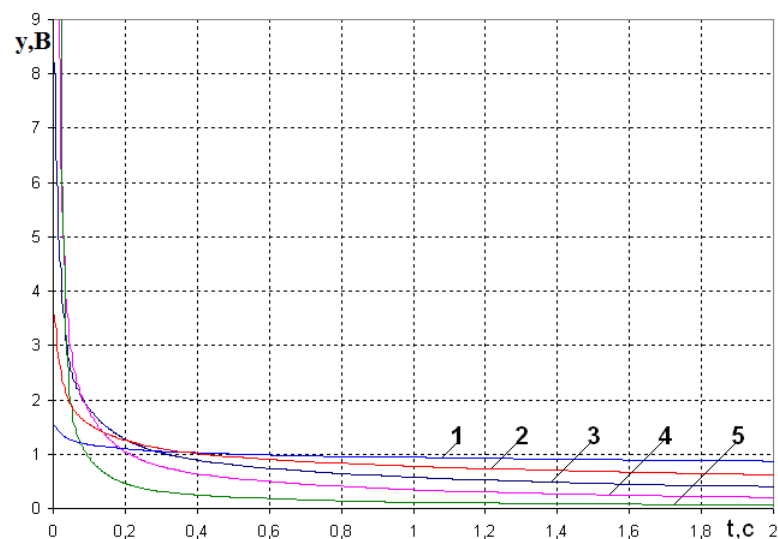


Рис. 5.10. Перехідні функції диференціальних ланок дробового порядку за зміни степеня для  $N=2$

У табл. 5.1 наведені результати порівняння за швидкістю тобто за часом розрахунку однієї точки перехідного процесу ( $\tau$ ) за різних варіантів реалізації інтегральної і диференціальної ланок дробового порядку, зокрема за використання комплексів "комп'ютер - плата Arduino Mega 2560" та "комп'ютер -

плата Arduino DUE" а також плат Arduino Mega 2560 і Arduino DUE в автономному режимі.

Для оцінки точності практичної реалізації інтегральної/диференціальної ланки дробового порядку регулятора дробового порядку запропоновано порівнювати миттєві значення перехідних функцій, отриманих за використання перетворення Оусталоупа, з еталонними, отриманими згідно перетворення Лапласа, на кожному кроці розрахунків, за використання абсолютного середньоквадратичного відхилення ( $\sigma_{\Pi}$ ) перехідної функції від еталонної згідно виразу (2.7) [46]. Результати порівняльного аналізу наведені в табл. 5.1.

Таблиця 5.1

Порівняльний аналіз різних варіантів реалізації інтегральної /диференціальної ланки дробового порядку

| №  | Варіант реалізації         | ПФ ланки   | Перетв. Оуста-лоупа | $\sigma_{\Pi}$ | $\tau, c$    |
|----|----------------------------|------------|---------------------|----------------|--------------|
| 1  | MATLAB + Arduino Mega 2560 | $s^{-0,5}$ | N=1                 | 0,0948         | 0,008-0,015* |
| 2  | MATLAB + Arduino Mega 2560 | $s^{-0,5}$ | N=2                 | 0,0723         | 0,009-0,012* |
| 3  | MATLAB + Arduino Mega 2560 | $s^{0,5}$  | N=1                 | 0,0575         | 0,008-0,015* |
| 4  | MATLAB + Arduino Mega 2560 | $s^{0,5}$  | N=2                 | 0,0204         | 0,010-0,012* |
| 5  | Arduino Mega 2560          | $s^{-0,5}$ | N=1                 | 0,0667         | 0,0044       |
| 6  | Arduino Mega 2560          | $s^{-0,5}$ | N=2                 | 0,0547         | 0,0072       |
| 7  | Arduino Mega 2560          | $s^{0,5}$  | N=1                 | 0,1945         | 0,0044       |
| 8  | Arduino Mega 2560          | $s^{0,5}$  | N=2                 | 0,1119         | 0,0072       |
| 9  | Arduino Due                | $s^{-0,5}$ | N=1                 | 0,0667         | 0,00157      |
| 10 | Arduino Due                | $s^{-0,5}$ | N=2                 | 0,0549         | 0,0025       |
| 11 | Arduino Due                | $s^{0,5}$  | N=1                 | 0,0625         | 0,00157      |
| 12 | Arduino Due                | $s^{0,5}$  | N=2                 | 0,0322         | 0,0025       |

\* - впливає завантаженість комп'ютера



Даний аналіз необхідний для перевірки твердження про переваги реалізації дробових регуляторів на контролерах перед реалізацією їх за використання комп'ютера з додатковою платою.

Кожен з підходів до реалізації (ПІ<sup>λ</sup>Д<sup>μ</sup>) регулятора має недоліки і переваги, які полягають у наступному. Використання програмного середовища MATLAB у комп'ютері з під'єднаною зовнішньою платою Arduino Mega 2560 має переваги, тому що мова програмування більш високого рівня і забезпечує простоту та зручність програмування і налагодження регулятора, а також вищу швидкість реалізації проекту. До недоліків такого підходу слід віднести вплив завантаженості комп'ютера на швидкість виконання розрахунку, що іноді спричиняє дворазове зростання його часу і, відповідно, кроку (див. табл. 5.1). Крім цього, швидкість обміну між комп'ютером і платою обмежена на рівні 115200 бод, а це також суттєво впливає на запізнення сигналу на виході регулятора. Але такий варіант реалізації дробового регулятора ЕМС доцільний лише за використання комп'ютерного керування ПЧ.

Використання плат Arduino Mega 2560 і Arduino DUE в автономному режимі за використання запропонованого оригінального способу розрахунку миттєвого значення вихідної напруги регулятора показали його ефективність, що дає змогу досягнути періоду дискретизації розрахунків на рівні 0,0025с, тобто забезпечує суттєве зростання швидкодії регулятора, а також його тривалу експлуатацію в автономному режимі порівняно з варіантом за використання комп'ютера. Швидкість обміну інформації між комп'ютером і платою Arduino DUE в автономному режимі при необхідності комп'ютерного керування нею в цьому випадку суттєво зростає і становить 250000 бод.

## **5.2 Реалізація ПІ<sup>λ</sup>Д<sup>μ</sup>-регулятора дробового порядку в програмованому логічному контролері перетворювача частоти**

У системі керування ПЧ, зокрема типу MFC710 фірми «Тверд», використаний інтерфейс MODBUS, завдяки якому є можливість керувати ПЧ у

будь якій САК через порти RS-232C або RS-485. Регулятор дробового порядку для такого ПЧ можна реалізувати за використання промислового комп'ютера у випадку, коли він передбачений для керування ПЧ, або спеціалізованого ПЛК, який є опцією ПЧ [157].

**5.2.1 Розроблення дробового ПЧ<sup>Д</sup> - регулятора в перетворювачі частоти за використання мікроконтролерної плати MFC1000/10.** Реалізація регуляторів здійснена за використання плати, виготовленої на замовлення фірми «Тверд», у якій використано процесор ARM STM32F407 VG. Таку плату передбачається використати для розроблення ПЛК у новій версії ПЧ типу MFC. Зовнішній вигляд блоку живлення, плати і функціональна схема мікропроцесора ARM STM32F407, на основі якого побудована плата MFC1000/10, показані на рис. 5.11 і 5.12, відповідно.

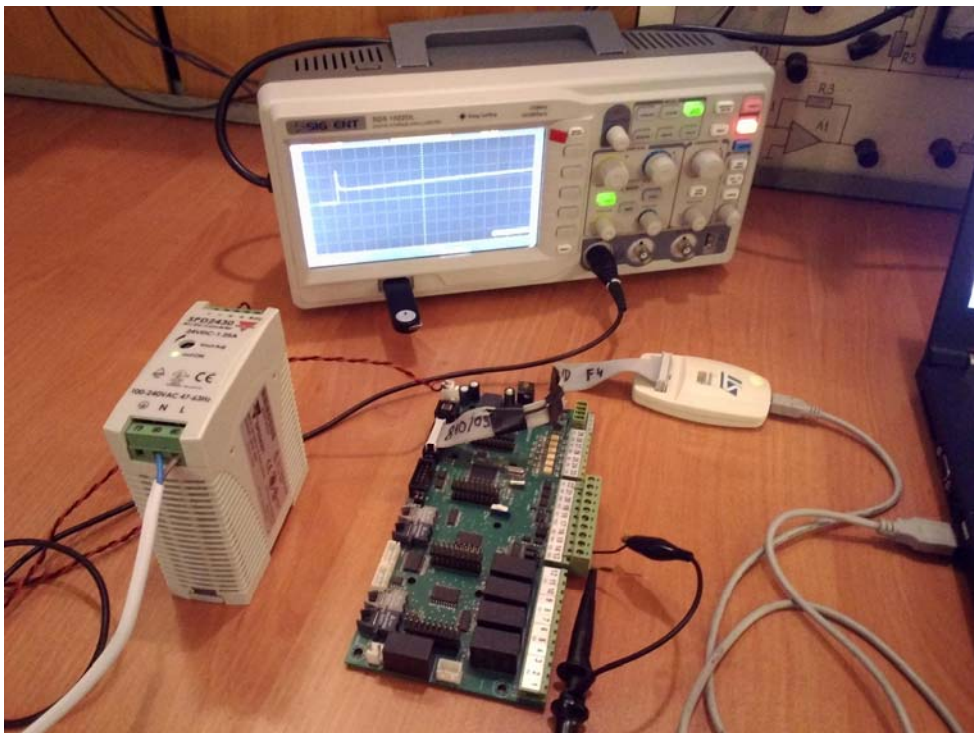


Рис. 5.11. Зовнішній вигляд плати MFC1000/10 на основі мікропроцесора ARM STM32F407

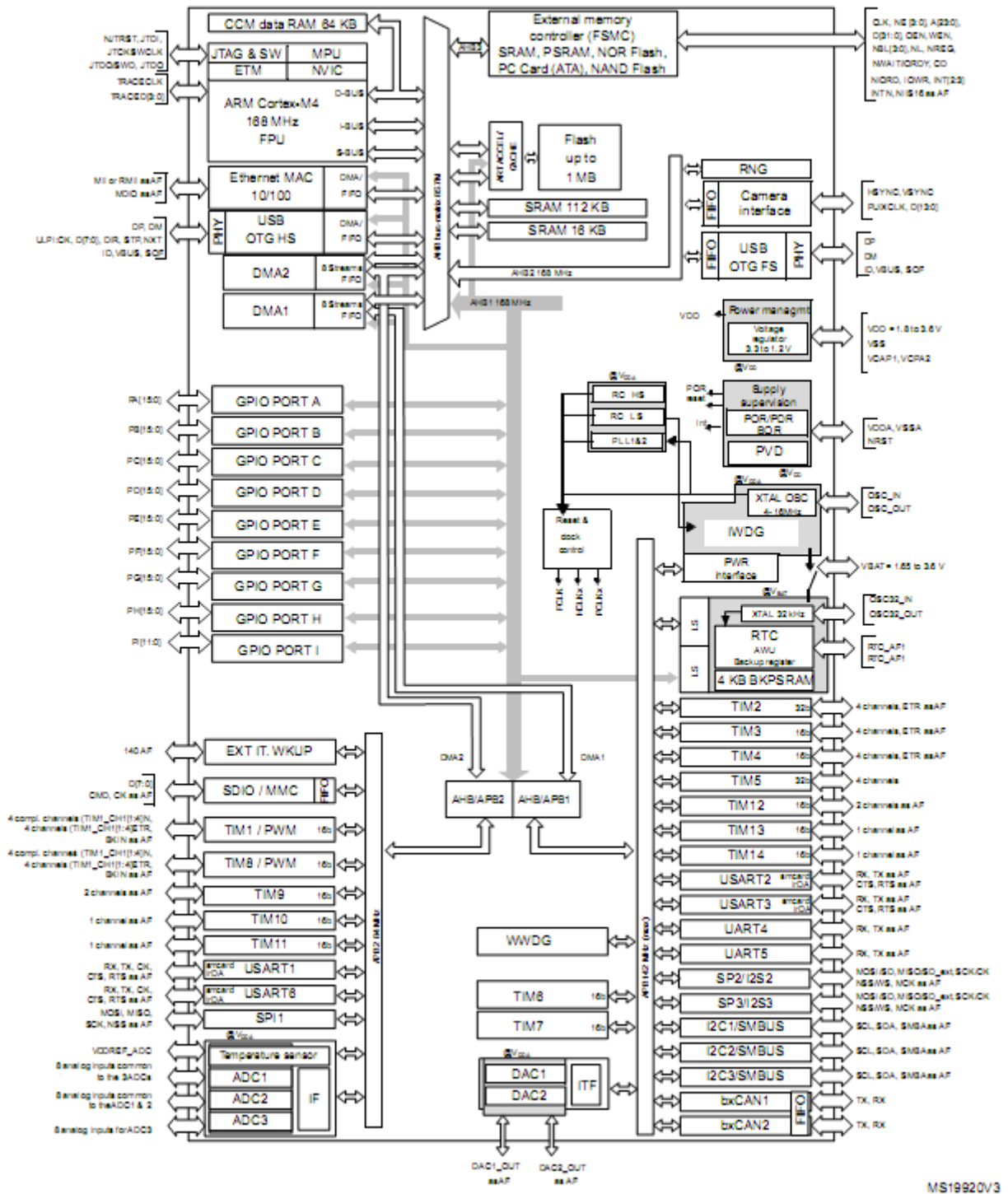


Рис. 5.12. Функціональна схема мікропроцесора ARM STM32F407, на основі якого побудована плата MFC1000/10

Основні технічні дані мікропроцесора ARM STM32F407 VG:

- сімейство мікропроцесорів STM32F407xx засноване на високопродуктивних ARM®Cortex®-M4 32-бітних RISC ядрах, що працюють на частоті до 168 МГц. Ядро Cortex-M4 має блок плаваючої точки (FPU) одинарної точності, який

підтримує всі інструкції по обробці даних з одинарною точністю ARM і типи даних. Він також реалізує повний набір інструкцій DSP і блок захисту пам'яті (MPU), який збільшує безпеку додатків. До складу даного сімейства входять:

- високошвидкісні вбудовані запам'ятовуючі пристрої (флеш-пам'ять до 1 Мбайт, до 192 Кбайт SRAM), до 4 Кбайт резервної SRAM;
- три 12-бітних АЦП;
- два 12-бітних ЦАП.

Для програмування мікропроцесора ARM STM32F407 VG на платі MFC1000/10 використано програматор / відлагоджувач ST-LINK/ V2 для мікроконтролерів серії STM8 та STM32 виробництва фірми STMicroelectronics, який передбачений у платі. Відлагоджувач вмикається до відлагоджуваної плати за допомогою стандартного JTAG / SWD інтерфейсу (мікроконтролери на базі ядра STM32) або за допомогою SWIM-інтерфейсу (для мікроконтролерів сімейства STM8).

Програмне забезпечення для інтегральної і диференціальної ланок дробового порядку, розроблене в програмному середовищі Arduino (мова програмування C) для плат Arduino Mega 2560 і Arduino DUE, було перероблене для плати MFC1000/10 на основі мікропроцесора ARM STM32F407 VG. Програмування плати MFC1000/10 здійснювалося в професійному програмному середовищі Coocox CoIDE мовою програмування C.

Після відлагодження програма була записана в пам'ять плати і проведені її дослідження в автономному режимі без застосування комп'ютера. Реєстрації перехідних процесів інтегральної і диференціальної ланок дробового порядку здійснювалася за використання цифрового осцилографа.

На рис. 5.13, 5.15 наведена частина результатів дослідження перехідних процесів інтегральної дробової ланки з ПФ:  $W_3(s) = s^{-0.5}$ , а на рис. 5.14, 5.16 - диференціальної дробових ланок з ПФ  $W_3(s) = s^{0.5}$  в процесі автономної роботи плати MFC1000/10, запрограмованої згідно застосування перетворення Оусталоупа (5.1) з  $N=1, 2$  при дії стрибкоподібного сигналу  $x=1$  В на її вході.

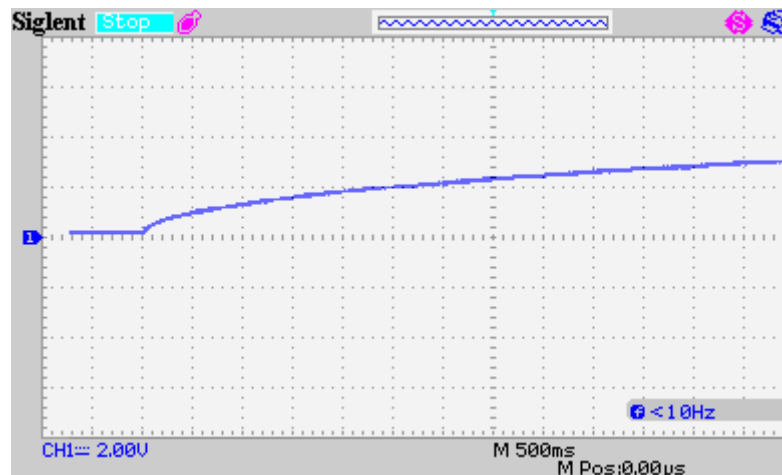


Рис. 5.13. Перехідний процесів інтегральної дробової ланки з ПФ

$$W_p(s) = s^{-0,5} \text{ для } N=1$$

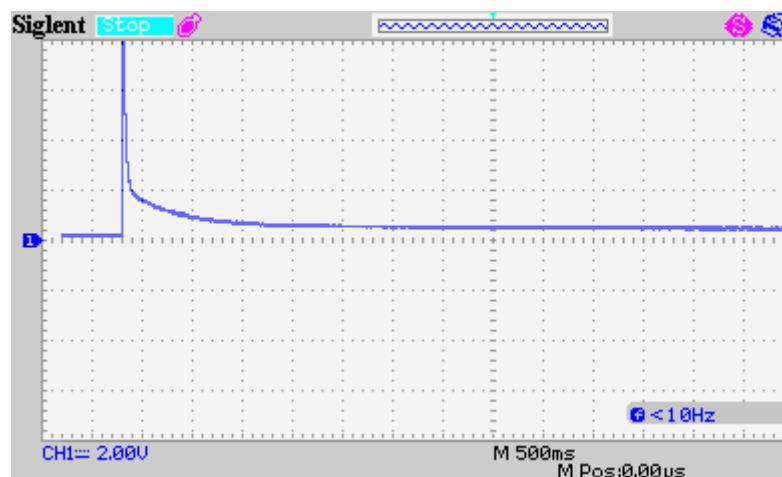


Рис. 5.14. Перехідний процесів диференциальної дробової ланки з ПФ

$$W_p(s) = s^{0,5} \text{ для } N=1$$

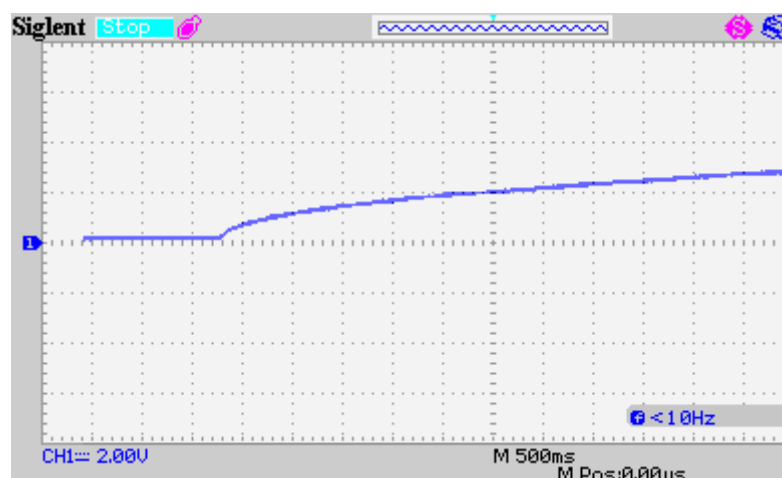


Рис. 5.15. Перехідний процесів інтегральної дробової ланки з ПФ

$$W_p(s) = s^{-0,5} \text{ для } N=2$$

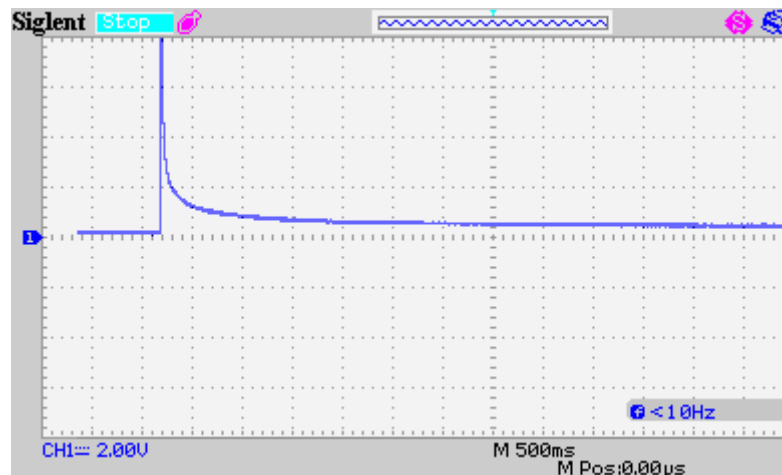


Рис. 5.16. Перехідний процесів диференціальної дробової ланки з ПФ

$$W_p(s) = s^{0,5} \text{ для } N=2$$

У процесі досліджень було проведено оцінку швидкодії регуляторів  $\tau$ , результати якої наведені в табл. 5.2.

Таблиця 5.2

Швидкодія інтегральної /диференціальної ланок дробового порядку за використання мікроконтролерної плати MFC1000/10

| № | Варіант реалізації | ПФ ланки   | Перетв. Оусталоупа | $\tau$ , с |
|---|--------------------|------------|--------------------|------------|
| 1 | MFC1000/10         | $s^{-0,5}$ | N=1                | 0,0001     |
| 2 | MFC1000/10         | $s^{-0,5}$ | N=2                | 0,0002*    |
| 3 | MFC1000/10         | $s^{0,5}$  | N=1                | 0,0001     |
| 4 | MFC1000/10         | $s^{0,5}$  | N=2                | 0,0002*    |

\* при реалізації програми для N=2 зростає час розрахунку, що призвело до пониження швидкодії регулятора  $\tau$ .

Результати досліджень показали суттєву перевагу плати MFC1000/10 над Arduino DUE, яка полягає в наступному:

- на порядок вища швидкодія ( $\tau$ );
- широкі функціональні можливості.

До недоліків слід віднести:

- програмування розраховане на професійного розробника;
- складність передачі даних перехідного процесу з плати на комп'ютер у процесі роботи.

Розробленням регулятора дробового порядку передбачено його роботу в режимі цілочисельного. Тому, з метою перевірки точності запропонованого способу реалізації дробового регулятора, було проведено дослідження ступеня адекватності  $\text{PI}^\lambda$  регулятора такого типу в режимі цілочисельного ( $\lambda=1$ ) з класичним ПІ регулятором. Перевагою  $\text{PI}^\lambda\text{D}^\mu$  - регулятора дробового порядку, реалізованого за застосування перетворення Оусталоупа, є його універсальність, тобто він може працювати і як класичний ПІ-регулятор, якщо встановивши  $\lambda=1$ ,  $\mu=0$ . Щоби перевірити адекватність моделі  $\text{PI}^\lambda\text{D}^\mu$  - регулятора в режимі класичного ПІ-регулятора в програмному середовищі Arduino для плат Arduino Mega 2560 і Arduino Due було розроблено відповідне програмне забезпечення, яке реалізує класичний цифровий ПІ - регулятор з ПФ

$$W_p(s) = K_{\text{PI}} + \frac{1}{T_I s}, \quad (5.11)$$

де  $K_{\text{PI}}$  - коефіцієнт підсилення пропорційної складової,

$T_I$  - стала часу інтегратора.

Задавшись параметрами  $K_{\text{PI}} = 3$ ,  $T_I = 1\text{с}$ , отримаємо з (5.11) ПФ ПІ-регулятора у вигляді

$$W_p(s) = 3 + \frac{1}{1,0s}. \quad (5.12)$$

ПФ (5.12) було реалізовано за використання плат Arduino Mega 2560 і Arduino Due для порядків перетворення Оусталоупа  $N=1, 2$ , а на рис. 5.17, 5.19 і 5.18, 5.20 показані перехідні процеси на виході ПІ-регулятора (криві 1), при дії стрибкоподібного вхідного сигналу 1 В.

Аналогічні дослідження були проведені для  $\text{PI}^\lambda$ -регуляторів дробового порядку за застосування перетворення Оусталоупа з  $N=1, 2$  для  $\lambda=1$  з ПФ (5.12) реалізованих у програмному середовищі CoCoCoх CoIDE для плати MFC1000/10, використавши результати розроблення в програмному середовищі Arduino для плат Arduino Mega 2560 і Arduino Due, які наведені в п.5.3. На відповідних рис. 5.17, 5.19 і 5.18, 5.20 (криві 2) показані перехідні процеси для Arduino Mega2560 і Arduino Due за дії стрибкоподібного вхідного сигналу 1В на вході таких регуляторів. Для порівняння на кожному графіку нанесено перехідний процес для класичного цифрового ПІ-регулятора цілого порядку, реалізованого також на цій платі (крива – 1).

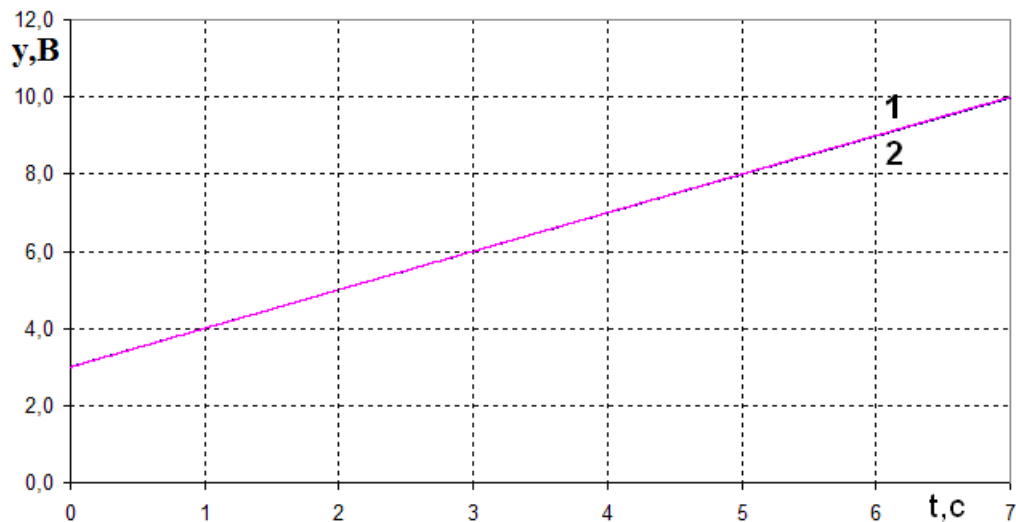


Рис. 5.17 Перехідні процеси ПІ-регулятора (Arduino Mega2560) цілого порядку – крива 1 і дробового, який працює в режимі цілого ( $\lambda=1$ ) і  $N=1$  – крива 2



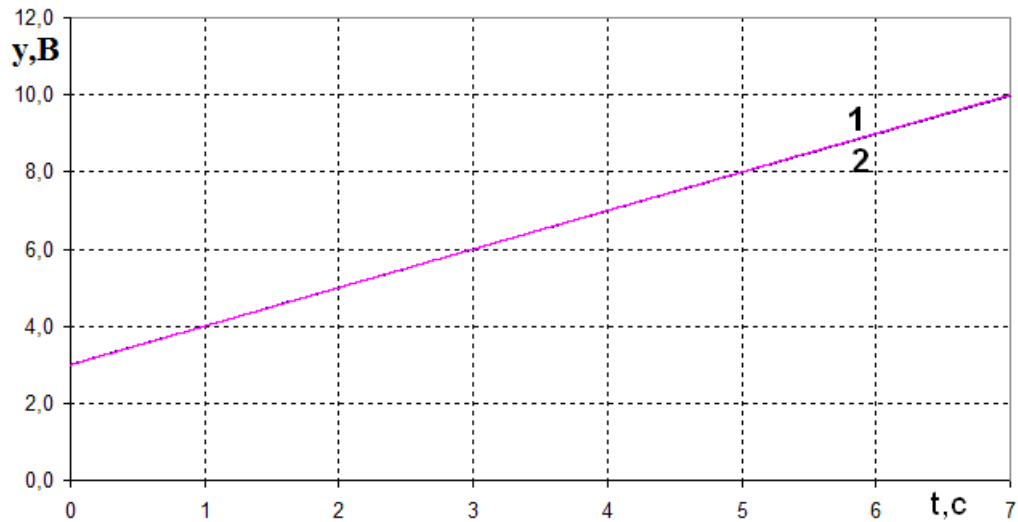


Рис. 5.18. Перехідні процеси ПІ-регулятора (Arduino Mega2560) цілого порядку – крива 1 і дробового який працює в режимі цілого ( $\lambda=1$ ) і  $N=2$  – крива 2

Аналогічно отримано перехідні процеси для Arduino DUE рис. 5.19  $N=1$  і рис. 5.20  $N=2$ , застосувавши ПФ (5.12) для роботи в режимі цілого порядку ( $\lambda=1$ ) – крива 2.

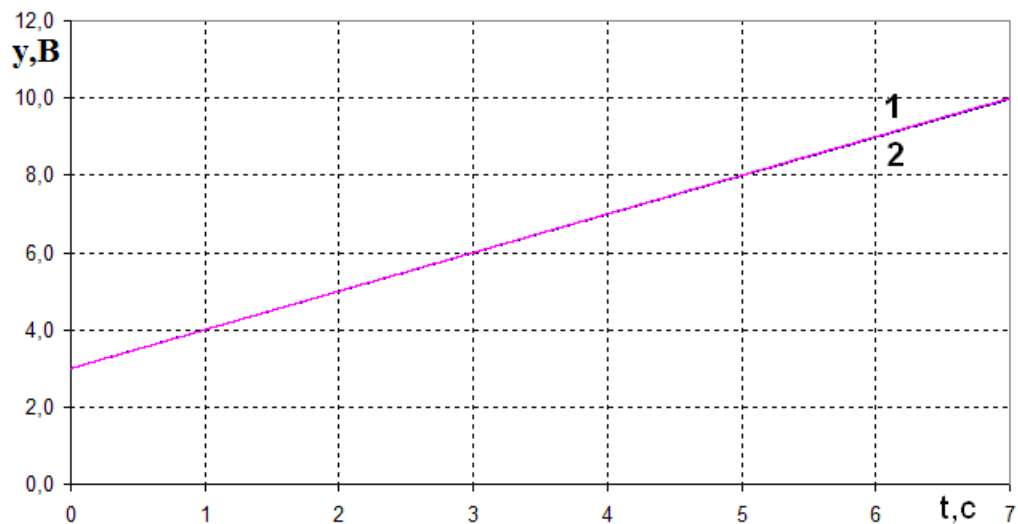


Рис. 5.19. Перехідні процеси ПІ-регулятора (Arduino DUE) цілого порядку – крива 1 і дробового, який працює в режимі цілого ( $\lambda=1$ ) і  $N=1$  – крива 2

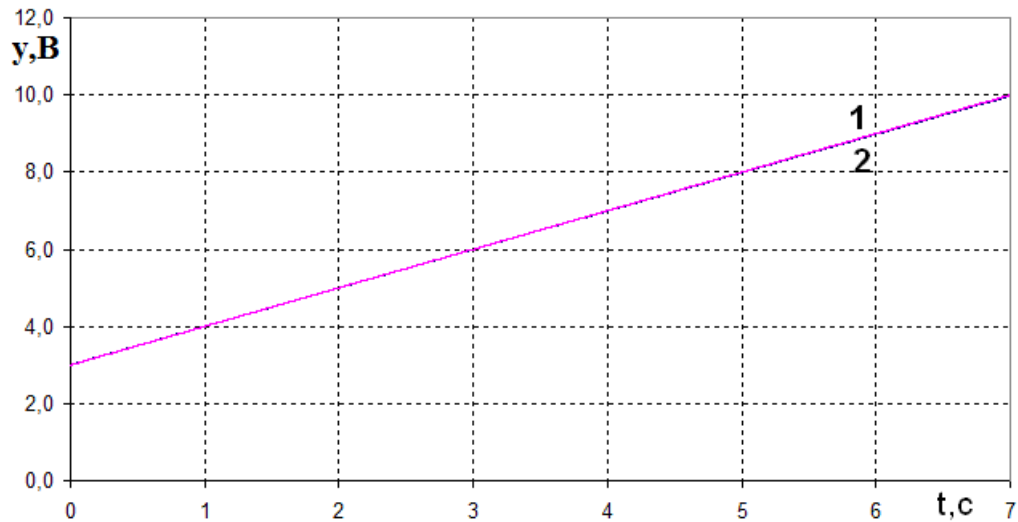


Рис. 5.20. Перехідні процеси ПІ-регулятора (Arduino DUE) цілого порядку – крива 1 і дробового, який працює в режимі цілого ( $\lambda=1$ ) і  $N=2$  – крива 2

На рис. 5.21 і рис. 5.22 показані перехідні процеси ПІ - регулятора цілого порядку, реалізованого за використання плати MFC1000/10 для  $N=1$  і  $N=2$ , відповідно, і програми, розробленої для реалізації дробового регулятора.

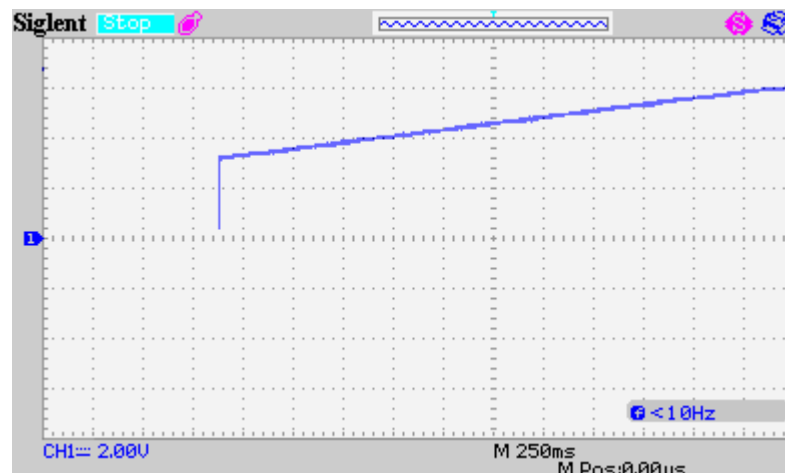


Рис. 5.21. Перехідна функція ПІ-регулятора цілого порядку, отримана на платі MFC1000/10 за використання програми дробового порядку ( $\lambda=1$ ) ( $N=1$ )

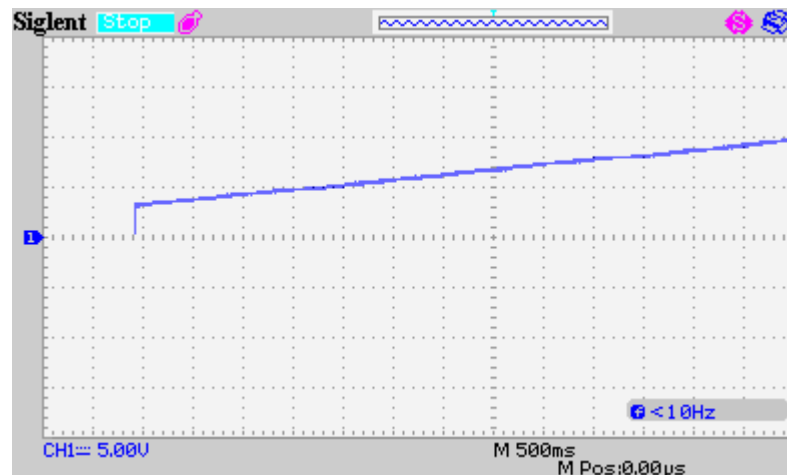


Рис. 5.22. Перехідна функція ПІ- регулятора цілого порядку, отримана на платі MFC1000/10 за використання програми дробового порядку ( $\lambda=1$ ) ( $N=2$ )

Для оцінки проведених досліджень у табл. 5.3 наведені їх результати: швидкодія  $\tau$  і середньоквадратичне відхилення  $\sigma_{\text{п}}$  перехідних процесів різних варіантів реалізації ПІ - регуляторів за використання плат з різними контролерами в порівнянні з перехідним процесом, отриманим для ПІ-регулятора на основі зворотного перетворення Лапласа.

Таблиця 5.3

Швидкодія та точність різних варіантів реалізації ПІ – регуляторів цілого порядку

| № | Варіант реалізації                                                   | Перетв.<br>Оусталоупа | $\sigma_{\text{п}}$<br>( $\delta_{\text{п}}$ ,%) | $\tau$ , с |
|---|----------------------------------------------------------------------|-----------------------|--------------------------------------------------|------------|
| 1 | Arduino Mega2560 ПІ-регулятор цілого порядку                         | -                     | 0,0029<br>(0,029%)                               | 0,00125    |
| 2 | Arduino DUE ПІ-регулятор цілого порядку                              | -                     | 0,00292<br>(0,029%)                              | 0,00111*   |
| 3 | Arduino Mega 2560 ПІ <sup><math>\lambda</math></sup> ( $\lambda=1$ ) | N=1                   | 0,01061<br>(0,106%)                              | 0,0039     |
| 4 | Arduino Mega 2560 ПІ <sup><math>\lambda</math></sup> ( $\lambda=1$ ) | N=2                   | 0,01061<br>(0,106%)                              | 0,0065     |

|   |                            |       |     |                     |        |
|---|----------------------------|-------|-----|---------------------|--------|
| 5 | Arduino Due П <sup>λ</sup> | (λ=1) | N=1 | 0,01060<br>(0,106%) | 0,0010 |
| 6 | Arduino Due П <sup>λ</sup> | (λ=1) | N=2 | 0,01061<br>(0,106%) | 0,0020 |
| 7 | MFC1000/10                 | (λ=1) | N=1 | -                   | 0,0001 |
| 8 | MFC1000/10                 | (λ=1) | N=2 | -                   | 0,0002 |

\* - включений режим 12-бітного ЦАП.

Проведені дослідження показали високу адекватність варіантів практичної реалізації інтегральної/диференціальної моделі дробового порядку за використання перетворення Оусталоупа та побудови на її основі П<sup>λ</sup>-регулятора дробового порядку. Отримані результати дають змогу перейти до реалізації за такого підходу П<sup>λ</sup>Д<sup>μ</sup> - регулятора дробового порядку. Було розроблено відповідне програмне забезпечення, яке реалізує цифровий П<sup>λ</sup>Д<sup>μ</sup> - регулятор дробового порядку з ПФ

$$W_p(s) = K_{\Pi} + \frac{1}{T_I s^{\lambda}} + T_D s^{\mu}. \quad (5.12)$$

Задавшись параметрами  $K_{\Pi} = 3$ ,  $T_I = 1\text{с}$ ,  $T_D = 1\text{с}$ , проведені дослідження для двох варіантів налаштувань:

- ПФ цілого порядку у вигляді

$$W_p(s) = 3 + \frac{1}{1,0s} + 1,0s. \quad (5.13)$$

- ПФ дробового порядку у вигляді

$$W_p(s) = 3 + \frac{1}{1,0s^{0,5}} + 1,0s^{0,5}. \quad (5.14)$$

Програмно подавши стрибкоподібний вхідний одиничний сигнал напругою 1 В, отримано перехідні процеси для регуляторів з ПФ (5.13) – крива 1 і ПФ (5.14) – крива 2, реалізованих на платах Arduino Mega 2560 і Arduino Due для  $N=1,2$ , які показані для порівняння на рис. 5.23 - 5.26, відповідно. Результати аналізу перехідних процесів регуляторів наведено в табл. 5.4.

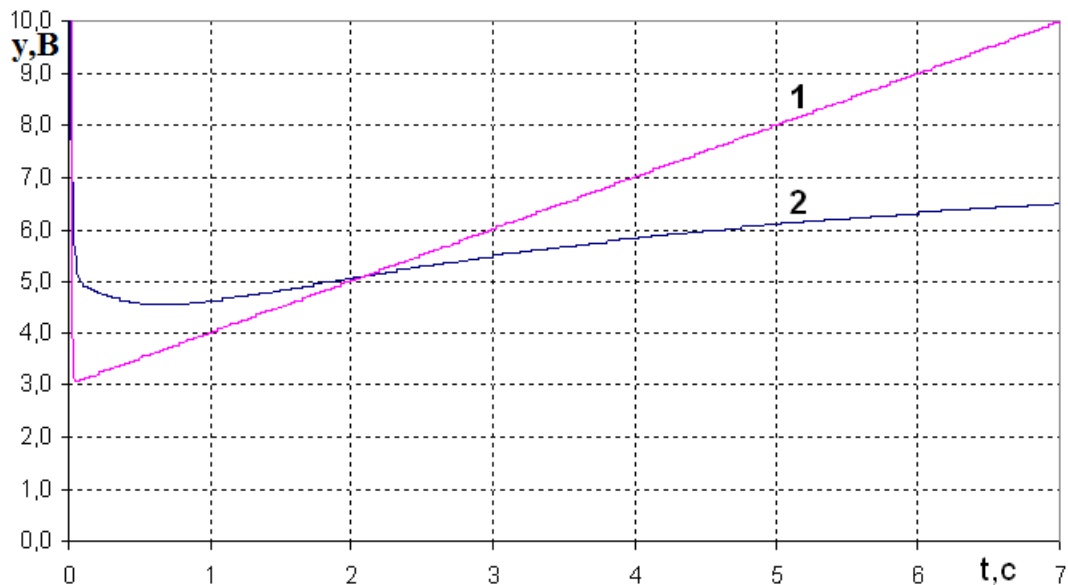


Рис. 5.23. Перехідні процеси ПІ<sup>λ</sup>Д<sup>μ</sup>-регулятора (Arduino Mega2560) у режимі цілого порядку ПФ (5.13) – крива 1 і дробового ПФ (5.14) – крива 2 для  $N=1$

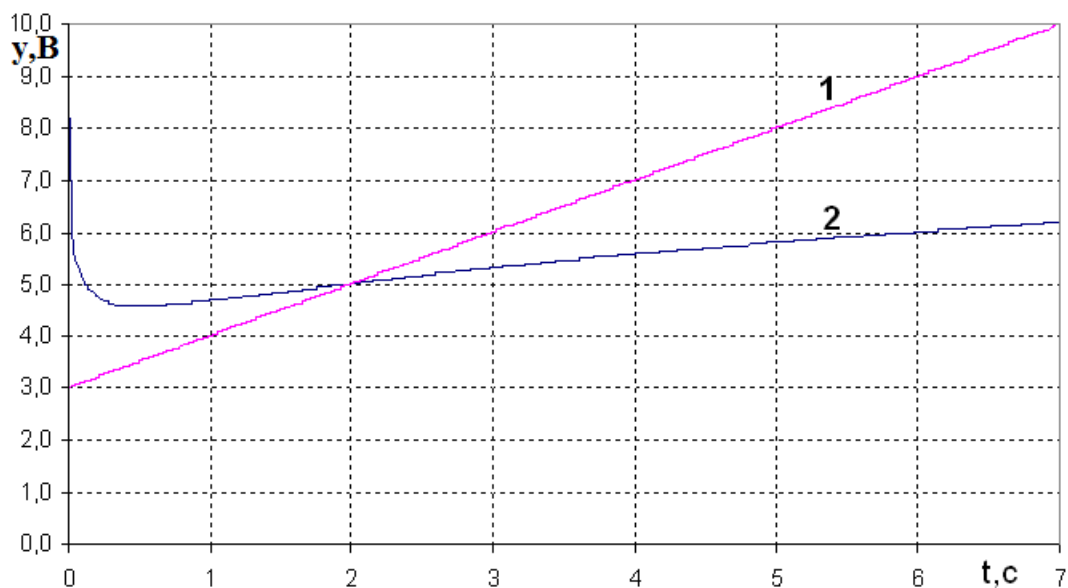


Рис. 5.24. Перехідні процеси ПІ<sup>λ</sup>Д<sup>μ</sup>-регулятора (Arduino Mega2560) у режимі цілого порядку ПФ (5.13) – крива 1 і дробового ПФ (5.14) – крива 2 для  $N=2$

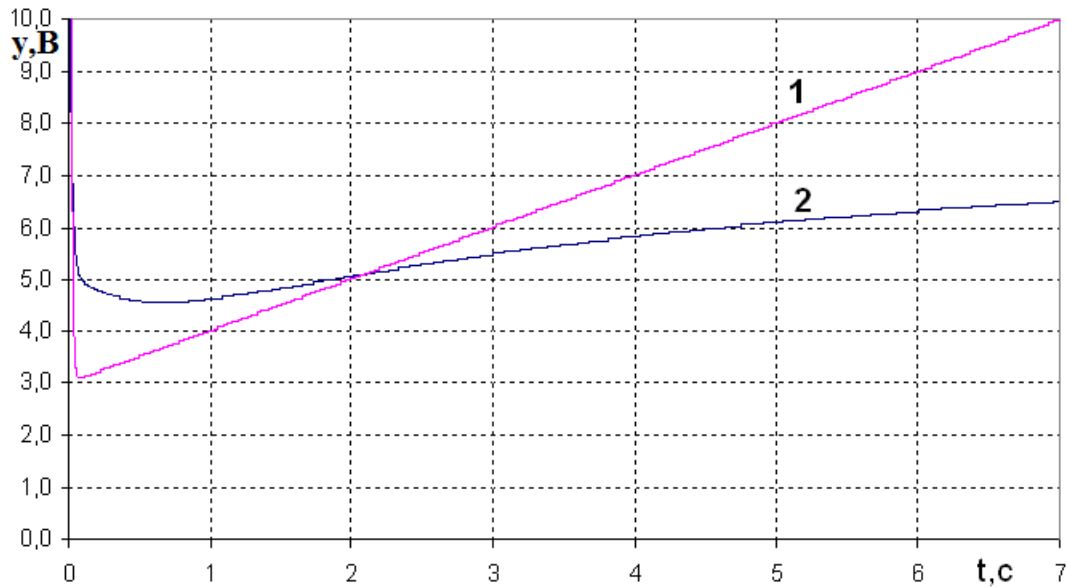


Рис. 5.25. Перехідні процеси  $\text{PI}^\lambda \text{D}^\mu$ -регулятора (Arduino Due) у режимі цілого порядку ПФ (5.13) – крива 1 і дробового ПФ (5.14) – крива 2 для  $N=1$

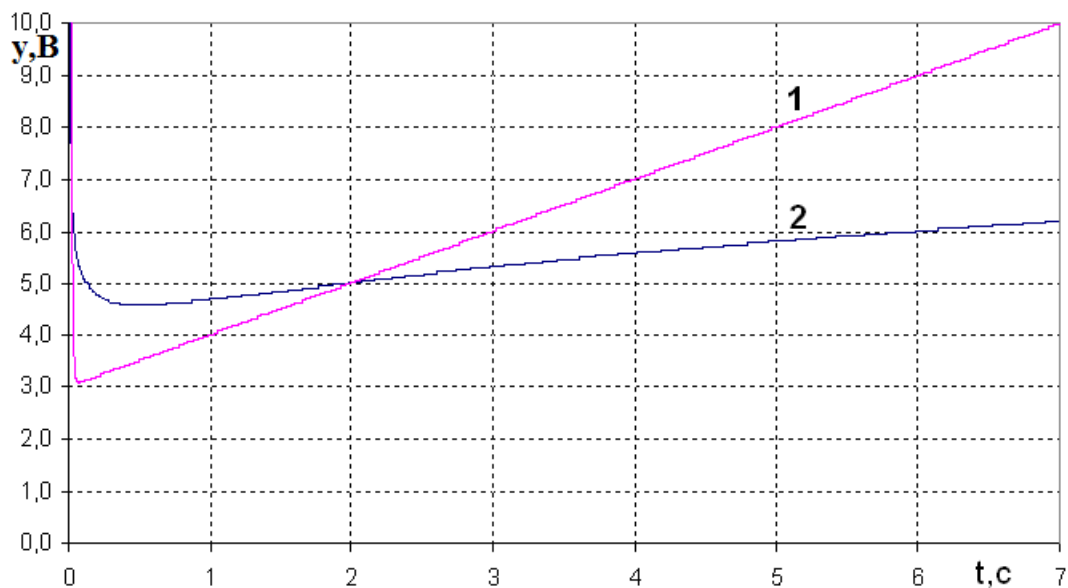


Рис. 5.26. Перехідні процеси  $\text{PI}^\lambda \text{D}^\mu$ -регулятора (Arduino Due) у режимі цілого порядку ПФ (5.13) – крива 1 і дробового ПФ (5.14) – крива 2 для  $N=2$

Використавши результати розроблення в програмному середовищі Arduino для плат Arduino Mega 2560 і Arduino Due  $\text{PI}^\lambda \text{D}^\mu$ -регулятора за використання перетворення Оусталоупа з  $N=1, 2$ , такий регулятор було реалізовано в програмному середовищі CoCoX CoIDE для плати MFC1000/10.

Перехідні процеси на виході регулятора, реалізованого на платі MFC1000/10, при подачі стрибкоподібного вхідного сигналу 1В показано, відповідно: для ПФ (5.14) ПІ<sup>λ</sup>Д<sup>μ</sup>- регулятора цілого (λ=1, μ=1) на рис. 5.27 і для ПФ (5.14) ПІ<sup>λ</sup>Д<sup>μ</sup>- регулятора дробового (λ=0,5, μ=0,5) порядку – на рис. 5.28.

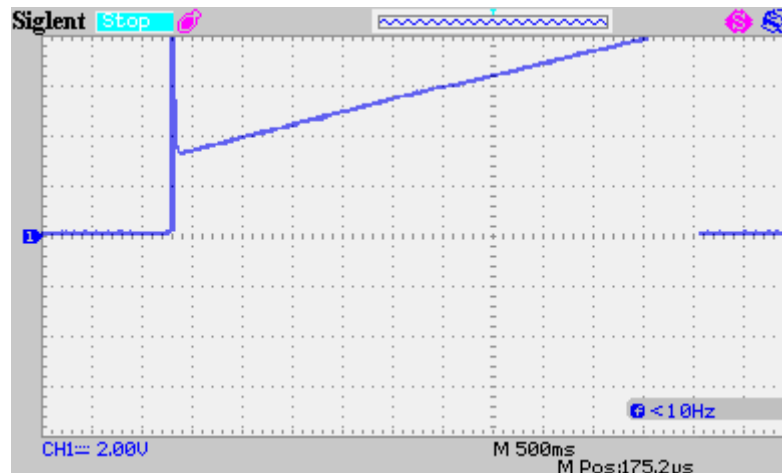


Рис. 5.27. Перехідний процес ПІ<sup>λ</sup>Д<sup>μ</sup>-регулятора цілого порядку (5.13) (λ=1, μ=1), реалізованого за використання MFC1000/10 і програми дробового порядку (N=2)

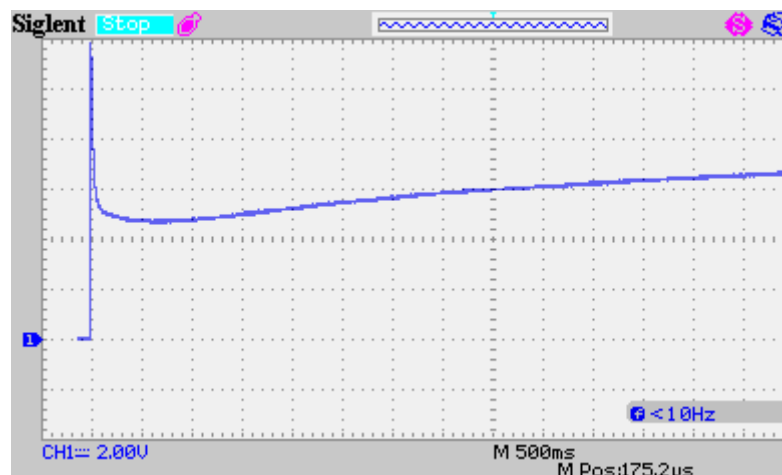


Рис. 5.28. Перехідний процес ПІ<sup>λ</sup>Д<sup>μ</sup>- регулятора дробового порядку (5.14) (λ=0,5, μ=0,5), реалізованого за використання MFC1000/10 і програми дробового порядку (N=2)

Комп'ютерні дослідження алгоритму і програми реалізації диференціувальної і інтегрувальної ланок дробового порядку показали

ефективність запропонованого підходу до реалізації диференціально-інтегровальних ланок дробового порядку  $s^{\pm\alpha}$  за використання перетворення Оусталоупа з подальшим розкладанням цілочисельної ПФ високого порядку на складові для апроксимації. Середньоквадратична похибка апроксимації  $\sigma_{\pi}$  за використання перетворення Оусталоупа з  $N=1, 2$  у порівнянні з перетворенням Лапласа для плати Arduino Mega 2560 не перевищує 0,2 (табл. 5.1), а для Arduino DUE суттєво нижча і становить 0,07 (табл. 5.1), що нижче допустимого рівня ( $\sigma_{\pi} < 0,08$ ) [46].

**5.2.2 Реалізація опції перетворювача частоти типу MFC710 з дробовим ПІ<sup>λ</sup>Д<sup>μ</sup>-регулятором.** У [58] наведені результати розроблення і випробування опції ПЧ типу MFC710 з дробовим ПІ<sup>λ</sup>Д<sup>μ</sup> - регулятором. У стандартному варіанті MFC 710 [157] передбачений ПЛК, за допомогою якого можна контролювати режими роботи ПЧ і керувати певними технологічними процесами. Система керування ПЛК розроблена таким чином, що дозволяє змінювати програму налаштування електропривода без будь-якого демонтажу елементів.

В останній модифікації системи ПЛК передбачено розширити її функціональні можливості шляхом реалізації регулятора дробового порядку що дозволить:

- реалізувати переваги регуляторів дробового порядку щодо оптимізації ЕМС і підвищення їх робастності;

- реалізувати режим самоналагодження контура швидкості ЕМС з дробовим ПІ<sup>λ</sup>Д<sup>μ</sup>-регулятором за використання перехідної функції бажаної стандартної дробової (цілочисельної) форми.

Фотографії зовнішнього вигляду дисплея перетворювача частоти типу MFC710 з опціями дробового ПІ<sup>λ</sup>Д<sup>μ</sup> - регулятора показані на рис. 5.29:

- пропорційна складова  $k_p$  – рис. 5.29, а;
- інтегральна складова  $k_i$  ( $k_i = 1/T_i$ ) – рис. 5.29, б;
- дробова степінь інтегральної складової  $r_1$  ( $\lambda = r_1$ ) – рис. 5.29, в;
- диференціальна складова  $k_d$  ( $k_d = T_d$ ) – рис. 5.29, г;



- дробова степінь диференціальної складової  $r_2$  ( $\mu = r_2$ ) – рис. 5.29, д.

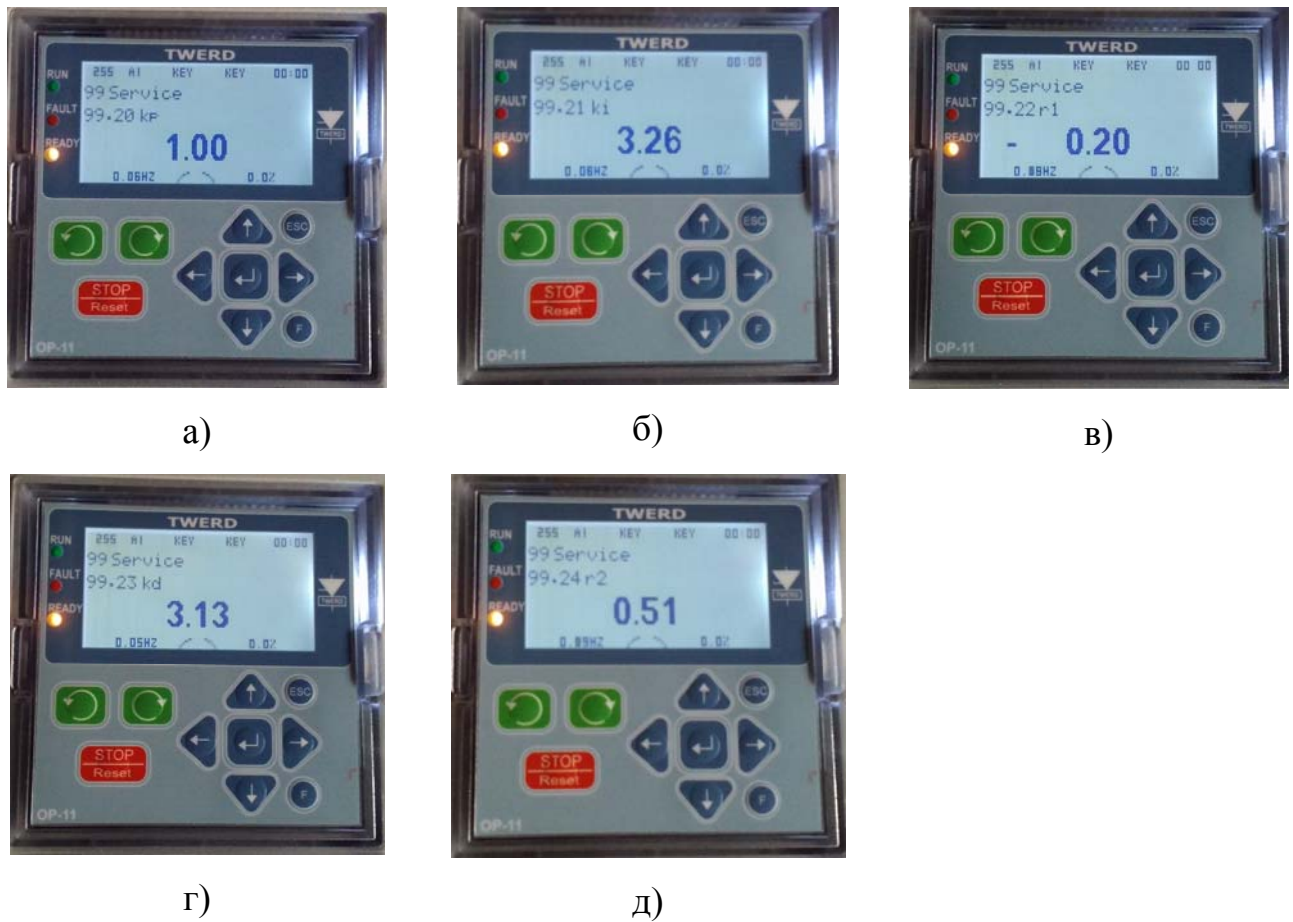
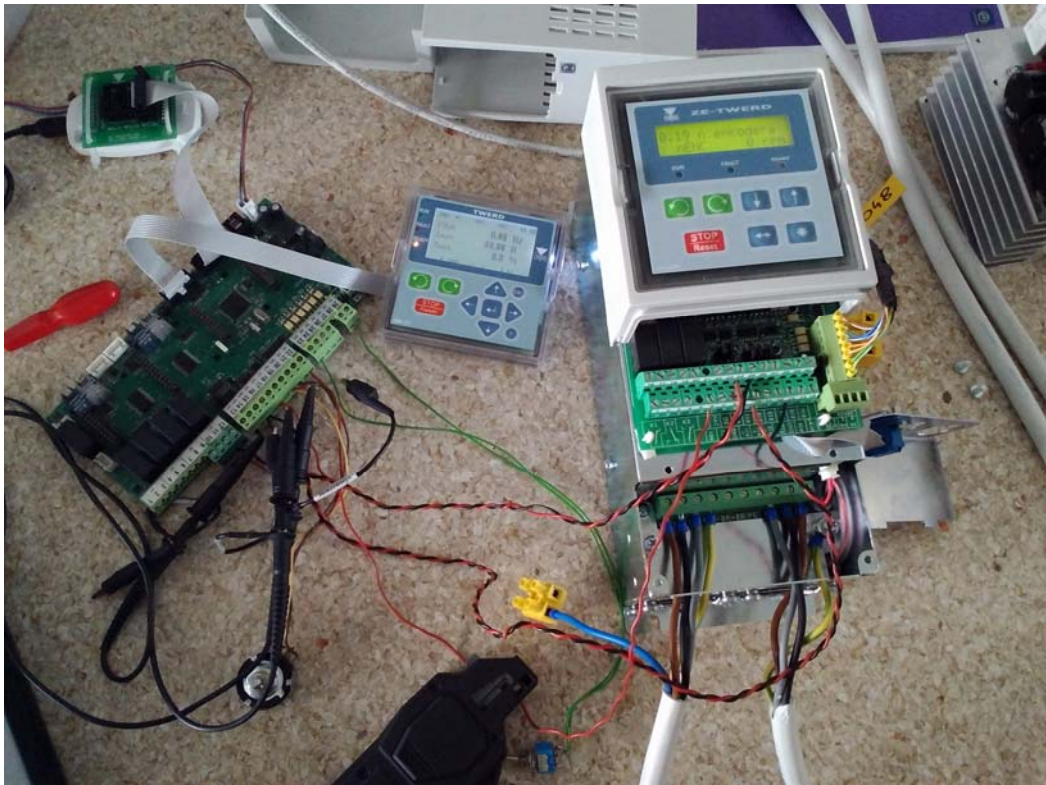


Рис. 5.29. Фотографії зовнішнього вигляду дисплея перетворювача частоти типу MFC710 з опціями дробового ПІ<sup>λ</sup>Д<sup>μ</sup> - регулятора

Дослідження розробленої опції перетворювача частоти типу MFC710 потужністю 4 кВт з ПІ<sup>λ</sup>Д<sup>μ</sup> - регулятором дробового порядку було проведено на випробувальному стенді фірми "TWERD" у системі ПЧ-АД з енкодером (АД:  $P_n = 3,0 \text{ кВт}$ ,  $U_n = 400 \text{ В}$ ,  $n_n = 1445 \text{ об/хв}$ ,  $I_n = 6,8 \text{ А}$ ,  $\cos \varphi = 0,75$ ) за програмою часткового факторного експерименту, яка наведена в табл. 5.4. Зовнішній вигляд випробувального стенду показаний на рис. 5.30. Змінними факторами є параметри ПІ<sup>λ</sup>Д<sup>μ</sup>-регулятора:  $k_p$ ,  $k_i = 1 / T_i$ ,  $\lambda$ ,  $k_d = T_d$ ,  $\mu$ .



а)



б)

Рис. 5.30. Зовнішній вигляд випробувального стенду МFC 710 з ПІ<sup>λ</sup>Д<sup>μ</sup> - регулятором: система керування і перетворювач частоти – а, силова частина – б

Частковий факторний експеримент випробування ПІ<sup>λ</sup>Д<sup>μ</sup> - регулятора як опції  
MFC 710 в системі регулювання швидкості

| №<br>осц. | ПФ Wp(s)                     | Параметри      |                                   |      |                                 |     |
|-----------|------------------------------|----------------|-----------------------------------|------|---------------------------------|-----|
|           |                              | k <sub>п</sub> | k <sub>i</sub> = 1/T <sub>i</sub> | λ    | k <sub>d</sub> = T <sub>d</sub> | μ   |
| 1         | $3 + 3s^{-1} + 1s^{0,5}$     | 3              | 3                                 | -1   | 1                               | 0,5 |
| 2         | $5 + 3s^{-1} + 1s^{0,5}$     | 5              | 3                                 | -1   | 1                               | 0,5 |
| 3         | $1 + 3s^{-1} + 1s^{0,5}$     | 1              | 3                                 | -1   | 1                               | 0,5 |
| 4         | $3 + 1s^{-1} + 1s^{0,5}$     | 3              | 1                                 | -1   | 1                               | 0,5 |
| 5         | $3 + 5s^{-1} + 1s^{0,5}$     | 3              | 5                                 | -1   | 1                               | 0,5 |
| 6         | $3 + 3s^{-0,5} + 1s^{0,5}$   | 3              | 3                                 | -0,5 | 1                               | 0,5 |
| 7         | $3 + 3s^{-1,5} + 1s^{0,5}$   | 3              | 3                                 | -1,5 | 1                               | 0,5 |
| 8         | $3 + 3s^{-1,0} + 0,5s^{0,5}$ | 3              | 3                                 | -1   | 0,5                             | 0,5 |
| 9         | $3 + 3s^{-1,0} + 1,5s^{0,5}$ | 3              | 3                                 | -1   | 1,5                             | 0,5 |
| 10        | $3 + 3s^{-1,0} + 1s^{1,0}$   | 3              | 3                                 | -1   | 1                               | 1,0 |
| 11        | $3 + 3s^{-1,0} + 1s^{0,3}$   | 3              | 3                                 | -1   | 1                               | 0,3 |

На рис. 5.31 - 5.41 показано результати досліджень – перехідні процеси: сигналу рівня завдання частоти обертання (синій колір), сигналу з регулятора швидкості (зелений колір), сигналу, пропорційного частоті обертання двигуна (червоний колір) у режимах "Старт" і "Стоп", які відповідають певним ПФ ПІ<sup>λ</sup>Д<sup>μ</sup>-регулятора, наведеному в табл. 5.4

На рис. 5.31 показаний перехідний процес швидкості в системі ПЧ-АД з ПІ<sup>λ</sup>Д<sup>μ</sup>-регулятором, який відповідає ПФ Wp(s) табл. 5.4 № 1. Особливістю даної осцилограми є дробовий степінь Д<sup>μ</sup> - складової (μ = 0,5) регулятора, що забезпечує ефект фільтрування змінної складової на виході регулятора швидкості, тобто забезпечує зменшення пульсацій моменту АД порівняно з цілочисельним ПІД-регулятором – рис. 5.40 (табл. 5.4 № 10). На рис. 5.32 показаний перехідний процес швидкості в системі ПЧ-АД з ПІ<sup>λ</sup>Д<sup>μ</sup> - регулятором, який відповідає ПФ Wp(s) табл. 5.4, № 2 за збільшеного k<sub>п</sub> = 5 і дробовою степінню Д<sup>μ</sup> - складової (μ = 0,5). Характер перехідного процесу повністю відповідає зробленим змінам.

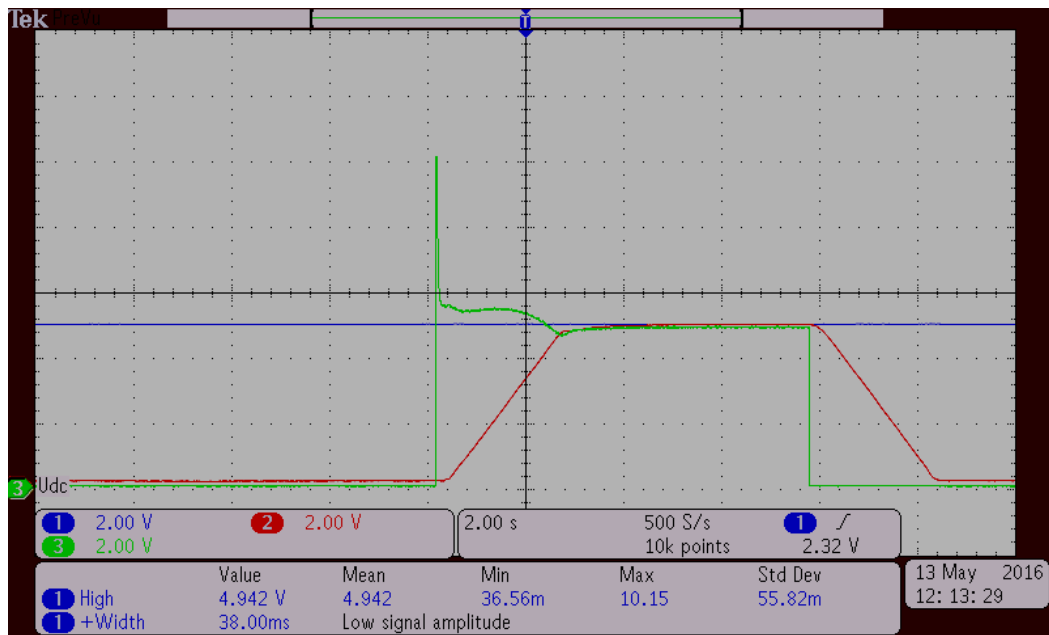


Рис. 5.31. Перехідний процес швидкості в системі ПЧ-АД з ПІ<sup>λ</sup>Д<sup>μ</sup>-регулятором  $Wp(s) = 3 + 3s^{-1} + 1s^{0,5}$  ( $k_p = 3$ ,  $k_i = 1/T_i = 3$ ,  $T_d = 1$ с,  $\lambda = -1$ ,  $\mu = 0,5$ )

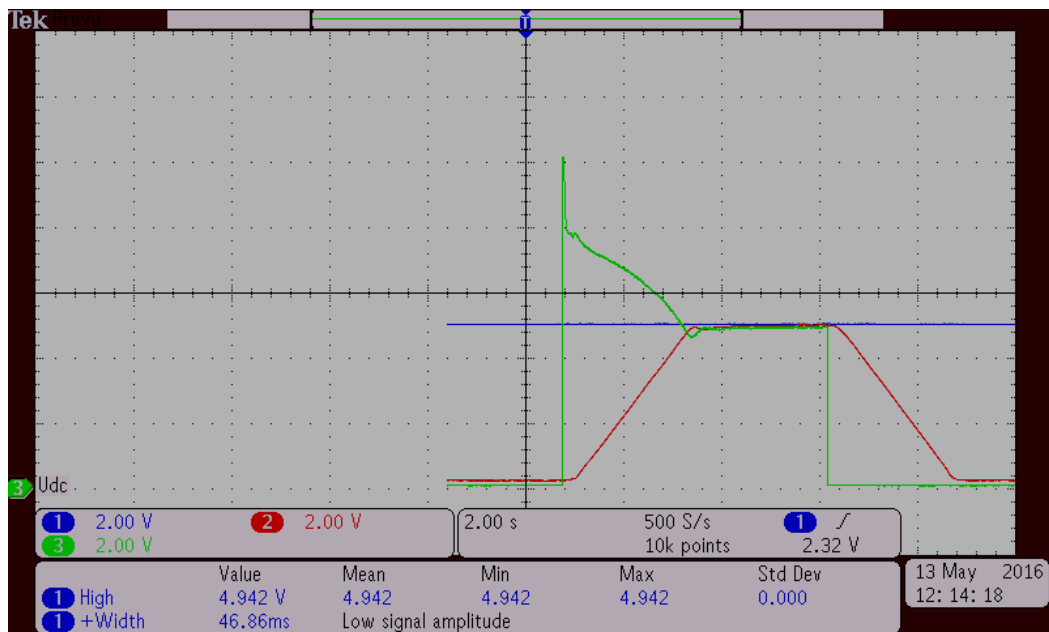


Рис. 5.32. Перехідний процес швидкості в системі ПЧ-АД з ПІ<sup>λ</sup>Д<sup>μ</sup>-регулятором  $Wp(s) = 5 + 3s^{-1} + 1s^{0,5}$  ( $k_p = 5$ ,  $k_i = 1/T_i = 3$ ,  $T_d = 1$ с,  $\lambda = -1$ ,  $\mu = 0,5$ )

На рис. 5.33 показаний перехідний процес швидкості в системі ПЧ-АД з ПІ<sup>λ</sup>Д<sup>μ</sup>-регулятором, який відповідає ПФ  $Wp(s)$  табл. 5.4, № 3 за зменшеного  $k_p = 1$  і дробовою степінню Д<sup>μ</sup>-складової ( $\mu = 0,5$ ), а на рис. 5.34 за збільшеної сталої часу інтегральної складової  $T_i = 1$ с (табл. 5.4, № 4). Затягнутий характер перехідного процесу повністю відповідає зробленим змінам.

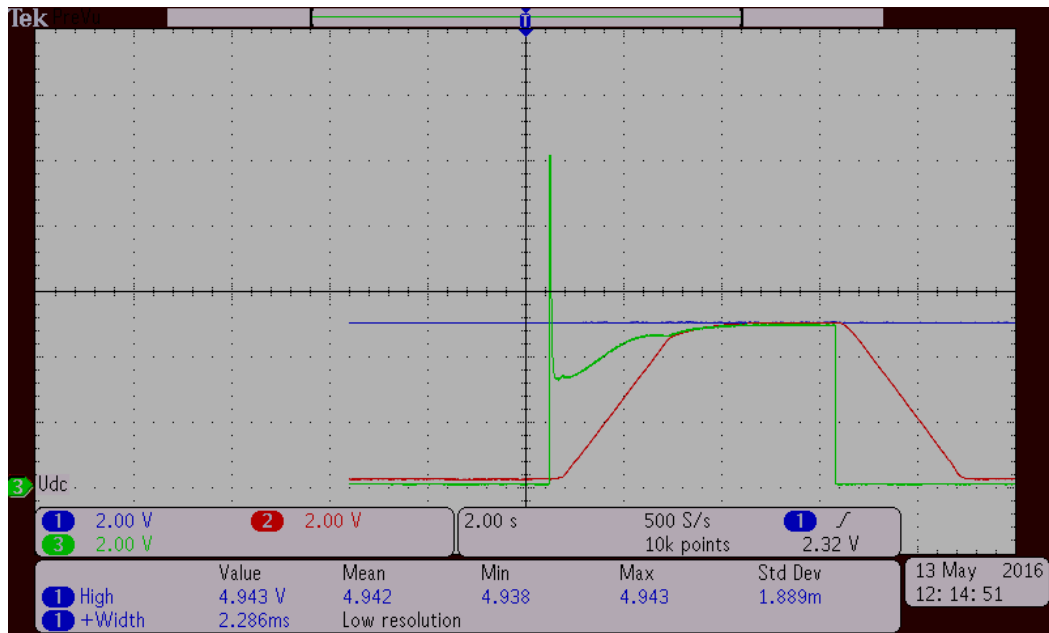


Рис. 5.33. Перехідний процес швидкості в системі ПЧ-АД з ПІ<sup>λ</sup>Д<sup>μ</sup>-регулятором  $Wp(s) = 1 + 3s^{-1} + 1s^{0,5}$  ( $k_p = 1$ ,  $k_i = 1/T_i = 3$ ,  $T_d = 1$ с,  $\lambda = -1$ ,  $\mu = 0,5$ )

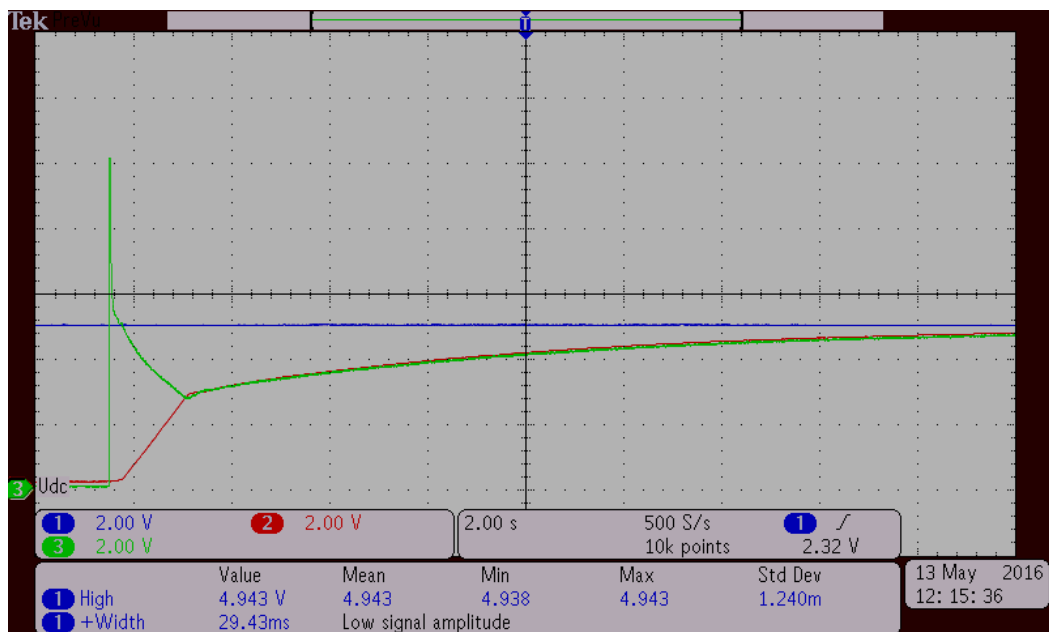


Рис. 5.34. Перехідний процес швидкості в системі ПЧ-АД з ПІ<sup>λ</sup>Д<sup>μ</sup>-регулятором  $Wp(s) = 3 + 1s^{-1} + 1s^{0,5}$  ( $k_p = 3$ ,  $k_i = 1/T_i = 1$ ,  $T_d = 1$ с,  $\lambda = -1$ ,  $\mu = 0,5$ )

На рис. 5.35 показаний перехідний процес швидкості, який відповідає ПФ  $Wp(s)$  табл. 5.4, № 5 за зменшеної сталої часу інтегральної складової  $T_i = 0,2$  с і дробовою степінню Д<sup>μ</sup> - складової ( $\mu = 0,5$ ). На рис. 5.36 показаний перехідний процес швидкості, який відповідає ПФ  $Wp(s)$  табл. 5.4, № 6 з дробовими

степенями  $\Gamma^\lambda$  - складової ( $\lambda = 0,5$ ) і  $D^\mu$  - складової ( $\mu = 0,5$ ). На діаграмі чітко видно вплив дробової  $\Gamma^\lambda$  - складової на швидкість системи ПЧ-АД.

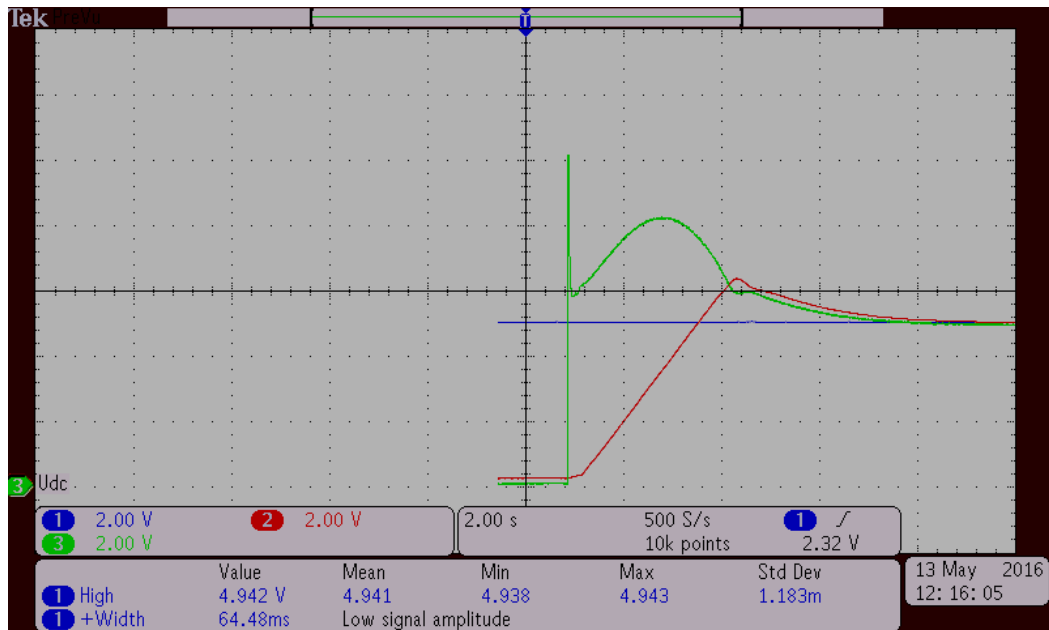


Рис. 5.35. Перехідний процес швидкості в системі ПЧ-АД з  $\text{PI}^\lambda \text{D}^\mu$ -регулятором  $W_p(s) = 3 + 5s^{-1} + 1s^{0,5}$  ( $k_p = 3$ ,  $k_i = 1/T_i = 5$ ,  $T_d = 1\text{с}$ ,  $\lambda = -1$ ,  $\mu = 0,5$ )

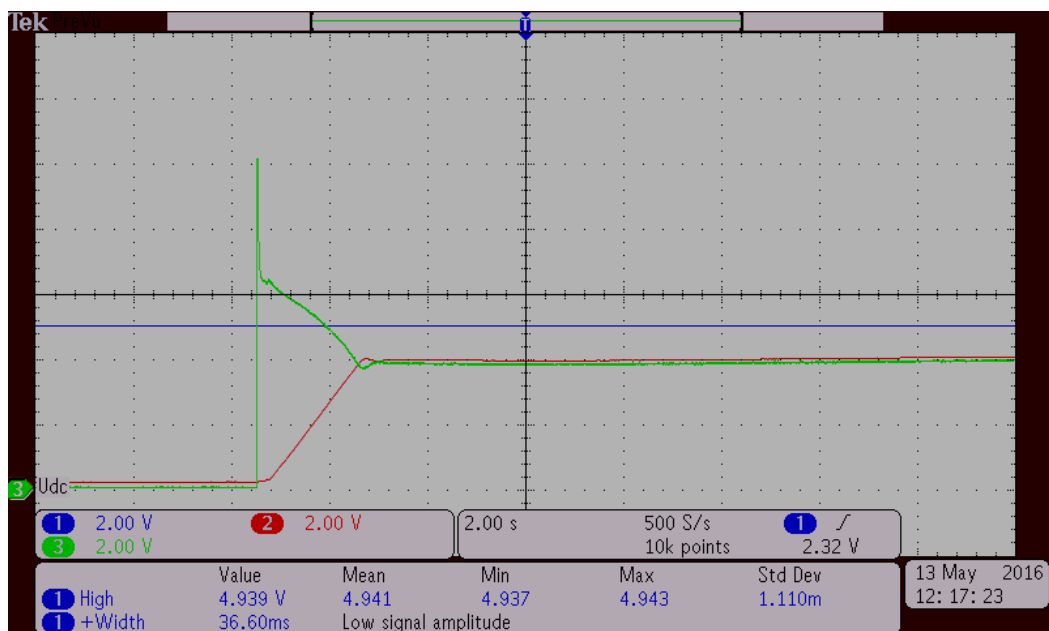


Рис. 5.36. Перехідний процес швидкості в системі ПЧ-АД з  $\text{PI}^\lambda \text{D}^\mu$ -регулятором  $W_p(s) = 3 + 3s^{-0,5} + 1s^{0,5}$  ( $k_p = 3$ ,  $k_i = 1/T_i = 3$ ,  $T_d = 1\text{с}$ ,  $\lambda = -0,5$ ,  $\mu = 0,5$ )

На рис. 5.37 показаний перехідний процес швидкості, який відповідає ПФ  $W_p(s)$  табл. 5.4, №7 з дробовими степенями  $\Gamma^\lambda$  - складової ( $\lambda = 1,5$ ) і  $D^\mu$  - складової

( $\mu = 0,5$ ). Осцилограма демонструє можливість роботи розробленого ПІ <sup>$\lambda$</sup> Д <sup>$\mu$</sup> -регулятора при  $\lambda > 1$  і вплив цього параметра на швидкість системи ПЧ-АД. На рис. 5.38 показаний перехідний процес швидкості, який відповідає ПФ  $W_p(s)$  табл. 5.4, № 8 за зменшеної сталої часу диференціальної складової  $T_d = 0,5c$ .

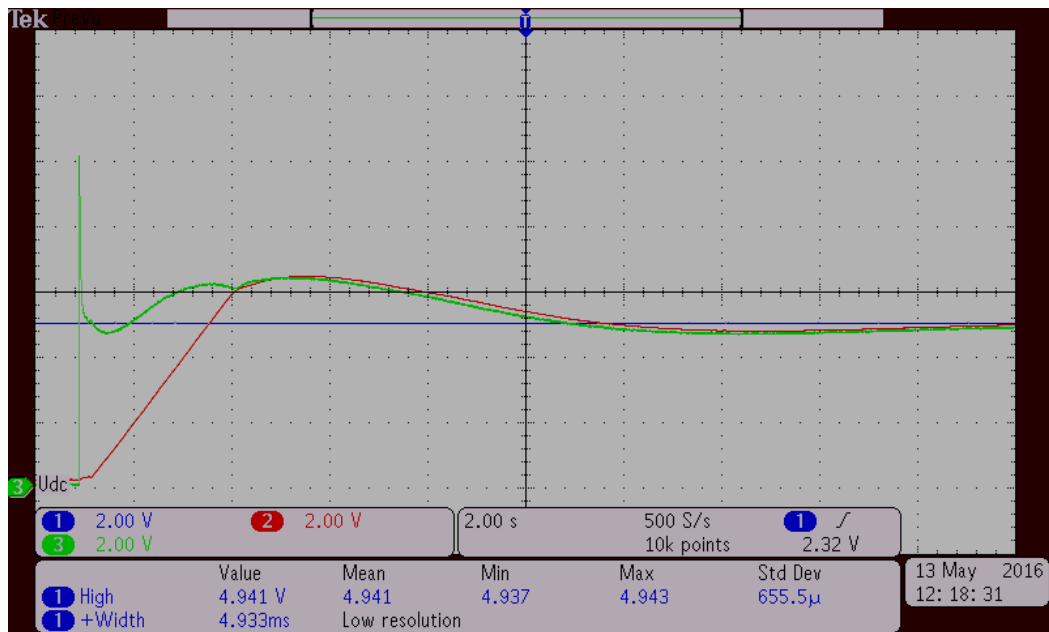


Рис. 5.37. Перехідний процес швидкості в системі ПЧ-АД з ПІ <sup>$\lambda$</sup> Д <sup>$\mu$</sup> -регулятором  $W_p(s) = 3 + 3s^{-1,5} + 1s^{0,5}$  ( $k_p = 3$ ,  $k_i = 1/T_i = 3$ ,  $T_d = 1c$ ,  $\lambda = -1,5$ ,  $\mu = 0,5$ )

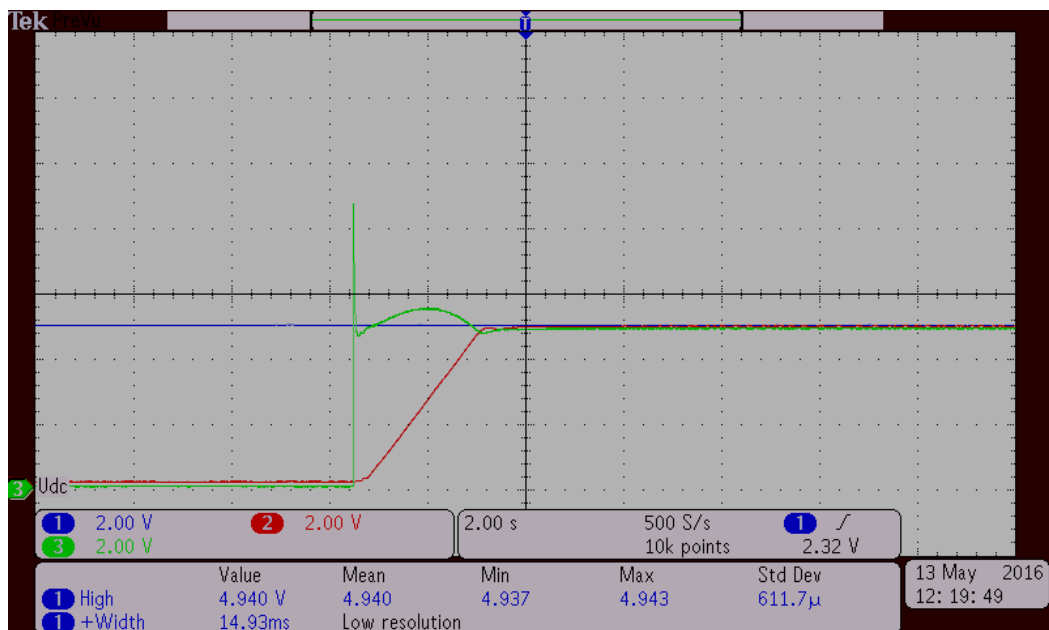


Рис. 5.38. Перехідний процес швидкості в системі ПЧ-АД з ПІ <sup>$\lambda$</sup> Д <sup>$\mu$</sup> -регулятором  $W_p(s) = 3 + 3s^{-1,0} + 0.5s^{0,5}$  ( $k_p = 3$ ,  $k_i = 1/T_i = 3$ ,  $T_d = 0,5c$ ,  $\lambda = -1,0$ ,  $\mu = 0,5$ )

На рис. 5.39 показаний перехідний процес швидкості, який відповідає ПФ

$W_p(s)$  табл. 5.4, № 9 за збільшення сталої часу диференціальної складової  $T_d = 1,5c$  і фільтрувальною дією дробової степені  $D^\mu$  - складової ( $\mu = 0,5$ ), яку чітко видно порівняно з рис. 5.40, який відповідає ПІД-регулятору цілого порядку з ПФ  $W_p(s)$  табл. 5.4, № 10. Також осцилограма демонструє можливість роботи реалізованого нами  $PI^\lambda D^\mu$ -регулятора в режимі цілочисельного.

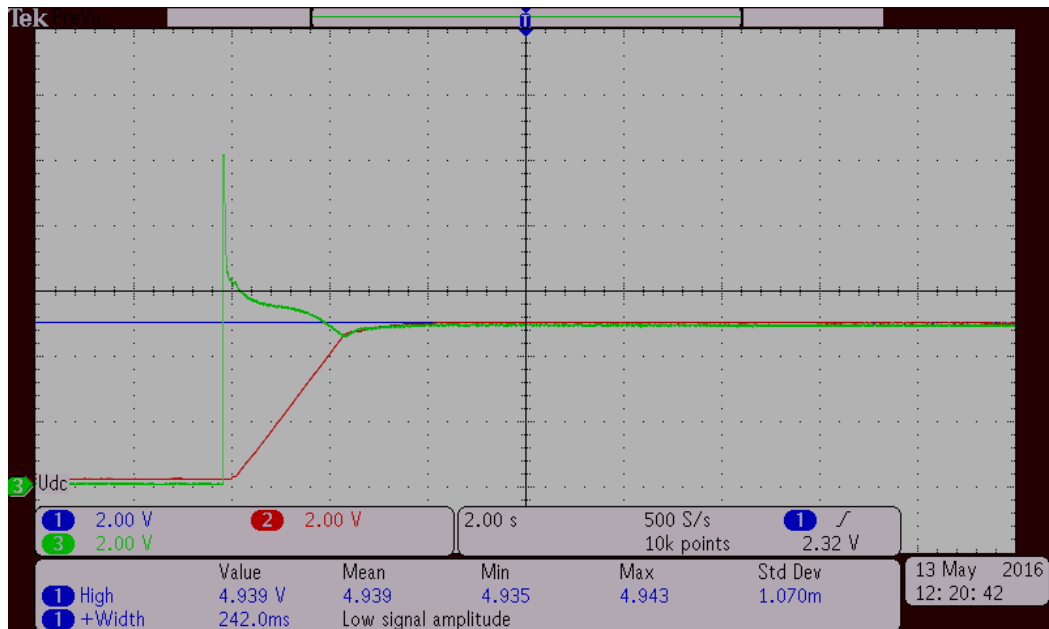


Рис. 5.39. Перехідний процес швидкості в системі ПЧ-АД з  $PI^\lambda D^\mu$ -регулятором  $W_p(s) = 3 + 3s^{-1,0} + 1.5s^{0,5}$  ( $k_p = 3$ ,  $k_i = 1/T_i = 3$ ,  $T_d = 1,5c$ ,  $\lambda = -1,0$ ,  $\mu = 0,5$ )

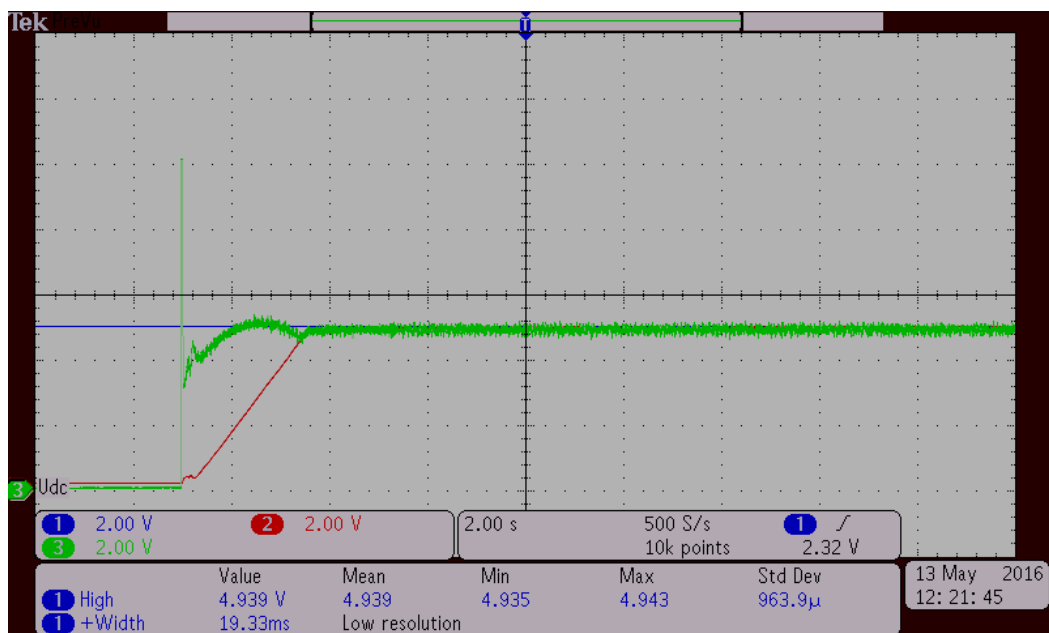


Рис. 5.40. Перехідний процес швидкості в системі ПЧ-АД з ПІД-регулятором  $W_p(s) = 3 + 3s^{-1,0} + 1s^{1,0}$  ( $k_p = 3$ ,  $k_i = 1/T_i = 3$ ,  $T_d = 1c$ )



На рис. 5.41 показаний перехідний процес швидкості, який відповідає ПФ  $Wp(s)$  табл. 5.4, № 11 за зменшення дробової степені  $D^\mu$  - складової ( $\mu = 0,3$ ), що приводить до зменшення амплітуди початкового викиду сигналу регулятора швидкості, яку чітко видно порівняно з рис. 5.39 ( $\mu = 0,5$ ) і рис. 5.40 ( $\mu = 1,0$ ), і ще кращої фільтрувальної дії дробової степені  $D^\mu$  - складової.

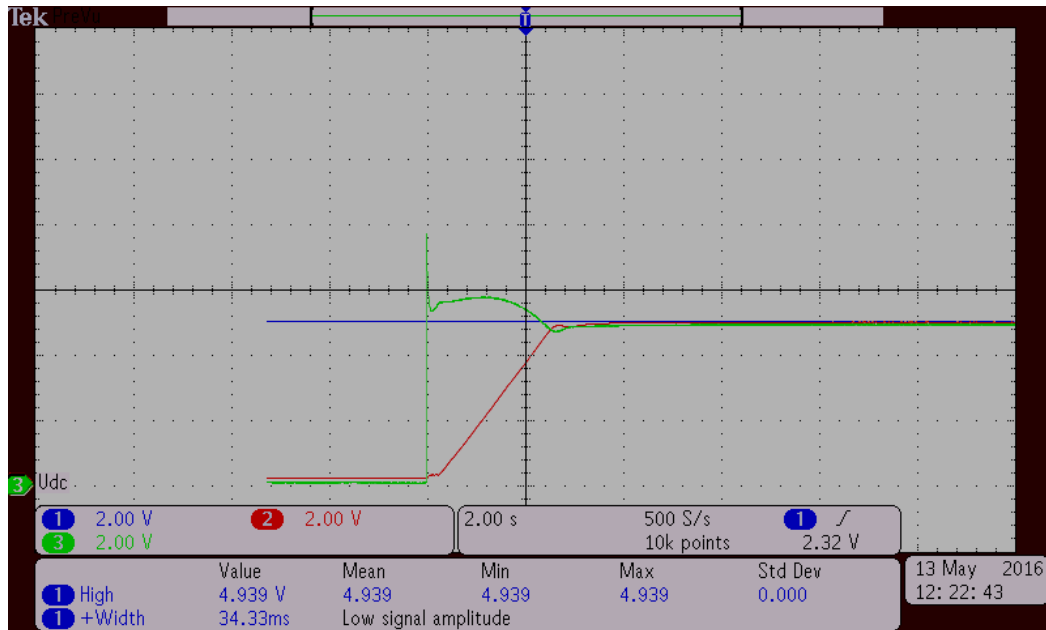


Рис. 5.41. Перехідний процес швидкості в системі ПЧ-АД з  $PI^\lambda D^\mu$ -регулятором  $Wp(s) = 3 + 3s^{-1,0} + 1s^{0,3}$  ( $k_p = 3$ ,  $k_i = 1/T_i = 3$ ,  $T_d = 1$ с,  $\lambda = -1,0$ ,  $\mu = 0,3$ )

Результати експериментів на випробувальному стенді фірми "Тверд" підтверджують, що можливість змінювати степінь інтегральної і диференціальної складових  $PI^\lambda D^\mu$ -регулятором дробового порядку забезпечує зростання гнучкості налаштування, зокрема зміна впливу  $I^\lambda$  - складової ( $\lambda < 1$ ) полегшує налаштування контуру швидкості за бажаною якістю перехідного процесу, близькою до ТО, а  $D^\mu$  - складової регулятора ( $\mu < 1$ ) забезпечує ефект фільтрування змінної складової на виході регулятора швидкості, тобто призводить до зменшення пульсацій моменту АД.

Отже, макетні дослідження диференціувальної і інтегрувальної ланок дробового порядку  $s^{\pm\alpha}$  за використання плат Arduino Mega 2560 і Arduino DUE без комп'ютера в реальному часі дали змогу відпрацювати програму реалізації цифрового дробового регулятора і доказали перспективність його реалізації як

опції в програмованому логічному контролері перетворювачів частоти для керування координатами електропривода (частотою обертання), або технологічними параметрами (температурою, тиском тощо).

Випробування опції ПЧ MFC 710 з ПІ<sup>λ</sup>Д<sup>μ</sup> - регулятором дробового порядку в системі керування швидкості за використання стенду фірми "Тверд" підтвердили її ефективність з точки зору розширення регулювальних можливостей такого регулятора в порівнянні з класичним ПІД-регулятором, що було відзначено провідними спеціалістами фірми з досвідом налагодження систем ПЧ-АД. Зокрема, можливість регулювання Д<sup>μ</sup> - складової регулятора забезпечує ефект фільтрування змінної складової на виході регулятора швидкості, тобто до зменшення пульсацій моменту АД.

**5.2.3 Реалізація опції перетворювача частоти типу MFC710 з нечітким дробовим ПІ<sup>λ</sup>Д<sup>μ</sup>-регулятором.** Останнім часом нечітке керування є одним з найбільш активних і перспективних напрямків в області керування і прийняття рішень [86,158,159]. В області керування технічними системами нечітке керування дає змогу отримати більш адекватні результати порівняно з результатами, які отримані за використання традиційних аналітичних моделей і алгоритмів керування. В [58] наведені результати розроблення опції перетворювача частоти типу MFC710 з нечітким ПІ<sup>λ</sup>Д<sup>μ</sup>-регулятором. Іншим перспективним напрямком використання таких регуляторів є ВЕУ, яким властива фрактальність, нелінійність характеристик і невизначеність параметрів об'єкта керування тощо.

У підрозділі 4.7 проведено дослідження впливу нечіткого дробового регулятора на робастність ЕМС. Результати досліджень показують значне зменшення розбіжності між показниками якості перехідних процесів вихідної координати і бажаного за використання нечіткого регулятора дробового порядку порівняно з регулятором дробового порядку. Розглянутий підхід до побудови системи керування за використання нечіткого блоку для об'єкта керування дає змогу синтезувати дробовий регулятор, робастний до нелінійності та

параметричних змін об'єкта керування ЕМС, у якого змінюються в заданих межах один параметр або декілька параметрів.

В останній модифікації системи ПЛК передбачено розширити її функціональні можливості шляхом реалізації в ній дробового регулятора з нечіткою логікою типу Mamdani або Sugeno, що дозволить:

- реалізувати переваги  $I^\lambda$  і  $D^\mu$  складових регуляторів дробового порядку в складі нечіткого регулятора щодо оптимізації нелінійних ЕМС і підвищення їх робастності;

- будувати адаптивні САК з дробовими або цілочисельними ПД-регуляторами у випадку їх використання для керування швидкості або координатами технологічного процесу, параметри якого змінюються;

- реалізувати режим самоналагодження контуру швидкості ЕМС з дробовим  $PI^\lambda D^\mu$ -регулятором за використання перехідної функції бажаної стандартної дробової (цілочисельної) форми.

Розроблення регулятора з нечіткою логікою типу Mamdani здійснено згідно наступного алгоритму. Вхідними величинами ПЛК регулятора з нечіткою логікою є, наприклад, сигнал похибки або сигнал зворотного зв'язку за швидкістю, або за певним технологічним параметром, а вихідною величиною – вихідний сигнал регулятора, який є завданням для наступного контуру керування. Для покращення регулювальних характеристик ПЧ і забезпечення бажаної якості перехідного процесу вихідної координати, наприклад, швидкості, доцільно передбачити використання в регуляторі двох нечітких складових, які дають можливість реалізувати дробові  $PD^\mu$ ,  $PI^\lambda$  а також  $PI^\lambda D^\mu$  регулювання як комбінацію перших двох. Вхідні і вихідні сигнали змінюються в інтервалі  $[-1, 1]$  в.о. Вхідній змінній “Вхідний сигнал” відповідає сім лінгвістичних термів: NL, NM, NS, Z, PS, PM, PL, а вхідній змінній “Похідна вхідного сигналу” відповідає п'ять лінгвістичних термів: NL, NM, Z, PM, PL [160]. Форма термів приймається трикутною і трапецієвидною. Таку форму використовують у техніці регулювання тому, що її простіше реалізувати за допомогою сигнального

мікропроцесора, а тому застосування дає змогу зменшити затрати машинного часу.

Функції приналежності, які встановлені за замовчанням у нечіткому регуляторі, для лінгвістичних змінних “Вхідний сигнал”, “Похідна вхідного сигналу” і “Вихідний сигнал” показані на рис. 5.42.

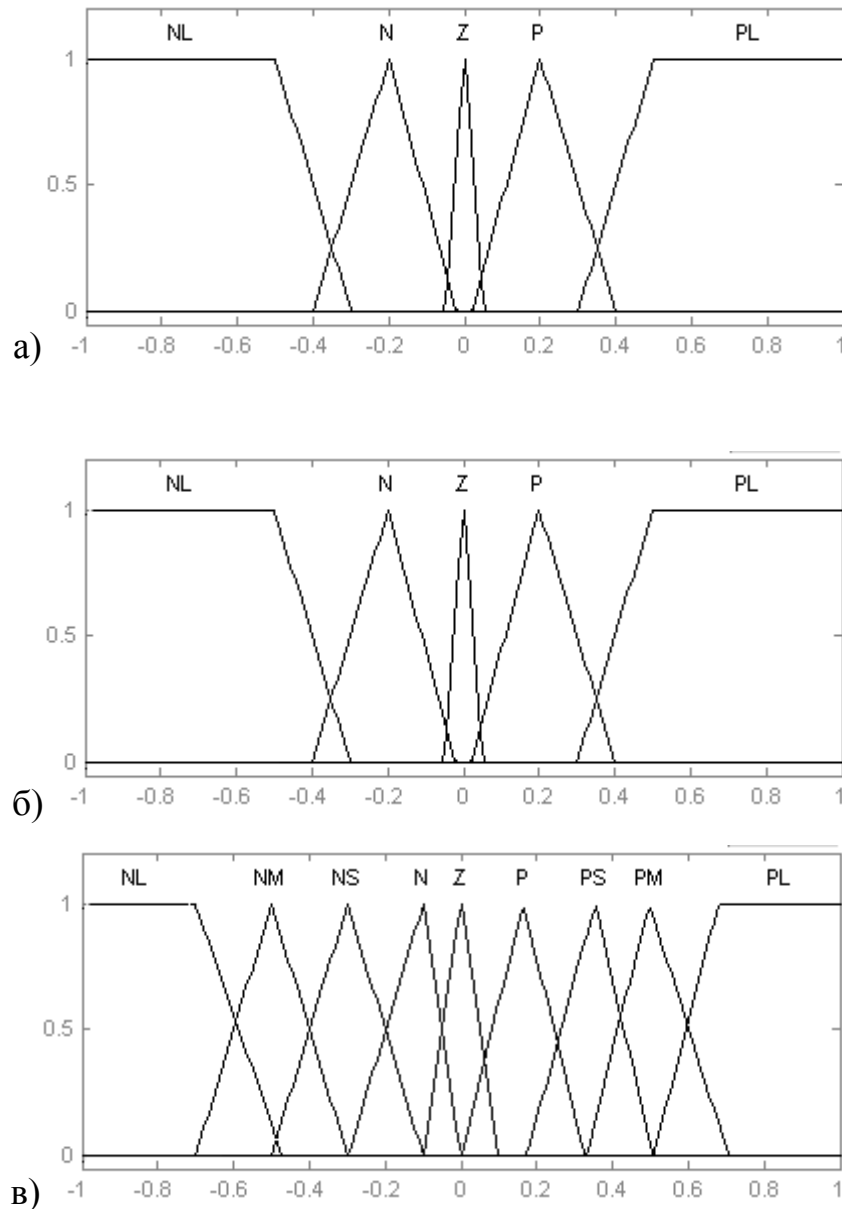


Рис. 5.42. Функції приналежності нечіткого регулятора для:

а) “Вхідний сигнал”, б) “Похідна вхідного сигналу”, в) “Вихідний сигнал”

Вихідній змінній “Вихідний сигнал” відповідає дев’ять лінгвістичних термів: NL, NM, NS, N, Z, P, PS, PM, PL. Параметри нечіткого регулятора, які встановлені

за замовчуванням у ПЧ, вибрані на основі знань експерта.

Правила, які наведені в табл. 5.5, попередньо складені на основі інтуїтивних знань експерта і також встановлені в ПЧ за замовченням. У даному випадку як експертні знання використовуються результати аналізу перехідних процесів роботи ПЧ. База правил регулятора з нечіткою логікою для вихідної координати “Вихідний сигнал” наведена в табл. 5.5.

Таблиця 5.5

База правил регулятора з нечіткою логікою

| Вхідний сигнал           |    | PL | P  | Z | N  | NL |
|--------------------------|----|----|----|---|----|----|
| Похідна вхідного сигналу | PL | NL | NM | Z | N  | Z  |
|                          | P  | NM | NS | Z | Z  | P  |
|                          | Z  | NS | N  | Z | P  | PS |
|                          | N  | N  | Z  | Z | PS | PM |
|                          | NL | Z  | P  | Z | PM | PL |

Для проектування нечіткого блока пропонується використовувати такі установки алгоритму:

- оператор імплікації – мінімум-оператор;
- оператор агрегації – максимум-оператор.

При цьому рекомендується використовувати найбільш популярний метод дефазифікації – centroid.

Комп’ютерні дослідження нечіткого регулятора типа Mamdani, які були проведені в різних режимах роботи, а також деякі лабораторні випробовування доказали його працездатність. В [58] наведені результати впровадження такого регулятора як опції перетворювача частоти типу MFC710. Такий регулятор дає змогу реалізувати адаптацію параметрів у випадку його застосування для керування швидкістю або технологічними координатами за зміни параметрів

об'єкта керування і таким чином підвищувати робастність системи електроприводу.

Регулятор дробового порядку типу  $I^\lambda$  з нечіткою логікою за зміни  $\lambda$  здатний реалізувати режим ковзного керування, який в [5] наведений як ефективний варіант керування напруги в контурі DC-DC з врахуванням фрактальних властивостей суперконденсаторів [27]. Реалізацію такого регулятора було передбачено в контурі регулювання напруги DC чотириквadrантного перетворювача частоти з ШІМ-керуванням фірми "Тверд", який забезпечує синусоїдальну форму струму як у режимі споживання електроенергії з мережі, так і її віддачі в мережу [161], що важливо при розробленні генеруючих вітро- і гідроенергетичних установок малої і середньої потужності, а також в електроприводах за системою ПЧ-АД, які працюють у частих пуско-гальмівних режимах з метою забезпечення енергозбереження.

### **5.3 Розроблення систем керування напруги автономної асинхронної генераторної установки за використання нечітких дробових регуляторів**

Оскільки вітроенергетика переживає бурхливе зростання, виникають нові технічні проблеми динамічної стійкості ВЕУ і якості генерованої потужності (енергії), викликані не тільки збуреннями швидкості вітру, але і несправністю регулятора повороту лопаті [162]. Важливим фактором, врахування якого суттєво впливає на адекватність моделі «вітровий потік – вітрове колесо», є врахування турбулентності кінетичної енергії повітряних потоків, пов'язаних з фрактальною структурою вітру і зміною температур шарів атмосфери [163].

У роботі [162] запропоновано один з напрямків розв'язання проблеми динамічної стійкості і якості потужності (енергії), що генерується ВЕУ, шляхом застосування САК, яка реалізує стратегію ковзного режиму керування за використання регулятора дробового порядку в колі DC-DC-перетворювача, що дає змогу системі «ковзати» по визначеній поверхні керування при зміні структури системи. Перевагою такого підходу, як відзначає автор, є підвищення

стійкості системи і її робастності до параметричних невизначеностей вітротурбіни і генератора, а також нечутливості до збурень в електричній мережі, проте не конкретизує способу реалізації такого підходу, зокрема вибору обмеження керувального впливу тощо. В [5] показано, що доцільність застосування регуляторів дробового порядку для регулювання напруги в контурі DC-DC зростає у зв'язку з фрактальністю властивостей суперконденсаторів [27].

В [61,164] нами запропоновано як альтернативу ковзного режиму керування застосування нечіткого регулятора дробового порядку типу  $I^\lambda$  з нечіткою логікою, який за зміни  $\lambda$  здатний реалізувати режим дискретного ковзного керування.

У відповідності з договором про співпрацю між Національним університетом «Львівська політехніка» та науково-виробничою фірмою енергоелектроніки «Тверд», на період з 2006 по 2016 р.р. проводилися роботи в царині розроблення ВЕУ малої і середньої потужності з відповідними засобами перетворення і регулювання енергії, призначених для роботи як в автономному режимі роботи, так і паралельно з мережею. Як базові джерела енергії розглядалися:

- синхронний генератор з постійними магнітами і чотириквadrантним перетворювачем частоти з ШІМ-керуванням [161,165];
- асинхронний генератор з самозбудженням і тиристорним компенсатором реактивної потужності (ТКРП) [166].

В обох випадках для оптимізації керування напругою ВЕУ використовувалися нечіткі регулятори як дробового порядку, так і класичні. Реалізацію таких регуляторів було передбачено в контурі регулювання напруги DC.

Ідея побудови чотириквadrантного перетворювача частоти з ШІМ-керуванням базується на рішеннях, які були реалізовані при розробленні фірмою "Тверд" ПЧ для електроприводів змінного струму, які працюють у частих пуско-гальмівних режимах з метою забезпечення енергозбереження [161]. Такий перетворювач з ШІМ-керуванням забезпечує синусоїдальну форму струму як у режимі споживання електроенергії з мережі, так і її віддачі в мережу, що важливо при розробленні генеруючих вітро- і гідроенергетичних установок малої і

середньої потужності. Застосування чотириквadrантного ПЧ з ШІМ-керуванням у контурі регулювання напруги DC усуває основний недолік діодних випрямлячів, пов'язаний з великим коефіцієнтом спотворення форми струму THD (англ. Total Harmonic Distortion), а також протікання енергії в одному напрямку.

Основним елементом такого перетворювача є транзисторний трифазний активний випрямляч з модульованою шириною імпульсів [161] (випрямляч MSI, у подальшому «перетворювач»), узагальнена схема якого показана на рис. 5.43.

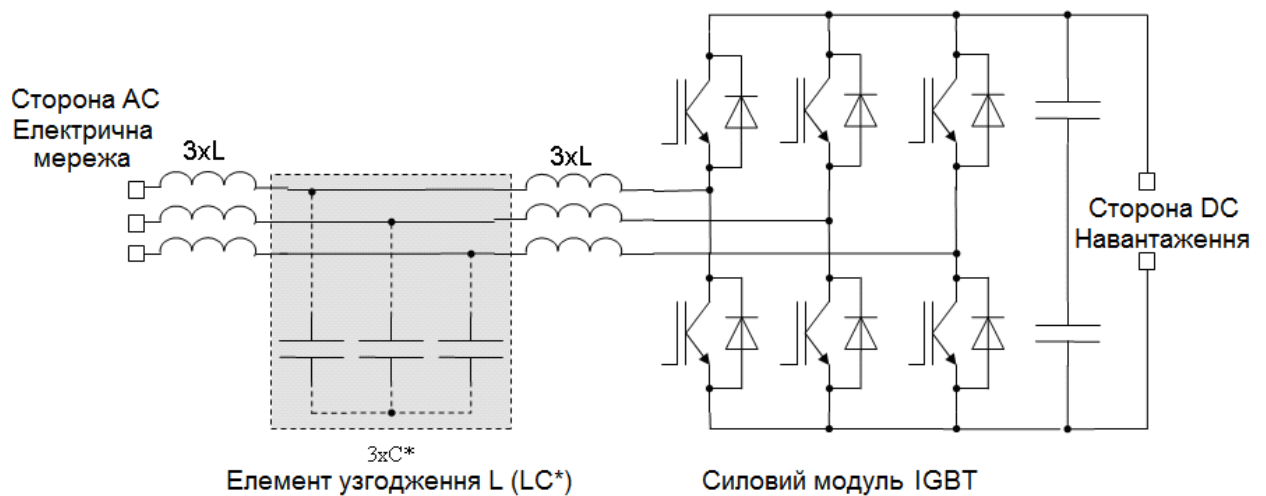


Рис. 5.43. Схема чотириквadrантного випрямляча  
(\*система з активним фільтром 3С)

Перетворювач складається з кола навантаження постійного струму, перетворювального трифазного моста на IGBT-транзисторах, а також реактивного узгоджувального елемента LC на вході, який призначений для узгодження електричної мережі з перетворювачем. Використовуючи певний алгоритм керування транзисторами моста IGBT, отримано синусоїдальне споживання струму з мережі а також двонаправлену передачу енергії між навантаженням і джерелом живлення.

Перспективним напрямком вирішення проблеми генерування електроенергії автономними ВЕУ, а також гідро- та дизельними енергоустановками малої і середньої потужності, є використання серійних асинхронних машини з короткозамкненим ротором, у яких регулювання напруги здійснюється за



допомогою статичних компенсаторів реактивної потужності або інверторів напруги [54,167,168,169,170]. При експлуатації, зокрема, ВЕУ виникає задача максимального використання енергії вітру споживачами, включаючи можливість її акумулювання, яка ускладнюється у зв'язку з тим, що зміна як енергії вітру, так і потужності споживачів ВЕУ носять випадковий характер [167]. Для регулювання напруги асинхронних генераторів (АГ) з самозбудженням можна використовувати напівпровідникові перетворювачі з індуктивним навантаженням, тобто використана ідея застосування статичних компенсаторів реактивної потужності для регулювання напруги в автономних електричних мережах. Проте, поряд з перевагами даних схем, їм властиві недоліки порівняно з схемами з проміжною ланкою DC і інвертором напруги: дещо нижчий коефіцієнт корисної дії, пов'язаний з втратами в компенсаторах, та низькі масо-габаритні показники, тому що, як правило, у таких схемах ТКРП виконуються на максимально можливу реактивну потужність навантаження, що гальмують ширше їх застосування. Крім цього, такий спосіб регулювання напруги АГ призводить до значного спотворення напруги в режимах близьких до неробочого ходу у зв'язку з протіканням великого струму через керований дросель.

При синтезі САК напруги необхідно враховувати:

- нелінійність коефіцієнта підсилення АГ;
- випадковий характер збурень у колі навантаження АГ.

На основі аналізу існуючих схем вважаємо, що найбільш перспективним є варіант автономної асинхронної генераторної установки комбінованого типу, у якій поєднуються дискретний і аналоговий способи регулювання напруги АГ з самозбудженням. У такій системі до затискачів АГ підмикають основну і додаткові батареї конденсаторів у залежності від навантаження, а ТКРП виконують на потужність, величина якої дорівнює потужності однієї найбільшої додаткової секції конденсаторної батареї [168]. Недоліком таких систем є наявність двох не зв'язаних між собою контурів регулювання напруги АГ і реактивної потужності, неузгодженість швидкодії яких може призводити до автоколивних режимів на певних рівнях реактивної енергії навантаження, при

яких відбувається перемикання додаткових батарей конденсаторів.

Використання схеми ТКРП дає змогу суттєво знизити ємність і встановлену потужність конденсаторів, масу і габарити схеми в цілому, а також підвищити коефіцієнт корисної дії установки.

У запропонованій автономній асинхронній генераторній установці (рис. 5.44) є можливість керувати наступними координатами: струмом компенсатора  $I_k$ , напругою статора  $U_{AG}$  та реактивною потужністю  $Q$  за допомогою системи нечіткого дробового керування (СНДК), яка підмикає батареї конденсаторів  $C_{ki}$  в залежності від вхідних координат ( $Q$ ,  $I_k$ ) на основі закладеної бази правил. Сигналом „Пуск” на вході СНДК забезпечується підмикання основної батареї конденсаторів, яка забезпечує самозбудження АГ і невеликий (0-10%)  $I_{k,ном.}$  струм через ТКРП.

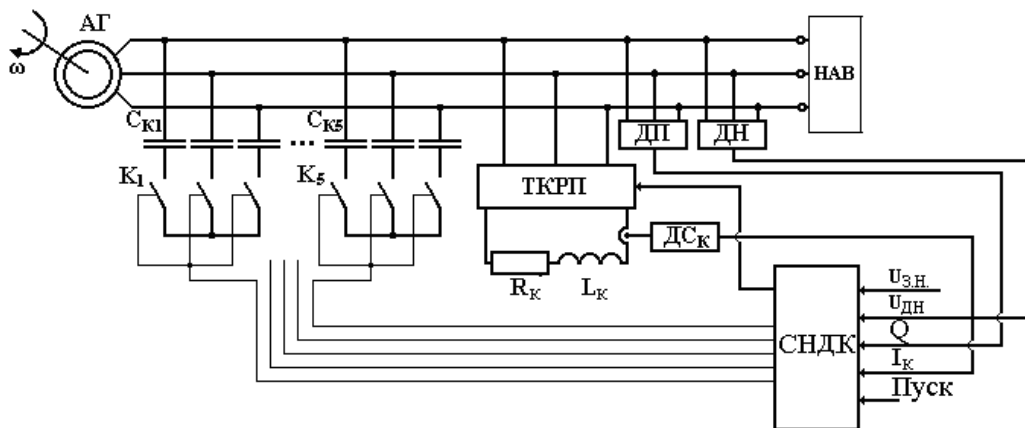


Рис. 5.44. Функціональна схема автономного АГ з ТКРП

Зворотні зв'язки за відповідними координатами реалізуються за допомогою датчиків струму компенсатора (ДСк), напруги на затискачах АГ (ДН) та реактивної потужності (ДП). Щоби мінімізувати кількість додаткових батарей конденсаторів  $C_{ki}$ , необхідно мати апріорну інформацію про величину стрибкоподібної зміни навантаження (НАВ). Величина ємностей  $C_{ki}$  вибирається з умови компенсації максимально можливої реактивної складової струму навантаження і допустимої несинусоїдальності вихідної напруги ( $K_{нс}$ ) на рівні 5%.

Для керування реактивною потужністю в СНДК передбачений нечіткий регулятор (НР1), який підмикає батареї конденсаторів  $C_{ki}$  в залежності від вхідних

координат  $(Q, I_k)$ , а для керування напруги – нечіткий дробовий регулятор НДР2 шляхом контролю напруги на навантаженні (координата  $U_{дн}$ ) на основі закладених баз правил. Даний нечіткий дробовий регулятор напруги, або, як варіант, ПІ<sup>λ</sup>Д<sup>μ</sup>-регулятор, синтезовані в розділі 4.

Сигналом „Пуск” на вході НР1 забезпечується підмикання основної батареї конденсаторів. Розробка нечіткого регулятора НР1 типу Sugeno здійснюється за алгоритмом, який наведений в [167]. Вхідними величинами НР1 є: сигнал ввімкнення СНДК „Пуск”, струм компенсатора ( $I_k$ ), реактивна потужність ( $Q$ ), похідна реактивної потужності ( $DQ$ ). Вихідною його величиною є вектор сигналів завдання на підмикання ємностей батареї конденсаторів. Результати моделювання системи з класичною системою регулювання дають змогу визначити інтервали зміни вхідних та вихідних величин. Реактивна потужність змінюється в інтервалі  $[0, 100]\%$ , похідна реактивної потужності  $[-10, 10]$  в.о., струм компенсатора  $[0, 150]\%$ , інтервал зміни вихідних величин  $[0, 1]$  в.о. Вхідній змінній „Реактивна потужність” відповідає шість лінгвістичних термів:  $Z0-10$ ,  $Z10-30$ ,  $Z30-50$ ,  $Z50-70$ ,  $Z70-90$ ,  $Z90-max$ . Вхідній змінній „Похідна реактивної потужності” відповідає п’ять лінгвістичних термів  $NL$ ,  $N$ ,  $Z$ ,  $P$ ,  $PL$ . Вхідній змінній „Струм компенсатора” відповідає п’ять лінгвістичних термів  $ZI0-10$ ,  $ZI10-60$ ,  $ZI60-100$ ,  $ZI100-150$ . Форма термів приймається трикутною або трапецієподібною, оскільки така форма функцій приналежності вживається в техніці регулювання найчастіше через зменшені витрати машинного часу.

Границі термів спочатку встановлено наближено в межах інтервалів зміни вхідних величин, а потім уточнено після моделювання системи. Остаточні прийняті для лінгвістичних змінних „Реактивна потужність” функції приналежності зображені на рис. 5.45, а, „Похідна реактивної потужності” – рис. 5.45, б, „Струм компенсатора” – рис. 5.45, в.

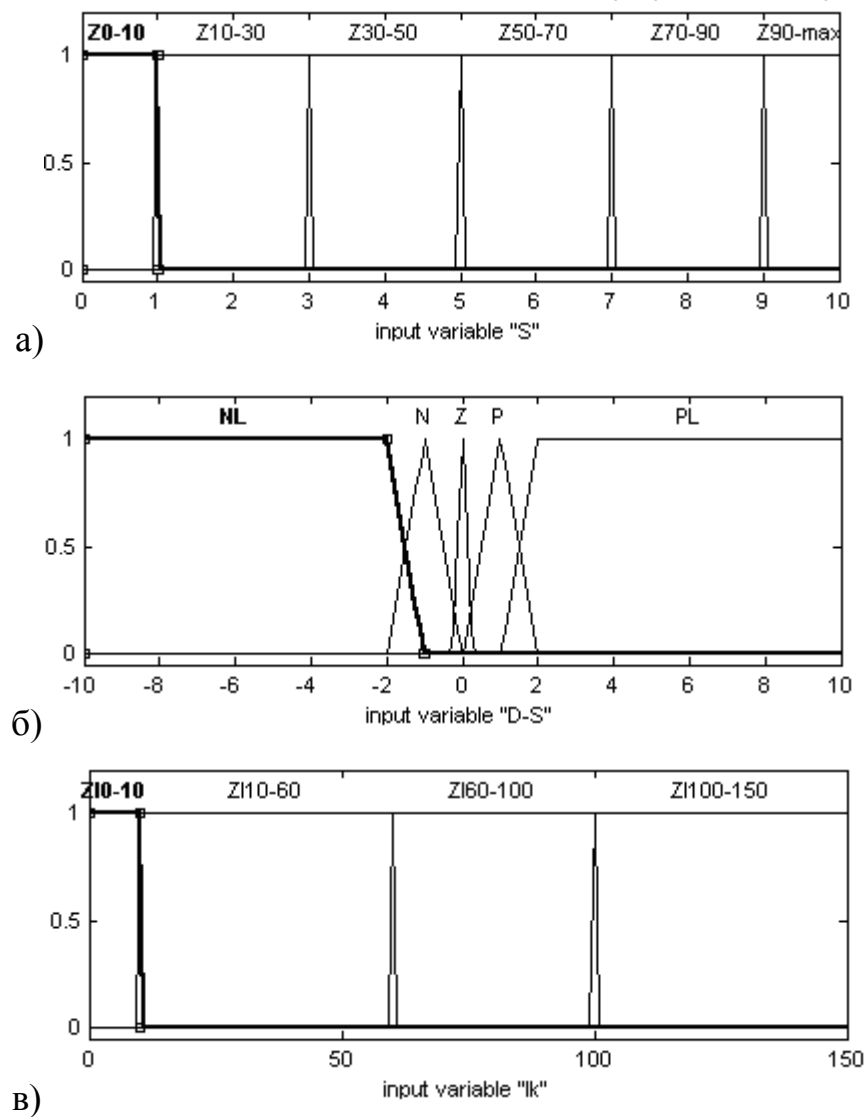


Рис. 5.45. Функції приналежності нечіткого регулятора NP1 для вхідних змінних

Вихідним змінним "Батареї конденсаторів" S045 (45% від  $C_{к.ном.}$ ), S02 (20% від  $C_{к.ном.}$ ), S02 (20% від  $C_{к.ном.}$ ), S01(10% від  $C_{к.ном.}$ ) і S005 (5% від  $C_{к.ном.}$ ) відповідають два терми (набори коефіцієнтів): OFF (батарея відімкнена), ON (батарея підімкнена).

База нечітких правил, які наведені в табл. 5.6, складаються на основі інтуїтивних знань експерта. В нашому випадку як експертні знання використовуються результати аналізу перехідних процесів, що були отримані при моделюванні системи з класичною системою регулювання. Деякі правила після моделювання системи уточнюються.

Таблиця 5.6

## Нечіткі правила

| (D-Q $\in$ Z)            |        |         |          |           |
|--------------------------|--------|---------|----------|-----------|
| I <sub>k</sub>           | ZI0-10 | ZI10-60 | ZI60-100 | ZI100-150 |
| Батарея<br>конденсаторів | +S005  | -       | -S005    | -S01      |

| D-Q |         |                       |                      |                      |                      |                           |
|-----|---------|-----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|---------------------------|
| Q   |         | NL                    | N                    | Z                    | P                    | PL                        |
|     | Z0-10   | S045                  | S045                 | S045                 | S045                 | S045,S005                 |
|     | Z10-30  | S045, S005            | S045,S01             | S045,S01             | S045,S01             | S045,S01,S005             |
|     | Z30-50  | S045,S01,<br>S005     | S045,S02             | S045,S02             | S045,S02             | S045,S02,S005             |
|     | Z50-70  | S045,S02,<br>S005     | S045,S02,<br>S01     | S045,S02,<br>S01     | S045,S02,<br>S01     | S045,S02,S01,<br>S005     |
|     | Z70-90  | S045,S02,<br>S01,S005 | S045,S02,<br>S02     | S045,S02,<br>S02     | S045,S02,<br>S02     | S045,S02,<br>S02,S005     |
|     | Z90-max | S045,S02,<br>S02,S005 | S045,S02,<br>S02,S01 | S045,S02,<br>S02,S01 | S045,S02,<br>S02,S01 | S045,S02,S02,<br>S01,S005 |

Параметри нечіткого регулятора вибрані шляхом моделювання основних динамічних режимів: стрибкоподібної зміни сигналу завдання та навантаження.

Розробка нечіткого дробового  $\text{PI}^\lambda$ -регулятора напруги НДР2 здійснюється за наступним алгоритмом:

1. Проводимо аналіз системи. Встановлюємо структуру контуру регулювання вхідних і вихідних величин нечіткого дробового регулятора. Нечіткий дробовий  $\text{PI}^\lambda$ -регулятор вмикається замість класичного регулятора напруги. Вхідними величинами нечіткого регулятора напруги є помилка

регулювання ( $U_{з.н.} - U_{дн}$ ) та інтеграл від помилки регулювання. Вихідною величиною нечіткого контролера є сигнал  $U_{рн}$  завдання на струм навантаження ТКРП

$$U_{рн} = f[(U_{з.н.} - U_{дн}), k_i \frac{1}{\Gamma(\lambda)} \int_0^t (t - \tau)^{\lambda-1} (U_{з.н.} - U_{дн}) d\tau]. \quad (5.15)$$

2. Встановлюємо алгоритмічні ступені свободи. Практика показує, що на етапі моделювання тип нечіткої інференції не відіграє великої ролі. Вибір операторів інференції має велике значення лише при практичній реалізації нечіткого блока, тому що він визначає швидкодію контуру регулювання та стабільність передавальних властивостей нечіткого блока. Проте необхідно дотримуватись певних рекомендацій і використовувати загальноприйняті сполучення операторів окремих етапів інференції. Для проєктованого нечіткого блока пропонується використати такі установки [86]: оператор імплікації-мінімум-оператор; оператор агрегації-максимум-оператор.

Рекомендується використати найбільш популярний метод дефазифікації – гравітаційний (centroid) [86].

3. Встановлюємо параметричні ступені свободи.

Цей етап є центральним кроком процесу розробки нечіткого регулятора, він складається з трьох кроків.

3.1. Встановлення можливих інтервалів зміни вхідних та вихідних величин. Результати моделювання системи з класичною системою регулювання дають змогу визначити інтервали зміни вхідних та вихідних величин. Помилка регулювання змінюється в інтервалі  $[-1,1]$ , інтеграл від помилки регулювання  $[-10,10]$ , інтервал зміни вихідної величини  $[-10,10]$ .

3.2. Встановлення форми та параметрів функцій приналежності

Вхідній змінній “Помилка регулювання” відповідає три лінгвістичних терми:  $U_{р1}$ ,  $U_{р2}$ ,  $U_{р3}$ . Кількість цих термів відповідає кількості ділянок апроксимації характеристики намагнічення в діапазоні регулювання вихідної

напруги АГ. Форма термів  $U_{p1}$ ,  $U_{p2}$ ,  $U_{p3}$  приймається трапецієподібною, оскільки така форма функцій приналежності вживається в техніці регулювання найчастіше через зменшені витрати машинного часу. Вхідній змінній “Інтеграл від помилки регулювання” відповідає один лінгвістичний терм  $U_{pi}$ .

Границі термів спочатку встановлюємо приблизно в межах інтервалів зміни вхідних величин, а потім уточнюються після моделювання системи. Остаточно прийняті для лінгвістичних змінних “Помилка регулювання” та “Інтеграл від помилки регулювання” функції приналежності зображені на рис. 5.46.

Вихідній змінній  $U_{PH}$  відповідає три терми (набори коефіцієнтів):  $U_{V1}$ ,  $U_{V2}$ ,  $U_{V3}$ .

Обрати параметри термів для вихідної змінної складніше, ніж для вхідних змінних, а точно встановити їх можна лише після багаторазового моделювання.

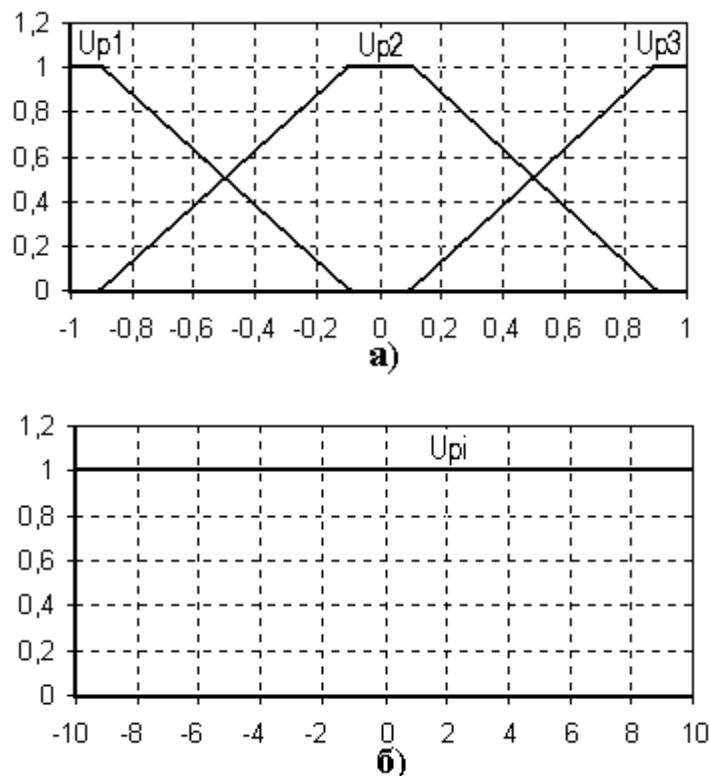


Рис. 5.46. Функції приналежності нечіткого регулятора напруги для вхідних змінних: а) “Помилка регулювання”; б) “Інтеграл від помилки регулювання”

Результати вибору параметрів функції приналежності лінгвістичної змінної “Завдання на струм навантаження ТКРП” подані в табл. 5.7.

Таблиця 5.7

Параметри функції приналежності вихідної змінної “Завдання на струм навантаження ТКРП”

| Терм     | Коефіцієнти    |
|----------|----------------|
| $U_{V1}$ | [0,179, 0,787] |
| $U_{V2}$ | [0,3, 2,0]     |
| $U_{V3}$ | [0,179, 0,787] |

### 3.3 Складання бази нечітких правил.

Правила, як і у випадку НР1, складаються на основі результатів аналізу перехідних процесів, що були отримані при моделюванні системи з класичною системою регулювання. Правила, які складені та уточнені після моделювання, наведені в табл. 5.8.

Таблиця 5.8

### Нечіткі правила

| Інтеграл від помилки регулювання | Помилка регулювання |          |          |
|----------------------------------|---------------------|----------|----------|
|                                  | $U_{p1}$            | $U_{p2}$ | $U_{p3}$ |
| $U_{pi}$                         | $U_{V1}$            | $U_{V2}$ | $U_{V3}$ |

Як базовий розрахований варіант використано налаштування за методикою класичного ПІ-регулятора напруги (РН). Параметри нечіткого регулятора вибрані, виходячи з експериментальної характеристики АГ у робочому діапазоні. Межі діапазону вибрані згідно з стандартом:  $U_{AG} = 220 +5\% -10\%$ . Даний діапазон розбитий на три ділянки:  $U_{p1}$ ,  $U_{p2}$ ,  $U_{p3}$ . Параметри нечіткого регулятора вибрані шляхом моделювання основних динамічних режимів: стрибкоподібної зміни сигналу завдання та навантаження.



Для аналізу САК напругою АГ розроблена структурна схема в програмному середовищі MATLAB Simulink і проведені її комп'ютерні дослідження в різних режимах роботи за різних варіантів налаштувань контурів. Модель створена для АГ типу АО51-4 ( $P_H = 4,5$  кВт,  $n_H = 1440$  об/хв,  $U_H = 220/380$  В,  $I_H = 16,3/9,4$  А,  $\cos\phi = 0,83$ ,  $\eta = 85,5\%$ ), який використаний як лабораторний стенд.

На рис. 5.47 показано частину досліджень динамічних режимів у контурах напруги АГ і струму навантаження ТКРП у двоконтурній СПР напруги АГ у режимах: зміни сигналу завдання на напругу АГ (2–3,5с) і вмикання електричного кола навантаження (5–6 с). На діаграми нанесені два перехідних процеси при різних регуляторах напруги: крива 1 – застосований базовий варіант зі звичайним ПІ-РН і параметрами:  $K_{рн} = 0,179$ ,  $T_i = 0,787$ с; крива 2 – застосований нечіткий дробовий ПІ<sup>λ</sup>-регулятор напруги (НДР2).

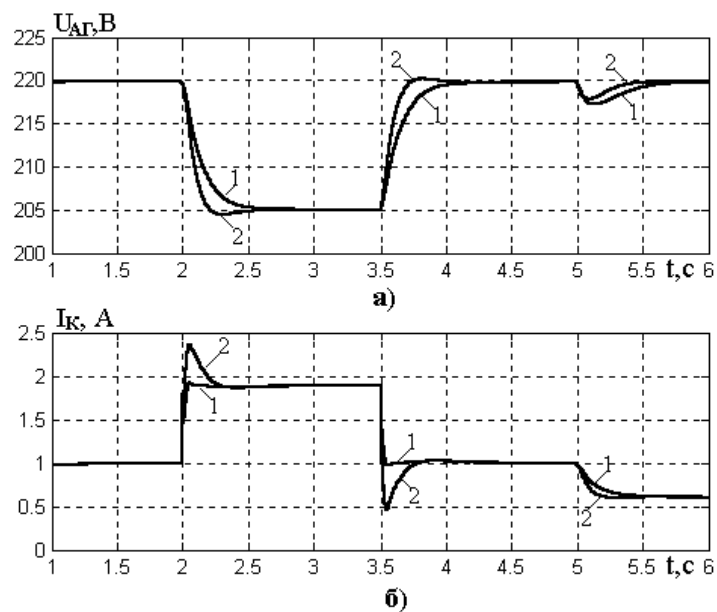


Рис. 5.47. Перехідні процеси двоконтурної СПР напруги АГ

На рис. 5.49 і 5.51 показано частину досліджень динамічних режимів зміни струму навантаження АГ – а і ємності батареї конденсаторів – б у режимі стрибкоподібного вмикання електричного кола навантаження (в момент часу 6 с) за наявності вхідної координати “Похідна реактивної потужності”.

На рис. 5.48 і 5.50 показано такі ж самі режими без вхідної координати

“Похідна реактивної потужності”.

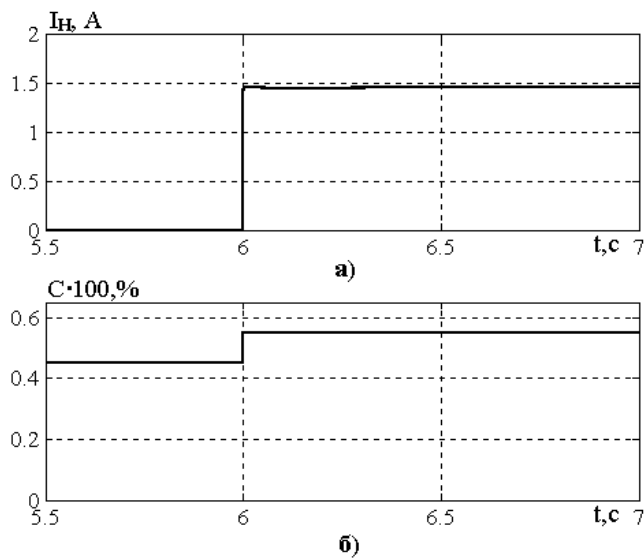


Рис. 5.48.  $I_n=1,5A$  без похідної за  $Q$

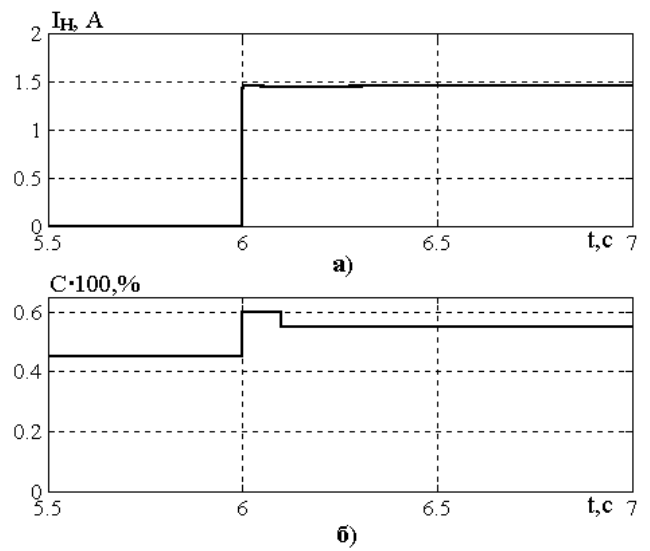


Рис. 5.49.  $I_n=1,5A$  з похідною за  $Q$

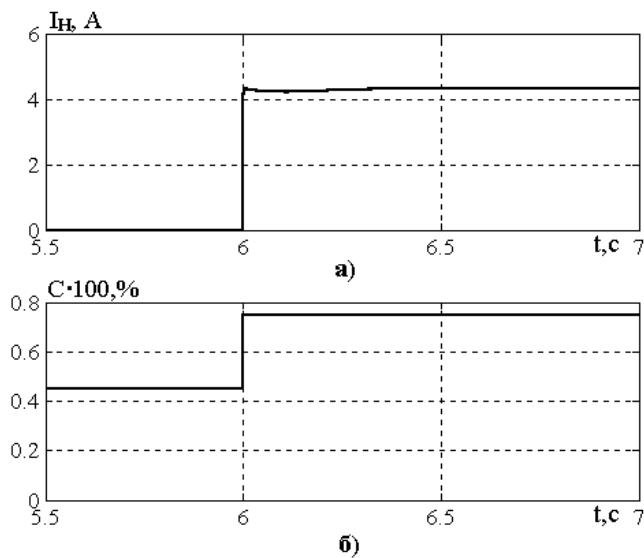


Рис. 5.50.  $I_n=4,5A$  без похідної за  $Q$

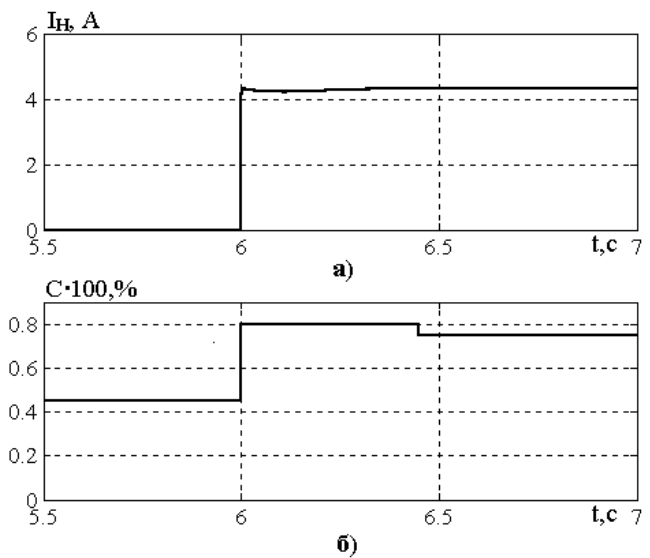


Рис. 5.51.  $I_n=4,5A$  з похідною за  $Q$

При експлуатації ВЕУ виникає задача максимального використання енергії вітру споживачами, включаючи можливість її акумулювання, яка ускладнюється у зв'язку з тим, що зміна як швидкості й енергії вітру (рис. 5.52), так і потужності споживачів ВЕУ носять випадковий характер.

У [169] проведений аналіз процесів автономної асинхронної генераторної установки і запропоновано ситуаційне керування енергетичним режимом за

використання нечіткого регулятора потужності навантаження (НРПН) та проведено її дослідження на математичній моделі в різних можливих режимах роботи. На основі проведених досліджень вироблені рекомендації щодо синтезу системи ситуаційного керування за умови дії випадкових збурень у каналах частоти обертання АГ та навантаження, що забезпечить створення автономних генераторних установок підвищеної надійності та економічності.

Потужність на виході асинхронного генератора ВЕУ визначається за виразом

$$P_{\Gamma} = h \cdot M_p \cdot \omega_p, \quad (5.16)$$

де  $h$  – коефіцієнт корисної дії АГ, також визначається ситуаційною швидкістю вітру;

$M_p$  – момент на валу рушія;

$\omega_p$  – швидкість обертання рушія.

Енергетична стійкість автономної асинхронної генераторної установки полягає в тому, що потужність, яку генерує АГ, повинна зрівноважуватися потужністю навантаження, тобто навантаження споживачів повинне змінюватися в залежності від ситуаційної потужності вітру.

Тому основна ідея запропонованого ситуаційного керування ВЕУ полягає в наступному.

1. Пропонується розділити споживачі електроенергії, які живляться від автономної асинхронної генераторної установки за пріоритетами на три класи:

а) споживачі з високими вимогами до якості електроенергії на рівні стандартів, які діють у електричних мережах, і працюють як від енергії рушія, так і від електричного акумулятора, що забезпечить гарантоване їх живлення;

б) споживачі з низькими вимогами до частоти та форми напруги, наприклад, освітлювальні мережі та нагрівальні установки;

в) акумулятори, які здатні споживати надлишок електричної енергії, коли електричний акумулятор повністю заряджений.

2. Крім керування напругою, пропонується здійснювати ситуаційне

керування енергетичним режимом автономної асинхронної генераторної установки, виходячи з умови відбору максимальної потужності від рушія за дії випадкових збурень з можливістю її акумулювання, за використання нечітких (fuzzy) регуляторів. Під'єднання споживачів цих трьох типів слід здійснювати відповідно до енергії вітру, яка в даний час поступає у ВЕУ. Оскільки ця енергія пропорційна третьому степеню швидкості вітру, для її оцінки використовуватимемо саме цей показник. Звичайно, швидкість вітру  $V_B$  в часі носить випадковий характер, який орієнтовано показаний на рис. 5.52.

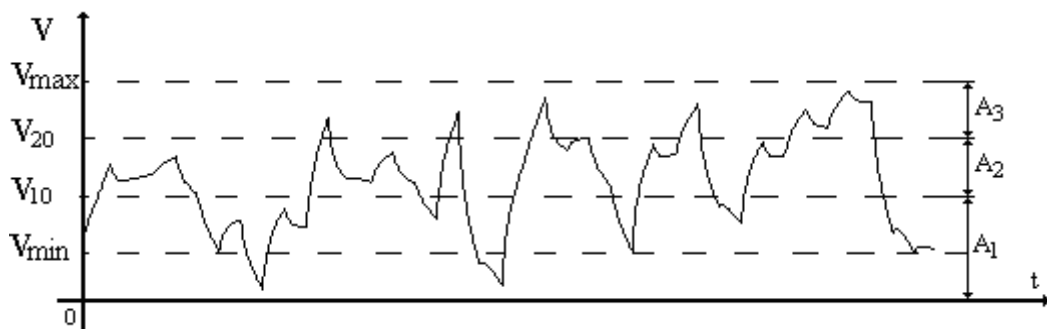


Рис. 5.52. Швидкість вітру ВЕУ

Величини  $V_{\min}$  і  $V_{\max}$  визначають гранично можливі значення швидкості вітру безпечної експлуатації. Розділимо діапазон зміни  $V$  на три ділянки:  $A_1$ - можуть бути ввімкнені споживачі класу «а»;  $A_2$ - можуть бути ввімкнені споживачі класу «а» і «б»;  $A_3$ - можуть бути ввімкнені всі споживачі класу («а», «б» і «в»). Таким чином, слід визначити граничні значення  $V_{10}$  і  $V_{20}$ , які розділяють зони  $A_1$  і  $A_2$  та  $A_2$  і  $A_3$ . Тим самим матимемо можливість здійснювати необхідні перемикання в системі відповідно до рівня ситуативної енергії вітру.

Використовуючи метод зонного керування, знайдемо  $V_{10}$  і  $V_{20}$  з умови мінімуму функції ризику  $R$ . Якщо закони розподілу швидкості вітру в кожній із зон є  $f(V/A_1)$ ,  $f(V/A_2)$ ,  $f(V/A_3)$  і вони перетинаються, то функція ризику може бути записана так:

$$\begin{aligned}
R = & C_{11}P_1 \int_{V_{\min}}^{V_{10}} f(V/A_1)dV + C_{12}P_2 \int_{V_{\min}}^{V_{10}} f(V/A_2)dV + C_{13}P_3 \int_{V_{\min}}^{V_{10}} f(V/A_3)dV + \\
& + C_{21}P_1 \int_{V_{10}}^{V_{20}} f(V/A_1)dV + C_{22}P_2 \int_{V_{10}}^{V_{20}} f(V/A_2)dV + C_{23}P_3 \int_{V_{10}}^{V_{20}} f(V/A_3)dV + \\
& + C_{31}P_1 \int_{V_{20}}^{V_{\max}} f(V/A_1)dV + C_{32}P_2 \int_{V_{20}}^{V_{\max}} f(V/A_2)dV + C_{33}P_3 \int_{V_{20}}^{V_{\max}} f(V/A_3)dV,
\end{aligned} \tag{5.17}$$

де  $C_{i,j}$  – вагові коефіцієнти матеріальних збитків унаслідок неправильного визначення  $V_{10}$  і  $V_{20}$ ;

$C_{i,i}$  – «призові» коефіцієнти за умови правильного визначення  $V_{10}$  і  $V_{20}$ ;

$P_1, P_2, P_3$  – апіорні ймовірності перебування швидкості вітру в зонах  $A_1, A_2, A_3$  відповідно.

Знайдемо  $V_{10}$  і  $V_{20}$  з умови мінімуму функції ризику

$$\begin{cases} \frac{\partial R}{\partial V_{10}} = C_{11}P_1f(V_{10}/A_1) + C_{12}P_2f(V_{10}/A_2) + C_{13}P_3f(V_{10}/A_3) - \\ - C_{21}P_1f(V_{10}/A_1) + C_{22}P_2f(V_{10}/A_2) + C_{23}P_3f(V_{10}/A_3) = 0, \\ \frac{\partial R}{\partial V_{20}} = C_{21}P_1f(V_{20}/A_1) + C_{22}P_2f(V_{20}/A_2) + C_{23}P_3f(V_{20}/A_3) - \\ - C_{31}P_1f(V_{20}/A_1) - C_{32}P_2f(V_{20}/A_2) - C_{33}P_3f(V_{20}/A_3) = 0. \end{cases} \tag{5.18}$$

Якщо вважати закони розподілу нормальними, тобто

$$f(V/A_1) = \frac{1}{\sigma_1\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(V-\bar{V}_1)^2}{2\sigma_1^2}},$$

$$f(V/A_2) = \frac{1}{\sigma_2\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(V-\bar{V}_2)^2}{2\sigma_2^2}},$$

$$f(V/A_3) = \frac{1}{\sigma_3\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(V-\bar{V}_3)^2}{2\sigma_3^2}},$$

то на основі (5.18) отримаємо систему нелінійних алгебричних рівнянь, які можна розв'язати, наприклад, методом Ньютона. При цьому ітераційний процес можна почати від  $V_{10}^{(0)} = \frac{\bar{V}_1 + \bar{V}_2}{2}$ ;  $V_{20}^{(0)} = \frac{\bar{V}_2 + \bar{V}_3}{2}$  (тут  $\bar{V}_1, \bar{V}_2, \bar{V}_3$  - математичні сподівання  $V$  в зонах  $A_1, A_2, A_3$  відповідно.)

На рис. 5.53 показана функціональна схема автономного асинхронного генератора, у якому керування напруги здійснюється за використання ТКРП з  $R_K L_K$ -навантаженням). У системі передбачена можливість регулювання наступних координат: струму компенсатора, напруги АГ та потужності навантаження.

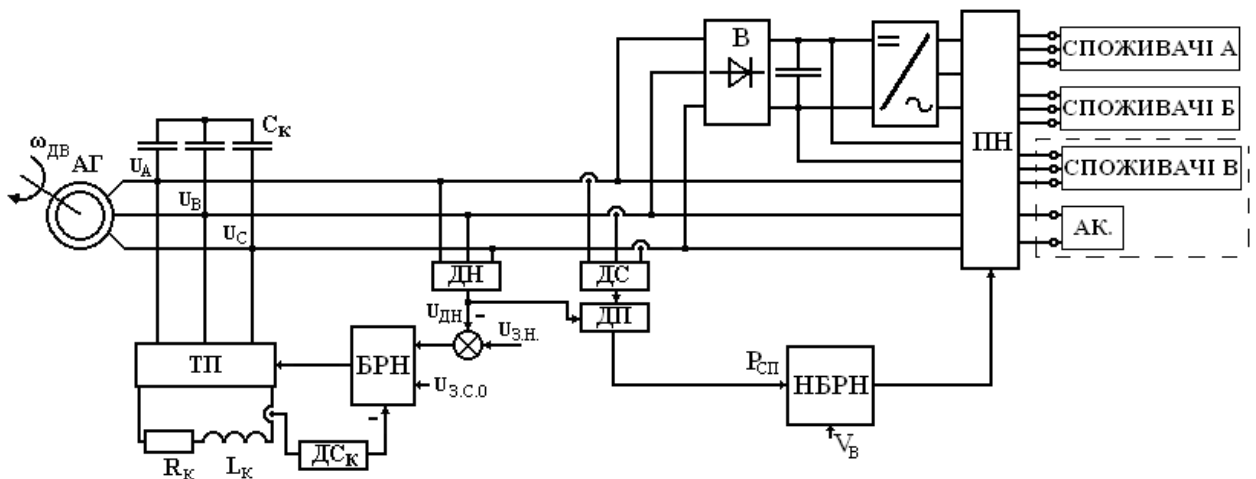


Рис. 5.53. Функціональна схема автономного асинхронного генератора з ТКРП

Зворотні зв'язки за відповідними координатами реалізовані за допомогою датчиків: струму компенсатора (ДСк), напруги на затискачах АГ (ДН) і потужності (ДП). Керування відповідними координатами здійснюється за допомогою блока регулювання напруги (БРН), до складу якого входить регулятор струму (РС) дробового порядку та регулятор напруги (РН) дробового порядку. Синтез цих дробових регуляторів проведено в розділі 4. Сигналом  $U_{3.C.0}$  виставляють початковий струм ТКРП, величина якого залежить від запасу АГ за напругою, а сигналом  $U_{3.H}$  – величину напруги на виході АГ. Для споживачів першої категорії в системі передбачений інвертор (ІН) з ланкою постійного струму (В), який, зокрема, служить і для заряду електричного акумулятора (АК). Ситуаційного

керування реалізує нечіткий регулятор потужності навантаження (НБРН) у функції сигналу, пропорційного швидкості вітру ( $V_B$ ) і потужності навантаження ( $P$ ) з давача потужності ДП.

Розробка НБРН з нечіткою логікою типу Sugeno здійснено за наступним алгоритмом. Вхідними величинами НБРН з нечіткою логікою є сигнали з давача вітру і з давача потужності навантаження (ДП), а вихідними величинами – вектор-сигнал керування блоком перемикавання навантаження (БН), який буде здійснювати перемикавання груп споживачів для забезпечення відбору максимальної енергії від рушія з можливістю її акумуляування (рис. 5.54).

Результати моделювання системи з класичною системою регулювання дають змогу визначити інтервали зміни вхідних та вихідних величин. Вхідний сигнал “ $V_B$ ” (швидкість вітру) змінюється в інтервалі  $[0, 20]$  м/с, інтервал зміни вихідної величини “ $P_{сп}$ ” (сумарна потужність споживачів)  $[0, 100]\%$ . Вхідній змінній “ $V_B$ ” відповідає чотири лінгвістичних терми:  $0 - V_{min}$ ,  $V_{min} - V_{10}$ ,  $V_{10} - V_{20}$ ,  $V_{20} - V_{max}$ . Форма термів приймається трапецієподібною. Остаточно прийняті для лінгвістичних змінних “Вхідний сигнал” функції приналежності зображені на рис. 5.55. Вхідній змінній “ $P_{сп}$ ” відповідає три лінгвістичних терми:  $P_{сп1}$ ,  $P_{сп2}$ ,  $P_{сп3}$ . Форма термів приймається трапецієподібною. Функції приналежності, остаточно прийняті для лінгвістичних змінних “ $P_{сп}$ ”, зображені на рис. 5.55.

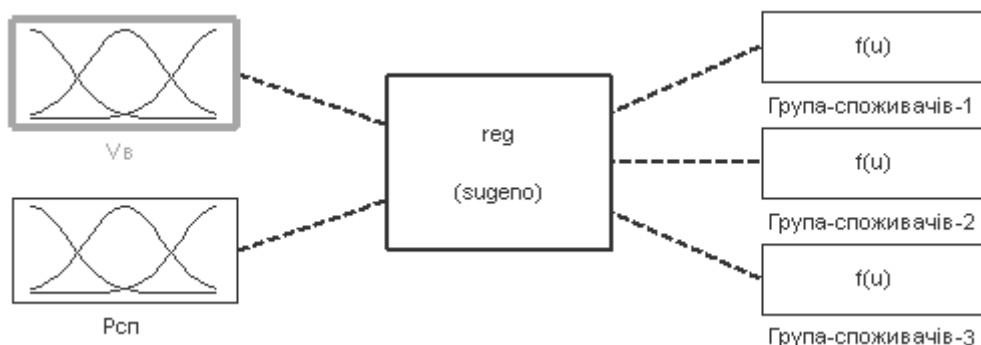
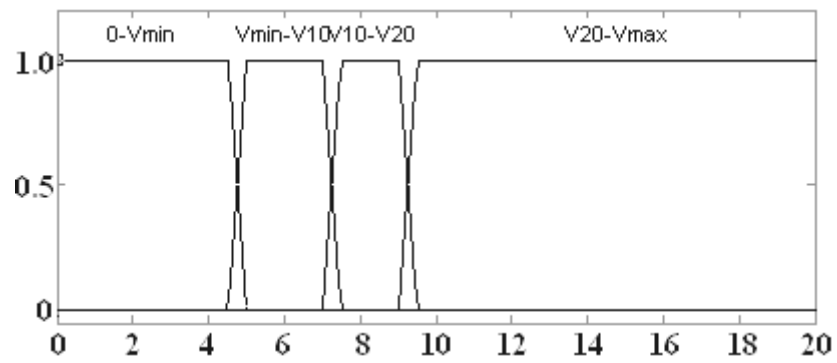
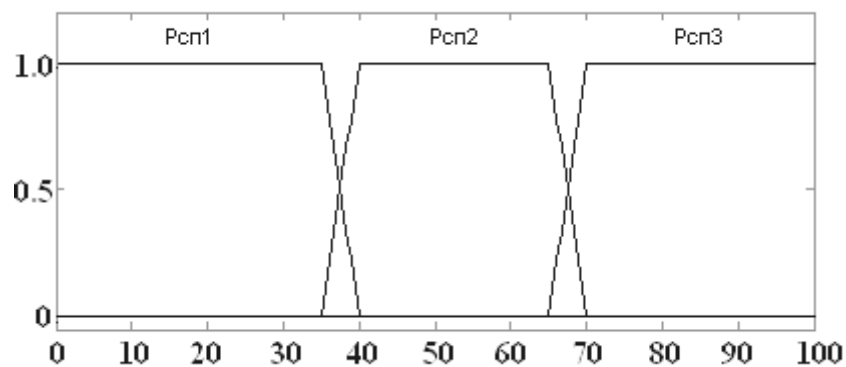


Рис. 5.54. Структура НБРН



а)



б)

Рис. 5.55. Функції приналежності нечіткого регулятора напруги для вхідних змінних

Вихідній змінній “  $V_B$  ” відповідають наступні терми (набори коефіцієнтів):

MF1='0-Vmin': 'trapmf', [0 0 4.5 5];

MF2='Vmin-V10': 'trapmf', [4.5 5 7 7.5];

MF3='V10-V20': 'trapmf', [7 7.5 9 9.5];

MF4='V20-Vmax': 'trapmf', [9 9.5 20 20].

Вихідній змінній “  $P_{сп}$  ” відповідають наступні терми (набори коефіцієнтів):

MF1='Pсп1': 'trapmf', [0 0 35 40];

MF2='Pсп2': 'trapmf', [35 40 65 70];

MF3='Pсп3': 'trapmf', [65 70 100 100].

Вихідним змінним “Група споживачів 1” (35% від  $P_{ном}$ ), “Група споживачів 2 (35% від  $P_{ном}$ ), “Група споживачів 3 (30% від  $P_{ном}$ )” відповідають два терми (набори коефіцієнтів): OFF (група відімкнена), ON (група підімкнена).



Правила, які наведені в таблиці, складаються на основі інтуїтивних знань експерта. Параметри НБРН вибрані шляхом моделювання основних динамічних режимів – стрибкоподібної зміни навантаження. База правил НБРН з нечіткою логікою наведена в табл. 5.9.

Таблиця 5.9

## Нечіткі правила

|          | Рсп   |       |       |
|----------|-------|-------|-------|
|          | Рсп1  | Рсп2  | Рсп3  |
| $V_B$    |       |       |       |
| 0-Vmin   | 1 0 0 | 1 0 0 | 1 0 0 |
| Vmin-V10 | 1 0 0 | 1 0 0 | 1 0 0 |
| V10-V20  | 1 1 0 | 1 1 0 | 1 1 0 |
| V20-Vmax | 1 1 1 | 1 1 1 | 1 1 1 |

Для аналізу запропонованої САК напруги автономного АГ розроблена структурна схема в програмному середовищі MATLAB/Simulink зі застосуванням генератора збурень. Проведені комп'ютерні дослідження системи в різних режимах роботи, які показали працездатність запропонованої САК.

У [166] на основі реалізації обох підходів до регулювання напруги реалізований перспективний напрям розвитку альтернативних джерел електроенергії, який дає змогу підвищувати якість генерування енергії а також забезпечує можливість роботи таких джерел паралельно з мережею. Наведені результати розроблення САК для перетворювача фірми "Тверд", який реалізує алгоритм безпосереднього керування потужністю. Тут передбачено використання регуляторів дробового порядку в контурі регулювання потужності, яку необхідно передати в коло постійного струму (DC). Це дасть змогу підвищити ефективність використання автономних джерел і надійність живлення споживачів електроенергії, реалізувавши алгоритм безпосереднього керування потужністю, за використання регуляторів дробового порядку в контурі регулювання потужності, яку необхідно передати в колі постійного струму (DC).

В [166] наведені результати розроблення і дослідження автономної асинхронної генераторної установки з можливістю роботи паралельно з мережею. При цьому передбачається, що повинні забезпечуватися режими: а) віддачі частини енергії, яка не використовується навантаженням, у мережу, б) подачі частини енергії в навантаження з мережі у випадку, якщо автономне джерело не генерує в достатній кількості. Запропонований варіант асинхронної генераторної установки з проміжним ШІМ-перетворювачем, який працює паралельно з мережею, забезпечує суттєве зростання коефіцієнта використання автономних джерел електричної енергії і надійності живлення споживачів.

Головна ідея розроблення такої системи полягає в тому, що розподіл потужності відбувається виключно на навантаженні і не регулюється за участі системи керування перетворювача. Завданням перетворювача є синхронізація з мережею енергосистеми і забезпечення максимального використання потужності, яка передається від автономного джерела до навантаження.

Функціональна схема системи для автономного джерела живлення середньої потужності, у якій поєднані переваги систем керування напруги з ТКРП і інверторів напруги, показана на рис. 5.56. Регулювання напруги АГ з самозбудженням здійснюється за допомогою ТКРП, що забезпечує умови для надійної роботи ШІМ-перетворювача (П) [166]. Перетворювач ввімкнений на вихід АГ через випрямляч В, С-фільтр, а його вихід – через узгоджувальний фільтр LC і трансформатор – на навантаження і електричну мережу. Контроль напруги на виході П здійснюється давачем напруги U. Перетворювач керується системою, яка забезпечує: керування напруги і частоти, обмеження максимального струму і синхронізацію вихідної напруги П з мережею.

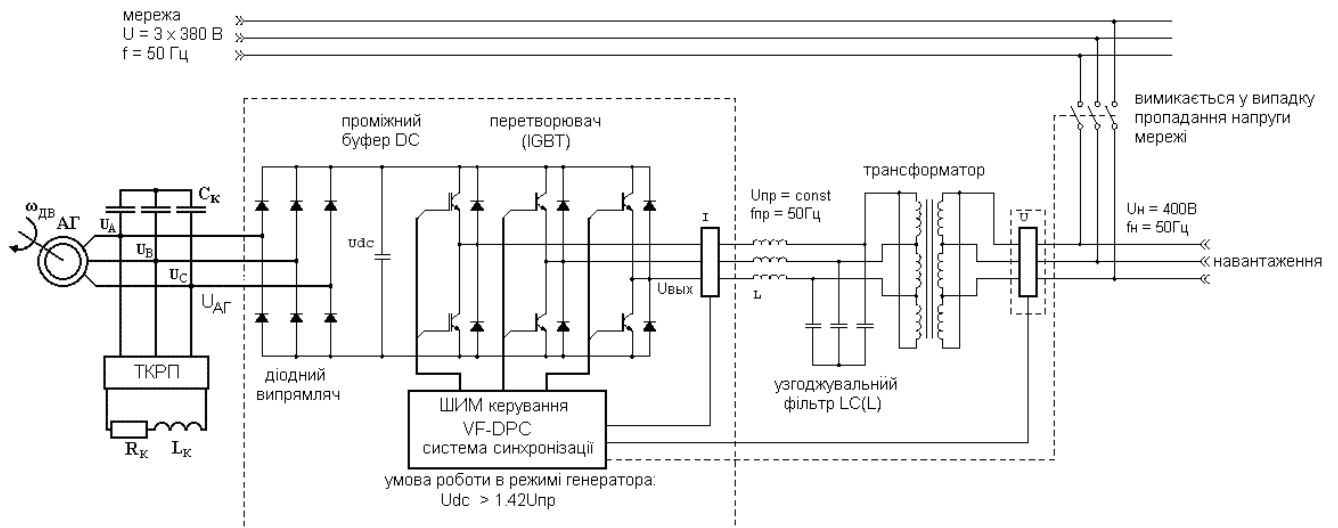


Рис. 5.56. Функціональна схема автономної асинхронної генераторної установки, яка працює паралельно з мережею

На рис. 5.57 показана структурна схема перетворювача П, який реалізує алгоритм безпосереднього керування потужністю зі зворотним зв'язком за віртуальним потоком мережі VF-DPC (англ. Virtual Flux – Direct Power Control) [166]. Даний алгоритм базується на використанні зворотних зв'язків за миттєвими значеннями активної і реактивної потужності. Величина потужності  $p_{ref}$ , яку необхідно передати, наприклад, у режимі випрямляча в коло DC регулюється з допомогою регулятора ПІ-DC. Застосування в ПІ-DC-регуляторі інтегральної дробової складової типу  $I^\lambda$  за зміни  $\lambda$  дає можливість реалізувати режим ковзального керування, який в [5] наведений як ефективний варіант керування напруги в контурі DC. Задана активна  $p_{ref}$  і реактивна  $q_{ref}$  потужності ( $q_{ref} = 0$  у випадку роботи на активне навантаження) порівнюється з естимованими миттєвими значеннями  $p$  і  $q$ . Помилка між заданими величинами і фактичними є вхідними сигналами для регуляторів PI-d і PI-q, виходи яких, трансформовані в стаціонарну систему координат  $\alpha\beta$ , формують сигнал завдання для модулятора типу SVM (просторова векторна модуляція) [171].

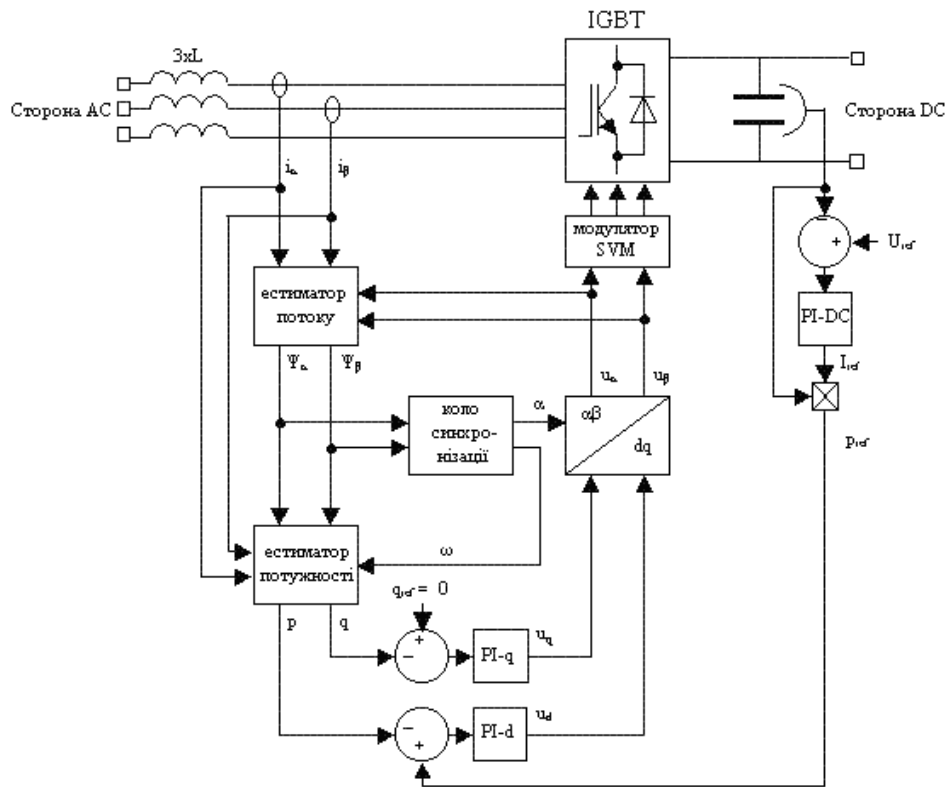


Рис. 5.57. Структурна схема перетворювача, який реалізує алгоритм керування VF-DPC

З метою покращення параметрів системи, у коло керування введено віртуальний потік мережі  $\Psi_L$ . Залежність між струмом  $I$  і напругою випрямляча  $U_p$  може бути представлена залежністю [166]

$$\begin{bmatrix} \Psi_\alpha \\ \Psi_\beta \end{bmatrix} = \int \begin{bmatrix} u_{L\alpha} \\ u_{L\beta} \end{bmatrix} dt = \int \begin{bmatrix} u_{p\alpha} \\ u_{p\beta} \end{bmatrix} dt + L \begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix}, \quad (5.19)$$

Перевагою використання такого підходу є відсутність у необхідності використання схеми вимірювання фазових напруг і стійкість системи до завад (потік виконує функцію фільтра високої частот). Величини вимірюваних струмів естимованого віртуального потоку використовуються для визначення миттєвих значень активної  $p$  і реактивної  $q$  потужності, при цьому для синусоїдальної мережі живлення виконуються умови (5.20)

$$q = \omega(\psi_{L\alpha} i_{\alpha} + \psi_{L\beta} i_{\beta}),$$

$$p = \omega(\psi_{L\alpha} i_{\beta} - \psi_{L\beta} i_{\alpha}). \quad (5.20)$$

Важливим елементом алгоритму керування є коло слідкувальної синхронізації у функції віртуального потоку, за використання якої можлива трансформація між системами координат. Блок-схема кола слідкувальної синхронізації показана на рис. 5.58 [166].

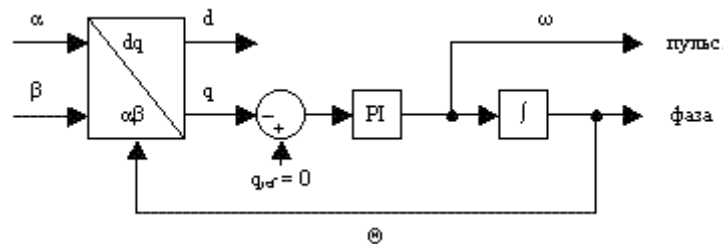


Рис. 5.58. Коло фазової синхронізації

#### 5.4. Практична ідентифікація об'єктів керування ЕМС передавальними функціями дробового порядку за їх динамічною характеристикою.

На основі запропонованого в розділі 2 підходу до ідентифікації об'єктів керування ЕМС передавальними функціями дробового порядку за їх динамічною характеристикою та запропонованих у розділі 3 підходів до синтезу САК на основі характеристичного дробового полінома, створена основа для реалізації режиму самоналагодження контура швидкості ЕМС з дробовим ПІ<sup>λ</sup>Д<sup>μ</sup>-регулятором за використання перехідної функції бажаної стандартної дробової (цілочисельної) форми.

Реалізація та дослідження режиму самоналагодження контура швидкості ЕМС з дробовим ПІ<sup>λ</sup>Д<sup>μ</sup>-регулятором порядку було проведено на розробленому в лабораторії стенді в системі ПЧ-АД з енкодером (АД: 4АХБ2П1000L, P<sub>н</sub>=4,0 кВт, U<sub>н</sub>=380 В, n<sub>н</sub>=1420 об/хв, I<sub>н</sub>=8,7 А, cosφ=0,84, η=84%; ПЧ: МFC 710, P<sub>н</sub>=3,0 кВт;

енкодер: Kubler 8.3620.546E.1024; ДПС: П22,  $P_H = 1$  кВт,  $U_H = 220$  В,  $I_H = 5,9$  А,  $n_H = 1500$  об/хв). Зовнішній вигляд випробувального стенду показаний на рис. 5.59.



а)



б)

Рис. 5.59. Зовнішній вигляд випробувального стенду системі ПЧ-АД з П<sup>λ</sup>Д<sup>μ</sup> - регулятором: система керування і перетворювач частоти – а, силова частина – б

На першому етапі для вирішення задачі ідентифікації в режимі online необхідно отримати динамічну характеристику перехідного процесу системи ПЧ-АД. Це здійснено у результаті експериментального дослідження ПЧ-АД шляхом

розривання зворотного зв'язку, встановлення завдання на вході ПЧ, яке відповідає швидкості, наприклад 1200 об/хв, і запуску системи. Осцилограма перехідного процесу швидкості ПЧ-АД, отримана у результаті експериментального дослідження електромеханічної системи за вхідного завдання на 1200 об/хв, знята за використання плати Arduino Mega 2560 і записана в пам'ять MATLAB, показана на рис. 5.60.

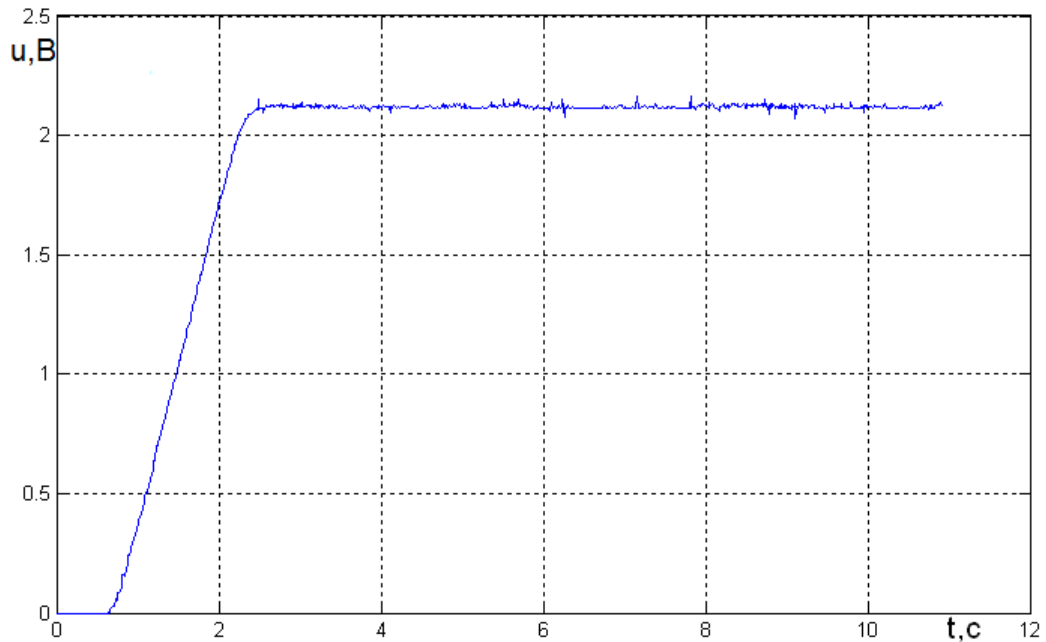


Рис. 5.60. Осцилограма перехідного процесу швидкості ПЧ-АД на виході датчика швидкості, отримана в результаті експериментального дослідження ПЧ-АД за вхідного завдання на 1200 об/хв

Аналогічно були проведені експериментальні дослідження за вхідного завдання на 750 об/хв, 900 об/хв і 1500 об/хв, осцилограми перехідних процесів яких приведені в Додатку Г.

Апроксимацію отриманих перехідних процесів здійснено методом рою частинок, використовуючи дробові моделі з ПФ (2.3) і (2.4), а також розроблену оригінальну програму реалізації. Але для цього спочатку отриману осцилограму перехідного процесу, наприклад, для швидкості 1200 об/хв, показану на рис. 5.60, необхідно підготувати до апроксимації. Для цього необхідно:

- сумістити початок перехідного процесу з моментом часу, рівним нулеві;
- змаштабувати перехідний процес з діапазону 0-5 В, який відповідає платі Arduino Mega 2560, до діапазону 0-10 В, який відповідає платі MFC1000/10, на якій реалізований ПІД<sup>μ</sup>-регулятор і ПЧ МФС 710 фірми ТВЕРД, шляхом перемноження кожної точки перехідного процесу на відповідний маштабувальний коефіцієнт.

Результуючий перехідний процес показаний на рис. 5.61 – крива 1.

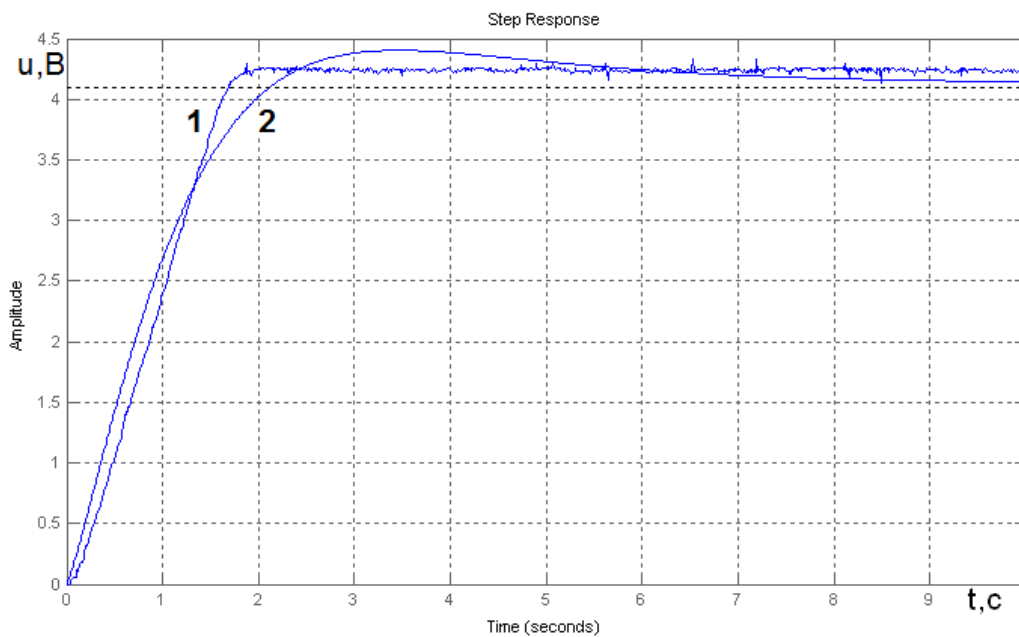


Рис. 5.61. Підготовлений до апроксимації перехідний процес, отриманий у результаті експериментального дослідження ПЧ-АД за вхідного завдання на 1200 об/хв – крива 1 і апроксимуюча його перехідна функція, отримана за ПФ (5.21) – крива 2

У результаті апроксимації за використання моделі (2.3) отримана ПФ

$$W(s) = \frac{4,1004}{0,9614s^{1,2047} + 1} \quad (5.21)$$

На рис. 5.61 – (крива 2) показана перехідна функція, отримана за ПФ (5.21), яка накладена на перехідний процес, отриманий в результаті експериментального



дослідження – крива 1. Середньоквадратичне відхилення ( $\sigma_{\Pi}$ ) отриманої перехідної функції від експериментальної складає 0,132 і отримане після 50 ітерацій МРЧ.

У результаті апроксимації експериментального перехідного процесу за використання моделі (2.4) отримана ПФ

$$W(s) = \frac{4,3135}{0,3942_1 s^{1,8819} + 0,7888_1 s^{0,9082} + 1} \quad (5.22)$$

На рис. 5.62 – (крива 2) показана перехідна функція отримана за ПФ (5.22), яка накладена на перехідний процес, отриманий у результаті експериментального дослідження – крива 1.  $\sigma_{\Pi} = 0,0605$  і отримане після 50 ітерацій МРЧ.

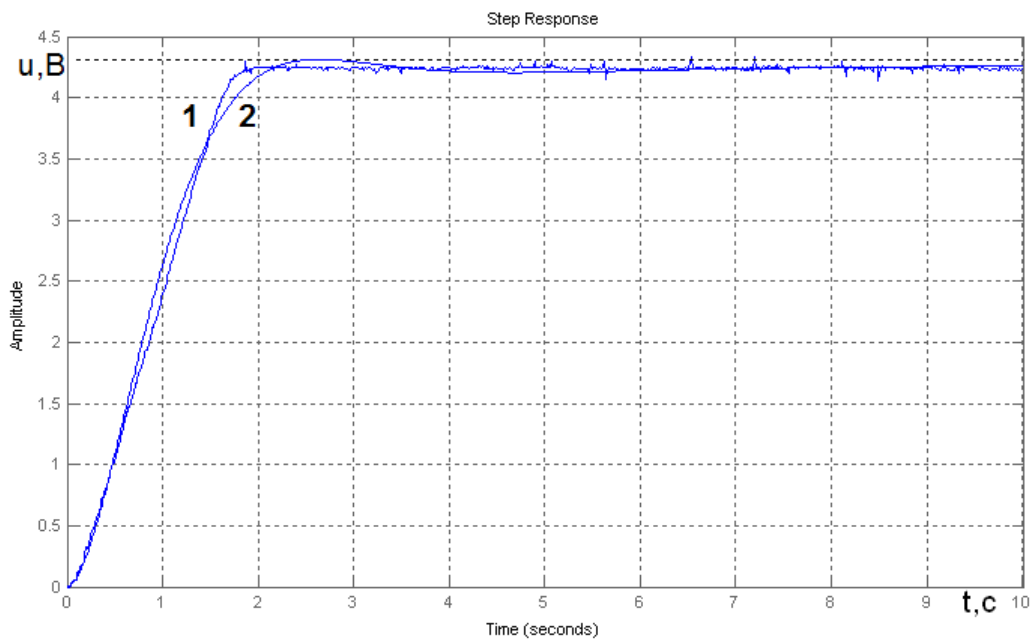


Рис. 5.62. Підготовлений до апроксимації перехідний процес, отриманий у результаті експериментального дослідження ПЧ-АД за вхідного завдання на 1200 об/хв – крива 1 і апроксимуюча його перехідна функція отримана за ПФ (5.22) – крива 2

Результати апроксимації експериментальних досліджень ПЧ-АД за вхідного завдання на 750 об/хв, 900 об/хв і 1500 об/хв і використання МРЧ зведені в табл.

5.10, яка дозволяє зробити висновки з рекомендаціями щодо застосування запропонованих ланок для подальшого використання при синтезі САК.

Таблиця 5.10

Результати порівняльного аналізу апроксимації експериментальних досліджень

## ПЧ-АД за використання МРЧ

|   | Завдання на швидкість, об/хв | ПФ стандартної ланки $W(s)$                         | ПФ дробових поліномів $W_{дi}(s)$                              | $t_{п,с}$ | Кількість ітер. МРЧ | Похибка апроксимації $\sigma_{п}$ |
|---|------------------------------|-----------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------|-----------|---------------------|-----------------------------------|
| 1 | 750                          | $\frac{k}{a_1 s^{\alpha_1} + 1}$                    | $\frac{2,5729}{0,6474s^{1,2104} + 1}$                          | 10        | 50                  | 0,1024                            |
|   |                              | $\frac{k}{a_2 s^{\alpha_2} + a_1 s^{\alpha_1} + 1}$ | $\frac{2,6273}{0,1076_1 s^{2,3835} + 0,6876_1 s^{1,0691} + 1}$ | 10        | 60                  | 0,0212                            |
| 2 | 900                          | $\frac{k}{a_1 s^{\alpha_1} + 1}$                    | $\frac{3,0810}{0,9056s^{1,2111} + 1}$                          | 10        | 50                  | 0,1227                            |
|   |                              | $\frac{k}{a_2 s^{\alpha_2} + a_1 s^{\alpha_1} + 1}$ | $\frac{3,1874}{0,2677_1 s^{2,1869} + 0,874_1 s^{1,0094} + 1}$  | 10        | 60                  | 0,0602                            |
| 3 | 1200                         | $\frac{k}{a_1 s^{\alpha_1} + 1}$                    | $\frac{4,1004}{0,9614s^{1,2047} + 1}$                          | 10        | 50                  | 0,132                             |
|   |                              | $\frac{k}{a_2 s^{\alpha_2} + a_1 s^{\alpha_1} + 1}$ | $\frac{4,3135}{0,3942_1 s^{1,8819} + 0,7888_1 s^{0,9082} + 1}$ | 10        | 50                  | 0,0605                            |
| 4 | 1500                         | $\frac{k}{a_1 s^{\alpha_1} + 1}$                    | $\frac{5,0541}{1,2227s^{1,2392} + 1}$                          | 10        | 50                  | 0,2091                            |
|   |                              | $\frac{k}{a_2 s^{\alpha_2} + a_1 s^{\alpha_1} + 1}$ | $\frac{5,3492}{0,4963_1 s^{2,1036} + 1,0973_1 s^{0,9833} + 1}$ | 10        | 60                  | 0,0935                            |

На основі отриманих результатів використання моделей дробового порядку для апроксимації перехідних процесів, отриманих у результаті експериментального дослідження ЕМС, може застосовуватися для реалізації процесу ідентифікації об'єктів керування в системах, у яких передбачена

реалізація алгоритму самоналагодження систем керування електроприводами виробничих механізмів на базі сучасних дробових контролерів.

## 5.5 Експериментальні дослідження ефективності регуляторів дробового порядку та ПІ<sup>λ</sup>Д<sup>μ</sup>-регуляторів в електромеханічних системах

### 5.5.1 Структурно-параметричний синтез регуляторів дробового порядку для ЕМС, описаних передавальними функціями дробового порядку за даними ідентифікації об'єкта.

У підрозділі 3.3 запропоновано метод синтезу САК на основі дробового характеристичного полінома для структурно-параметричного синтезу регуляторів дробового порядку, згідно якого для вибору структури і параметрів регуляторів дробового порядку для ЕМС застосовується її опис моделями (2.3) або (2.4) без нуля. Тобто в цьому випадку динамічні властивості об'єкта керування визначаються лише характеристичним поліномом дробового порядку, що спрощує процедуру синтезу. Крім того, доведена можливість застосування дробових варіантів стандартної форми характеристичного рівняння – форми №1 і форми №2 як еталонних при оптимізації контурів САК. Тому розглянемо деякі варіанти структурно-параметричного та параметричного синтезу дробового регулятора швидкості для системи ПЧ-АД. Отримані результати, як варіант, можуть бути використані в режимі самоналагодження контура швидкості ПЧ-АД з дробовим регулятором.

Спочатку розглянемо варіант синтезу дробового регулятора за заданими параметрами перехідної функції  $\delta = 0\%$  і  $t_{0,95} = 3,01\text{с}$  для системи ПЧ-АД, описаної як об'єкт керування ПФ (5.21) за результатами експериментальних досліджень і вхідного завдання на 1200 об/хв.

У цьому випадку ПФ замкненого контура  $W_k(s)$  матиме вигляд

$$W_k(s) = \frac{W_p(s) \frac{1}{0,9614s^{1,2047} + 1}}{1 + W_p(s) \frac{1}{0,9614s^{1,2047} + 1} K_{33}}. \quad (5.23)$$

Розділивши чисельник і знаменник отриманої ПФ на чисельник, отримаємо

$$W_K(s) = \frac{1}{\frac{0,9614s^{1,2047} + 1}{W_p(s)} + K_{33}}. \quad (5.24)$$

Очевидно, щоби забезпечити задані параметри перехідного процесу, вибираємо дробову форму №1  $W_{ст.1}(s)$  (3.4) і, відповідно, поставимо вимогу трансформації виразу (5.24) у вираз (3.4), у який введений параметр - коефіцієнт зворотного зв'язку за швидкістю ПЧ-АД  $K_{33} = 0,307$ .

З умови тотожності  $W_K(s)$  (5.24) і  $W_{ст.1}(s)$  (3.4) отримаємо

$$\frac{1}{\frac{0,9614s^{1,2047} + 1}{W_p(s)} + K_{33}} = \frac{\omega_{oc} / K_{33}}{s^q + \omega_{oc}}. \quad (5.25)$$

З табл. 3.1 вибираємо бажані параметри перехідного процесу: перегулювання  $\delta = 0\%$ ,  $t_{0,95} = 3,01c$ . Це забезпечує стандартна форма (рядок №2 табл. 3.1) з параметрами  $q = 1,0$  і  $\omega_{oc} = 1c^{-1}$ . Тоді вираз (3.4) при  $K_{33} = 0,307$  має вигляд

$$W_{ст.Бат.}(s) = \frac{1/0,307}{s^{1,0} + 1}. \quad (5.26)$$

Підставивши (5.26) в (5.25) отримаємо

$$\frac{1}{\frac{0,9614s^{1,2047} + 1}{W_p(s)} + 0,307} = \frac{1/0,307}{s^{1,0} + 1}.$$

Прирівнявши однакові складові лівої і правої частин характеристичних поліномів, отримаємо ПФ регулятора дробового порядку

$$W_p(s) = \frac{0,9614s^{1,2047} + 1}{0,307s^{1,0}} = 3,13s^{0,2047} + 3,26s^{-1,0}. \quad (5.27)$$

Тобто в результаті синтезу отримано структуру  $I^{\lambda_1}D^{\mu_1}$  - регулятора. Практична реалізація такого регулятора на перетворювачі частоти типу MFC710 з дробовим  $PI^{\lambda}D^{\mu}$ -регулятором, розглянутим у підрозділі 5.2, не складає ніяких труднощів. Дробовий  $PI^{\lambda}D^{\mu}$ -регулятор складається з пропорційної складової і двох дифінтегральних модулів, реалізованих за використання перетворення Оусталоупа. Тому пропорційна складова встановлюється на нуль, а у два дифінтегральні модулі заносяться параметри дробового регулятора (5.27). На рис. 5.63 показана осцилограма перехідного процесу швидкості ПЧ-АД з внесеними параметрами синтезованого вище дробового регулятора з ПФ (5.27), отримана за вхідного завдання на 1200 об/хв, знята за використання плати Arduino Mega 2560.

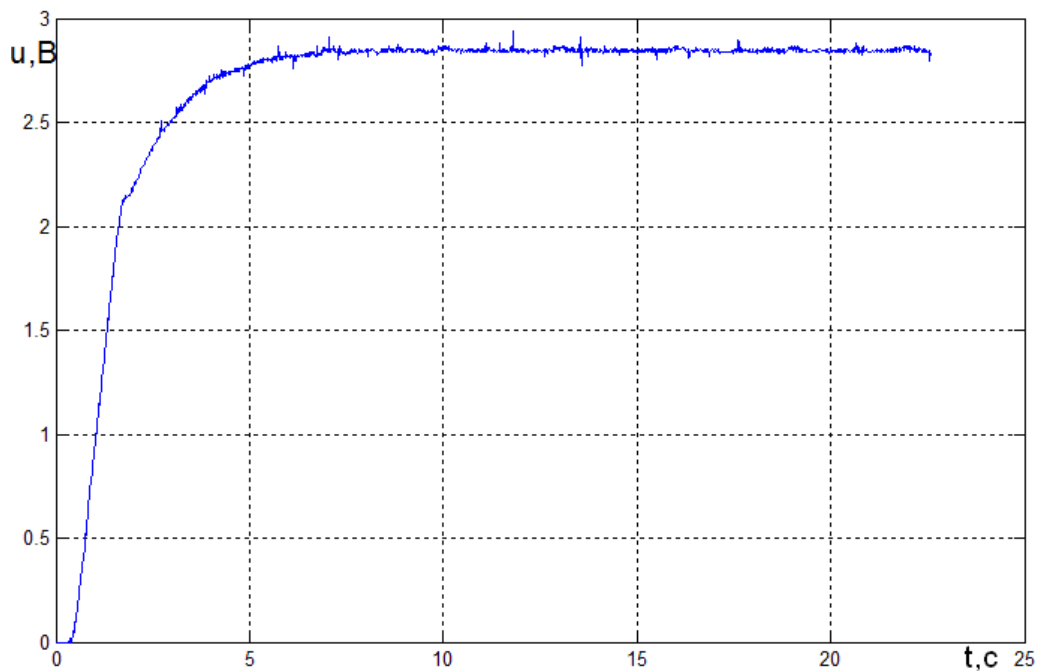


Рис. 5.63. Осцилограма перехідного процесу швидкості ПЧ-АД на виході датчика швидкості, отримана в результаті експериментального дослідження ПЧ-АД за вхідного завдання на 1200 об/хв

Далі отриману осцилограму перехідного процесу швидкості ПЧ-АД необхідно опрацювати. Для цього необхідно:

- сумістити початок перехідного процесу з моментом часу рівним нулеві;  
 - змаштабувати перехідний процес з діапазону 0-5 В, який відповідає платі Arduino Mega 2560, до діапазону 0-1500 об/хв, який відповідає вихідній швидкості АД, шляхом перемноження кожної точки перехідного процесу на відповідний маштабувальний коефіцієнт. На рис. 5.64 – (крива 1) показана осцилограма перехідного процесу швидкості ПЧ-АД, отримана в результаті експериментального дослідження ПЧ-АД за вхідного завдання на 1200 об/хв, на яку накладено бажаний перехідний процес (перегулювання  $\delta = 0\%$ ,  $t_{0,95} = 3,01\text{с}$ ) – крива 2, який забезпечує вибрана стандартна форма.

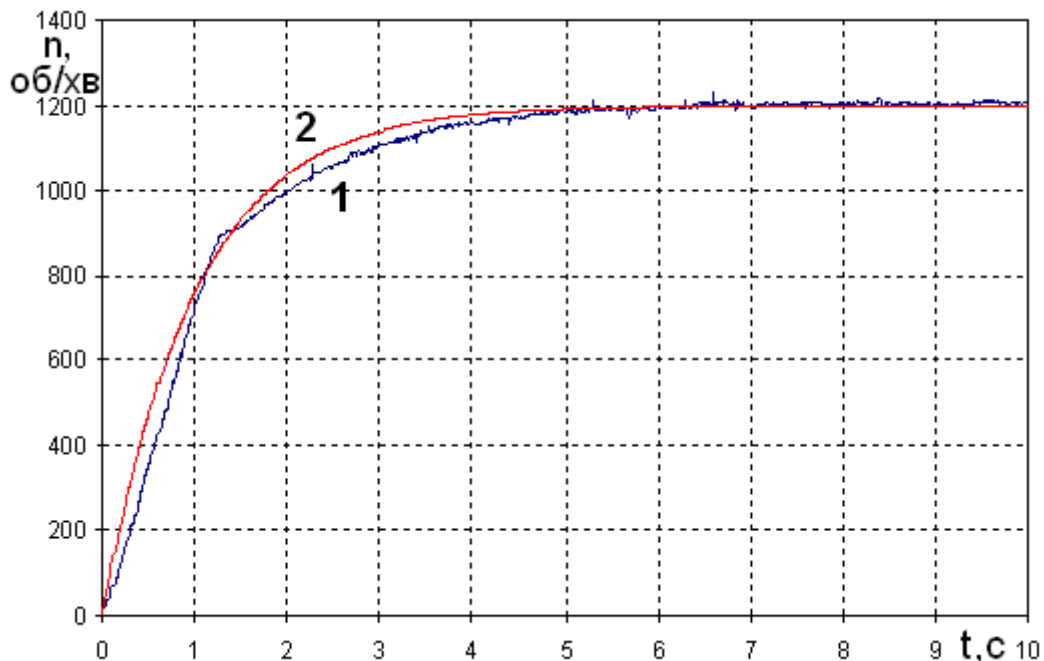


Рис. 5.64. Осцилограма перехідного процесу швидкості ПЧ-АД, отримана в результаті експериментального дослідження ПЧ-АД за вхідного завдання на 1200 об/хв – крива 1 і бажаного перехідного процесу – крива 2

Таким чином, за використання регулятора (5.27) отримано перехідний процес з наступними параметрами:  $\delta = 0\%$ ,  $t_{0,95} = 3,4\text{с}$ , тобто відхилення від заданих параметрів не перевищує 13 %.

Далі проведено експериментальні дослідження ПЧ-АД з регулятором (5.27) за різних вхідних завдань на: 400 об/хв – крива 1, 600 об/хв – крива 2, 800 об/хв –

крива 3, 1000 об/хв – крива 4, 1200 об/хв – крива 5, 1400 об/хв – крива 6, (рис. 5.65).

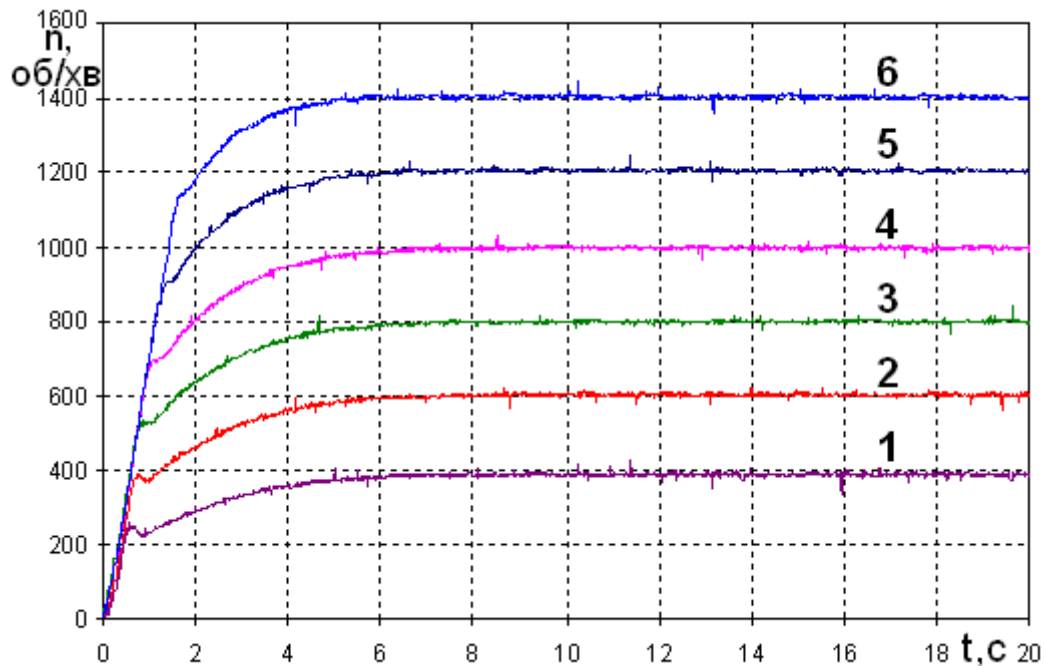


Рис. 5.65. Осцилограми перехідних процесів швидкості ПЧ-АД, отримані в результаті експериментальних досліджень ПЧ-АД з регулятором (5.27) за різних вхідних завдань на: 400 об/хв – крива 1, 600 об/хв – крива 2, 800 об/хв – крива 3, 1000 об/хв – крива 4, 1200 об/хв – крива 5, 1400 об/хв – крива 6

Розглянемо інший варіант синтезу дробового регулятора з наступними заданими параметрами перехідного процесу:  $\delta = 7.3\%$  і  $t_{0.95} = 1.92\text{с}$ . Це забезпечує стандартна форма (рядок №4 табл. 3.1) з параметрами  $q = 1,2$  і  $\omega_{oc} = 1\text{с}^{-1}$ .

Цей варіант синтезу практично подібний до попереднього, але в цьому випадку вираз (3.4) при  $K_{33} = 0,307$  має вигляд

$$W_{\text{ст.Бат.}}(s) = \frac{1/0,307}{s^{1,2} + 1}. \quad (5.28)$$

Провівши перетворення, як і в попередньому прикладі, і задавшись стандартною формою (5.28), отримаємо

$$\frac{1}{\frac{0,9614s^{1,2047} + 1}{W_p(s)} + 0,307} = \frac{1/0,307}{s^{1,2} + 1}.$$

Звідси ПФ регулятора

$$W_p(s) = \frac{0,9614s^{1,2047} + 1}{0,307s^{1,2}} = 3,13s^{0,0047} + 3,26s^{-1,2}. \quad (5.29)$$

Отже, у результаті синтезу отримано регулятор дробового порядку без пропорційної складової з структурою  $I^{\lambda_1} D^{\mu_1}$ .

На рис. 5.66 показана осцилограма перехідного процесу швидкості ПЧ-АД з внесеними параметрами синтезованого вище дробового регулятора з ПФ (5.29), отримана за вхідного завдання на 1200 об/хв.

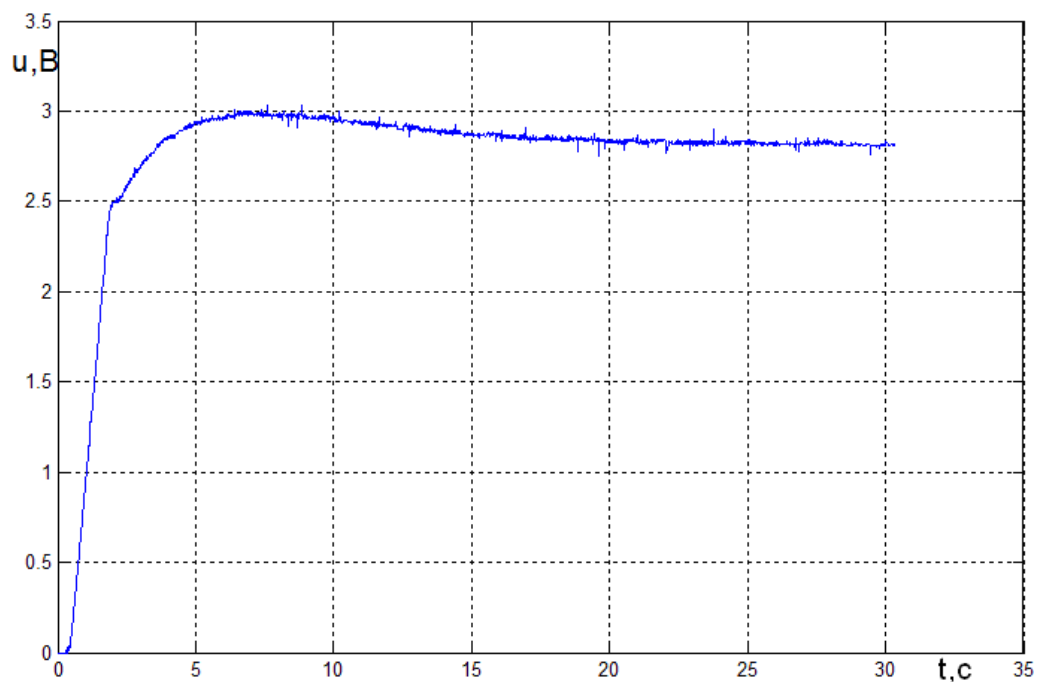


Рис. 5.66. Осцилограма перехідного процесу швидкості ПЧ-АД на виході датчика швидкості, отримана в результаті експериментального дослідження ПЧ-АД за вхідного завдання на 1200 об/хв



Далі отриману осцилограму перехідного процесу швидкості ПЧ-АД опрацьовано, аналогічно як було зроблено вище, і на рис. 5.67 – крива 1 показана осцилограма перехідного процесу швидкості ПЧ-АД, отримана в результаті експериментального дослідження ПЧ-АД за вхідного завдання на 1200 об/хв, на яку накладено бажаний перехідний процес (перегулювання  $\delta = 7,3\%$  і  $t_{0,95} = 1,92\text{с}$ ) – крива 2, який забезпечує вибрана стандартна форма.

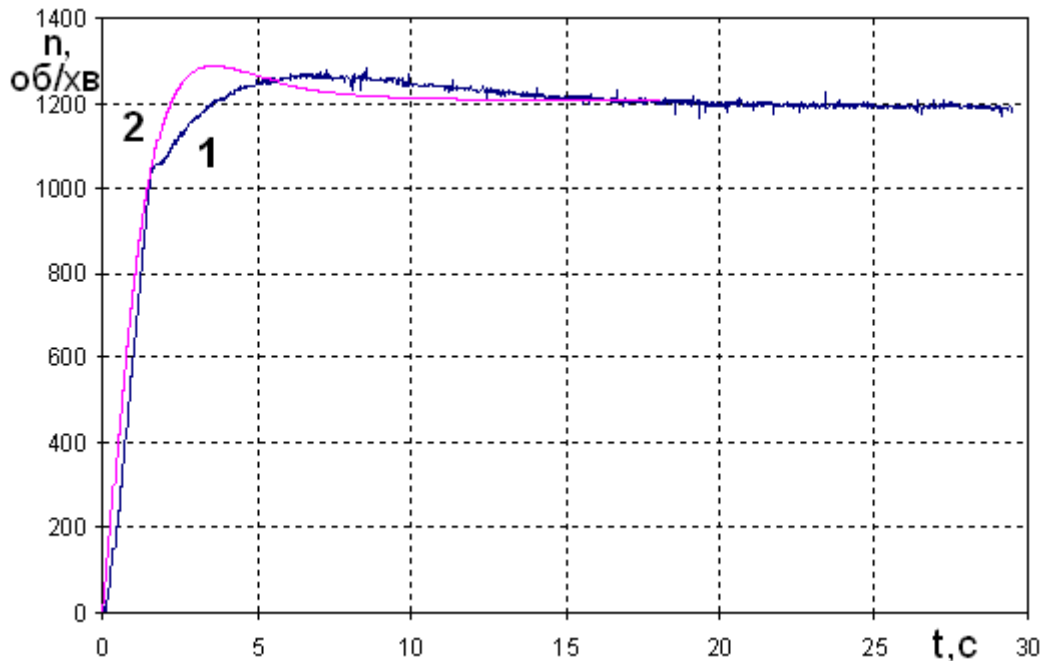


Рис. 5.67. Осцилограма перехідного процесу швидкості ПЧ-АД, отримана в результаті експериментального дослідження ПЧ-АД за вхідного завдання на 1200 об/хв – крива 1 і бажаний перехідний процес – крива 2

Таким чином, за використанням регулятора (5.29) отримуємо перехідний процес з наступними параметрами:  $\delta = 5,8\%$ ,  $t_{0,95} = 2,7\text{с}$ .

Далі проведемо експериментальні дослідження ПЧ-АД з регулятором (5.29) за різних вхідних завдань на: 400 об/хв – крива 1, 600 об/хв – крива 2, 800 об/хв – крива 3, 1000 об/хв – крива 4, 1200 об/хв – крива 5, 1400 об/хв – крива 6, результати яких приведені на рис. 5.68.

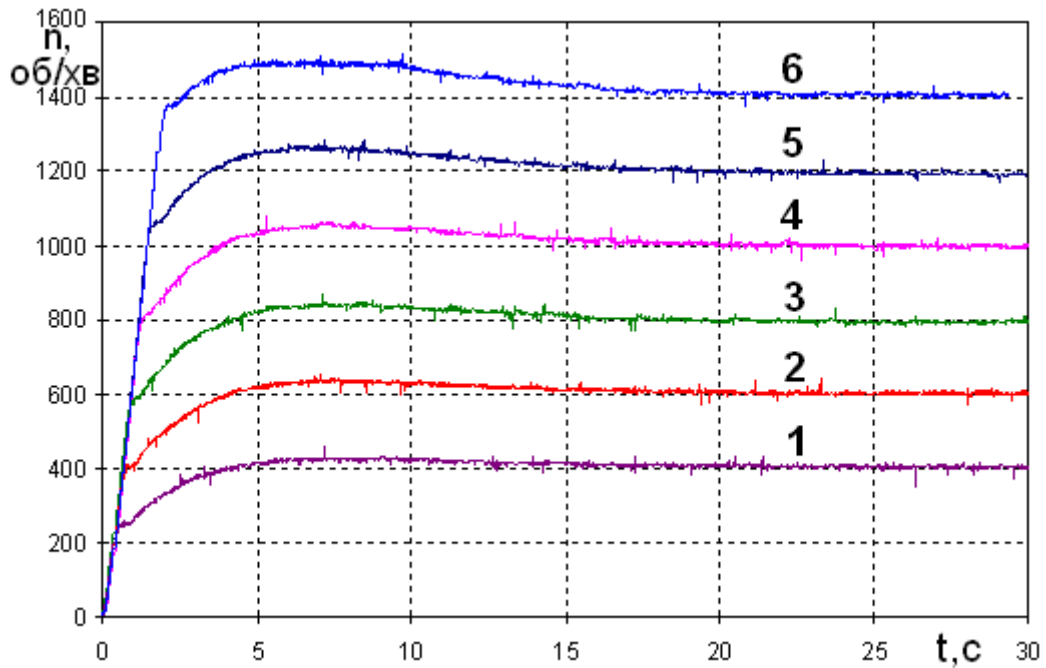


Рис. 5.68. Осцилограми перехідних процесів швидкості ПЧ-АД, отримана в результаті експериментальних досліджень ПЧ-АД з регулятором (5.29) за різних вхідних завдань на: 400 об/хв – крива 1, 600 об/хв – крива 2, 800 об/хв – крива 3, 1000 об/хв – крива 4, 1200 об/хв – крива 5, 1400 об/хв – крива 6

Отже, такий підхід до синтезу дає змогу знаходити структуру і параметри дробового регулятора в результаті відносно простих розрахунків. Вище наведені деякі з отриманих результатів, які можна рекомендувати для практичного використання при налаштуванні ЕМС.

Дробовий регулятор, синтезований для системи ПЧ-АД, описаної як об'єкт керування ПФ (5.21) за результатами експериментальних досліджень і вхідного завдання на 1200 об/хв, задовільно працює і на інших заданих швидкостях.

Застосування для синтезу регуляторів дробового порядку ПФ об'єкта у вигляді моделі (2.3) (табл. 5.10) дає наступні переваги порівняно з моделлю (2.4): простота розрахунків, вища швидкість апроксимації, можливість практичної реалізації синтезованого регулятора на основі розробленого дробового ППД<sup>μ</sup>-регулятора для перетворювача частоти типу MFC710. Проте має наступний недолік – вища середньоквадратична похибка апроксимації  $\sigma_n$  (табл. 5.10). Власне  $\sigma_n$ , яка для випадку перехідного процесу швидкості ПЧ-АД, отриманого в

результаті експериментального дослідження ПЧ-АД за вхідного завдання на 1200 об/хв, складала  $\sigma_n = 0,132$ , і є причиною неспівпадання осцилограми перехідного процесу швидкості ПЧ-АД, отриманого в результаті експериментального дослідження ПЧ-АД з регулятором (5.29) за вхідного завдання на 1200 об/хв, і бажаного перехідного процесу (рис. 5.67). Для підвищення точності перехідних процесів швидкості ПЧ-АД доцільно застосувати ПФ об'єкта у вигляді моделі (2.4) (табл. 5.10), але в цьому випадку синтезований дробовий регулятор практично реалізувати на основі розробленого дробового ПІ<sup>λ</sup>Д<sup>μ</sup>-регулятора для перетворювача частоти типу MFC710 не вдасться, оскільки бракуватиме одного дифінтегрального модуля (дробовий ПІ<sup>λ</sup>Д<sup>μ</sup>-регулятор складається з пропорційної складової і двох дифінтегральних модулів, реалізованих за використання перетворення Оусталоупа). Додати третій дифінтегральний модуль не є проблемою, але тоді це вже буде не дробовий ПІ<sup>λ</sup>Д<sup>μ</sup>-регулятор, а просто дробовий регулятор.

**5.5.2 Параметричний синтез ПІ<sup>λ</sup>Д<sup>μ</sup>-регуляторів дробового порядку для ЕМС описаних передавальними функціями дробового порядку за даними ідентифікації об'єкта.** У підрозділі 3.4 розглянуто застосування методів інтелектуального керування, зокрема МРЧ і ГА, для синтезу ПІ<sup>λ</sup>Д<sup>μ</sup>-регуляторів дробового порядку, на основі результатів якого в підрозділі 3.5 запропоновано підходи до самоналагодження як цифрового ПІ<sup>λ</sup>Д<sup>μ</sup>-регулятора, так і цілочисельного ПІД-регулятора швидкості ЕМС МРЧ або за використання ГА і доказана їх придатність для практичної реалізації в перетворювачах частоти типу MFC710 як спеціалізованої опції ПЛК. Крім того, продемонстрована можливість застосування дробових варіантів стандартної форми характеристичного рівняння – Форми №1 і Форми №2 як еталонних при оптимізації контурів САК.

Тому на основі проведених вище досліджень проведемо різні варіанти параметричного синтезу ПІ<sup>λ</sup>Д<sup>μ</sup>-регулятора дробового порядку швидкості для ПЧ-АД. Такий синтез буде проведений для демонстрації другого етапу режиму самоналагодження контура швидкості ПЧ-АД з дробовим ПІ<sup>λ</sup>Д<sup>μ</sup>-регулятором.

Проведемо синтез  $\Pi^{\lambda}D^{\mu}$ -регулятора з ПФ (3.1) за застосування ГА для об'єкта керування ПЧ-АД, описаного як об'єкт керування ПФ (5.21) за результатами експериментальних досліджень і вхідного завдання на 1200 об/хв, зі заданими параметрами перехідного процесу  $\delta = 0\%$  і  $t_{0,95} = 3,01\text{с}$ . З табл. 3.1 ці задані параметри забезпечує стандартна форма (рядок №2 табл.3.1) з параметрами  $q = 1,0$  і  $\omega_{oc} = 1\text{ с}^{-1}$ . Тоді вираз (3.4) при  $K_{зз} = 0,307$  має вигляд (5.26).

У програмному середовищі MATLAB для застосування оптимізаційного пакету Optimization Tool реалізована програма ГА (Додаток Б), яка розраховує параметри регулятора шляхом порівняння перехідної функції бажаної стандартної форми (3.4) з перехідною функцією ПФ замкненого контуру з контролем функції якості на кожній ітерації.

На рис. 5.69 показано апроксимаційний процес, який відбувається під час синтезу параметрів  $\Pi^{\lambda}D^{\mu}$ -регулятора згідно моделі з бажаною якістю перехідного процесу за використання ГА як залежність функції якості  $J$  від номера ітерації. Розмір популяції – 100.

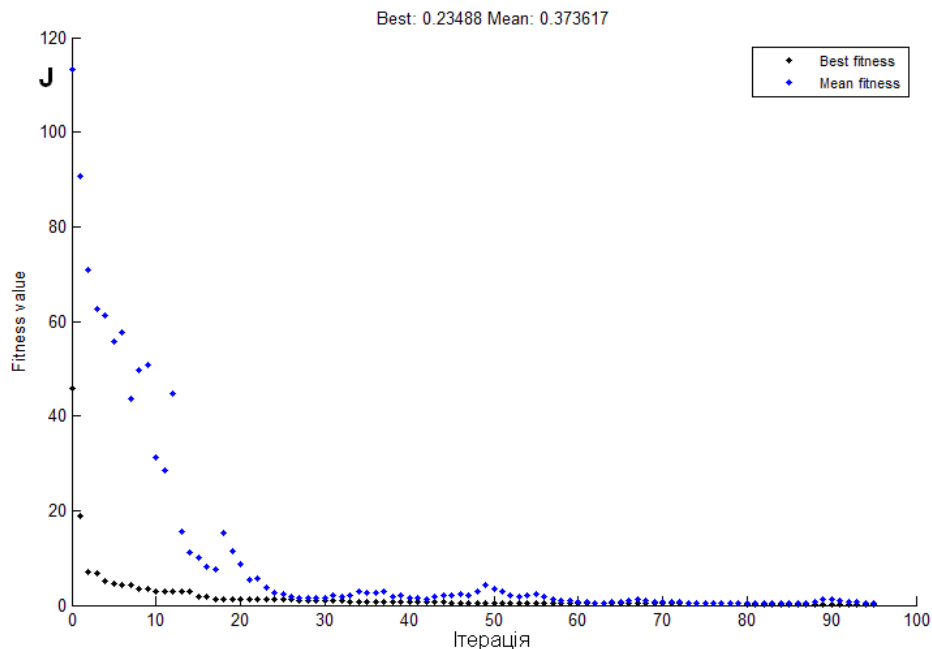


Рис. 5.69. Апроксимаційний процес при синтезі параметрів  $\Pi^{\lambda}D^{\mu}$ -регулятора за використання ГА (залежність функції якості від номера ітерації)

Після закінчення апроксимаційного процесу за використання генетичного алгоритму отримаємо дробовий ПІ<sup>λ</sup>Д<sup>μ</sup>-регулятор з передавальною функцією

$$W_p(s) = 2,821 + 3,366s^{-0,995} + 1,028s^{1,014}. \quad (5.30)$$

На рис. 5.70. показані перехідні функції бажаної стандартної форми з ПФ (3.4) – крива 1, перехідної функції оптимізованого контура з регулятором, синтезованим згідно ПФ (5.30) – крива 2 і об'єкта керування ПФ (5.22) – крива 3.

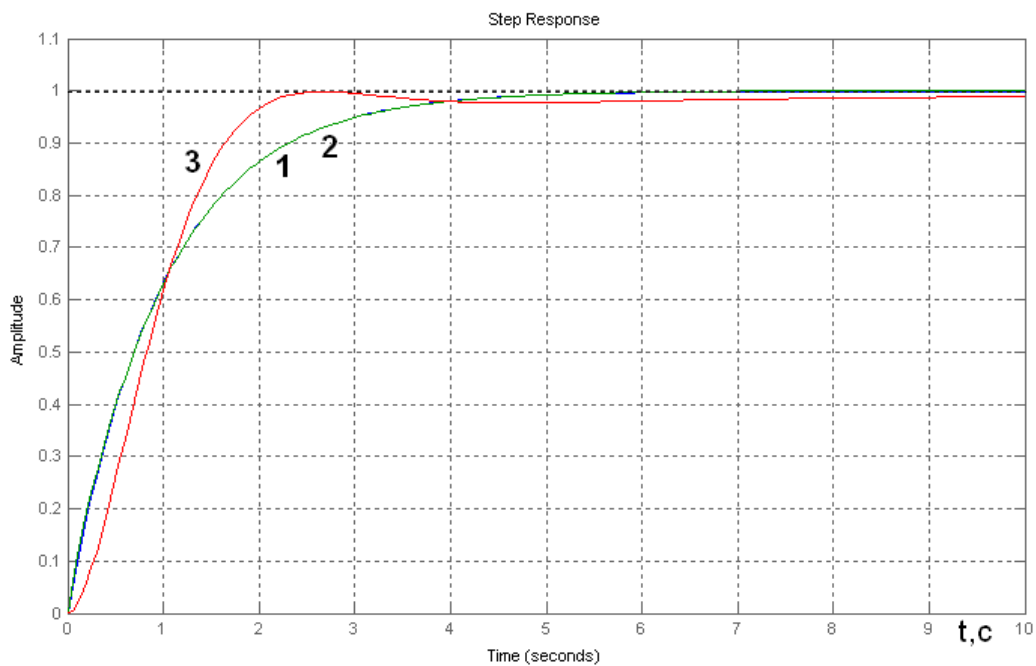


Рис. 5.70. Перехідні функції бажаної стандартної форми з ПФ (3.4) – крива 1, оптимізованого контура з регулятором ПФ (5.30) – крива 2 і об'єкта керування ПФ (5.22) – крива 3

Тобто в результаті синтезу отримано ПІ<sup>λ</sup>Д<sup>μ</sup>-регулятор. Практична реалізація такого регулятора на перетворювачі частоти типу MFC710 з дробовим ПІ<sup>λ</sup>Д<sup>μ</sup> - регулятором, розглянутим у підрозділі 5.2, не складає ніяких труднощів. На рис. 5.71 показана осцилограма перехідного процесу швидкості ПЧ-АД з внесеними параметрами синтезованого вище дробового ПІ<sup>λ</sup>Д<sup>μ</sup>-регулятора з ПФ (5.30), отримана за вхідного завдання на 1200 об/хв, знята за використання плати Arduino Mega 2560.

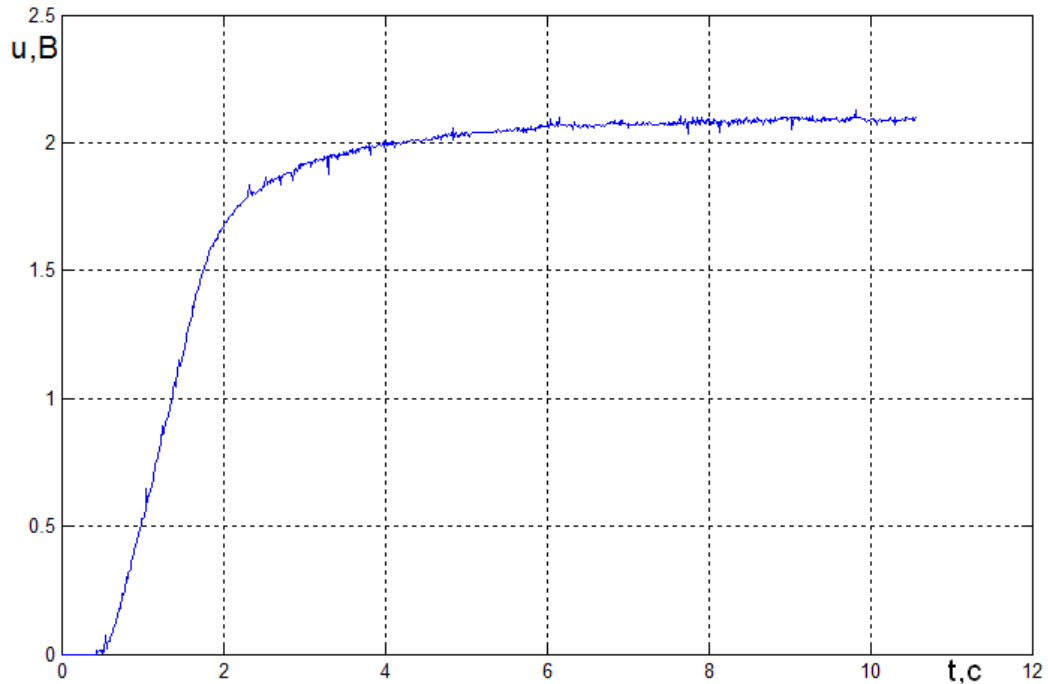


Рис. 5.71. Осцилограма перехідного процесу швидкості ПЧ-АД на виході давача швидкості, отримана в результаті експериментального дослідження ПЧ-АД за вхідного завдання на 1200 об/хв

Далі отриману осцилограму перехідного процесу швидкості ПЧ-АД опрацьовано, аналогічно як було зроблено вище, і на рис. 5.72 – крива 1 показана осцилограма перехідного процесу швидкості ПЧ-АД, отримана в результаті експериментального дослідження ПЧ-АД за вхідного завдання на 1200 об/хв, на яку накладено бажаний перехідний процес (перегулювання  $\delta = 0\%$  і  $t_{0,95} = 3,01\text{с}$ ) – крива 2, який забезпечує вибрана стандартна форма.

Далі проведемо експериментальні дослідження ПЧ-АД з регулятором (5.30) за різних вхідних завдань на: 400 об/хв – крива 1, 600 об/хв – крива 2, 800 об/хв – крива 3, 1000 об/хв – крива 4, 1200 об/хв – крива 5, 1400 об/хв – крива 6, результати яких приведені на рис. 5.73.

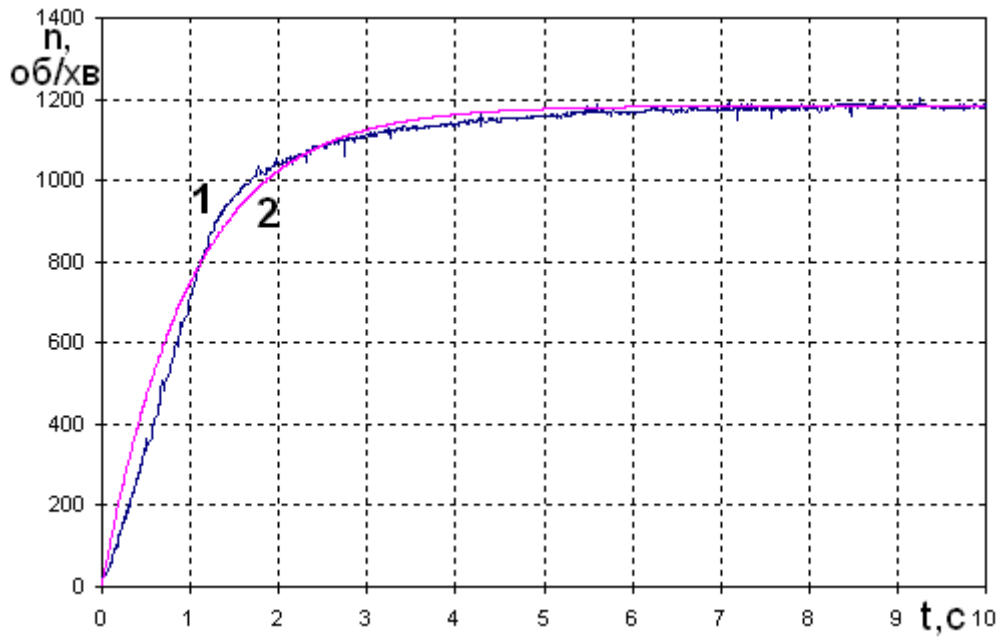


Рис. 5.72. Осцилограма перехідного процесу швидкості ПЧ-АД, отримана в результаті експериментального дослідження ПЧ-АД за вхідного завдання на 1200 об/хв – крива 1, бажаний перехідний процес – крива 2

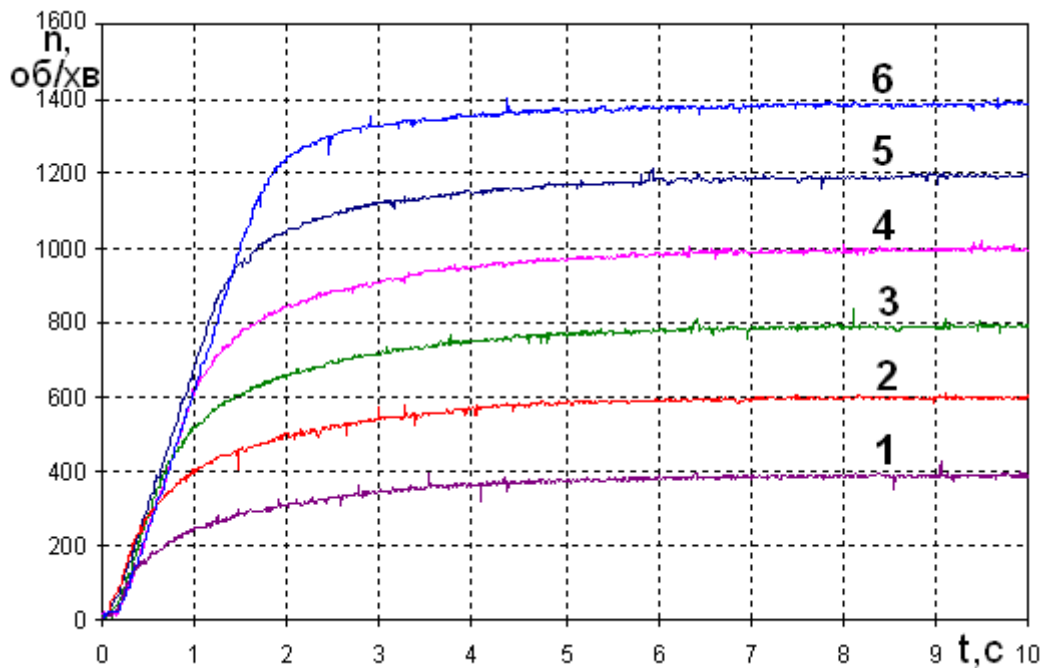


Рис. 5.73. Осцилограми перехідних процесів швидкості ПЧ-АД, отримані в результаті експериментальних досліджень ПЧ-АД з регулятором (5.30) за різних вхідних завдань на: 400 об/хв – крива 1, 600 об/хв – крива 2, 800 об/хв – крива 3, 1000 об/хв – крива 4, 1200 об/хв – крива 5, 1400 об/хв – крива 6

Розглянемо інший варіант синтезу дробового регулятора з наступними заданими параметрами перехідного процесу:  $\delta = 7,3\%$  і  $t_{0,95} = 1,92$  с. Це забезпечує стандартна форма (рядок №4 табл.3.1) з параметрами  $q = 1,2$  і  $\omega_{oc} = 1$  с<sup>-1</sup>.

Цей варіант синтезу практично подібний до попереднього, але в цьому випадку вираз (3.4) при  $K_{зз} = 0,307$  має вигляд (5.28).

На рис. 5.74 показано апроксимаційний процес, який відбувається під час синтезу параметрів ПІ<sup>λ</sup>Д<sup>μ</sup>-регулятора згідно моделі з бажаною якістю перехідного процесу за використання генетичного алгоритму як залежність функції якості  $J$  від номера ітерації. Розмір популяції – 100.

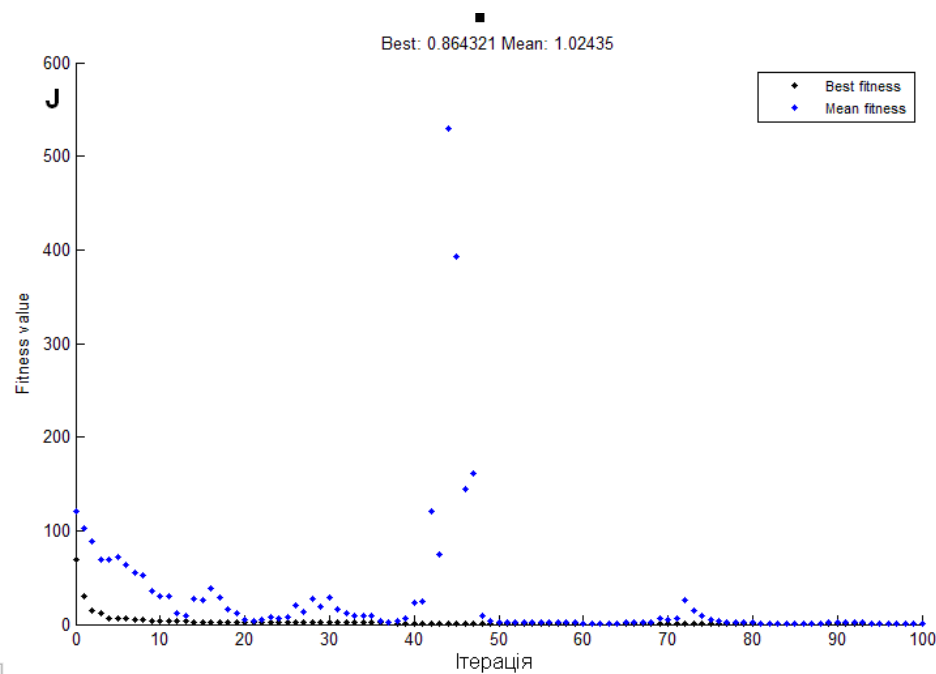


Рис. 5.74. Апроксимаційний процес при синтезі параметрів ПІ<sup>λ</sup>Д<sup>μ</sup>-регулятора за використання ГА (залежність функції якості  $J$  від номера ітерації)

Після закінчення апроксимаційного процесу за використання генетичного алгоритму отримуємо дробовий ПІ<sup>λ</sup>Д<sup>μ</sup>-регулятор з передавальною функцією

$$W_p(s) = 3,349 + 3,763s^{-1,179} + 0,619s^{1,23}. \quad (5.31)$$

На рис. 5.75. показані перехідні функції бажаної стандартної форми з ПФ (3.4) – крива 1, перехідної функції оптимізованого контура з регулятором,



синтезованим згідно ПФ (5.31) – крива 2 і об'єкта керування ПФ (5.22) – крива 3.

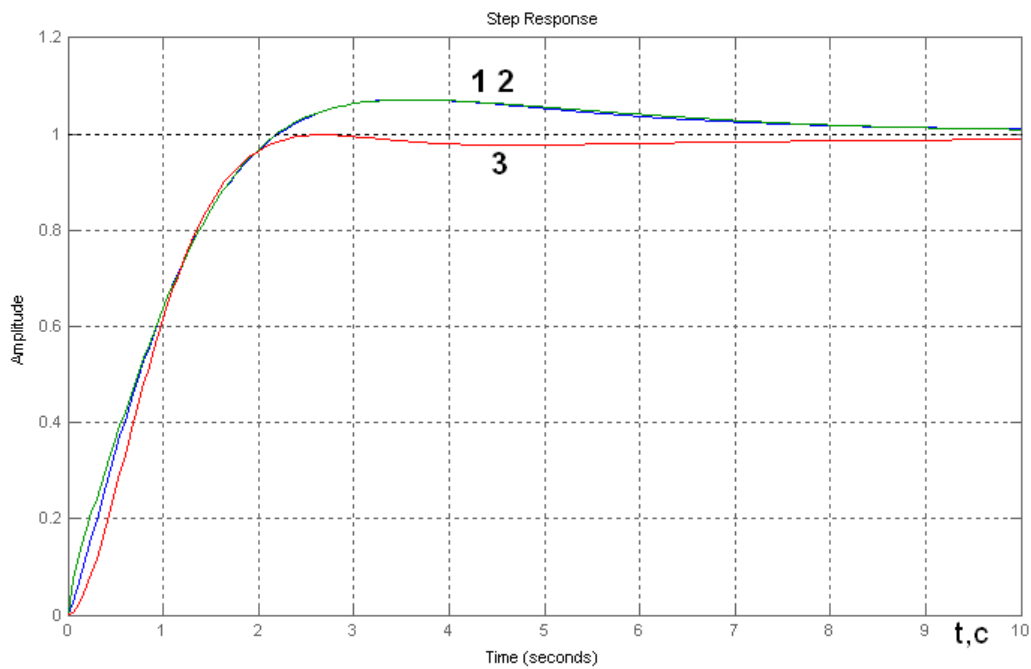


Рис. 5.75. Перехідні функції бажаної стандартної форми з ПФ (3.4) – крива 1, оптимізованого контура з регулятором ПФ (5.30) – крива 2 і об'єкта керування ПФ (5.22) – крива 3

У результаті синтезу отримано ПП<sup>λ</sup>Д<sup>μ</sup>-регулятор. Практична реалізація такого регулятора на перетворювачі частоти типу MFC710 з дробовим ПП<sup>λ</sup>Д<sup>μ</sup>-регулятором розглянута вище. На рис. 5.76 показана осцилограма перехідного процесу швидкості ПЧ-АД з внесеними параметрами синтезованого вище дробового ПП<sup>λ</sup>Д<sup>μ</sup>-регулятора з ПФ (5.31), отримана за вхідного завдання на 1200 об/хв знята за використання плати Arduino Mega 2560.

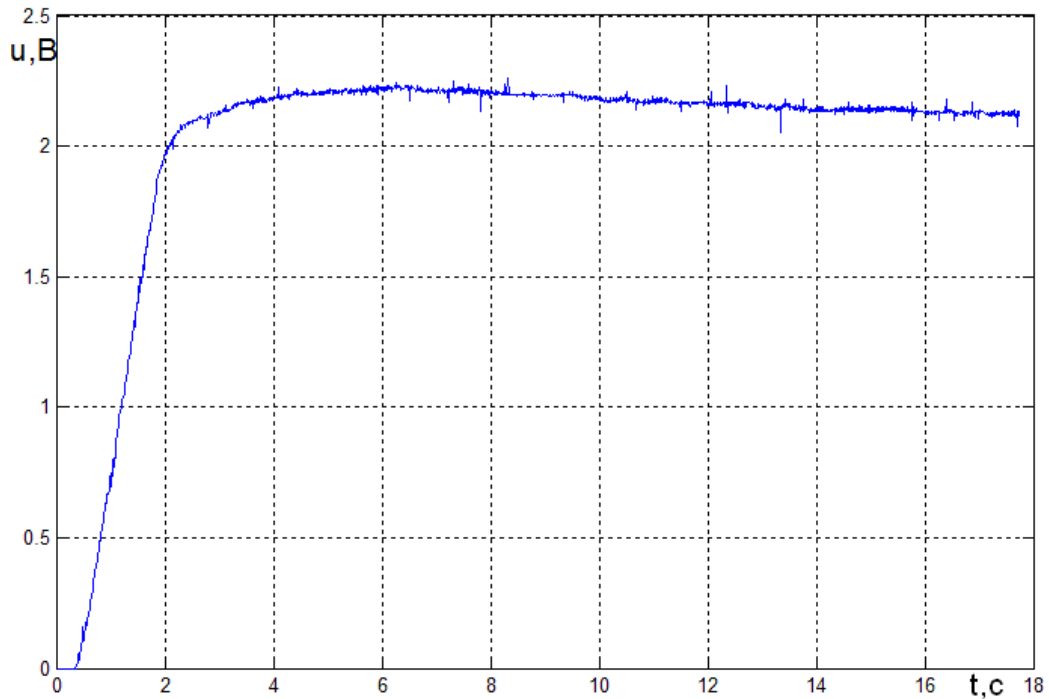


Рис. 5.76. Осцилограма перехідного процесу швидкості ПЧ-АД на виході давача швидкості, отримана в результаті експериментального дослідження ПЧ-АД за вхідного завдання на 1200 об/хв

Далі отриману осцилограму перехідного процесу швидкості ПЧ-АД опрацьовано, аналогічно як було зроблено вище, і на рис. 5.77 – крива 1 показана осцилограма перехідного процесу швидкості ПЧ-АД, отримана в результаті експериментального дослідження ПЧ-АД за вхідного завдання на 1200 об/хв, на яку накладено бажаний перехідний процес (перегулювання  $\delta = 7,3\%$  і  $t_{0,95} = 1,92$  с) – крива 2, який забезпечує вибрана стандартна форма.

Далі проведемо експериментальні дослідження ПЧ-АД з регулятором (5.31) за різних вхідних завдань на: 400 об/хв – крива 1, 600 об/хв – крива 2, 800 об/хв – крива 3, 1000 об/хв – крива 4, 1200 об/хв – крива 5, 1400 об/хв – крива 1, результати яких приведені на рис. 5.78.

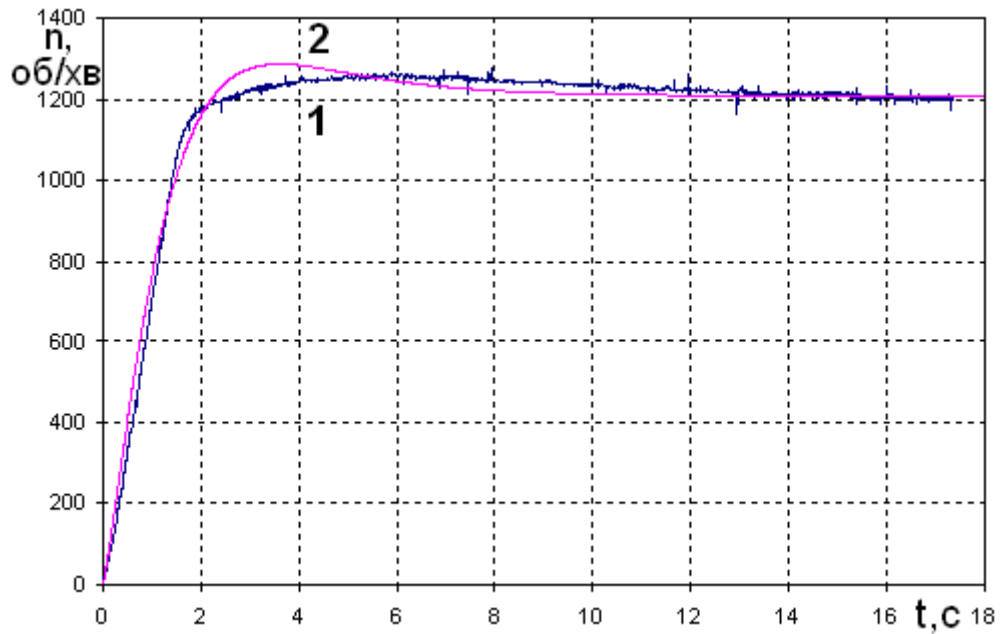


Рис. 5.77. Осцилограма перехідного процесу швидкості ПЧ-АД, отримана в результаті експериментального дослідження ПЧ-АД за вхідного завдання на 1200 об/хв – крива 1 і бажаний перехідний процес – крива 2

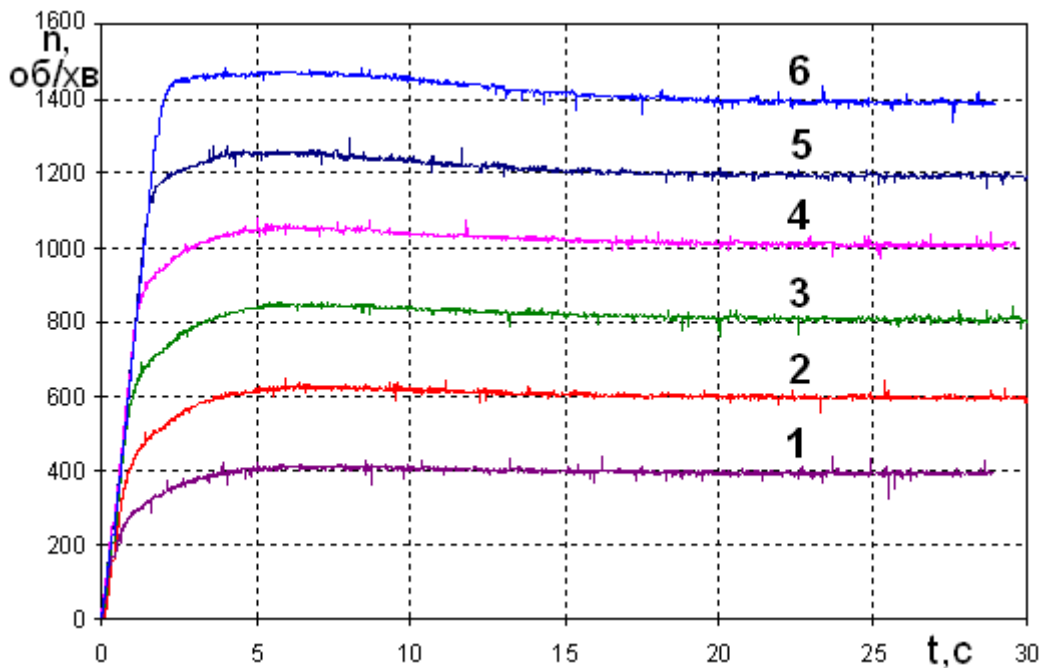


Рис. 5.78. Осцилограми перехідних процесів швидкості ПЧ-АД, отримана в результаті експериментальних досліджень ПЧ-АД з регулятором (5.31) за різних вхідних завдань на: 400 об/хв – крива 1, 600 об/хв – крива 2, 800 об/хв – крива 3, 1000 об/хв – крива 4, 1200 об/хв – крива 5, 1400 об/хв – крива 6

Проведені вище дослідження різних варіантів параметричного синтезу  $\Pi^{\lambda}\Delta^{\mu}$ -регулятора дробового порядку швидкості для ПЧ-АД за використання методів інтелектуального керування, зокрема ГА, показали повну працездатність такого підходу. Вище наведені деякі з отриманих результатів, які можна рекомендувати для практичного використання при налаштуванні ЕМС.

$\Pi^{\lambda}\Delta^{\mu}$  - регулятори (5.30), (5.31) синтезовані інтелектуальними методами для ПЧ-АД, описаного як об'єкт керування ПФ (5.22) за результатами експериментальних досліджень і вхідного завдання на 1200 об/хв, задовільно працюють і на інших заданих швидкостях.

Цей синтез проведений для демонстрації альтернативного другого етапу режиму самоналагодження контура швидкості ПЧ-АД з дробовим  $\Pi^{\lambda}\Delta^{\mu}$  - регулятором.

**5.5.3 Дослідження системи ПЧ-АД за використання синтезованих регуляторів дробового порядку в режимі накиду навантаження.** У підпунктах 5.5.1. і 5.5.2. проведено синтез дробових регуляторів та  $\Pi^{\lambda}\Delta^{\mu}$ -регуляторів дробового порядку для ЕМС ПЧ-АД описаної передавальними функціями дробового порядку без нулів на основі експериментальних даних, отриманих у підрозділі 5.4. Тобто була проведена та продемонстрована реалізація режиму самоналагодження контура швидкості ЕМС з  $\Pi^{\lambda}\Delta^{\mu}$ -регулятором дробового порядку на розробленому в лабораторії стенді в системі ПЧ-АД з енкодером.

Далі проведемо дослідження контуру швидкості ЕМС ПЧ-АД з дробовими регуляторами та  $\Pi^{\lambda}\Delta^{\mu}$ -регуляторами дробового порядку на розробленому лабораторному стенді в режимі зміни механічного навантаження АД. Для цього використаємо генератор постійного струму типу П22 з такими номінальними даними  $P_n=1$  кВт,  $U_n=220$  В,  $I_n=5,9$  А,  $n_n=1500$  об/хв, який механічно з'єднаний за допомогою муфти з асинхронним двигуном. До силового кола генератора постійного струму через автоматичний вимикач під'єднаний навантажувальний реостат.

Експериментальні дослідження будемо проводити шляхом стрибкоподібного накидання навантаження  $R_H = 15 \text{ Ом}$  у навантажувальному колі генератора постійного струму. При такому значенні  $R_H$  за швидкості АД 1200 об/хв струм у якірному колі генератора дорівнює  $I_H = 8 \text{ А}$ . Потужність навантаження  $P_H = 960 \text{ Вт} \approx 1 \text{ кВт}$ , що дорівнює номінальній потужності генератора.

Перше експериментальне дослідження накидання навантаження в системі ПЧ-АД у момент часу  $t_H = 30 \text{ с}$  проведемо без регулятора, шляхом розривання зворотного зв'язку, встановлення завдання на вході ПЧ, яке відповідає кутовій швидкості, наприклад, 1200 об/хв, і запуску системи. Осцилограма перехідного процесу швидкості ПЧ-АД на виході давача швидкості, отримана в результаті такого експериментального дослідження за вхідного завдання на 1200 об/хв знята за використання плати Arduino Mega 2560, показана на рис. 5.79.

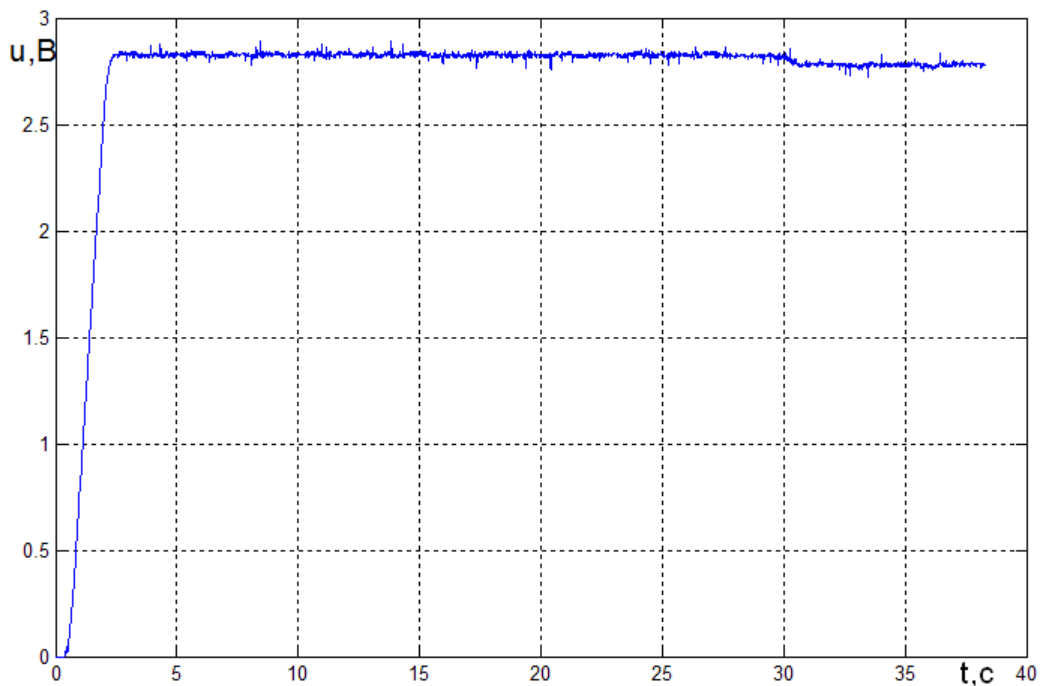


Рис. 5.79. Осцилограма перехідного процесу швидкості ПЧ-АД на виході давача швидкості в режимі накиду навантаження  $P_H = 1 \text{ кВт}$  у момент часу  $t_H = 30 \text{ с}$ , отримана в результаті експериментального дослідження ПЧ-АД

Далі отриману осцилограму перехідного процесу швидкості ПЧ-АД необхідно опрацювати. Для цього необхідно змаштабувати перехідний процес з діапазону 0-5 В, який відповідає платі Arduino Mega 2560, до діапазону 0-1500 об/хв, який відповідає вихідній швидкості АД і збільшити в районі накидання навантаження. На рис. 5.80 показано фрагмент осцилограми перехідного процесу швидкості ПЧ-АД, отриманої в результаті експериментального дослідження накиду навантаження АД  $P_H = 1$  кВт у момент часу  $t_H = 30$  с і вхідного завдання ПЧ на 1200 об/хв.

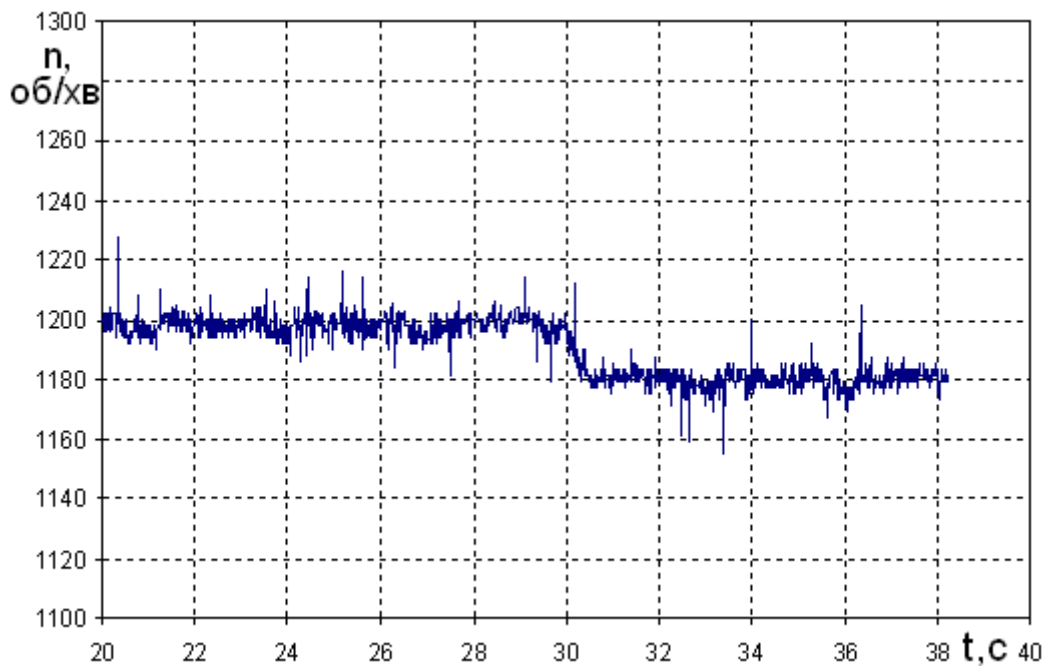


Рис. 5.80. Фрагмент осцилограми перехідного процесу швидкості ПЧ-АД в режимі накиду навантаження АД  $P_H = 1$  кВт у момент часу  $t_H = 30$  с, отриманої в результаті експериментального дослідження за вхідного завдання на 1200 об/хв

Далі проведемо експериментальні дослідження контуру швидкості ЕМС ПЧ-АД з дробовими регуляторами (5.27), (5.29) та ПІ<sup>λ</sup>Д<sup>μ</sup>-регуляторами дробового порядку (5.30), (5.31) на розробленому лабораторному стенді в режимі накидання навантаження АД  $P_H = 1$  кВт у момент часу  $t_H = 30$  с і вхідного завдання ПЧ на 1200 об/хв. Фрагмент осцилограми перехідного процесу швидкості ПЧ-АД з дробовим регулятором (5.27), отриманої в режимі накидання навантаження АД  $P_H$

= 1 кВт у момент часу  $t_H = 30$  с і за вхідного завдання на 1200 об/хв знятий за використання плати Arduino Mega 2560 показаний на рис. 5.81. Наступний фрагмент осцилограми перехідного процесу швидкості ПЧ-АД з дробовим регулятором (5.29), отриманої в результаті режимі накидання навантаження АД  $P_H = 1$  кВт у момент часу  $t_H = 30$  с і за вхідного завдання на 1200 об/хв показаний на рис. 5.82.

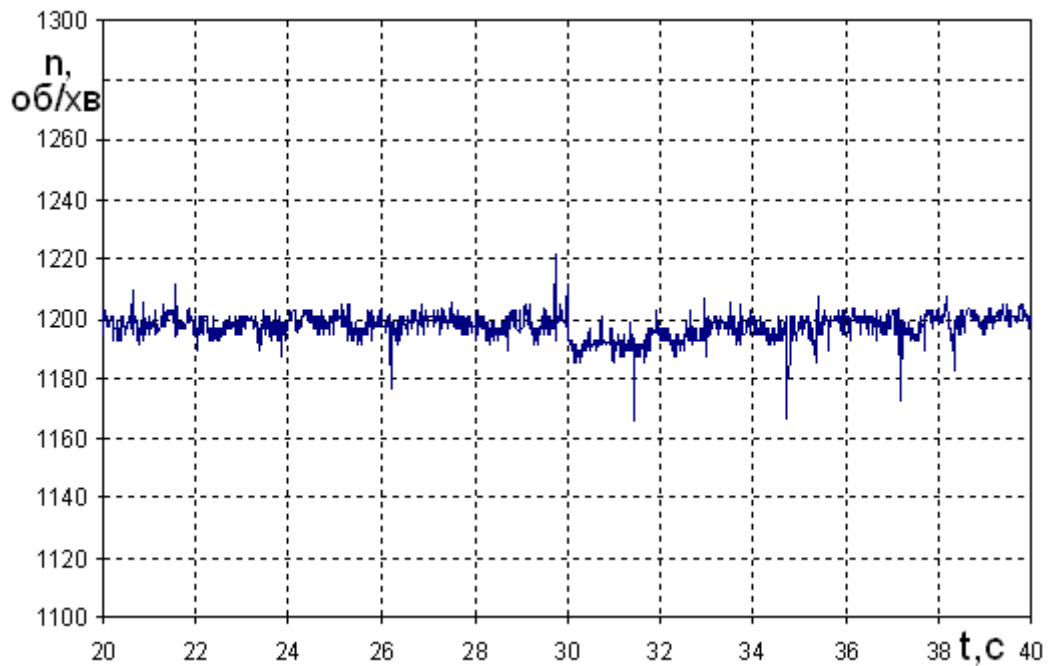


Рис. 5.81. Фрагмент осцилограми перехідного процесу швидкості ПЧ-АД в режимі накиду навантаження АД  $P_H = 1$  кВт у момент часу  $t_H = 30$  с, отриманої в результаті експериментального дослідження ПЧ-АД з регулятором (5.27)

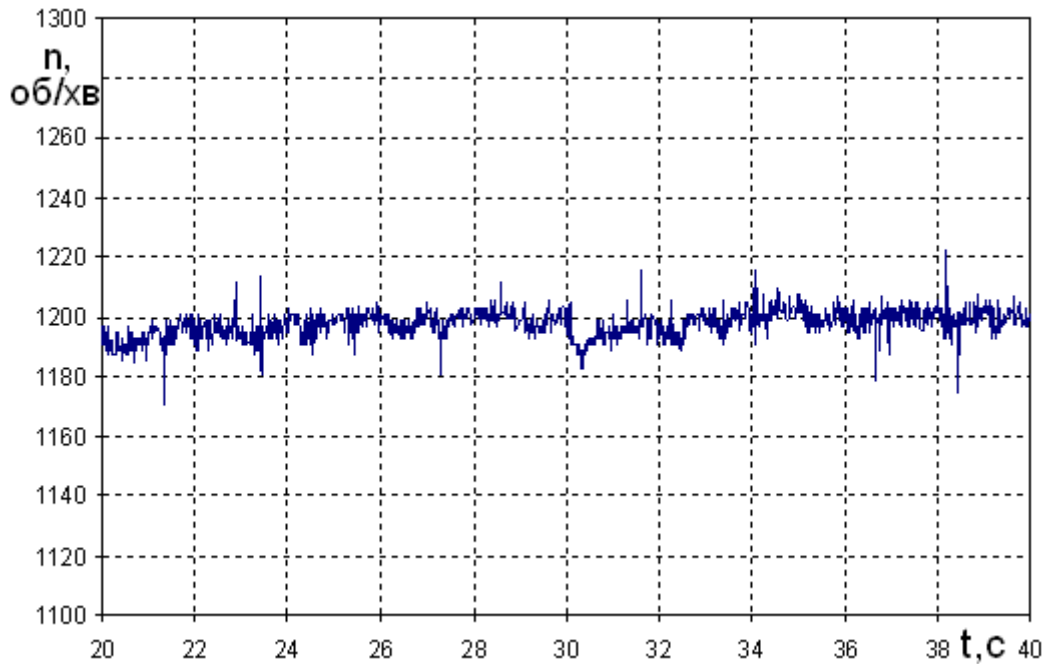


Рис. 5.82. Фрагмент осцилограми переходного процесу швидкості ПЧ-АД в режимі накиду навантаження АД  $P_H = 1$  кВт у момент часу  $t_H = 30$  с, отриманої в результаті експериментального дослідження ПЧ-АД з регулятором (5.29)

Фрагмент осцилограми переходного процесу швидкості ПЧ-АД з ПІ<sup>λ</sup>Д<sup>μ</sup>-регуляторами дробового порядку (5.30), отриманий у результаті режимі накидання навантаження АД  $P_H = 1$  кВт у момент часу  $t_H = 30$  с і за вхідного завдання на 1200 об/хв знятий за використання плати Arduino Mega 2560 показаний на рис. 5.83.

Ще один фрагмент осцилограми переходного процесу швидкості ПЧ-АД з ПІ<sup>λ</sup>Д<sup>μ</sup>-регуляторами дробового порядку (5.31), отриманий у результаті режимі накидання навантаження АД  $P_H = 1$  кВт у момент часу  $t_H = 30$  с і за вхідного завдання на 1200 об/хв показаний на рис. 5.84.



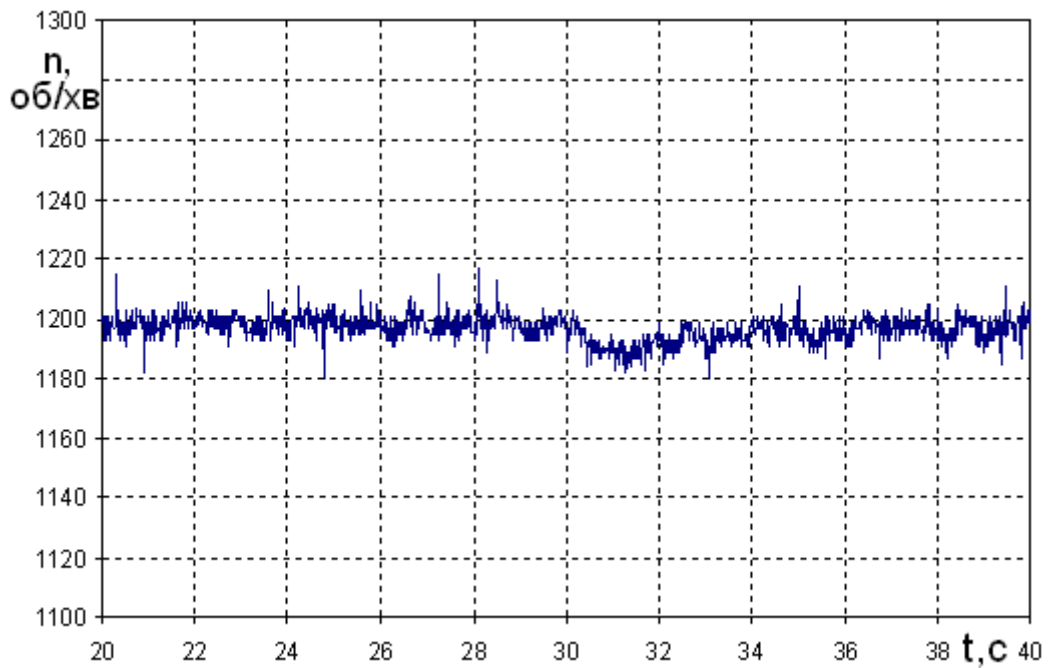


Рис. 5.83. Фрагмент осцилограми перехідного процесу швидкості ПЧ-АД в режимі накиду навантаження АД  $P_H = 1$  кВт у момент часу  $t_H = 30$  с, отриманої в результаті експериментального дослідження ПЧ-АД з регулятором (5.30)

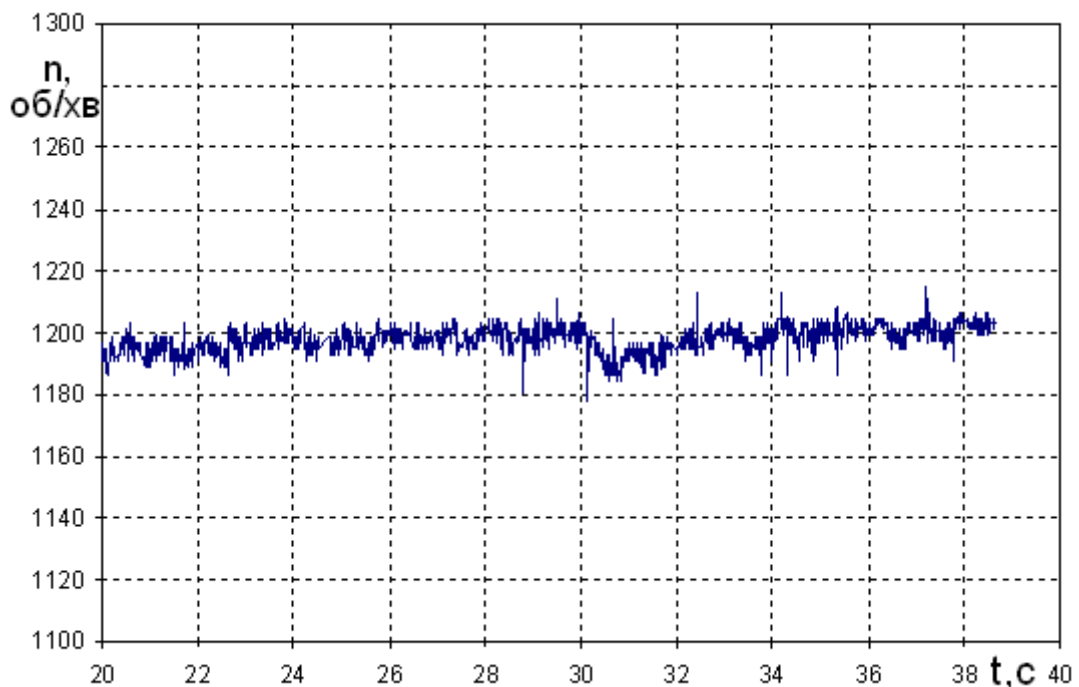


Рис. 5.84. Фрагмент осцилограми перехідного процесу швидкості ПЧ-АД в режимі накиду навантаження АД  $P_H = 1$  кВт у момент часу  $t_H = 30$  с, отриманої в результаті експериментального дослідження ПЧ-АД з регулятором (5.31)

Результати експериментальних досліджень ПЧ-АД за вхідного завдання на 1200 об/хв зведені в табл. 5.11, яка дозволяє зробити висновки з рекомендаціями щодо застосування запропонованих регуляторів для подальшого використання при синтезі та практичної експлуатації САК.

Таблиця 5.11

Результати порівняльного аналізу експериментальних досліджень ПЧ-АД за вхідного завдання на 1200 об/хв у режимі накидання навантаження.

|   | Метод синтезу                        | ПФ стандартної форми    | ПФ регулятора $W_p(s)$                     | Інтегральна похибка $\sigma_{\Pi}$ | Відносна похибка $\delta_{\Pi}, \%$ |
|---|--------------------------------------|-------------------------|--------------------------------------------|------------------------------------|-------------------------------------|
| 1 |                                      |                         | без регулятора                             | 15,18992                           | 1,2686                              |
| 2 | Характеристичного дробового полінома | $\frac{1}{s^{1,0} + 1}$ | $3,13s^{0,2047} + 3,26s^{-1,0}$            | 8,0133                             | 0,668                               |
| 3 |                                      | $\frac{1}{s^{1,2} + 1}$ | $3,13s^{0,0047} + 3,26s^{-1,2}$            | 6,5069                             | 0,54                                |
| 4 | Інтелектуальний (ГА)                 | $\frac{1}{s^{1,0} + 1}$ | $2,821 + 3,366s^{-0,995} + 1,028s^{1,014}$ | 9,2171                             | 0,768                               |
| 5 |                                      | $\frac{1}{s^{1,2} + 1}$ | $3,349 + 3,763s^{-1,179} + 0,619s^{1,23}$  | 6,5985                             | 0,55                                |

Отримані результати експериментальних досліджень ПЧ-АД за вхідного завдання на 1200 об/хв зведені в табл. 5.11, корелюються з результатами дослідження робастності, проведеними в розділі 4, згідно яких дробові регулятори, синтезовані методом характеристичного дробового полінома, мають робастність до зміни коефіцієнта підсилення об'єкта керування  $Rb$  кращу, ніж ПІ<sup>λ</sup>Д<sup>μ</sup>-регулятори дробового порядку, синтезовані інтелектуальними методами. Результати, приведені в табл. 5.11, зокрема інтегральна оцінка просідання швидкості обертання АД на інтервалі часу 4 с відносно усталеної швидкості до накиду, розрахована на основі формули (2.7) для абсолютного середньоквадратичного відхилення і відносна похибка (2.8) показали певну перевагу дробових регуляторів, синтезованих методом характеристичного дробового поліному.

## 5.6. Висновки до розділу 5

1. Макетні дослідження диференціувальної і інтегрувальної ланок дробового порядку  $s^{\pm\alpha}$  за використання плат Arduino Mega 2560 і Arduino DUE без комп'ютера в реальному часі дали змогу відпрацювати програму реалізації цифрового дробового регулятора і доказали перспективність його реалізації як опції в ПЛК ПЧ для керування координатами електропривода (частотою обертання), або технологічними параметрами (температурою, тиском тощо).

2. Випробування опції ПЧ MFC 710 з ПІ<sup>λ</sup>Д<sup>μ</sup> - регулятором дробового порядку в системі керування швидкості за використання стенду фірми "Тверд" підтвердили її ефективність з точки зору розширення регульовальних можливостей такого регулятора в порівнянні з класичним ПІД-регулятором, що було відзначено провідними спеціалістами фірми з досвідом налагодження систем ПЧ-АД. Зокрема можливість регулювання Д<sup>μ</sup> - складової регулятора забезпечує ефект фільтрування змінної складової на виході регулятора швидкості, тобто до зменшення пульсацій моменту АД.

3. Застосування нечіткої дробової системи для керування напруги АГ з самозбудженням за використання комбінованого способу керування – дискретної зміни ємностей батарей конденсаторів для збудження АГ і регулювання струму ТКРП дає змогу забезпечити бажані статичні та динамічні характеристики.

4. Введення в систему нечіткого дробового керування координати регулювання за похідною потужності покращує якість процесу дискретного керування напругою шляхом перемикання секцій конденсаторних батарей.

5. Запропонований спосіб ситуаційного керування вітроенергетичною установкою як недетермінованим об'єктом, виходячи з умови відбору максимальної енергії від рушія з можливістю її акумулювання за використання нечітких дробових регуляторів, забезпечує суттєве підвищення коефіцієнта використання ВЕУ.

6. Підхід до синтезу за використання дробового характеристичного полінома дає змогу знаходити структуру і параметри дробового регулятора в результаті відносно простих розрахунків. Дробовий регулятор, синтезований для системи ПЧ-АД, описаного як об'єкт керування ПФ за результатами експериментальних досліджень і вхідного завдання на 1200 об/хв, задовільно працює і на інших заданих швидкостях.

7. Проведені дослідження різних варіантів параметричного синтезу  $PI^{\lambda}D^{\mu}$ -регулятора дробового порядку швидкості для ПЧ-АД за використання методів інтелектуального керування, зокрема ГА, показали повну працездатність такого підходу.  $PI^{\lambda}D^{\mu}$ -регулятори, синтезовані інтелектуальними методами для ПЧ-АД, описаного як об'єкт керування ПФ за результатами експериментальних досліджень і вхідного завдання на 1200 об/хв, задовільно працюють і на інших заданих швидкостях.

8. Результати досліджень підтвердили можливість практичного застосування режиму самоналагодження контура швидкості ПЧ-АД з дробовим  $PI^{\lambda}D^{\mu}$ -регулятором.

9. Отримані результати експериментальних досліджень накидання навантаження в системі ПЧ-АД підтвердили, що дробові регулятори, синтезовані методом характеристичного дробового полінома, мають робастність до зміни коефіцієнта підсилення об'єкта керування  $R_b$  кращу, ніж  $PI^{\lambda}D^{\mu}$ -регулятори дробового порядку синтезовані інтелектуальними методами.

## ВИСНОВКИ

У дисертаційній роботі вирішено важливу науково-прикладну проблему – створення електромеханічних систем, які описуються передавальними функціями дробового порядку, на основі запропонованих підходів до аналізу та синтезу ЕМС, у склад яких входять інтегрально-диференційні ланки дробового порядку, для покращення їх стійкості та робастності шляхом розроблення алгоритмів функціонування дробових регуляторів та їх апаратної реалізації.

Розроблена основа та здійснено ідентифікацію об'єктів керування та апроксимацію ланок ЕМС моделями дробового порядку, синтез таких систем зі заданими показниками якості перехідних процесів за використання регуляторів дробового порядку на основі інтелектуальних методів, аналіз їх впливу на стійкість та робастність, а також реалізація режиму самоналагодження таких регуляторів.

1. Удосконалений метод рою частинок є ефективним засобом апроксимації ПФ певного порядку ланок ЕМС дробовими моделями з трьома або п'ятьма змінними параметрами, які мають високу ступінь адекватності – відносне середньоквадратичне відхилення перехідної функції або логарифмічної амплітудно-частотної характеристики апроксимуючих моделей від розрахункових не перевищує 3,5%. Запропоноване удосконалення МРЧ як для аналізу, так і для синтезу САК, спрямоване на практичне використання, зокрема, для побудови самоналагоджувальних систем керування електроприводами виробничих механізмів на базі сучасних дробових контролерів.

2. Як випливає з досліджень, основним критерієм вибору підходу до реалізації інтегровально-диференціовальних регуляторів дробового порядку за використання мікроконтролера є співвідношення: точність - простота реалізації. Найбільш перспективним для реалізації регуляторів є моделі, побудовані на основі перетворення Оусталоупа, які забезпечують значно вищу швидкодію порівняно з моделями Грюнвальда-Летнікова, лише незначно поступаються їм у

точності, хоча це компенсується простотою обчислювальної процедури.

3. Застосування бажаних дробових форм розширює гамму можливих налаштувань дробових регуляторів при синтезі контурів ЕМС, забезпечує кращу якість перехідних процесів порівняно з регуляторами цілого порядку і тим самим підвищує ефективність синтезованих систем. На основі отриманих результатів досліджень для налагодження контурів ЕМС можна рекомендувати дробові форми: №1 з  $q = 0,9 \div 1,3$  і №2 з  $q = 0,1 \div 2$ , як такі, що задовольняють вимогам об'єктів керування.

4. Розроблена методика синтезу САК на основі ДХП придатна для вибору параметрів як дробових, так і цілочисельних регуляторів, котрі є частковим випадком дробових, дозволяє забезпечувати бажану якість перехідного процесу. Максимальне відхилення між результатами, отриманими шляхом моделювання і бажаними, не перевищує 1%.

5. Запропонований підхід до синтезу дробового ПІ<sup>λ</sup>Д<sup>μ</sup>-регулятора МРЧ за характерними точками перехідної функції бажаної дробової форми, а використання функції якості J для оцінки ступеня розбіжності прискорює цей процес і забезпечує достатню ступінь наближення до неї ( $\delta_{\pi} = 4,7\%$ ), задовільну швидкодію, і може бути запропонований для реалізації самоналагоджувальної системи керування ЕМС за використання ПІ<sup>λ</sup>Д<sup>μ</sup>-регулятора.

6. Встановлено, що параметр  $|\phi_{\omega_i}|$  є інформативним для контролю якості і стійкості ЕМС. Якщо параметр  $|\phi_{\omega_i}| = 0,314$  рад. то в перехідній функції вихідної координати ЕМС перерегулювання відсутнє. По мірі зменшення  $|\phi_{\omega_i}|$  від 0,314 рад. перерегулювання зростає і при  $|\phi_{\omega_i}| = 0,157$  рад. виникає коливний режим. Тобто, за величиною параметрів  $|\phi_{\omega_i}|$  можна отримувати інформацію про стійкість, коливність і в першому наближенні про якість перехідного процесу вихідної координати ЕМС. Розглянуті методики підходів до аналізу стійкості придатні для ЕМС, які описуються передавальними функціями як дробового, так і цілого порядку.

7. Застосування синтезу дробових регуляторів на системи з нечіткою логікою

дозволяє синтезувати дробовий регулятор, робастний до параметричних збурень об'єкта керування ЕМС.

8. ПІД-регулятори цілого порядку, синтезовані інтелектуальними методами (МРЧ, ГА), характеризуються гіршою робастністю  $R_b$ , ніж ПІ<sup>λ</sup>Д<sup>μ</sup>-регулятори. ПІД-регулятори цілого порядку, синтезовані за опису об'єкта керування більш адекватними моделями дробового порядку, мають кращу робастність  $R_b$ , ніж у випадку опису об'єкта цілочисельними моделями високого порядку, навіть у випадку застосування для синтезу методу УХП.

9. Дробові регулятори, синтезовані на основі методу ДХП, мають найкращу робастність  $R_b \approx 0$  та до низькочастотних збурень зі сторони навантаження.

10. Удосконалено метод робастного керування ЕМС за використання функціонала якості, стійкості, контролю умов робастності до високочастотних завад і низькочастотних збурень у каналі навантаження за використання інтелектуальних методів.

11. Випробування в ПЧ МFC 710 опції з ПІ<sup>λ</sup>Д<sup>μ</sup>-регулятором в системі керування швидкості за використання стенду фірми "Тверд" підтвердили її ефективність з точки зору розширення регульовальних можливостей такого регулятора в порівнянні з класичним ПІД-регулятором. Проведені дослідження показали, що Д<sup>μ</sup>-складової регулятора забезпечує ефект фільтрування змінної складової на виході регулятора швидкості, тобто до зменшення пульсацій моменту АД.

12. Підхід до синтезу за використання ДХП дозволяє знаходити структуру і параметри дробового регулятора в результаті відносно простих розрахунків. Дробовий регулятор, синтезований для системи ПЧ-АД, описаного як об'єкт керування ПФ отриманою за результатами експериментальних досліджень і вхідного завдання на 1200 об./хв., задовільно працює і на інших заданих швидкостях.

13. Проведені дослідження різних варіантів параметричного синтезу ПІ<sup>λ</sup>Д<sup>μ</sup>-регулятора дробового порядку швидкості для ПЧ-АД за використання методів інтелектуального керування, зокрема ГА, показали повну працездатність такого

підходу. ПІД<sup>μ</sup>-регулятори, синтезовані інтелектуальними методами для ПЧ-АД, задовільно працюють в усьому діапазоні зміни швидкості.

14. Результати досліджень підтвердили можливість практичного застосування режиму самоналагодження контура швидкості ПЧ-АД з дробовим ПІД<sup>μ</sup>-регулятором.

15. Отримані теоретичні результати впроваджено в навчальний процес кафедри “Електропривод та комп’ютеризовані електромеханічні системи” Національного університету “Львівська політехніка”, а практичні результати – у виконання науково-дослідних робіт, зокрема в науково-виробничій фірмі «Тверд», ЛМКП «Львівводоканал» і ТЕЦ-1 ЛМКП «Львівтеплоенерго».



**СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ**

1. Лозинський А.О. Системи керування електропобутовими приладами: навч. посібник. / А. О. Лозинський, Б. Л. Копчак, В. В. Бушер. – Львів: Видавництво Львівської політехніки, 2010. – 304 с.
2. Потапов А. А. Фракталы, скейлинг и дробные операторы в радиотехнике и электронике: Современное состояние и развитие [Электронный ресурс] / А. А. Потапов // Электронный журнал “Журнал радиоэлектроники (ИРЭ им. В.А. Котельникова РАН)”. – 2010. – Режим доступа до ресурсу: <http://jre.cplire.ru/jre/jan10/4/text.pdf>.
3. Васильев В. В. Дробное исчисление и аппроксимационные методы в моделировании динамических систем / В. В. Васильев, Л. А. Симак. – Київ: НАН України, 2008. – 256 с.
4. Petras I. Fractional-order nonlinear systems: modeling, analysis and simulation / I. Petras. – Berlin: НЕР, Springer-Verlag, 2011. – 218 p.
5. Fractional-order systems and controls. Fundamentals and applications / С. А. Monje [та ін.]. – London: Springer-Verlag London Limited, 2010. – 415 p.
6. Caponetto R. Fractional order systems: modeling and control applications / R. Caponetto, G. Dongola, L. Fortuna; World Scientific series on nonlinear science, Series A, Monographs and treatises. Vol. 72.– New Jersey: World Scientific, 2010. – 200 p.
7. Oustaloup A. From fractal robustness to the CRONE approach / A. Oustaloup, J. Sabatier, X. Moreau // ESAIM: Proceedings Fractional Differential Systems: Models, Methods and Applications. – 1998. – №5. – P. 177–192.
8. Xue D. Linear feedback control: Analysis and design with MATLAB / D. Xue, Y. Chen, D. Atherton. – Philadelphia: Siam, 2007. – 354 с.
9. Костицын В. И. Физический смысл дробной производной [Электронный ресурс] / В. И. Костицын // Новые идеи и гипотезы. – 2012. – Режим доступа до ресурсу: <http://new-idea.kulichki.net/pubfiles/120719171820.doc>.
10. Mandelbrot B. The fractal geometry of nature. San Francisco: Freeman, 1992. – 472p.

11. Доля Г. Н. Вычисление размерностей временного ряда фотоотсчетов полученных при лазерном зондировании турбулентной трассы / Г. Н. Доля, Р. Э. Пашенко, А. Н. Скрипка // Вісник Харківського національного університету. Серія «Математичне моделювання. Інформаційні технології. Автоматизовані системи управління». – 2007. – №780. – С. 94–104.
12. Балагула Ю. М. Применение фрактального анализа в задачах электротехники: автореф. дис. на здобуття наук. ступеня канд. техн. наук : 05.09.05 / Балагула Ю. М. – Санкт-Петербург, 2013. – 18 с.
13. Белушенко В. С. Использование стохастических моделей для оперативного контроля напряженно-деформированного состояния породного массива [Электронный ресурс] / В. С. Белушенко, Ю. Д. Шмаков. – 2011. – Режим доступа до ресурсу: [http://www.rusnauka.com/15\\_APSN\\_2011/Informatica/3\\_88091.doc.htm](http://www.rusnauka.com/15_APSN_2011/Informatica/3_88091.doc.htm).
14. Иванников В. И. Фрактальность нефтегазовых пластов и добыча углеводородов [Электронный ресурс] / В. И. Иванников // Бурение и нефть. – 2011. – Режим доступа до ресурсу: <http://burneft.ru/archive/issues/2011-02/11>.
15. Tijera M. Analysis of fractal dimension of the wind speed and its relationships with turbulent and stability parameters [Электронный ресурс] / M.Tijera, G. Maqueda, C. Yague // Fractal Analysis and Chaos in Geosciences. – 2012. – Режим доступа до ресурсу: [http://cdn.intechopen.com/pdfs/40877/InTech-Analysis\\_of\\_fractal\\_dimension\\_of\\_the\\_wind\\_speed\\_and\\_its\\_relationships\\_with\\_turbulent\\_and\\_stability\\_parameters.pdf](http://cdn.intechopen.com/pdfs/40877/InTech-Analysis_of_fractal_dimension_of_the_wind_speed_and_its_relationships_with_turbulent_and_stability_parameters.pdf).
16. Криволапова Л. И. Фрактальная размерность – оценочная мера качества поверхности металлопроката / Л. И. Криволапова, О. А. Кравцова, С. В. Соколов. // Доклады ТУСУРа. – 2015. – №1. – С. 142–147.
17. Кожухов А. А. Развитие научных основ вспенивания сталеплавильных шлаков с целью повышения энерготехнологических показателей производства стали в дуговых сталеплавильных печах : дис. докт. техн. наук : 05.16.02 / Кожухов Алексей Александрович; Национальный исследовательский технологический университет «МИСиС». – Москва, 2015. – 375 с.

18. Дорошенко В. С. Отразить в литом металле математику природі / В. С. Дорошенко // Спеціальна металургія: вчора, сьогодні, завтра. НТУУ "КПІ". – 2014. – С. 281–291.
19. Дорошенко В. С. Аддитивные процессы песчаной формовки и точного литья металлоизделий / В. С. Дорошенко // Спеціальна металургія: вчора, сьогодні, завтра. НТУУ "КПІ". – 2015. – С. 286–300.
20. Бушер В. В. Покращення якості електротехнічних систем з дробовими інтегрально-диференційними ланками : автореф. дис. на здобуття наук. ступеня докт. техн. наук : спец. 05.09.03 / Бушер В. В. – Одеса, 2013. – 37 с.
21. Westerlund S. Capacitor theory / S. Westerlund, L. Ekstam // IEEE Transactions on Dielectrics and Electrical Insulation. – 1994. – №1. – P. 826 – 839.
22. Westerlund S. Dead matter has memory! / S. Westerlund. – Kalmar: Causal Consulting, 2002. – 219 p.
23. Schafer I. Modelling of lossy coils using fractional derivatives / I. Schafer, K. Kruger // Journal of Physics D: Applied Physics. – 2008. – №41. – С. 1–8.
24. Freeborn T. J. Fractional-order models of supercapacitors, batteries and fuel cells: a survey / T. J. Freeborn, B. Maundy, A. S. Elwakil // Materials for Renewable and Sustainable Energy. – 2015. – №4. – С. 1–7.
25. Abbey C. Supercapacitor energy storage for wind energy applications / C. Abbey, G. Joos // IEEE Transactions on Industry Applications. – 2007. – №43. – P. 769–776.
26. Martínez R. Fractional DC/DC converter in solar-powered electrical generation systems / R. Martínez, Y. Bolea, A. Grau // IEEE Conference on Emerging Technologies & Factory Automation. – 2009. – P. 1 – 6.
27. Cao J. A new battery/ultracapacitor hybrid energy storage system for electric, hybrid, and plug-in hybrid electric vehicles / J. Cao, A. Emadi // IEEE Transactions on Power Electronics. – 2012. – №27. – P. 122 – 132.
28. Vilathgamuwa D. M. A three-level flying-capacitor rectifier based supercapacitor direct integration scheme for distributed generation systems / D. M. Vilathgamuwa, S. D. Jayasinghe // In Proceedings of the 2012 IEEE International Symposium on Industrial Electronics (ISIE). – 2012. – С. 1566–1571.

29. Baleanu D. Fractional dynamics and control / D. Baleanu, J. A. Tenreiro Machado, A. C. Luo. – New York: Springer, 2012. – 309 p.
30. Krishna B. T. Active and passive realization of fractance device of order 1/2 [Электронный ресурс] / B. T. Krishna, K. Reddy // Active and passive electronic components. – 2008. – Режим доступа до ресурсу: <http://dx.doi.org/10.1155/2008/369421>.
31. Machado J.A.T. Fractional order electromagnetics / J.A.T. Machado, I. S. Jesus, A. Galhano, A. Cunha // Signal processing. – 2006. – №86. – P. 2637–2644.
32. Ostalczyk P. Fundamental properties of the fractional-order discrete-time integrator / P. Ostalczyk // Signal Processing. – 2003. – №83. – P. 2367–2376.
33. Petras I. A robust stability test procedure for a class of uncertain LTI fractional order systems [Электронный ресурс] / I. Petras, Y. Chen, B. Vinagre // International Carpathian Control Conference ICCS'2002. – 2002. – Режим доступа до ресурсу: <http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.68.708&rep=rep1&type=pdf>.
34. Podlubny I. Analogue realizations of fractional-order controllers / I. Podlubny, I. Petras, B. Vinagre // Nonlinear dynamics. – 2002. – №29. – P. 281–296.
35. Podlubny I. Fractional-order systems and  $PI^\lambda D^\mu$  - controllers / I. Podlubny // IEEE Transactions on Automatic Control. – 1999. – Vol.44, No.1. – С. 208 – 214.
36. Podlubny I. Fractional differential equations / I. Podlubny. – San Diego: Elsevier Science Publishing Co Inc, 1998. – 340 p.
37. Ferreira N.M.F. Fractional - order hybrid control of robotic manipulators [Электронный ресурс] / N.M.F. Ferreira, J.A.T. Machado // Proceedings of the 11<sup>th</sup> International Conference on Advanced Robotics (ICAR 2003). – 2003. – P. 393–398. – Режим доступа до ресурсу: [http://www.ave.dee.isep.ipp.pt/~gris/\\_private/ICAR03%20Nuno.pdf](http://www.ave.dee.isep.ipp.pt/~gris/_private/ICAR03%20Nuno.pdf).
38. Vinagre B. Fractional order systems and fractional order control actions / B. Vinagre, C. Monje, A. Calderon // IEEE Conference on Decision and Control. – 2002. – P. 2550–2554.

39. Авсиевич А. В. Моделирование систем автоматического управления с дробным ПИД-регулятором / А. В. Авсиевич, В. В. Авсиевич. // Вестник СГТУ. Серия «Технические науки». – 2010. – №1 (26). – С. 6–12.
40. Necati O. Fractional  $PI^\lambda$  controller for fractional order linear systems with input hysteresis [Электронный ресурс] / O. Necati, B. Beyza // Sixth EUROMECH Nonlinear Dynamics Conference (ENOC-2008). – 2008. – Режим доступа до ресурсу: <https://www.google.com.ua/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=1&cad=rja&uact=8&ved=0ahUKEwiriL7vjYLMaHWEESwKHbvpAyUQFggaMAA&url=http%3A%2F%2Flib.physcon.ru%2Ffile%3Fid%3D3dad8e0f6870&usg=AFQjCNHSys38TTNhxjb7rYycaH1K4PJ8Yg&sig2=lCYY15P5lx8RMjjQ0VvqmQ&bvm=bv.119028448,d.bGs>.
41. Petras I. Control quality enhancement by fractional order controllers / I. Petras, L. Dorcak, I. Kostial // *Acta Montanistica Slovaca*. – 1998. – №3. – P. 143–148.
42. Podlubny I. Realization of fractional order controllers / I. Podlubny, I. Petras, B. Vinagre // *Acta Montanistica Slovaca*. – 2003. – №8. – P. 233–235.
43. Barbosa R. Implementation of discrete-time fractional-order controllers based on LS approximations / R. Barbosa, T. Machado // *Acta Polytechnica Hungarica*. – 2006. – Vol. 3, No.4. – P. 5–22.
44. Cao J. Design of fractional order controller based on particle swarm optimization / J. Cao, B. Cao // *International Journal of Control, Automation, and Systems*. – 2006. – Vol. 4, No. 3 – P. 775–781.
45. Dzieliński A. Some applications of fractional order calculus / A. Dzieliński, D. Sierociuk, G. Sarwas // *Bulletin Of Polish Academy Of Sciences. Technical Sciences*. – 2010. – №58. – P. 583 – 592.
46. Fortuna L. Approximation of high-order lumped systems by using non-Integer order transfer functions / L. Fortuna, S. Graziani, G. Muscato // *Proceedings of the 7th IEEE Mediterranean Conference on Control and Automation (MED'99)*. – 1999. – P. 2222–2230.
47. Oustaloup A. *Systemes asservis lineaires d'ordre fractionnaire: Theorie et pratique* / A. Oustaloup. – Paris: Masson, 1983. – 296 p.

48. Oustaloup A. La commande CRONE / A. Oustaloup. – Paris: Hermes, 1991. – 495p.
49. Charef A. Fractal system as represented by singularity function / A. Charef, H. H. Sun, Y. Y. Tsao, B. Onaral // IEEE Transactions on Automatic Control. – 1992. – №37. – P. 1465 – 1470.
50. Потапов А. А. Дробное исчисление А.В. Летникова, теория фракталов и скейлинг / А. А. Потапов, В. А. Черных. – М.: Физматлит, 2010. – 820 с.
51. Petras I. Control quality enhancement by fractional order controllers / I. Petras, L. Dorcak, I. Kostial // Acta Montanistica Slovaca. – 1998. – №3. – P. 143–148.
52. Podlubny I. Fractional-order systems and  $PI^{\lambda}D^{\mu}$  - controllers / I. Podlubny // IEEE Transactions on Automatic Control. – 1999. – №44. – P. 208 – 214.
53. Тверд М. Самоналагодження параметрів регулятора швидкості електромеханічної системи з мікропроцесорним керуванням методом рою частинок / М. Тверд, Б. Л. Копчак // Вісник Нац. ун-ту «ХП». Серія: Проблеми автоматизованого електроприводу. Теорія і практика. Силова електроніка і енергоефективність: зб. наук. пр. – 2015. – №12. – С. 107–110.
54. Марущак Я. Ю. Дослідження системи автоматичного керування напруги автономного асинхронного генератора з регуляторами дробового порядку / Я. Ю. Марущак, Б. Л. Копчак, Л. С. Копчак, В. Б. Цяпа // Електромеханічні та енергозберігаючі системи. Тематичний випуск «Проблеми автоматизованого електропривода. Теорія і практика». – 2012. – №3. – С. 405–407.
55. Марущак Я. Ю. Регулятори дробового порядку в системах підпорядкованого регулювання напруги автономного асинхронного генератора / Я. Ю. Марущак, Б. Л. Копчак, Л. С. Копчак. // Вісн. Нац. ун-ту “Львівська політехніка”. Серія: Електроенергетичні та електромеханічні системи: зб. наук. праць. – 2013. – №763. – С. 76–80.
56. Marushchak Y. Synthesis of automatic control systems by using binomial and Butterworth standard fractional order forms / Y. Marushchak, B. Kopchak // Computational problems of electrical engineering. – 2015. – Vol. 5, No. 2. – С. 89–94.

57. Копчак Б. Л. Застосування методу генетичного алгоритму для аналізу й синтезу електромеханічних систем / Б. Л. Копчак // Проблеми енергоресурсозбереження в електротехнічних системах. Наука, освіта і практика. Наукове видання. – 2016. – №1(4). – С. 40–42.
58. Копчак Б. Л. ПІД<sup>λ</sup>Д<sup>μ</sup>-регулятор дробового порядку для перетворювачів частоти типу MFC 710 / Б. Л. Копчак, М. Тверд, Б. Козловські // Електротехніка і електромеханіка. – 2016. – №4(1). – С. 84–88.
59. Копчак Б.Л. Синтез електромеханічних систем методом рою частинок за використання дробових стандартних форм / Б. Л. Копчак // Проблеми енергоресурсозбереження в електротехнічних системах. Наука, освіта і практика. Наукове видання. – Кременчук: КрНУ, 2015. – Вип. 1/2015 (3). – С34–36.
60. Korpchak B. Synthesis of automatic control systems by a particle swarm optimization method using Butterworth fractional standard forms / B. Korpchak // Proceedings 16<sup>th</sup> International Conference on Computational Problems of Electrical Engineering (CPEE). – Львів: Видавництво Львівської політехніки. – 2015. – P. 78 – 80.
61. Копчак Б. Л. Синтез нечіткого дробового регулятора і дослідження його впливу на робастність електромеханічної системи / Б. Л. Копчак // Вісн. Нац. ун-ту “Львівська політехніка”. Серія: Електроенергетичні та електромеханічні системи: зб. наук. праць. – 2015. – №834. – С. 41–47.
62. Oustaloup A. The CRONE control of resonant plants: Application to a flexible transmission / A. Oustaloup, B. Mathieu, P. Lanusse // European Journal of Control. – 1995. – №1. – P. 113–121.
63. Machado J. A. T. Analysis and design of fractional-order digital control systems / J.A.T. Machado // Systems Analysis, Modelling, Simulation. – 1997. – №27. – P. 107–122.
64. Авсиевич А. В. Исследование частотных свойств ПИД законов регулирования с интегральными и дифференциальными звеньями дробного порядка / А.В. Авсиевич, Е. Ф. Салюков, А. Л. Чернигов // Труды Братского государственного технического университета. – 2004. – №1. – С. 41–43.

65. Авсиевич А. В. Исследование переходных характеристик ПИД законов регулирования дробного порядка / А. В. Авсиевич, Е. Ф. Салюков, А. Л. Чернигов // Труды Братского государственного технического университета. – 2004. – №1. – С. 44–47.
66. Vinagre B. M. On fractional PID controllers: A frequency domain approach / B. M. Vinagre, I. Podlubny, L. Dorcak // Proceedings of IFAC Workshop on Digital Control-PID'00. – 2000. – P. 53–58.
67. Podlubny I. On fractional derivatives, fractional-order dynamic systems and  $PI^\lambda D^\mu$ -controllers / I. Podlubny, L. Dorcak, I. Kostial // Proceedings of the 36th IEEE Conference on Decision and Control. – 1997. – №5. – P. 4985–4990.
68. Maiti D. Design of a fractional order PID controller using particle swarm optimization technique [Электронный ресурс] / D. Maiti, S. Biswas, A. Konar // 2nd National Conference on Recent Trends in Information Systems (ReTIS-08). – 2008. – Режим доступа до ресурсу: <https://arxiv.org/ftp/arxiv/papers/0810/0810.3776.pdf>.
69. Kennedy J. Particle swarm optimization / J. Kennedy, R. C. Eberhart // Proceedings of IEEE International Conference on Neural Networks. – 1995. – Vol. 4. – P. 1942–1948.
70. Konar A. Recent advances in evolutionary search and optimization algorithms / A. Konar, S. Das // Proceedings of International Conference Next Generation Maintenance Systems (NGMS 2006). – 2006.
71. Dorcak L. State-space controller design for the fractional-order regulated system / L. Dorcak, I. Petras, I. Kostial // Proceedings of the International Carpathian Control Conference ICC'2001. – 2001. – P. 15 – 20.
72. Dorcak L. Fractional-order state space models [Электронный ресурс] / L. Dorcak, I. Petras, I. Kostial // Proceeding International Carpathian Control Conference ICC'2002. – 2002. – P. 193–198. – Режим доступа до ресурсу: <https://arxiv.org/ftp/math/papers/0204/0204193.pdf>.
73. Machado J. A. T. A new method for approximating fractional derivatives: Application in non-linear control [Электронный ресурс] / J. A. T. Machado, A. M. S. Galhano // Sixth EUROMECH Nonlinear Dynamics Conference (ENOC-2008). – 2008.



- Режим доступа до ресурсу:  
[https://www.researchgate.net/publication/241904348\\_A\\_NEW\\_METHOD\\_FOR\\_APPROXIMATING\\_FRACTIONAL\\_DERIVATIVES\\_APPLICATION\\_IN\\_NON-LINEAR\\_CONTROL](https://www.researchgate.net/publication/241904348_A_NEW_METHOD_FOR_APPROXIMATING_FRACTIONAL_DERIVATIVES_APPLICATION_IN_NON-LINEAR_CONTROL).
74. Barbosa R. Fractional describing function analysis of systems with backlash and impact phenomena [Электронный ресурс] / R. Barbosa, J. A. T. Machado // Proceeding of 6<sup>th</sup> International Conference of Intelligent Systems. – 2008. – Режим доступа до ресурсу:  
[https://www.researchgate.net/publication/228606565\\_Fractional\\_Describing\\_Function\\_Analysis\\_of\\_Systems\\_with\\_Backlash\\_and\\_Impact\\_Phenomena](https://www.researchgate.net/publication/228606565_Fractional_Describing_Function_Analysis_of_Systems_with_Backlash_and_Impact_Phenomena).
75. Ferreira N. M. F. Fractional-order hybrid control of robotic manipulators [Электронный ресурс] / N. M. F. Ferreira, J. A. T. Machado // Proceedings of ICAR 2003 - The 11th International Conference on Advanced Robotics. – 2003.– P. 393–398.  
– Режим доступа до ресурсу:  
[https://www.researchgate.net/publication/242654860\\_Fractional-Order\\_Hybrid\\_Control\\_of\\_Robotic\\_Manipulators](https://www.researchgate.net/publication/242654860_Fractional-Order_Hybrid_Control_of_Robotic_Manipulators).
76. Duarte F. B. Pseudoinverse trajectory control of redundant manipulators: a fractional calculus perspective / F. B. Duarte, J. A. T. Machado // Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA '02). – 2002. – №3. – P. 2406 – 2411.
77. Бушер В. В. Синтез регуляторов для систем управления климатическими установками / В. В. Бушер // Электротехнические и компьютерные системы. – 2012. – №5. – С. 125–130.
78. Синтез упрощённых структур двухмассовых электроприводов с нелинейной нагрузкой / Л. В. Акимов, В. Т. Долбня, В. Б. Клепиков, В. Б. Пирожок. – Харьков: НТУ "ХПИ", 2002. – 160 с.
79. Ostalczyk P. The CRONE robustness measure / P. Ostalczyk, T. Rybicki // Proceeding of 11<sup>th</sup> International Conference on Advanced Robotics. – 2003. – P. 246–251.

80. Xue D. A comparative introduction of four fractional order controllers / D. Xue, Y. Chen // Proceedings of the 4th World Congress on Intelligent Control and Automation. – 2002. – №4. – P. 3228 – 3235.
81. Jifeng W. Frequency domain analysis and applications for fractional-order control systems / W. Jifeng, L. Yuankai // Journal of Physics. – 2005. – №13. – P. 268–273.
82. Vinagre B. M. Fractional order systems and fractional order control actions / B. M. Vinagre, C. A. Monje, A. J. Calderon // IEEE Conference on Decision and Control. – 2002. – P. 2550–2554.
83. Matignon D. Stability properties for generalized fractional differential systems / D. Matignon // ESAIM: Proceedings Fractional Differential Systems: Models, Methods and Applications. – 1998. – №5. – С. 145–158.
84. Chen Y. Analytical stability bound for a class of delayed fractional-order dynamic systems / Y. Chen, K. L. Moore // Proceedings of the 40th IEEE Conference on Decision and Control. – 2001. – №2. – P. 1421 – 1426.
85. Vinagre B. M. Using fractional order adjustment rules and fractional order reference models in model-reference adaptive control / B. M. Vinagre, I. Petras, I. Podlubny // Nonlinear Dynamics. – 2002. – №29. – P. 269–279.
86. Леоненков В.А. Нечеткое моделирование в среде MATLAB и fuzzyTECH.– СПб.: БХВ-Перербург, 2003. – 736 с.
87. Марущак Я. Ю. Нечітке керування автономною асинхронною генераторною установкою за умови дії випадкових збурень / Я. Ю. Марущак, Б. Л. Копчак, Л. С. Копчак // Електромашинобудування та електрообладнання. Темат. випуск “Проблеми автоматизованого електропривода. Теорія і практика”. Випуск 66. – Київ: Техніка. – 2006. – С. 389–390.
88. Ostalczyk P. Fundamental properties of the fractional-order discrete-time integrator / P. Ostalczyk // Signal Processing. – 2003. – Vol. 83, Iss. 11. – P. 2367–2376.
89. Samadi S. Exact fractional-order differentiators for polynomial signals / S. Samadi, M. O. Ahmad, M. N. S. Swamy // IEEE Signal Processing Letters. – 2004. – №11. – P. 529 – 532.

90. Farid H. Discrete - time fractional differentiation from integer derivatives [Электронный ресурс] / H. Farid // Dartmouth Technical Report TR2004-528. – 2004. – Режим доступа до ресурсу: <http://www.cs.dartmouth.edu/farid/downloads/publications/tr04b.pdf>
91. Abbisso S. Realization of a non integer order PID controller [Электронный ресурс] / S. Abbisso, R. Caponetto, O. Diamante // ECCTD'01 - European Conference on Circuit Theory and Design. – 2001. – P. 317–320. – Режим доступа до ресурсу: <http://lib.tkk.fi/Books/2001/isbn9512263378/papers/1124.pdf>.
92. Chen Y. Q. Discretization schemes for fractional-order differentiators and integrators / Y. Q. Chen, K. L. Moore // IEEE Transactions on circuits and systems – I: Fundamental theory and applications. – 2002. – №49. – P. 363–367.
93. Волянский Р. С. Исследование частотных характеристик динамических звеньев с производными дробных порядков / Р. С. Волянский, А. В. Садовой // Сборник научных работ ДГТУ (технические науки). Тематический выпуск „Проблемы автоматизированного электропривода. Теория и практика”. – 2007. – С. 82–85.
94. Podlubny I. Realization of fractional order controllers / I. Podlubny, I. Petras, B. M. Vinagre // Acta Montanistica Slovaca. – 2003. – №8. – P. 233–235.
95. Podlubny I. Fractional-order systems and  $PI^{\lambda}D^{\delta}$  controllers / I. Podlubny // IEEE Trans. On Automatic Control. – 1999. – №44. – P. 208–213.
96. Petras I. Practical application of digital fractional-order controller to temperature control / I. Petras, B. M. Vinagre // Acta Montanistica Slovaca. – 2002. – №7. – P. 131–137.
97. Marushchak Y. Analiza modeli calkowania i rozniczkowania ulamkowego / Y. Marushchak, B. Kopchak // Zeszyty Naukowe Politechniki Rzeszowskiej. Elektrotechnika. – 2015. – №2. – P. 213–222.
98. Лукевски М. Повышение энергосбережения электроприводов переменного тока с преобразователями частоты за счет использования дросселей фирмы ELHAND TRANSFORMATORY / М. Лукевски, В. И. Ткачук, Б.Л. Копчак // Вісник Нац. тех. ун-ту «ХПИ». – Харків: НТУ «ХПИ», 2008. – № 30. – С. 489–492.

99. Шевченко І. С. Спеціальні питання теорії електропривода. Динамічні процеси в складних механічних системах: навч. посіб. для студентів ВНЗ / І. С. Шевченко, Д. І. Морозов. - Київ: Кафедра, 2014. – 199 с.
100. Monje C. A. PI vs. fractional DI control: first results / C. A. Monje, A. J. Calderon, B. M. Vinagre // Proceedings 5th Portuguese Conference on Automatic Control CONTROL-2002. – 2002. – P. 359–364.
101. Monje C. A. On fractional  $PI^\lambda$  controllers: some tuning rules for robustness to plant uncertainties / C. A. Monje, A.J. Calderon, B. M. Vinagre // Nonlinear Dynamics. – 2004. – Vol. 38, Iss. 1, P. 369–381.
102. Chen Y. Q. Robust  $PI^\alpha$  controller tuning rule with iso-damping property / Chen Y. Q., Mil C. H., Vinagre B. M. // Proceedings of the 2004 American Control Conference (ACC2004). – 2004.
103. Monje C. A. Proposals for fractional  $PI^\lambda D^\mu$  tuning / C. A. Monje, B. M. Vinagre, Y. Chen // The First IFAC Symposium on Fractional Differentiation and its Applications. – 2004. – №38. – P. 369–381.
104. Акимов Л. В. Автоматизированные электромеханические системы с модальными регуляторами и наблюдателями состояния / Л. В. Акимов, А. Верма, О. Ю. Глебов. – Харьков: ХГПУ, 1997. – 90 с.
105. Поляк Б. Т. Робастная устойчивость и управление / Б. Т. Поляк, П. С. Щербаков. – Москва: Наука, 2002. – 303 с.
106. Tavazoei M. S. A note on the stability of fractional order systems / M. S. Tavazoei, M. Haeri // Mathematics and Computers in Simulation. – 2009. – №79. – P. 1566–1576.
107. Radwan A. G. On the stability of linear system with fractional order elements / A. G. Radwan, A. M. Soliman, A. S. Elwakil // Chaos Solitons & Fractals. – 2009. – №40. – P. 2317–2328.
108. Petras I. Stability of fractional-order systems with rational orders: a survey / I. Petras // Fractional calculus & applied analysis. – 2009. – Vol. 12, No. 3. – P. 269–298.
109. Dzieliński A. Some applications of fractional order calculus / A. Dzieliński, D. Sierociuk, G. Sarwas // Bulletin Of Polish Academy Of Sciences. Technical Sciences. – 2010. – Vol. 58, No.4. – P. 583 – 592.

110. Бушер В. В. Динамические свойства систем управления с дробным порядком астатизма / В. В. Бушер // *Електротехнічні та комп'ютерні системи*. – 2010. – №01(77). – С. 13–16.
111. Monje C. A. Proposals for fractional  $PI^{\lambda}D^{\mu}$  tuning / C. A. Monje, B. M. Vinagre, Y. Chen // *The First IFAC Symposium on Fractional Differentiation and its Applications*. – 2004. – №38. – P. 369–381.
112. Caponetto R. Parameter tuning of a non integer order PID controller [Електронний ресурс] / R. Caponetto, L. Fortuna, D. Porto // *Proceedings of the Fifteenth International Symposium on Mathematical Theory of Networks and Systems*. – 2002. – Режим доступу до ресурсу: <http://www3.nd.edu/~mtns/papers/7434.pdf>.
113. Leu J. F. Design of optimal fractional-order PID controllers / J. F. Leu, S. Y. Tsay, C. Hwang // *Journal of the Chinese Institute of Chemical Engineers*. – 2002. – №33(2). – P. 193–202.
114. Calderon A. J. Fractional sliding mode control of a DC-DC buck converter with application to DC motor drives / A. J. Calderon, B. M. Vinagre, V. Feliu // *Proceedings of the 11th International Conference on Advanced Robotics (ICAR 2003)*. – 2003. – P. 252–257.
115. Calderon A. J. Linear fractional order control of a DC-DC buck converter / A. J. Calderon, B. M. Vinagre, V. Feliu // *European Control Conference (ECC)*. – 2003. – P. 1292 – 1297.
116. Asrom K. J. The future of PID control / K. J. Asrom, T. Haggund // *Control Engineering Practice*. – 2001. – №9. – P. 1163–1175.
117. Chen Y. Relay feedback tuning of robust PID controllers with iso-damping property / Y. Chen, K. L. Moore // *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B (Cybernetics)*. – 2005. – Vol. 35, Iss. 1. – P. 23 – 31.
118. Kopchak B. Application of particle swarm optimization method for solving the problems of approximation of electromechanical systems' parts / B. Kopchak // *Computational problems of electrical engineering*. – 2013. – №2(5). – С. 41–44.

119. Марущак Я. Ю. Представлення передавальних функцій дробового порядку передавальними функціями цілого порядку / Я. Ю. Марущак, Б. Л. Копчак // Проблеми енергоресурсозбереження в електротехнічних системах. Наука, освіта і практика. – 2014. – №1. – С. 41–43.
120. Marushchak Y. Approximation of fractional order differential-integral controllers by integer order transfer functions / Y. Marushchak, B. Kopchak. // Computational problems of electrical engineering. – 2014. – №1. – P. 29–32.
121. Hall M. A cumulative multi-niching genetic algorithm for multimodal function optimization / M. Hall // International Journal of Advanced Research in Artificial Intelligence. – 2012. – №1. – P. 6–13.
122. Haupt R. L. Practical genetic algorithms / R. L. Haupt, S. E. Haupt. – Hoboken: John Wiley & Sons, Inc, 2004. – 252 p.
123. Konak A. Multi-objective optimization using genetic algorithms: A tutorial / A. Konak, D. W. Coit, A. E. Smith // Reliability Engineering and System Safety. – 2006. – №91. – P. 992–1007.
124. Malhotra R. Genetic algorithms: concepts, design for optimization of process controllers / R. Malhotra, N. Singh, Y. Singh // Computer and Information Science. – 2011. – №4. – P. 39–54.
125. Копчак Б. Л. Аналіз точності апроксимації об'єктів електромеханічних систем високого порядку дробовими передавальними функціями різного типу / Б. Л. Копчак // Вісн. Нац. ун-ту “Львівська політехніка”. Серія: Електроенергетичні та електромеханічні системи: зб. наук. праць. – 2014. – №785. – С. 33–38.
126. Кардашов А. А. Применение z-преобразования для экспоненциальной аппроксимации корреляционных и переходных функций / А. А. Кардашов // Автоматика и телемеханика. – 1968. – №3. – С. 61–70.
127. Копчак Б. Л. Апроксимація перехідних функцій поліномами дробового порядку / Б. Л. Копчак // Одеський національний політехнічний університет. Наук.-техн. журнал «Електротехнічні та комп'ютерні системи». – 2014. – №14. – С. 20–27.

128. Ma C. Fractional-order control: Theory and applications in motion control / C. Ma, Y. Hori // IEEE Industrial Electronics Magazine. – 2007. – №1. – P. 6–16.
129. Val'erio D. Ninteger v. 2.3 Fractional control toolbox for MatLab [Электронный ресурс] / D. Val'erio // Universidade tecnica de lisboa instituto superior tecnico. – 2005. – Режим доступа до ресурсу: <http://web.ist.utl.pt/duarte.valerio/ninteger/Manual.pdf>.
130. Oustaloup A. Frequency-band complex noninteger differentiator: characterization and synthesis / A.Oustaloup, F. Levron, B. Mathieu // IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications. – 2000. – №47. – P. 25–39.
131. Chen, Y. A list of Laplace and inverse Laplace transforms related to fractional order calculus [Электронный ресурс] / Y. Chen, I. Petras, B. Vinagre // Electrical and Computer Engineering. – 2001. – Режим доступа до ресурсу: [https://www.researchgate.net/publication/239554291\\_A\\_List\\_of\\_Laplace\\_and\\_Inverse\\_Laplace\\_Transforms\\_Related\\_to\\_Fractional\\_Order\\_Calculus](https://www.researchgate.net/publication/239554291_A_List_of_Laplace_and_Inverse_Laplace_Transforms_Related_to_Fractional_Order_Calculus).
132. Dalir M. Application of fractional calculus / M. Dalir, M. Bashour // Applied Mathematical Sciences. – 2010. – №4. – P. 1021 – 1032.
133. Репин А. И. Оптимальный синтез систем автоматического регулирования дробного порядка / А. И. Репин, Н. И. Смирнов, В. Р. Сабанин // Автоматизация и ИТ в энергетике. – 2011. – №7. – С. 4–10.
134. Бурцева Ю. С. Бесписковый метод расчета настроек регуляторов на минимум квадратичного критерия : дис. канд. техн. наук : 05.13.06 / Бурцева Юлия Сергеевна; МЭИ. – Москва, 2014. – 156 с.
135. Ротач В. Я. Теория автоматического управления / В. Я. Ротач. – Москва: МЭИ, 2004. – 400 с.
136. Штейнберг Ш. Е. Настройка и адаптация автоматических регуляторов. Инструментальный комплект программ / Ш. Е.Штейнберг, И. Е. Залуцкий, Л. П. Сережин // Промышленные АСУ и контроллеры. – 2003. – №10. – С. 43–47.
137. Sanchez Y. Fractional-PID control for active reduction of vertical tail buffeting / Y. Sanchez // Technical report. Saint Louis University, St. Louis. – 1999.

138. Zhao C. A fractional order PID tuning algorithm for a class of fractional order plants / C. Zhao, D. Xue, Y. Chen // IEEE International Conference Mechatronics and Automation. – 2005. – №1. – С. 216–221.
139. Бураков М. В. Генетический алгоритм: теория и практика / М. В. Бураков. – СПб: ГУАП, 2008. – 164 с.
140. Марущак Я. Ю. Дробові стандартні форми для синтезу електромеханічних систем / Я. Ю. Марущак, Б. Л. Копчак. // Наук.-техн. журнал «Електротехнічні та комп'ютерні системи». – 2014. – №15(91). – С. 57–60.
141. Acharya A. Extending the concept of analog Butterworth filter for fractional order systems / A. Acharya, Das S., Pan I. // Signal processing. – 2014. – Vol. 94. – P. 409–420.
142. Воронов А. А. Теория автоматического управления / А. А. Воронов. – М: Высшая школа, 1986. – 367с.
143. Марущак Я. Ю. Синтез електромеханічних систем з послідовним та паралельним корегуванням / Я. Ю. Марущак. – Львів: НУ ”Львівська політехніка”, 2005. – 208 с.
144. Толочко О.И. Конструирование передаточных функций линейных САУ из условий модульного оптимума / О. И. Толочко, П. Х. Коцегуб, Ю. В. Губарь // Праці Донецького держ. техн. ун-ту. Серія: Електротехніка і енергетика. – Донецьк: ДонДТУ. – 2000. – Вип. 17. – С. 24–30.
145. Коцегуб П. Х. Конструирование передаточных функций линейных САУ по заданному перерегулированию / П. Х. Коцегуб, О. И. Толочко, П. И. Розкаряка // Вісник Нац. тех. ун-ту «ХПІ». Серія: Електромеханіка, електроніка і електропривод. №10. – Харків, НТУ ХПІ. – 2001. – С. 95–98.
146. Копчак Б. Л. Застосування методу рою частинок для аналізу та синтезу електромеханічних систем з дробовими ланками / Б. Л. Копчак // Тези доповідей XII Міжнародної конференції «Контроль і управління в складних системах» (КУСС-2014). – 2014. – С. 113.



147. Тверд М. Преобразователь частоты с векторным управлением и расширенными функциональными возможностями / М. Тверд, И. Зеленский, Л. С. Копчак, Б.Л. Копчак // Вісник Нац. тех. ун-ту «ХПІ». Проблеми автоматизованого електропривода. Теорія і практика. Випуск 45. – Харків: НТУ "ХПІ". – 2005. – С. 382–383.
148. Kopchak B. Analysis of robust stability of electromechanical systems, described by fractional order transfer function / B. Kopchak // Proceedings of 5<sup>th</sup> International Youth Science Forum “Litteris Et Artibus”. Conference Electric power engineering and control system EPECS-2015.– Львів: Видавництво Львівської політехніки. – 2015. – P.156–157.
149. Мишунин В.В. Особенности анализа качества при проектировании систем с передаточными функциями дробного порядка / В.В. Мишунин, В.Г. Рубанов // Научные ведомости. – Белгород: БГУ, 2010. – № 1(72). – С. 134–143.
150. Bayat F.M. Extension of the root-locus method to a certain class of fractional-order systems / F.M. Bayat, M. Afshar, M. Karimi // ISA Transaction. – 2009. – Vol. 48, No. 1. – P. 48–53.
151. Химмельблау Д.М. Прикладное нелинейное программирование / Д. М. Химмельблау. – М.: Мир, 1975. – 536 с.
152. Hooke R. «Direct search» solution of numerical and statistical problems / R. Hooke, T.A. Jeeves // Journal of the Association for Computing Machinery (ACM). – New York, 1961. – №8(2). – P. 212–229.
153. Nelder J.A. A simplex method for function minimization / J. A. Nelder, R. Mead // The Computer Journal. – Oxford, 1965. – №7(4). – P. 308–313.
154. Марущак Я.Ю. Синтез електромеханічних систем на основі узагальненого характеристичного полінома: автореф. дис. на здобуття наук. ступеня д-ра. техн. наук : 05.09.03 / Ярослав Юрійович Марущак; НУ ЛП. – Львів, 2002. – 37 с.
155. Тверд М. Концепція привода електромобіля / М. Тверд, Л. С. Копчак, Б. Л. Копчак // Вісник Нац. тех. ун-ту «ХПІ». Серія: Проблеми автоматизованого електроприводу. Теорія і практика. – Х.: НТУ «ХПІ». – 2013. – №36(1009). – С. 410–411.

156. Kopchak B. Development of fractional order differential-integral controller by using Oustaloup transformation / B. Kopchak // Proceedings of XIIIth International Conference Perspective Technologies and Methods in MEMS Design (MEMSTECH 2016). – 2016. – P. 62 – 65.
157. Тверд М. Универсальный преобразователь частоты для электроприводов переменного тока / М. Тверд, И. Зеленский, Л. С. Копчак, Б. Л. Копчак // Технічна електродинаміка. Темат. випуск “Силова електроніка та енергоефективність”. Ч. 1. – 2004. – С. 19–20.
158. Тверд М. Использование нечетких регуляторов для улучшения характеристик привода с преобразователями частоты фирмы “ТВЕРД” / М. Тверд, А. О. Лозинський, Л. С. Копчак, Б. Л. Копчак // Технічна електродинаміка. Тематичний випуск. “Силова електроніка та енергоефективність”. Ч. 3. – Київ. – 2007. – С. 60–61.
159. Біляковський І.Є. Використання нечітких регуляторів для покращення характеристик електроприводів з безщітковими двигунами постійного струму / І. Є. Біляковський, Б. Л. Копчак, Л. С. Копчак, В. Б. Цяпа // Одеський національний політехнічний університет. Наук.-техн. журнал «Електротехнічні та комп’ютерні системи». – Київ: Техніка. – 2011. – № 03 (79). – С. 446–447.
160. Yager R, Dimitar P. Filev. Podstawy modelowania i sterowania rozmytego / R.Yager, D. P. Filev. – Warszawa: WNT, 1995. – 386p.
161. Тверд М. Современный четырехквadrантный преобразователь с ШИМ-управлением и синусоидальной формой тока, потребляемого из сети / М. Тверд, Я. Зеленски, Б. Л. Копчак // Вісник Нац. тех. ун-ту «ХПІ». – Харків: НТУ «ХПІ», 2008. – № 30. – С. 401–403.
162. Vaikundaselvan B. Dynamic model of wind energy conversion systems with fractional order controllers for the variable-speed operation of wind turbine / B. Vaikundaselvan // International journal of engineering science & advanced technology. – 2012. – Vol. 2, Iss. 4. – P. 1115–1121.

163. Tijera M. Analysis of fractal dimension of the wind speed and its relationships with turbulent and stability parameters [Електронний ресурс] / M.Tijera, G. Maqueda, C. Yague // Fractal Analysis and Chaos in Geosciences. – 2012. – Режим доступу до ресурсу: <http://cdn.intechopen.com/pdfs-wm/40877.pdf>
164. Марущак Я.Ю. Нечітке керування навантаженням автономної асинхронної вітроенергетичної установки / Я. Ю. Марущак, Б. Л. Копчак // Тези доповідей міжнародної наук.-техн. конференції «Проблеми розвитку систем енергетики і автоматики в АПК». – К.: НУБіП України, 2012. – С. 39–40.
165. Sobczyk T. Power electronic conversion system for small power plants based on renewable sources / T. Sobczyk, L. S. Korchak, B. L. Korchak // Одеський нац. політехн. ун-тет. Наук.-техн. журнал «Електротехнічні та комп'ютерні системи» № 03 (79). – Київ: Техніка. – 2011. – С. 367– 370.
166. Тверд М. Автономный асинхронный генератор с ШИМ-преобразователем, работающий параллельно с сетью / М. Тверд, Р. Яцукович, Б. Л. Копчак // Наук.-техн. журнал «Електроінформ». Темат. випуск «Проблеми автоматизованого електропривода. Теорія і практика» – Львів: ЕКОінформ, 2009. – С. 164–165.
167. Ткачук В.І. Нечітка система керування енергетичних режимів автономного асинхронного генератора / В. І. Ткачук, Б. Л. Копчак // Вісник Нац. тех. ун-ту «ХПІ». Проблеми автоматизованого електропривода. Теорія і практика. Випуск 45. – Харків: НТУ «ХПІ». – 2005. – С. 502–503.
168. Копчак Л.С. Система нечіткого керування автономного асинхронного генератора / Л. С. Копчак, Б. Л. Копчак // Технічна електродинаміка. Темат. випуск “Проблеми сучасної електротехніки - 2006”. Ч. 6. – Київ, 2006. – С. 49–52.
169. Марущак Я. Ю. Ситуаційне керування навантаженням автономної асинхронної вітроенергетичної установки / Я. Ю. Марущак, Л.С. Копчак, Б.Л. Копчак, М. В. Хай // Збірник наук. праць Дніпродзержинського державного технічного університету. Темат. випуск «Проблеми автоматизованого електропривода. Теорія і практика». Дніпродзержинськ: ДДТУ. – 2007. – С. 255-257.

170. Копчак Б. Л. Система нечіткого керування напруги автономного асинхронного генератора / Б. Л. Копчак // Вісн. Нац. ун-ту “Львівська політехніка”. Серія: Електроенергетичні та електромеханічні системи: зб. наук. праць. – Львів: НУ “ЛП”. – 2006. – № 544. – С. 63–67.
171. Тверд М. Трехуровневый преобразователь частоты с нулевой точкой и ШИМ-управлением фирмы “Twerd” для высоковольтного электропривода большой мощности / М. Тверд, В. И. Ткачук, Л.С. Копчак, Б. Л. Копчак // Вісник Нац. тех. ун-ту «ХП». Проблеми автоматизованого електропривода. Теорія і практика. Випуск 28. – Харків: НТУ “ХП”. – 2010. – С. 456–458.

**ДОДАТКИ**

## Додаток А

## Розв'язок задач апроксимації в електромеханіці за використання дробових моделей

А.1. Програма для здійснення апроксимації методом рою частинок за використання дробової моделі з п'ятьма змінними параметрами на алгоритмічній мові MATLAB

```
% Апроксимація методом рою частинок
```

```
Nmax=301;      %201
Etalon=bat2;
Skv=0;

iterations = 60;
inertia = 0.8;      %0,5
correction_factor = 1.0;  %0,5
swarm_size = 1024;

% ---- початкова позиція ----
index = 1;
for i = 1 : 4
    for j = 1 : 4
        for s = 1 : 4
            for r = 1 : 4
                for n = 1 : 4

                    swarm(index, 1, 1) = 1*i;      % a2      1
                    swarm(index, 1, 2) = 1*j;      % beta2    1
                    swarm(index, 1, 3) = 4*s;      % kp      4
                    swarm(index, 1, 4) = 1*r;      % a1      1
                    swarm(index, 1, 5) = 1*n;      % beta1    1

                    index = index + 1;
                end
            end
        end
    end
end
end
% plot(swarm(:, 1, 1), swarm(:, 1, 2), 'x')
swarm(:, 4, 1) = 1000;
swarm(:, 2, :) = 0;

% ітерації
for iter = 1 : iterations
```

```

%-- оновлення позиції і якість ---
for i = 1 : swarm_size
    swarm(i, 1, 1) = swarm(i, 1, 1) + swarm(i, 2, 1)/1.3; % оновлення a2 позиції
    swarm(i, 1, 2) = swarm(i, 1, 2) + swarm(i, 2, 2)/1.3; % оновлення beta2 позиції
    swarm(i, 1, 3) = swarm(i, 1, 3) + swarm(i, 2, 3)/1.3; % оновлення kp позиції
    swarm(i, 1, 4) = swarm(i, 1, 4) + swarm(i, 2, 4)/1.3; % оновлення a1 позиції
    swarm(i, 1, 5) = swarm(i, 1, 5) + swarm(i, 2, 5)/1.3; % оновлення beta1 позиції

    Skv=0;

    a2 = swarm(i, 1, 1);
    beta2 = swarm(i, 1, 2);
    kp = swarm(i, 1, 3);
    a1 = swarm(i, 1, 4);
    beta1 = swarm(i, 1, 5);

    %    for k=1: 401
    %        t=(k-1)*0.005;
    %        Model(k,1)=t;
    %    end
    Model=step(kp/((a2*ora_foc(beta2,3,0.01,100)+a1*ora_foc(beta1,3,0.01,100)+1)),0:0.05:15);

    for k=1 : Nmax
        Skv=Skv+(Etalon(k,2)-Model(k))^2;
    end
%    val = (x - 15)^2 + (y - 20)^2; % фітнес функція
    Skv=(Skv/Nmax)^0.5;

    if Skv < swarm(i, 4, 1)
        swarm(i, 3, 1) = swarm(i, 1, 1);
        a2best = swarm(i, 1, 1);
        swarm(i, 3, 2) = swarm(i, 1, 2);
        beta2best = swarm(i, 1, 2);
        swarm(i, 3, 3) = swarm(i, 1, 3);
        kpbest = swarm(i, 1, 3);
        swarm(i, 3, 4) = swarm(i, 1, 4);
        a1best = swarm(i, 1, 4);
        swarm(i, 3, 5) = swarm(i, 1, 5);
        beta1best = swarm(i, 1, 5);

        swarm(i, 4, 1) = Skv;
        Skvbest=Skv;
    end
end

[temp, gbest] = min(swarm(:, 4, 1)); % глобальна найкраща позиція

%--- оновлення вектора швидкості
for i = 1 : swarm_size
    swarm(i, 2, 1) = rand*inertia*swarm(i, 2, 1) + correction_factor*rand*(swarm(i, 3, 1) - swarm(i, 1, 1)) +
correction_factor*rand*(swarm(gbest, 3, 1) - swarm(i, 1, 1));
    swarm(i, 2, 2) = rand*inertia*swarm(i, 2, 2) + correction_factor*rand*(swarm(i, 3, 2) - swarm(i, 1, 2)) +
correction_factor*rand*(swarm(gbest, 3, 2) - swarm(i, 1, 2));

```

```

swarm(i, 2, 3) = rand*inertia*swarm(i, 2, 3) + correction_factor*rand*(swarm(i, 3, 3) - swarm(i, 1, 3)) +
correction_factor*rand*(swarm(gbest, 3, 3) - swarm(i, 1, 3));
swarm(i, 2, 4) = rand*inertia*swarm(i, 2, 4) + correction_factor*rand*(swarm(i, 3, 4) - swarm(i, 1, 4)) +
correction_factor*rand*(swarm(gbest, 3, 4) - swarm(i, 1, 4));
swarm(i, 2, 5) = rand*inertia*swarm(i, 2, 5) + correction_factor*rand*(swarm(i, 3, 5) - swarm(i, 1, 5)) +
correction_factor*rand*(swarm(gbest, 3, 5) - swarm(i, 1, 5));
end

%% Побудова рою
% clf
figure;
plot(swarm(:, 1, 1), swarm(:, 1, 2), 'x')
% plot(iter, Skvbest, 'x')
axis([-0.5 5 -0.5 5]);
title(['Ітерація ', num2str(iter), ' Сер. квадр. відх. ', num2str(Skvbest)]);
Skv1(iter,:) = Skvbest;
pause(.002)
end

```

А.2. Моделі в середовищі MATLAB Simulink для застосування методу генетичного алгоритму з пакету Optimization Tool для апроксимації передавальних функцій повного порядку ланок електромеханічних систем дробовими моделями

1. Для апроксимації передавальних функцій біноміальної форми та форми Баттерворта першого-четвертого порядку дробовою моделлю (2.4).

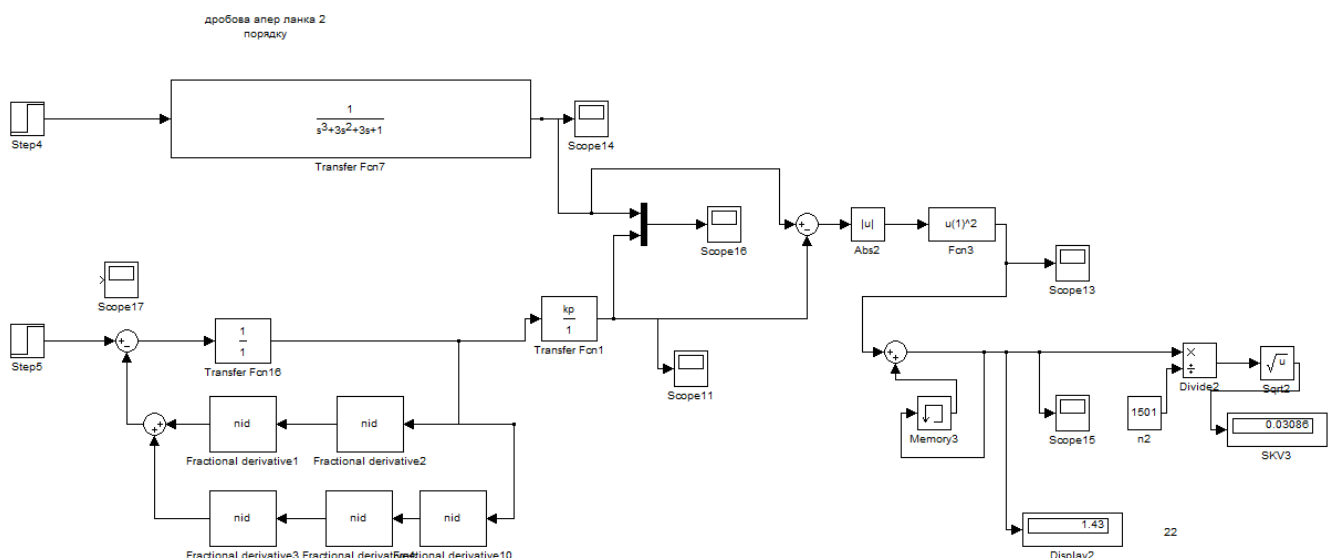


Рис. А.2.1. Модель в середовищі MATLAB Simulink



2. Для апроксимації передавальної функції асинхронного генератора  $W_{AG.I}(s)$  в каналі струму збудження дробовою моделлю (2.3).

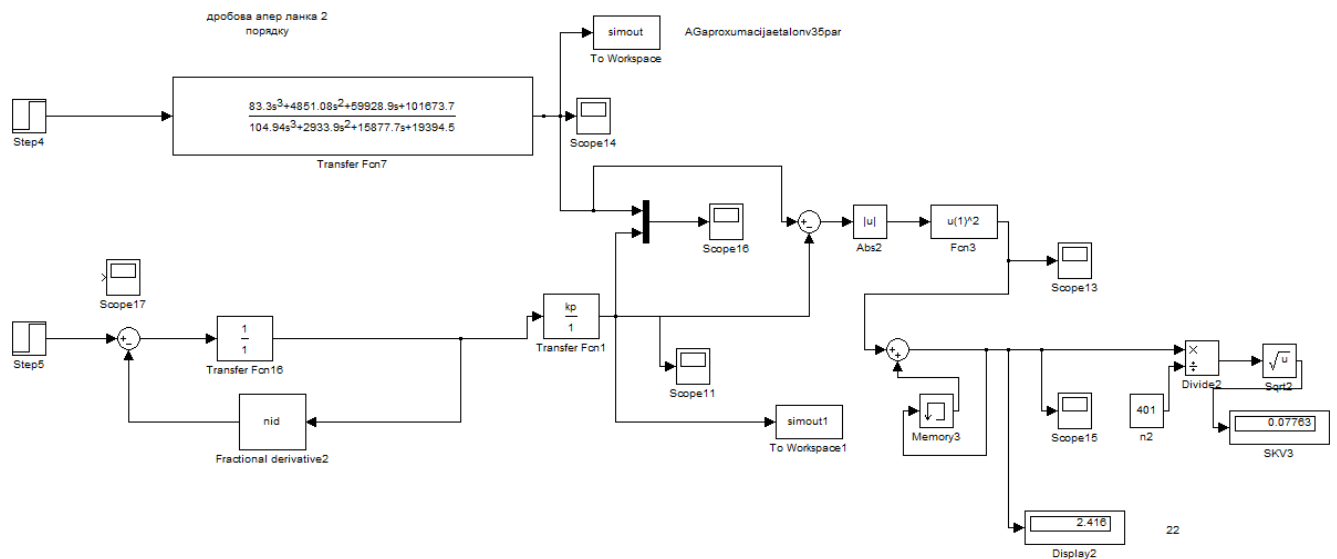


Рис. А.2.2. Модель в середовищі MATLAB Simulink

3. Для апроксимації передавальної функції асинхронного генератора  $W_{AG.I}(s)$  в каналі струму збудження дробовою моделлю (2.4).

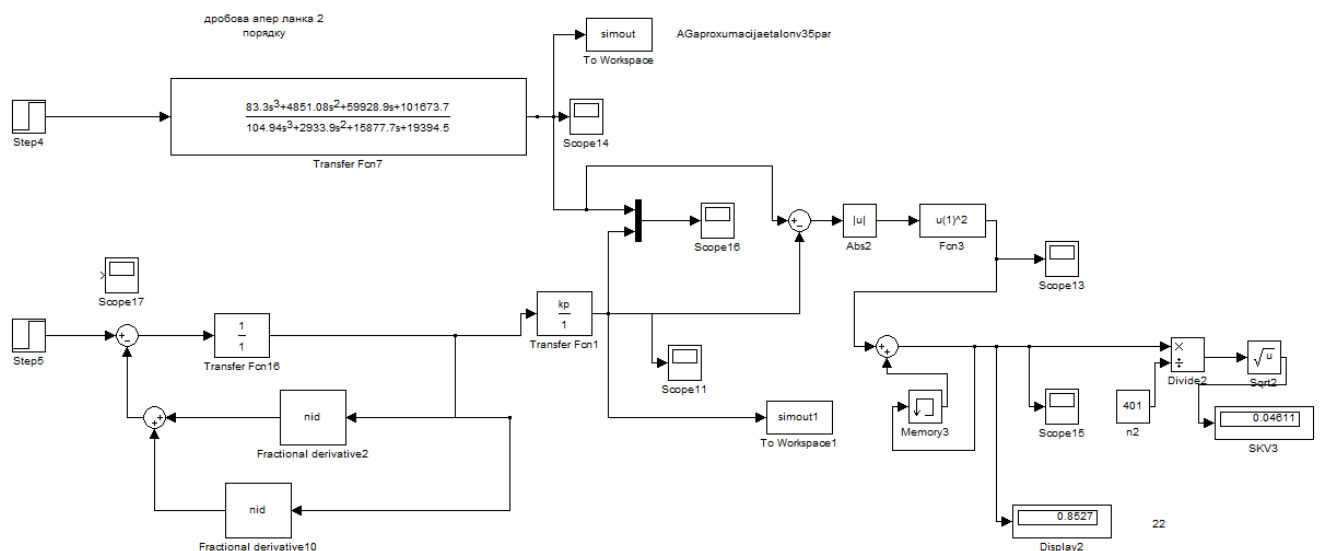


Рис. А.2.3. Модель в середовищі MATLAB Simulink

### А.3. Біноміальні передавальні функції дробового порядку.

Однією з найбільш поширених ланок дробового порядку є ланка виду:

$$W(s) = \frac{k}{\left(\frac{s}{p} + 1\right)^m} . \quad (\text{A.3.1})$$

Дослідження продемонстрували, що дана ланка забезпечує високу точність апроксимації перехідних процесів. Проте у випадку використання біноміальних стандартних дробових форм для синтезу контурів, зокрема методом ДХП, виникає необхідність перетворення біноміального полінома дробового порядку у цілочисельну форму. Нами запропоновано розкласти вищезгаданий біном за використання стандартної програми у пакеті Mathcad в ряд.

Для розкладу функції  $f(x)$  в ряд Тейлора в Mathcad використовується оператор `series` з панелі інструментів пакету Mathcad. Оператор має вигляд  $f(x)$  `series`→. Ліве поле призначене для вводу функції, яка повинна містити ім'я змінної, по якій буде відбуватися розклад в ряд Тейлора.

Тобто за допомогою символічного процесора Mathcad можливо отримати розкладання виразу в ряд Тейлора для будь-якої змінної  $x$  в точці  $x = 0$ , тобто представити вираз в околі точки  $x$  сумою виду

$$a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + \dots + a_nx^n,$$

де  $a_i$  деякі коефіцієнти, які не залежать від  $x$ , але, можливо, є функціями інших змінних, що входять у вихідний вираз.

При пошуку розкладання в ряд Тейлора немає необхідності розраховувати всі його коефіцієнти  $a_0, a_1, a_2, a_3 \dots a_n$ , а можна обмежитися лише декількома першими, виходячи з бажаної точності апроксимації, отриманої на основі розкладу ПФ.

В табл. А.3.1. і А.3.2. наведені коефіцієнти рядів Тейлора для розкладу біноміальних стандартних форм при зміні степені  $m$  в межах від 0,1 до 4,0.

Таблиця А.3.1

Коефіцієнти рядів Тейлора для розкладу дробових біноміальних стандартних форм при зміні степені  $m$  в межах від 0,1 до 2,0.

| ПФ $W(s)$     | $a_0$ | $a_1$ | $a_2$ | $a_3$ | $a_4$ |
|---------------|-------|-------|-------|-------|-------|
| $(s+1)^{0,1}$ | 1     | 0,1   | -     | -     | -     |
| $(s+1)^{0,2}$ | 1     | 0,2   | -     | -     | -     |
| $(s+1)^{0,3}$ | 1     | 0,3   | -     | -     | -     |
| $(s+1)^{0,4}$ | 1     | 0,4   | -     | -     | -     |
| $(s+1)^{0,5}$ | 1     | 0,5   | -     | -     | -     |
| $(s+1)^{0,6}$ | 1     | 0,6   | -     | -     | -     |
| $(s+1)^{0,7}$ | 1     | 0,7   | -     | -     | -     |
| $(s+1)^{0,8}$ | 1     | 0,8   | -     | -     | -     |
| $(s+1)^{0,9}$ | 1     | 0,9   | -     | -     | -     |
| $(s+1)^{1,0}$ | 1     | 1,0   | -     | -     | -     |
| $(s+1)^{1,1}$ | 1     | 1,1   | 0,055 | -     | -     |
| $(s+1)^{1,2}$ | 1     | 1,2   | 0,12  | -     | -     |
| $(s+1)^{1,3}$ | 1     | 1,3   | 0,195 | -     | -     |
| $(s+1)^{1,4}$ | 1     | 1,4   | 0,28  | -     | -     |
| $(s+1)^{1,5}$ | 1     | 1,5   | 0,375 | -     | -     |
| $(s+1)^{1,6}$ | 1     | 1,6   | 0,48  | -     | -     |
| $(s+1)^{1,7}$ | 1     | 1,7   | 0,595 | -     | -     |
| $(s+1)^{1,8}$ | 1     | 1,8   | 0,72  | -     | -     |
| $(s+1)^{1,9}$ | 1     | 1,9   | 0,855 | -     | -     |
| $(s+1)^{2,0}$ | 1     | 2     | 1     | -     | -     |

Таблиця А.3.2

Коефіцієнти рядів Тейлора для розкладу дробових біноміальних стандартних форм при зміні степені  $m$  в межах від 2,1 до 4,0.

| ПФ $W(s)$     | $a_0$ | $a_1$ | $a_2$ | $a_3$  | $a_4$   |
|---------------|-------|-------|-------|--------|---------|
| $(s+1)^{2,1}$ | 1     | 2,1   | 1,155 | 0,0385 | -       |
| $(s+1)^{2,2}$ | 1     | 2,2   | 1,32  | 0,088  | -       |
| $(s+1)^{2,3}$ | 1     | 2,3   | 1,495 | 0,1495 | -       |
| $(s+1)^{2,4}$ | 1     | 2,4   | 1,68  | 0,224  | -       |
| $(s+1)^{2,5}$ | 1     | 2,5   | 1,875 | 0,3125 | -       |
| $(s+1)^{2,6}$ | 1     | 2,6   | 2,08  | 0,416  | -       |
| $(s+1)^{2,7}$ | 1     | 2,7   | 2,295 | 0,5355 | -       |
| $(s+1)^{2,8}$ | 1     | 2,8   | 2,52  | 0,672  | -       |
| $(s+1)^{2,9}$ | 1     | 2,9   | 2,755 | 0,8265 | -       |
| $(s+1)^{3,0}$ | 1     | 3     | 3     | 1      | -       |
| $(s+1)^{3,1}$ | 1     | 3,1   | 3,255 | 1,1935 | 0,02984 |
| $(s+1)^{3,2}$ | 1     | 3,2   | 3,52  | 1,408  | 0,0704  |
| $(s+1)^{3,3}$ | 1     | 3,3   | 3,795 | 1,6445 | 0,12333 |
| $(s+1)^{3,4}$ | 1     | 3,4   | 4,08  | 1,904  | 0,1904  |
| $(s+1)^{3,5}$ | 1     | 3,5   | 4,375 | 2,1875 | 0,2434  |
| $(s+1)^{3,6}$ | 1     | 3,6   | 4,68  | 2,496  | 0,3744  |
| $(s+1)^{3,7}$ | 1     | 3,7   | 4,995 | 2,8305 | 0,4953  |
| $(s+1)^{3,8}$ | 1     | 3,8   | 5,32  | 3,192  | 0,6384  |
| $(s+1)^{3,9}$ | 1     | 3,9   | 5,655 | 3,5815 | 0,8058  |
| $(s+1)^{4,0}$ | 1     | 4     | 6     | 4      | 1       |

Приклади:

$$1) W(s) = \frac{1}{(s+1)^{0,5}} \Rightarrow W(s) = \frac{1}{1,5s+1}$$

$$2) W(s) = \frac{1}{(s+1)^{1,5}} \Rightarrow W(s) = \frac{1}{0,375s^2 + 1,5s + 1}$$

$$3) W(s) = \frac{1}{(s+1)^{2,5}} \Rightarrow W(s) = \frac{1}{0,3125s^3 + 1,875s^2 + 2,5s + 1}$$

А.4. Модель розроблена в пакеті NINTEGER для MATLAB Simulink для дослідження перехідних процесів інтегрувальної і диференціальної ланок нецілого порядку на одиничний стрибок (перехідні функції) і лінійне наростання вхідного сигналу

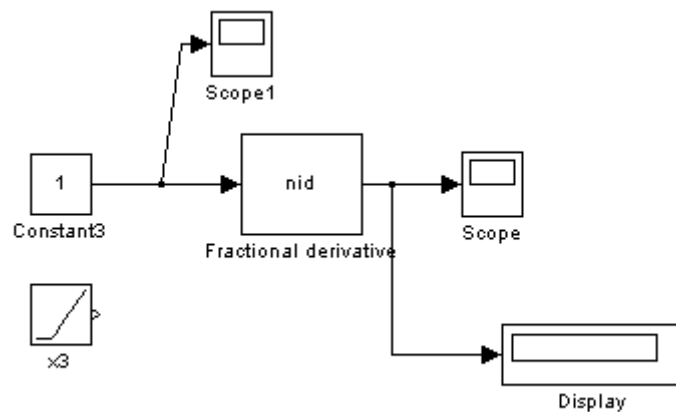


Рис.А.4.1. Модель розроблена в пакеті NINTEGER для MATLAB Simulink

На рис. А.4.2 – А.4.9 показані перехідні процеси – реакція інтегрувальної і диференціальної ланок нецілого порядку на одиничний стрибок (перехідні функції) і на лінійне наростання вхідного сигналу, які отримані за використання відомої моделі інтегрувальної і диференціальної ланок NINTEGER для MATLAB Simulink.

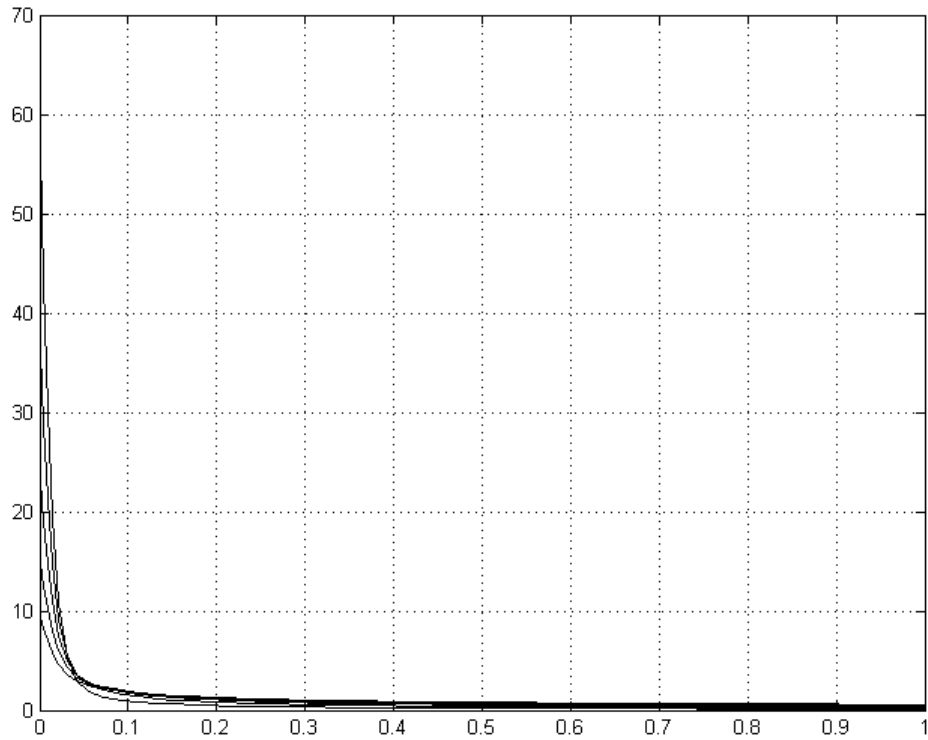


Рис.А.4.2. Перехідні функції диференціальних ланок нецілого порядку з ПФ:

$$W(s) = s^{0,5}, W(s) = s^{0,6}, W(s) = s^{0,7}, W(s) = s^{0,8}, W(s) = s^{0,9}$$

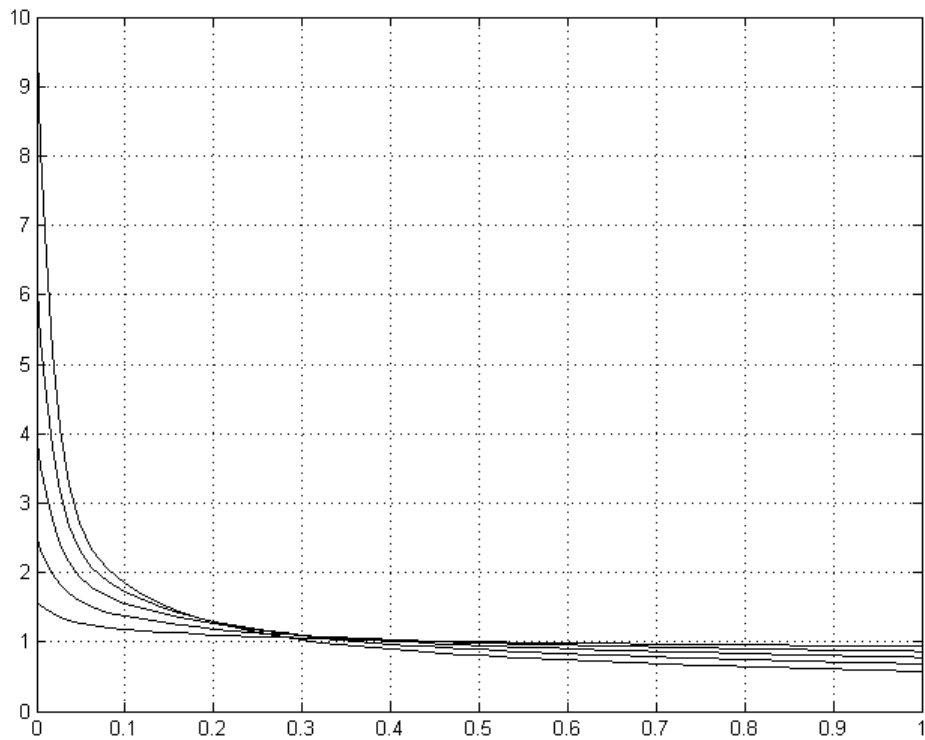


Рис.А.4.3. Перехідні функції диференціальних ланок нецілого порядку з ПФ:

$$W(s) = s^{0,1}, W(s) = s^{0,2}, W(s) = s^{0,3}, W(s) = s^{0,4}, W(s) = s^{0,5}$$

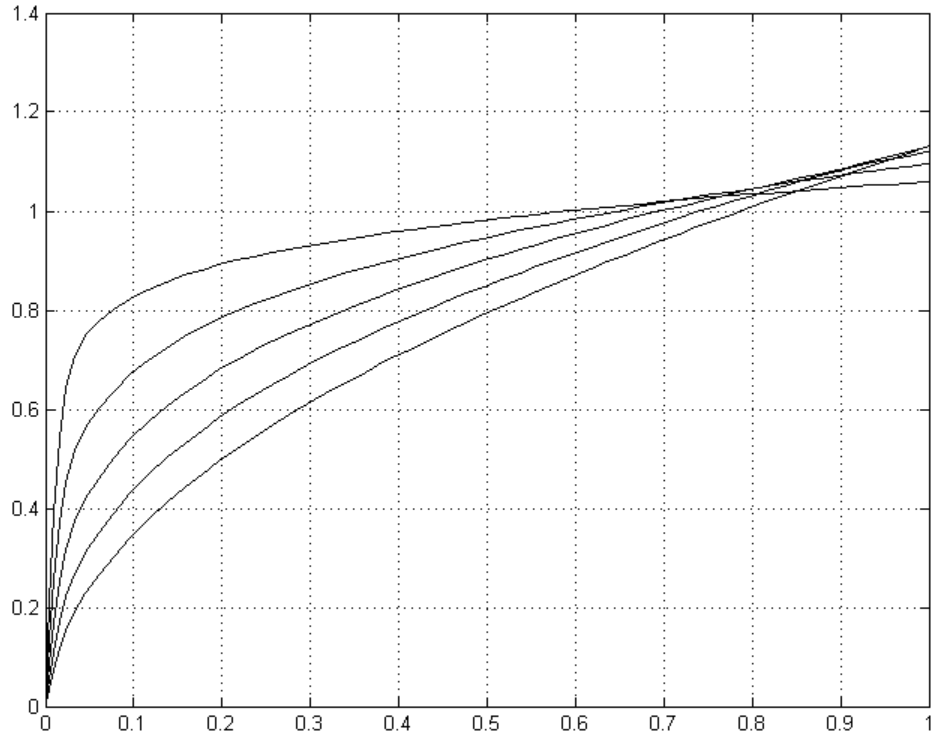


Рис. А.4.4. Перехідні функції інтегровальних ланок нецілого порядку з ПФ:

$$W(s) = s^{-0,1}, W(s) = s^{-0,2}, W(s) = s^{-0,3}, W(s) = s^{-0,4}, W(s) = s^{-0,5}$$

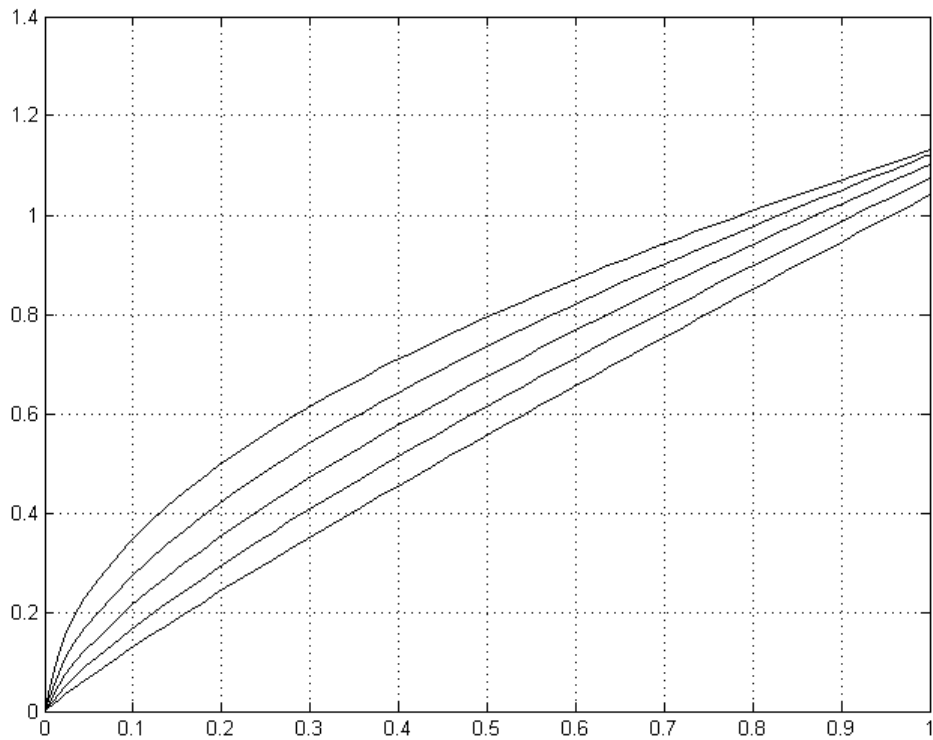


Рис. А.4.5. Перехідні функції інтегровальних ланок нецілого порядку з ПФ:

$$W(s) = s^{-0,5}, W(s) = s^{-0,6}, W(s) = s^{-0,7}, W(s) = s^{-0,8}, W(s) = s^{-0,9}$$

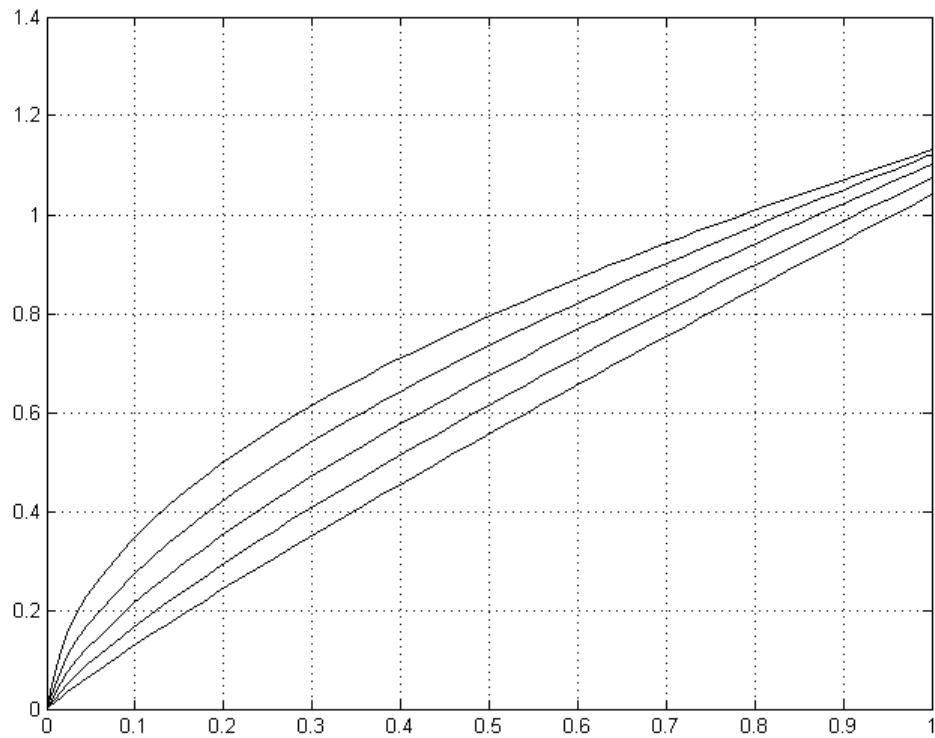


Рис. А.4.6. Перехідний процес реакції на лінійне наростання сигналу на вході диференціальних ланок нецілого порядку з ПФ:

$$W(s) = s^{0,1}, W(s) = s^{0,2}, W(s) = s^{0,3}, W(s) = s^{0,4}, W(s) = s^{0,5}$$

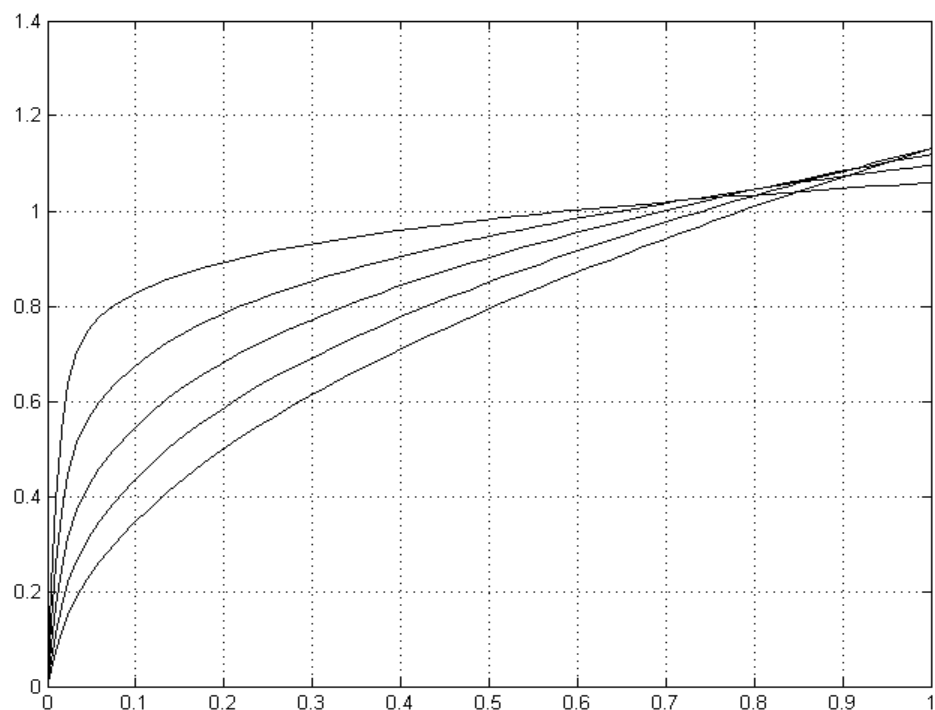


Рис. А.4.7. Перехідний процес реакції на лінійне наростання сигналу на вході диференціальних ланок нецілого порядку з ПФ:

$$W(s) = s^{0,5}, W(s) = s^{0,6}, W(s) = s^{0,7}, W(s) = s^{0,8}, W(s) = s^{0,9}$$



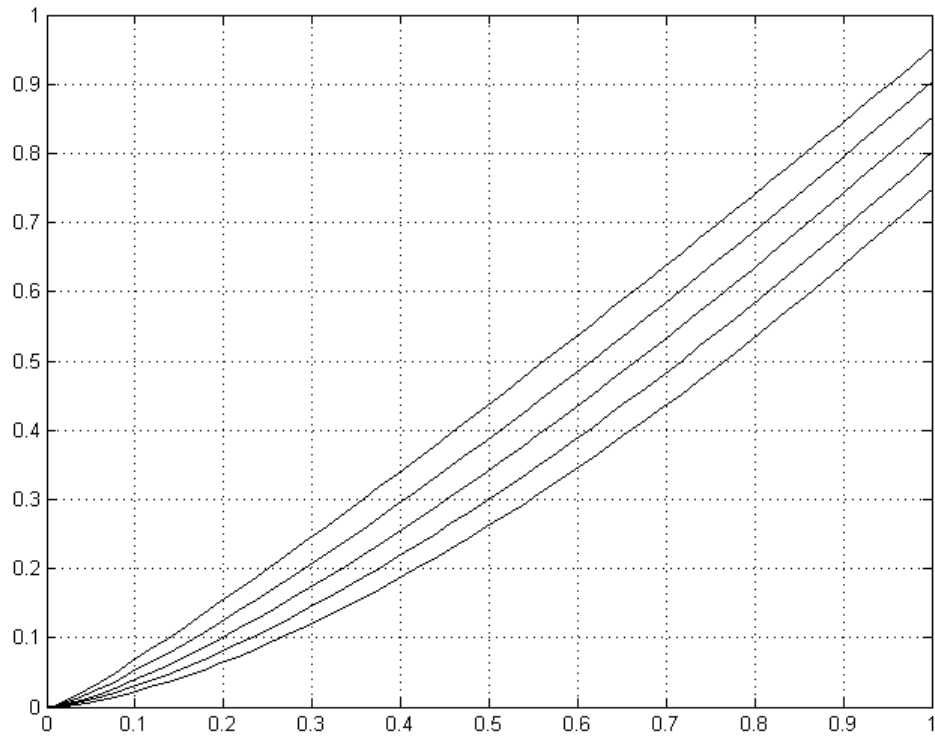


Рис. А.4.8. Перехідний процес реакції на лінійне наростання сигналу на вході інтегровальних ланок нецілого порядку з ПФ:

$$W(s) = s^{-0,1}, W(s) = s^{-0,2}, W(s) = s^{-0,3}, W(s) = s^{-0,4}, W(s) = s^{-0,5}$$

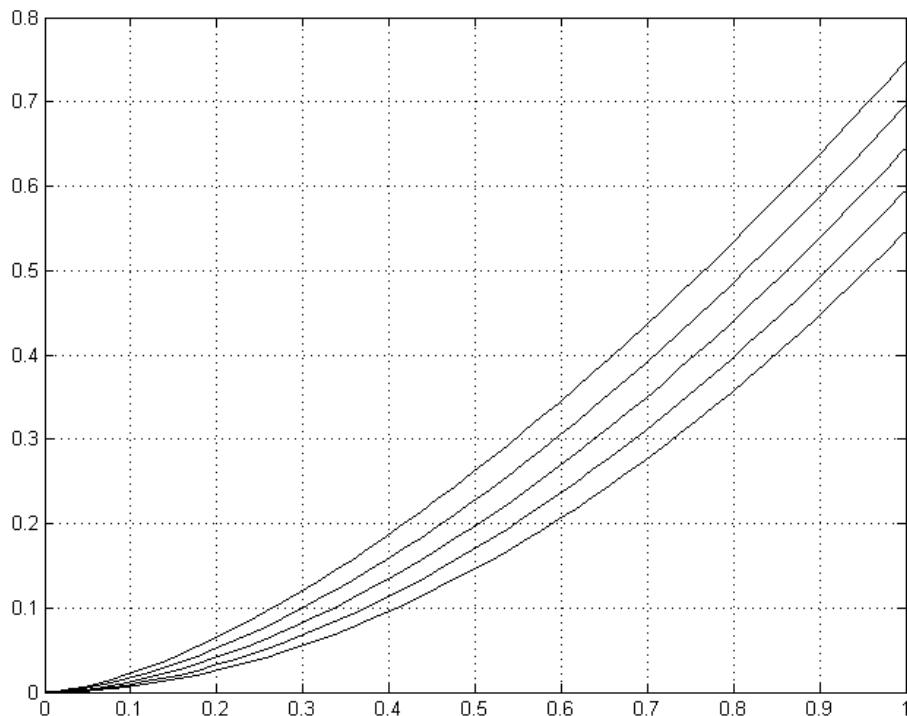


Рис. А.4.9. Перехідний процес реакції на лінійне наростання сигналу на вході інтегровальних ланок нецілого порядку з ПФ:

$$W(s) = s^{-0,5}, W(s) = s^{-0,6}, W(s) = s^{-0,7}, W(s) = s^{-0,8}, W(s) = s^{-0,9}$$

A.5. Програма на алгоритмічній мові MATLAB для розрахунку коефіцієнтів апроксимуючої ПФ цілого порядку для реалізації інтегральної і диференціальної ланки дробового порядку (дробового степеня оператора  $s^{\pm\alpha}$ ) за використання перетворення Оусталоупа (2.24).

```
w_L=0.01;
w_H=100;
r=0.5;
N=2;
w_L=w_L*0.1;w_H=w_H*10;
mu=w_H/w_L;
w_u=sqrt(w_H*w_L);
alpha=(mu)^(r/(2*N+1));
eta=(mu)^((1-r)/(2*N+1));
k=-N:N;
w_kp=(mu).^( (k+N+0.5-0.5*r)/(2*N+1) )*w_L;
w_k=(mu).^( (k+N+0.5+0.5*r)/(2*N+1) )*w_L;
D_N_K=(w_u/w_H)^r * prod(w_k) / prod(w_kp);
D_N_P=-w_k;D_N_Z=-w_kp;
[num,den]=zp2tf(D_N_Z',D_N_P',D_N_K);
sys_foc=tf(num,den);
bode(sys_foc);grid on; hold on;
```

А.6. Розрахунок перехідних функцій інтегрувальної і диференціовальної ланок дробового порядку в пакеті Mathcad за використання перетворення Лапласа

**Інтегрувальна ланка**

$\alpha := 0.5$

$G(\alpha) := \int_0^{\infty} t^{\alpha-1} \cdot e^{-t} dt$

$G(\alpha) = 1.772$

$\frac{1}{s^{0.5}}$

$\alpha := 0.5$

$G(\alpha) := \int_0^{\infty} t^{\alpha-1} \cdot e^{-t} dt$

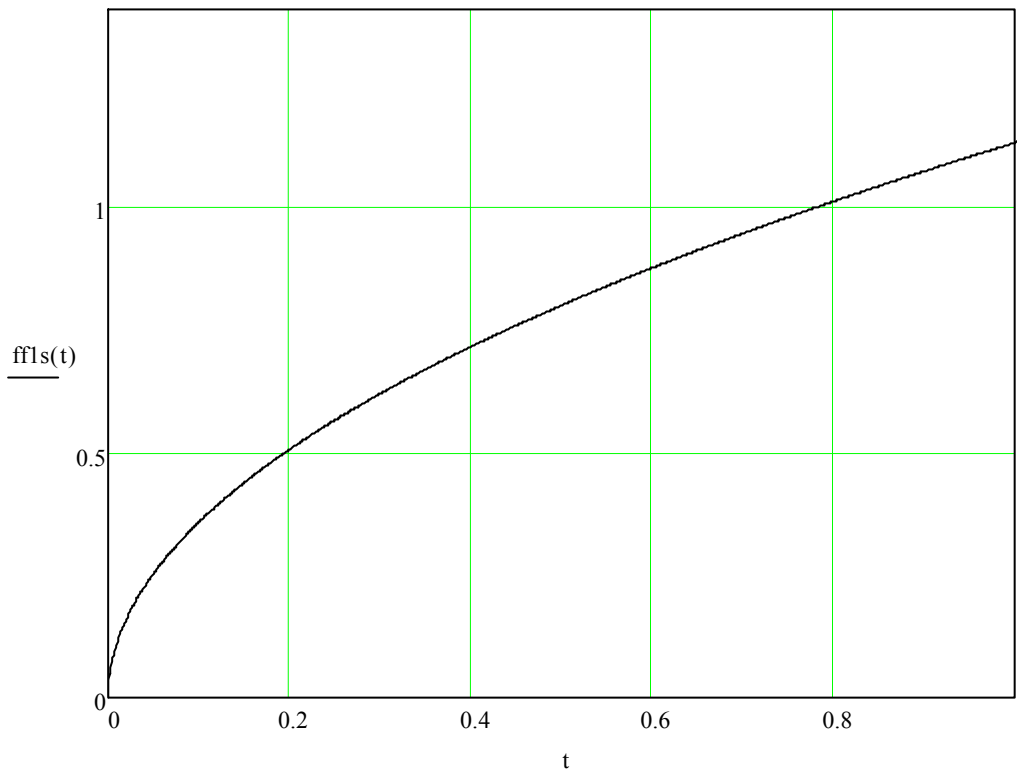
$G(\alpha) = 1.772$

$t := 0.000, 0.001.. 2$

$ffls(t) := \frac{t^{\alpha}}{G(\alpha) \cdot \alpha}$

ffls(t) =

|       |
|-------|
| 0     |
| 0.036 |
| 0.05  |
| 0.062 |
| 0.071 |
| 0.08  |
| 0.087 |
| 0.094 |
| 0.101 |
| 0.107 |
| 0.113 |
| 0.118 |
| 0.124 |
| 0.129 |
| 0.134 |
| ...   |



На рис. А.6.1 і А.6.2 показані перехідні процеси – реакція інтегрувальної ланки нецілого порядку на одиничний стрибок (перехідні функції), які отримані за використання розробленої програми в пакеті Mathcad за використання перетворення Лапласа.

На рис. А.6.3 і А.6.4 показані перехідні процеси – реакція диференціувальної ланки нецілого порядку на одиничний стрибок (перехідні функції), які отримані за використання розробленої програми в пакеті Mathcad за використання перетворення Лапласа.

### Диференціувальна ланка

$s^{0.5}$

$$\alpha := 0.5$$

$$G(\alpha) := \int_0^{\infty} t^{\alpha-1} \cdot e^{-t} dt$$

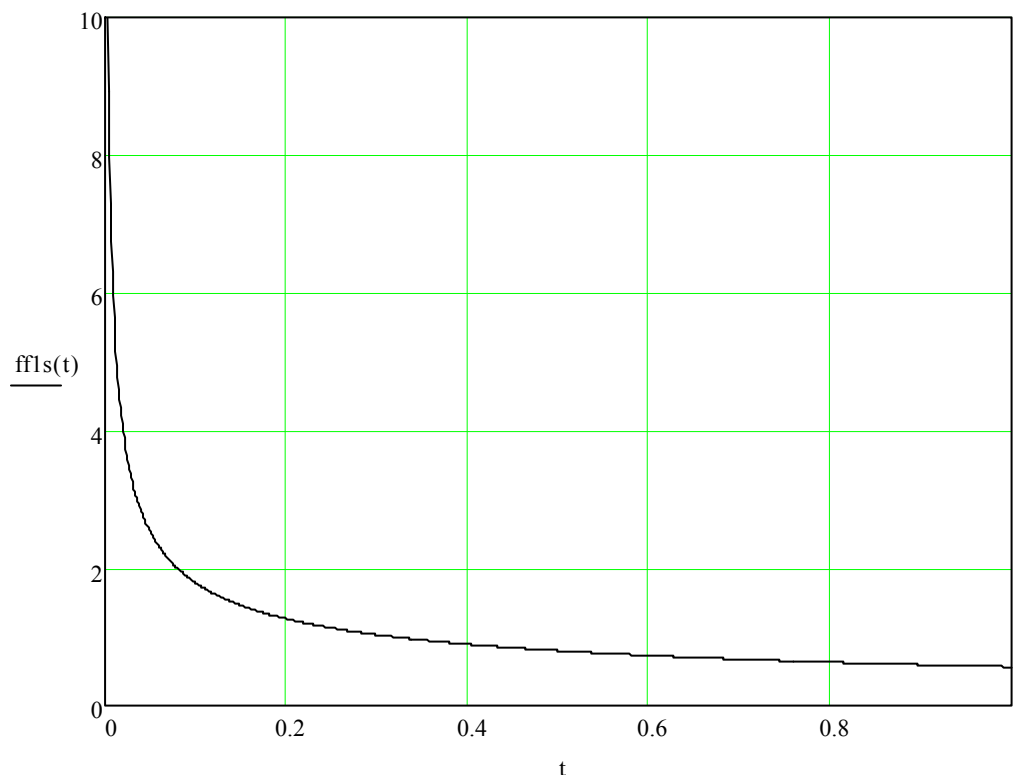
$$G(\alpha) = 1.772$$

$t := 0.001, 0.002.. 1$

$$ff1s(t) := \frac{t^{-\alpha}}{G(-\alpha + 1)}$$

ff1s(t) =

|        |
|--------|
| 17.841 |
| 12.616 |
| 10.301 |
| 8.921  |
| 7.979  |
| 7.284  |
| 6.743  |
| 6.308  |
| 5.947  |
| 5.642  |
| 5.379  |
| 5.15   |
| 4.948  |
| 4.768  |
| 4.607  |
| ...    |



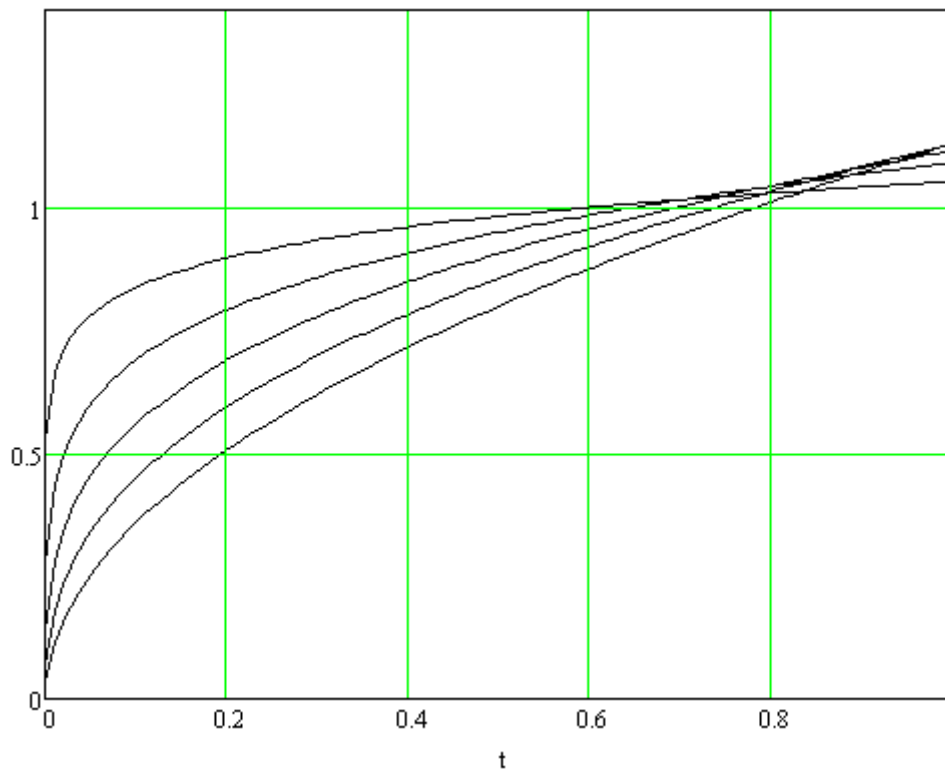


Рис. А.6.1. Перехідні функції інтегровальних ланок нецілого порядку з ПФ:

$$W(s) = s^{-0,1}, W(s) = s^{-0,2}, W(s) = s^{-0,3}, W(s) = s^{-0,4}, W(s) = s^{-0,5}$$

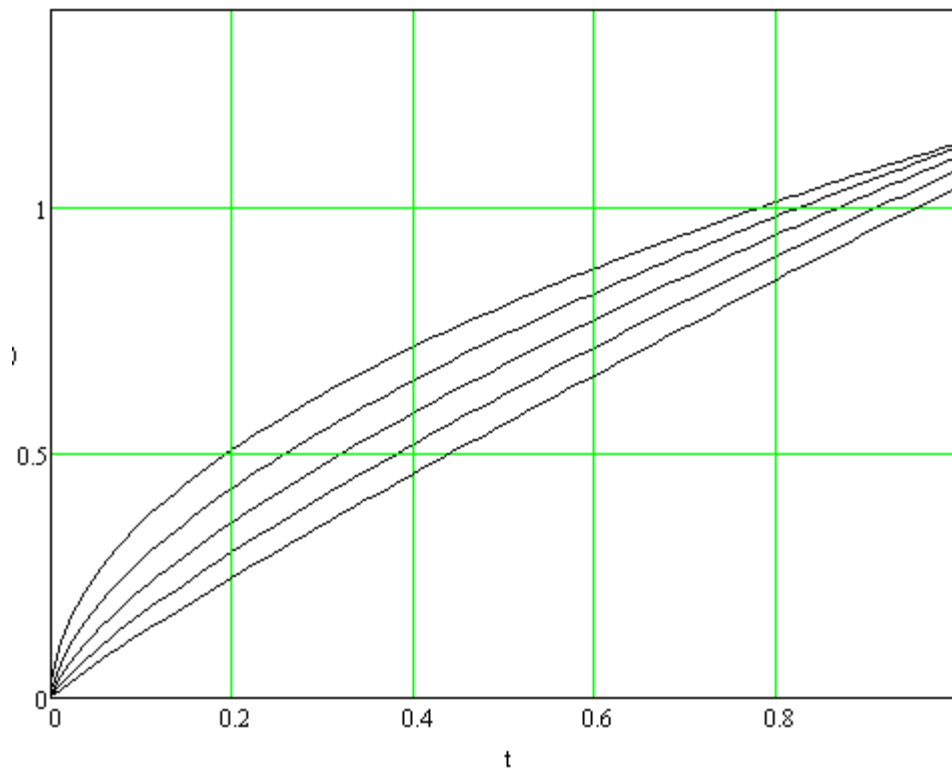


Рис. А.6.2. Перехідні функції інтегровальних ланок нецілого порядку з ПФ:

$$W(s) = s^{-0,5}, W(s) = s^{-0,6}, W(s) = s^{-0,7}, W(s) = s^{-0,8}, W(s) = s^{-0,9}$$

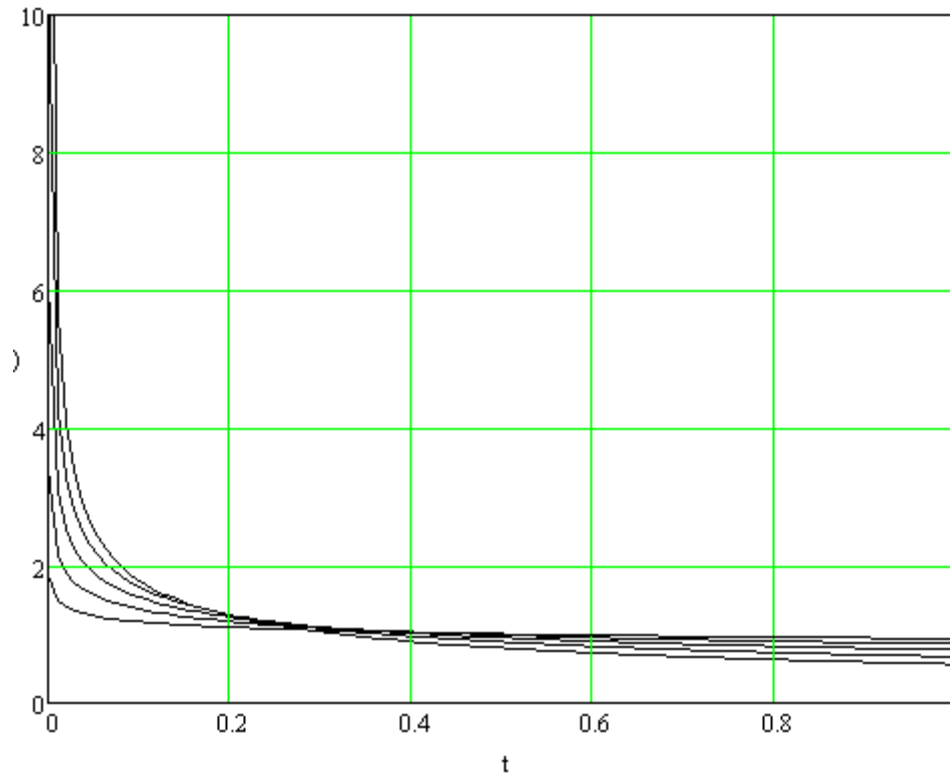


Рис. А.6.3. Перехідні функції диференціальних ланок нецілого порядку з ПФ:

$$W(s) = s^{0,1}, W(s) = s^{0,2}, W(s) = s^{0,3}, W(s) = s^{0,4}, W(s) = s^{0,5}$$

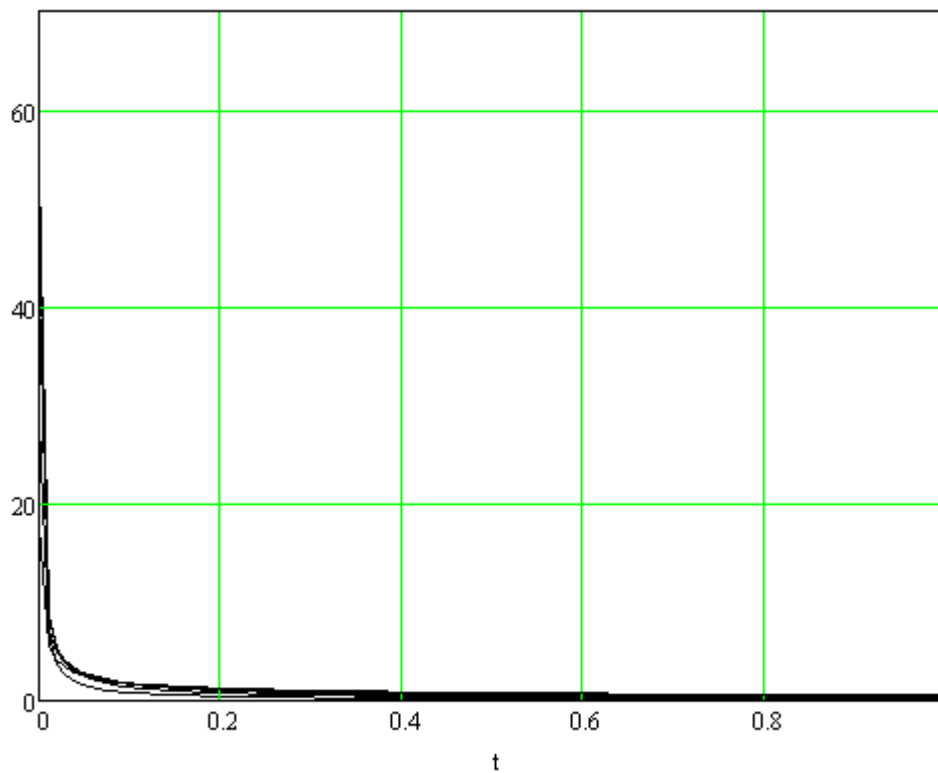


Рис. А.6.4. Перехідні функції диференціальних ланок нецілого порядку з ПФ:

$$W(s) = s^{0,5}, W(s) = s^{0,6}, W(s) = s^{0,7}, W(s) = s^{0,8}, W(s) = s^{0,9}$$

А.7. Реалізація інтегральної ланки дробового порядку у представленні Рімана в пакеті Mathcad.

$$\Gamma(0.5) = 1.7725$$

$$\mu := 0.5$$

$$\underline{\underline{G(\mu)}} := \int_0^{\infty} t^{\mu-1} \cdot e^{-t} dt$$

$$G(\mu) = 1.7725$$

$$\Gamma(\mu) = 1.7725$$

$$f(x) := x$$

$$x := 0, 0.001..1$$

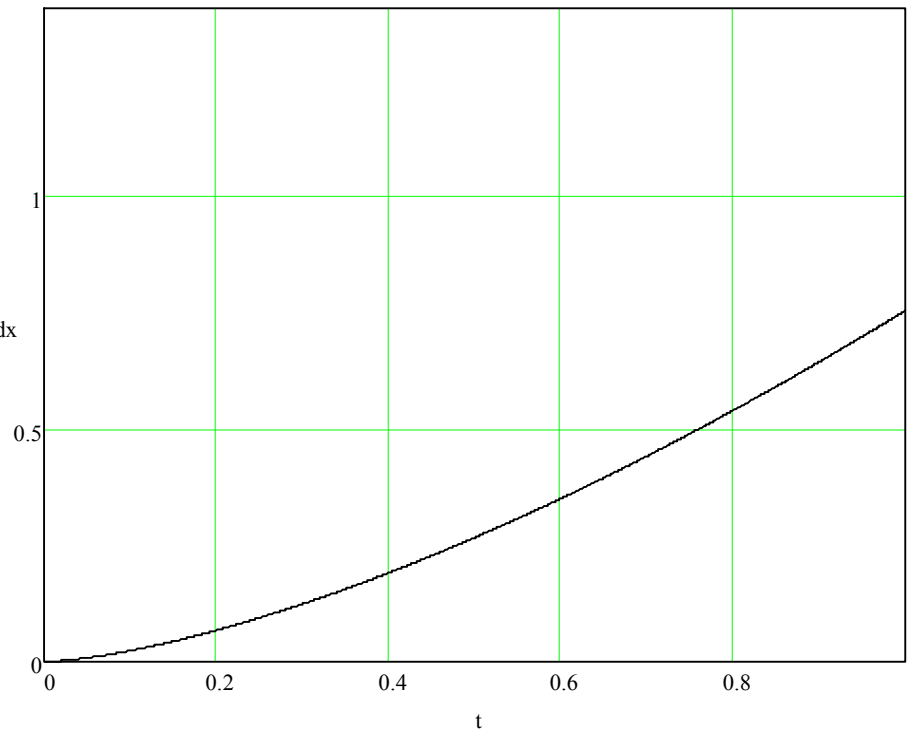
$$t := 1$$

$$I_{\mu} := \frac{1}{\Gamma(\mu)} \cdot \int_0^t \frac{f(x)}{(t-x)^{1-\mu}} dx \quad I_{\mu} = 0.7523$$

$$\underline{\underline{t}} := 0.001, 0.002..1$$

$$t = \frac{1}{\Gamma(\mu)} \int_0^t \frac{f(x)}{(t-x)^{1-\mu}} dx$$

|                    |                         |
|--------------------|-------------------------|
| 1·10 <sup>-3</sup> | 2.3379·10 <sup>-5</sup> |
| 2·10 <sup>-3</sup> | 6.6125·10 <sup>-5</sup> |
| 3·10 <sup>-3</sup> | 1.2148·10 <sup>-4</sup> |
| 4·10 <sup>-3</sup> | 1.8703·10 <sup>-4</sup> |
| 5·10 <sup>-3</sup> | 2.6138·10 <sup>-4</sup> |
| 6·10 <sup>-3</sup> | 3.4359·10 <sup>-4</sup> |
| 7·10 <sup>-3</sup> | 4.3298·10 <sup>-4</sup> |
| 8·10 <sup>-3</sup> | 5.29·10 <sup>-4</sup>   |
| 9·10 <sup>-3</sup> | 6.3122·10 <sup>-4</sup> |
| 0.01               | 7.393·10 <sup>-4</sup>  |
| 0.011              | 8.5292·10 <sup>-4</sup> |
| 0.012              | 9.7183·10 <sup>-4</sup> |
| 0.013              | 1.1014·10 <sup>-3</sup> |
| 0.014              | 1.2309·10 <sup>-3</sup> |
| 0.015              | 1.3651·10 <sup>-3</sup> |
| 0.016              | 1.5093·10 <sup>-3</sup> |
| 0.017              | 1.653·10 <sup>-3</sup>  |
| 0.018              | 1.801·10 <sup>-3</sup>  |
| 0.019              | 1.9532·10 <sup>-3</sup> |
| 0.02               | 2.1094·10 <sup>-3</sup> |
| 0.021              | 2.2753·10 <sup>-3</sup> |
| 0.022              | 2.4397·10 <sup>-3</sup> |
| ...                | ...                     |



На рис. А.7.1 – А.7.4 показані перехідні процеси – реакція інтегральних ланок нецілого порядку на одиничний стрибок (перехідні функції) і на лінійне наростання вхідного сигналу, які отримані за використання реалізованого дробового інтеграла Рімана пакеті Mathcad.



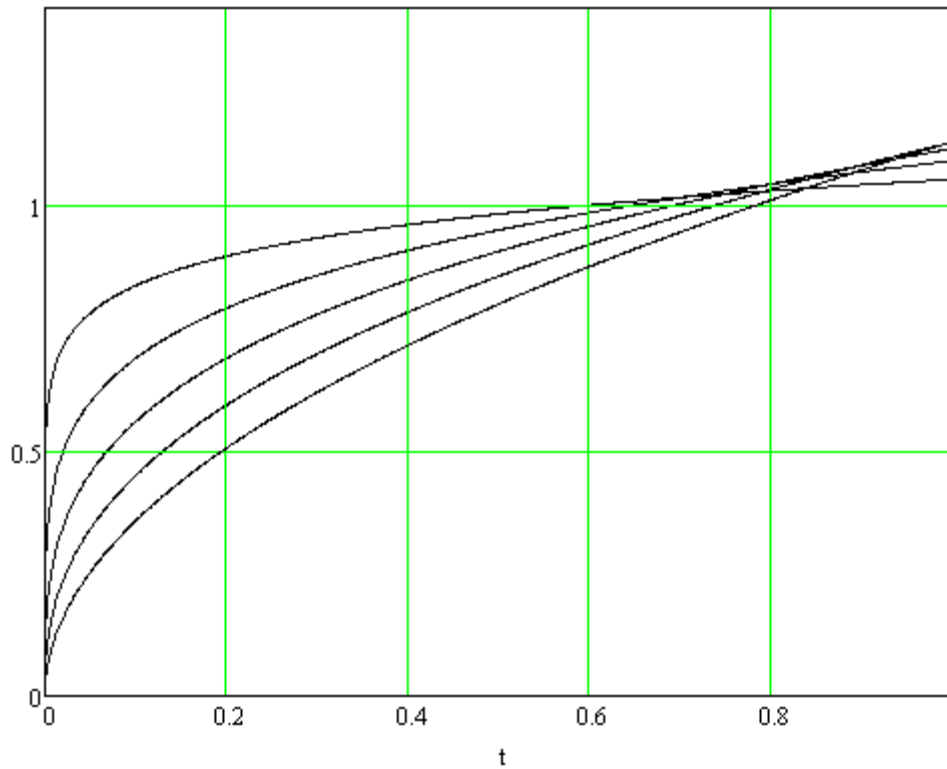


Рис. А.7.1. Перехідні функції інтегровальних ланок нецілого порядку з ПФ:

$$W(s) = s^{-0,1}, W(s) = s^{-0,2}, W(s) = s^{-0,3}, W(s) = s^{-0,4}, W(s) = s^{-0,5}$$

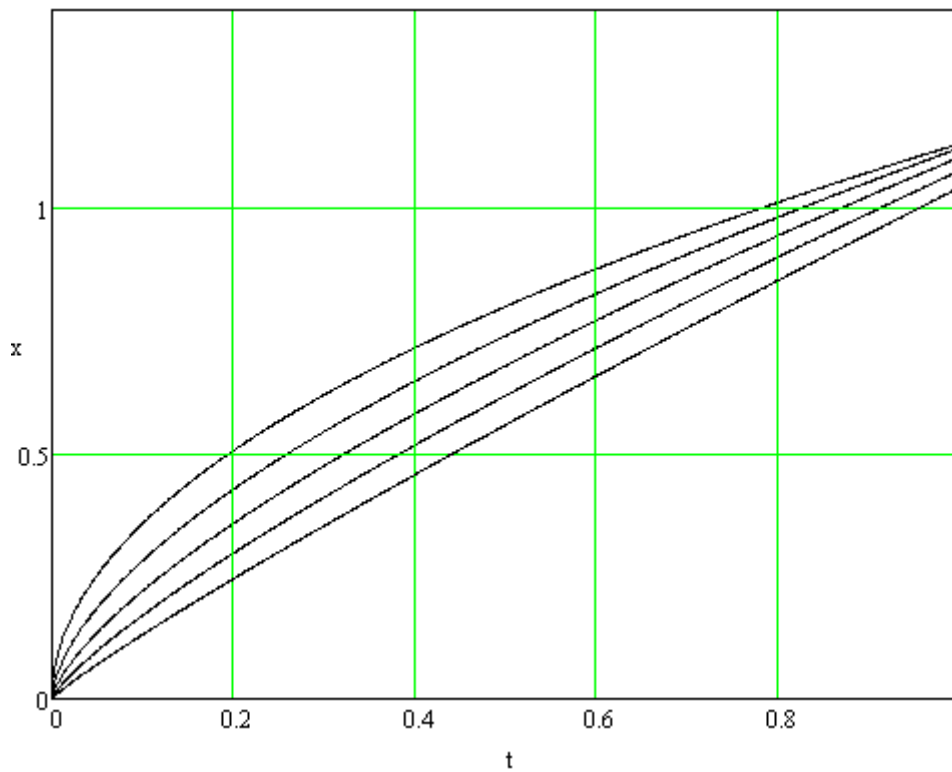


Рис. А.7.2. Перехідні функції інтегровальних ланок нецілого порядку з ПФ:

$$W(s) = s^{-0,5}, W(s) = s^{-0,6}, W(s) = s^{-0,7}, W(s) = s^{-0,8}, W(s) = s^{-0,9}$$

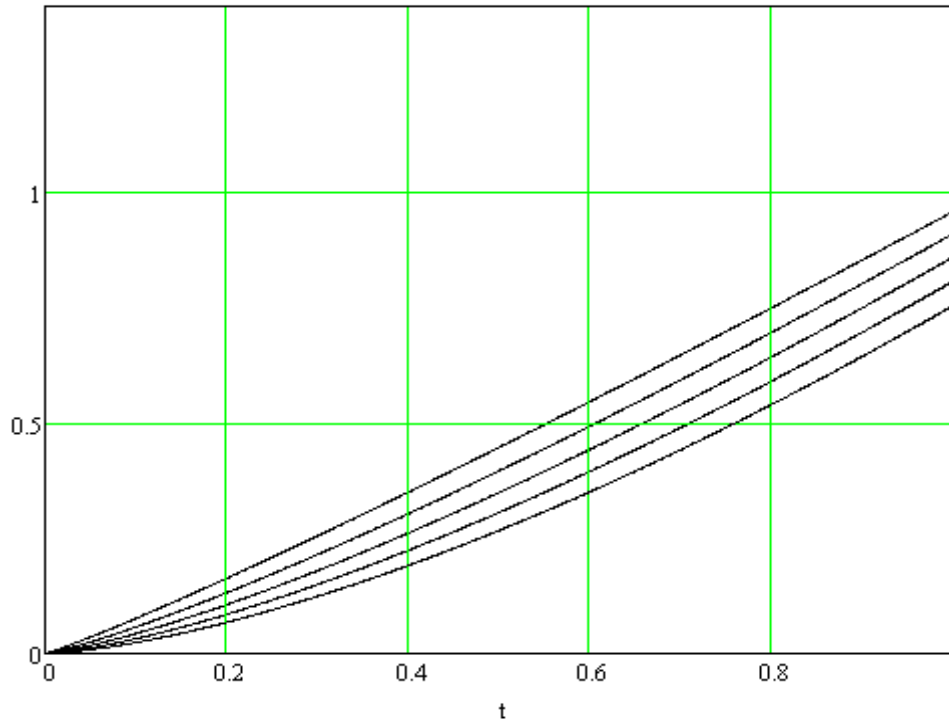


Рис. А.7.3. Перехідний процес реакції на лінійне наростання сигналу на вході інтегровальних ланок нецілого порядку з ПФ:

$$W(s) = s^{-0.1}, W(s) = s^{-0.2}, W(s) = s^{-0.3}, W(s) = s^{-0.4}, W(s) = s^{-0.5}$$

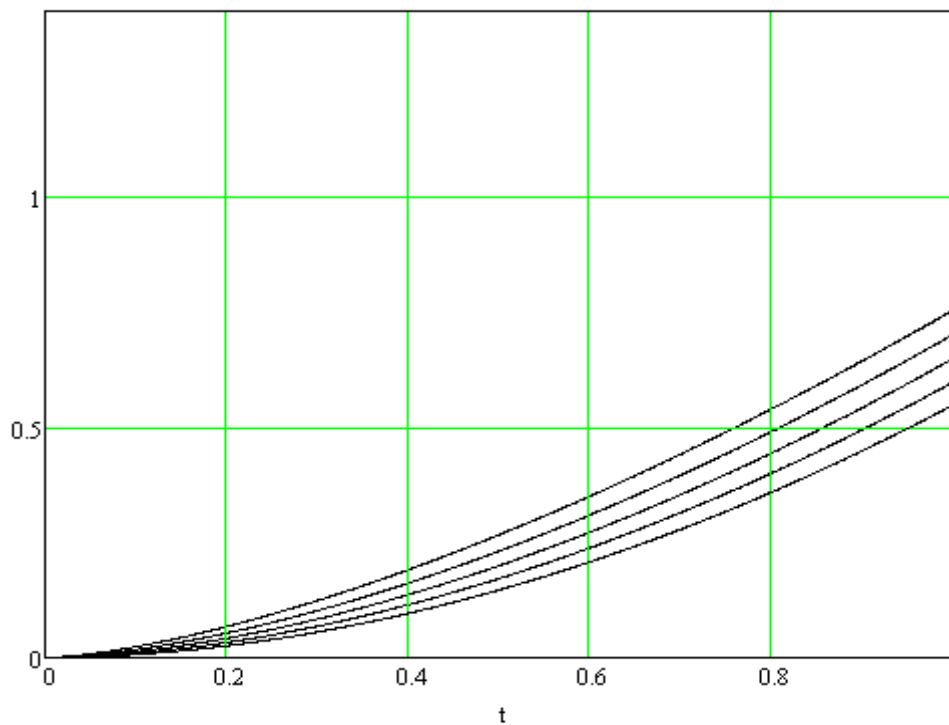


Рис. А.7.4. Перехідний процес реакції на лінійне наростання сигналу на вході інтегровальних ланок нецілого порядку з ПФ:

$$W(s) = s^{-0.5}, W(s) = s^{-0.6}, W(s) = s^{-0.7}, W(s) = s^{-0.8}, W(s) = s^{-0.9}$$

## А.8. Реалізація диференціальної ланки дробового порядку у представленні Рімана-Ліувілля в пакеті Mathcad

На рис. А.8.1 – А.8.4 показані перехідні процеси – реакція диференціювальних ланок нецілого порядку на одиничний стрибок (перехідні функції) і на лінійне наростання вхідного сигналу, які отримані за використання реалізованого диференціала дробового порядку Рімана-Ліувілля в пакеті Mathcad.

$$\Gamma(0.5) = 1.7725$$

$$\mu := 0.5$$

$$G(\mu) := \int_0^{\infty} t^{\mu-1} \cdot e^{-t} dt \quad G(\mu) = 1.7725$$

$$\Gamma(\mu) = 1.7725$$

$$f(x) := 1 \quad x := 0, 0.01.. 1$$

$$G(1 - \mu) = 1.7725$$

$$\mu := 0.5 \quad f(x) := 1 \quad x := 0, 0.01.. 1$$

$$t := 1$$

$$\int_0^t \frac{f(x)}{(t-x)^\mu} dx = 2$$

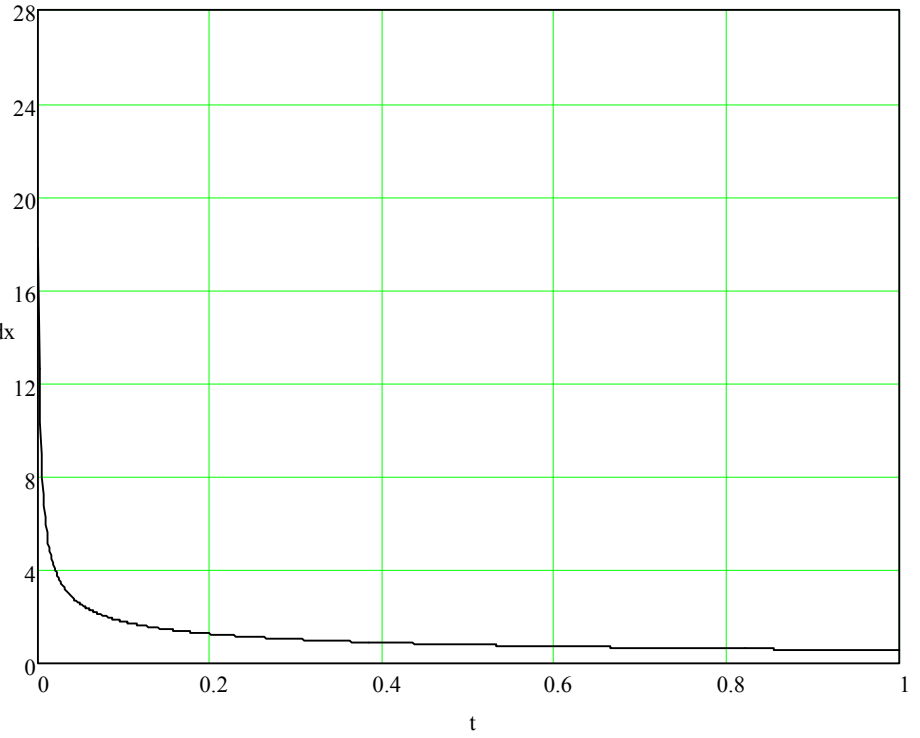
$$\frac{1}{\Gamma(1-\mu)} \cdot \frac{d^1}{dt^1} \int_0^t \frac{f(x)}{(t-x)^\mu} dx = 0.5642$$

$$t := 0.001, 0.002.. 1$$

$$\frac{1}{\Gamma(1-\mu)} \cdot \frac{d^1}{dt^1} \int_0^t \frac{f(x)}{(t-x)^\mu} dx$$

t =

|                      |         |
|----------------------|---------|
| 1 · 10 <sup>-3</sup> | 17.8412 |
| 2 · 10 <sup>-3</sup> | 12.6157 |
| 3 · 10 <sup>-3</sup> | 10.3006 |
| 4 · 10 <sup>-3</sup> | 8.9206  |
| 5 · 10 <sup>-3</sup> | 7.9788  |
| 6 · 10 <sup>-3</sup> | 7.2837  |
| 7 · 10 <sup>-3</sup> | 6.7434  |
| 8 · 10 <sup>-3</sup> | 6.3078  |
| 9 · 10 <sup>-3</sup> | 5.9471  |
| 0.01                 | 5.6419  |
| 0.011                | 5.3793  |
| 0.012                | 5.1503  |
| 0.013                | 4.9483  |
| 0.014                | 4.7683  |
| 0.015                | 4.6066  |
| 0.016                | 4.4603  |
| 0.017                | 4.3271  |
| 0.018                | 4.2052  |
| 0.019                | 4.0931  |
| 0.02                 | 3.9894  |
| 0.021                | 3.8933  |
| 0.022                | 3.8038  |
| ...                  | ...     |

$$\frac{1}{\Gamma(1-\mu)} \cdot \frac{d^1}{dt^1} \int_0^t \frac{f(x)}{(t-x)^\mu} dx$$


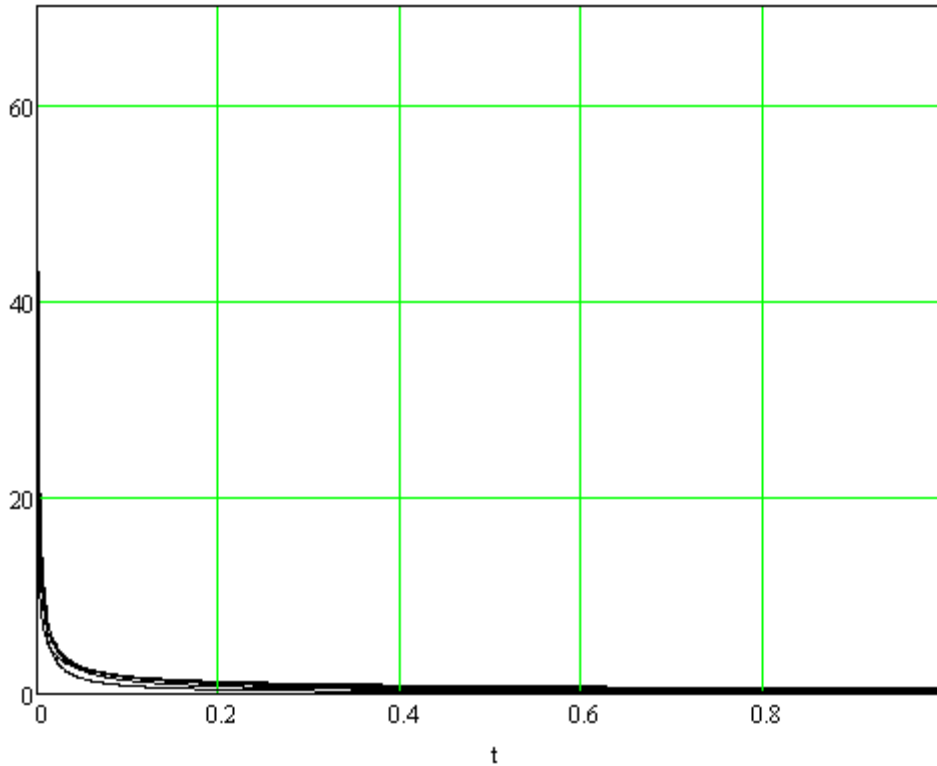


Рис. А.8.1. Перехідні функції диференціальних ланок нецілого порядку з ПФ:

$$W(s) = s^{0,5}, W(s) = s^{0,6}, W(s) = s^{0,7}, W(s) = s^{0,8}, W(s) = s^{0,9}$$

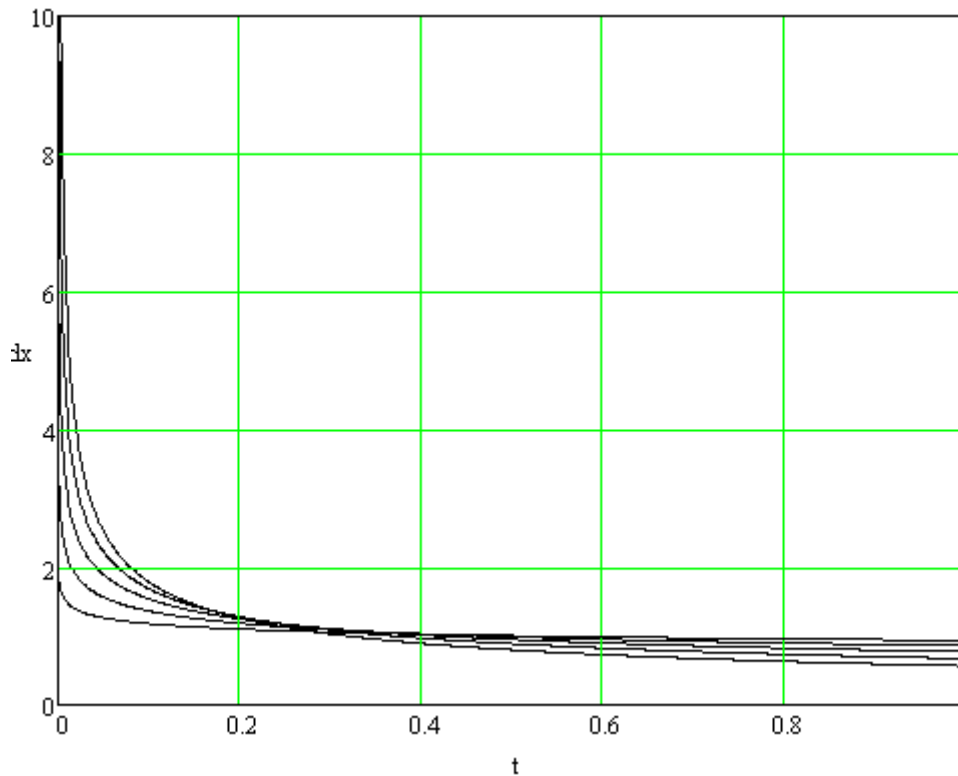


Рис. А.8.2. Перехідні функції диференціальних ланок нецілого порядку з ПФ:

$$W(s) = s^{0,1}, W(s) = s^{0,2}, W(s) = s^{0,3}, W(s) = s^{0,4}, W(s) = s^{0,5}$$

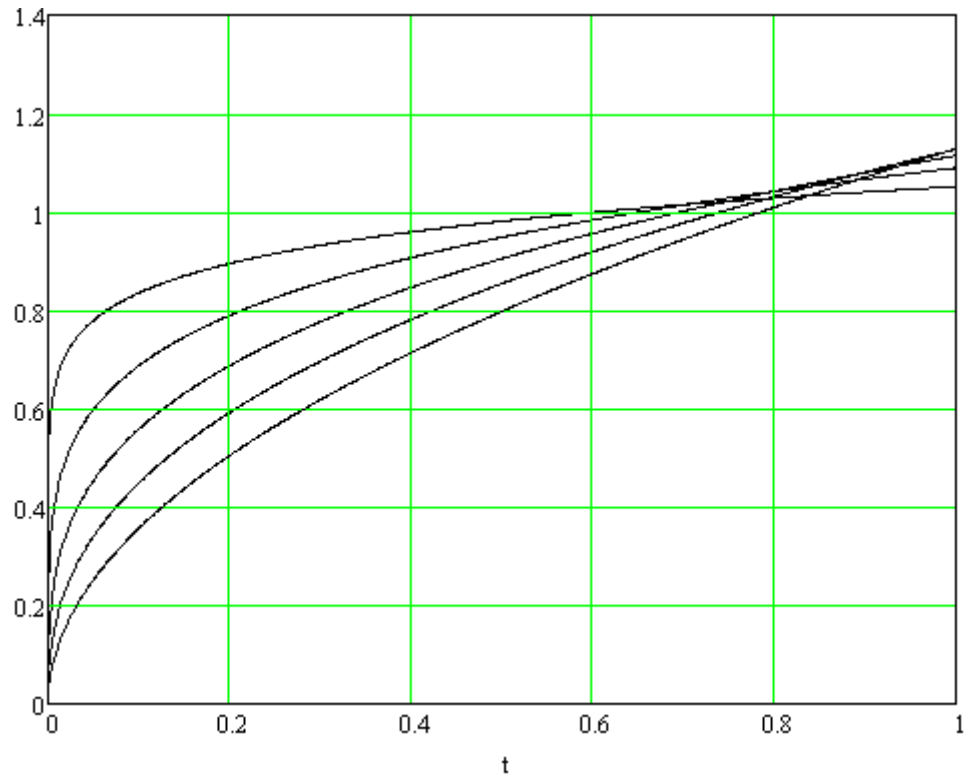


Рис. А.8.3. Перехідний процес реакції на лінійне наростання сигналу на вході диференціальних ланок нецілого порядку з ПФ:

$$W(s) = s^{0,5}, W(s) = s^{0,6}, W(s) = s^{0,7}, W(s) = s^{0,8}, W(s) = s^{0,9}$$

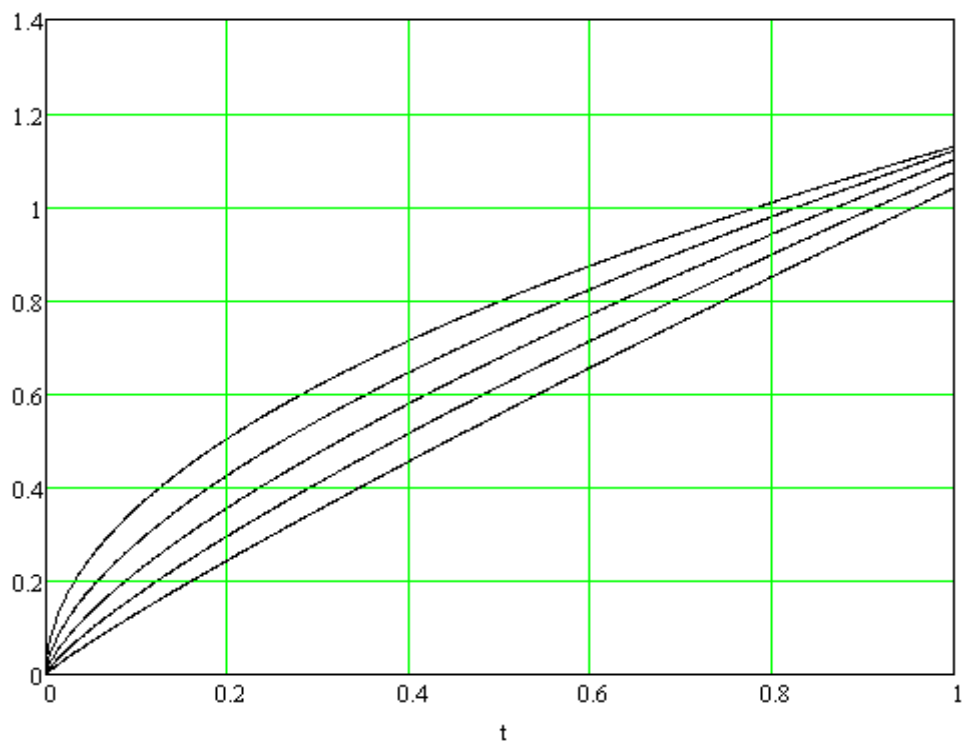


Рис. А.8.4. Перехідний процес реакції на лінійне наростання сигналу на вході диференціальних ланок нецілого порядку з ПФ:

$$W(s) = s^{0,1}, W(s) = s^{0,2}, W(s) = s^{0,3}, W(s) = s^{0,4}, W(s) = s^{0,5}$$

### А.9. Реалізація інтегральної та диференціальної ланки дробового порядку у представленні Грюнвальда-Летнікова в пакеті Mathcad

На рис. А.9.1 - А.9.8 показані перехідні процеси – реакція інтегральної та диференціальної ланок нецілого порядку на одиничний стрибок (перехідні функції) і лінійне наростання вхідного сигналу отримані за використання реалізованого інтеграла та диференціала дробового порядку Грюнвальда-Летнікова в пакеті Mathcad.

$$\Gamma(0.5) = 1.7725$$

$$\alpha := 0.5$$

$$G(\alpha) := \int_0^{\infty} t^{\alpha-1} \cdot e^{-t} dt$$

$$G(\alpha) = 1.7725 \quad t := 1$$

$$\Gamma(\alpha) = 1.7725$$

$$f(x) := 1$$

$$h := \frac{t}{170}$$

$$I_{mu} := \frac{1}{h^{\alpha}} \cdot \sum_{j=0}^{170} \left[ (-1)^j \cdot \frac{\Gamma(\alpha + 1) \cdot f(t - j \cdot h)}{\Gamma(j + 1) \cdot \Gamma(\alpha - j + 1)} \right]$$

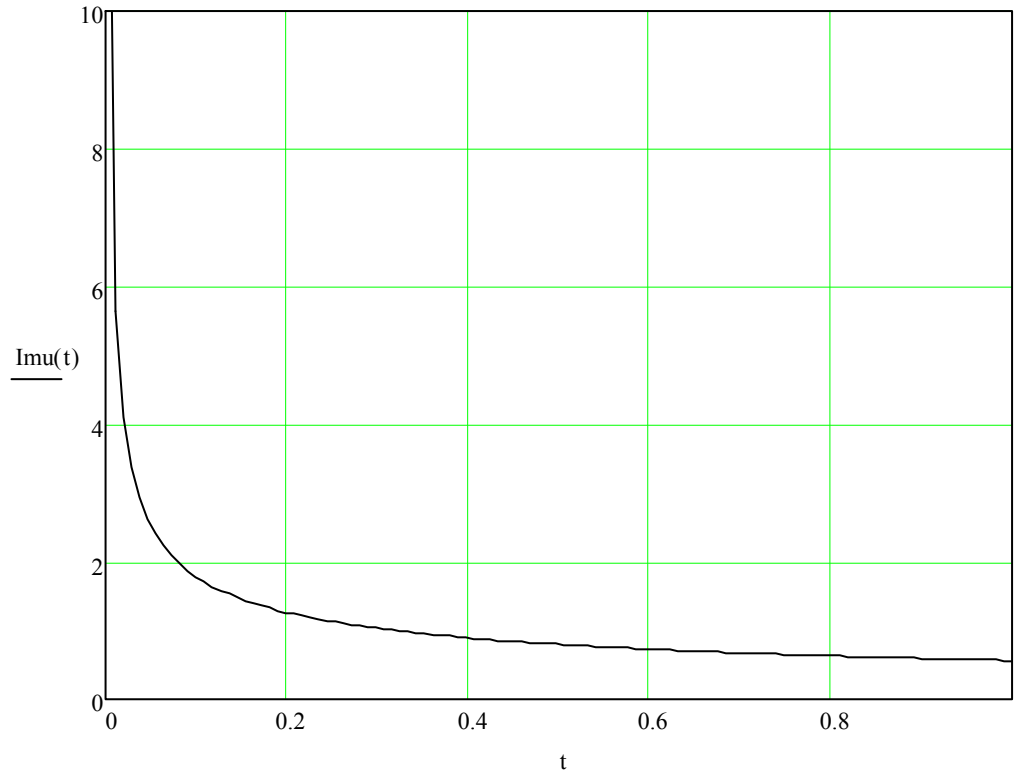
$$I_{mu} = 0.5638$$

$$t := 0.001, 0.01.. 1$$

$$I_{mu}(t) := \frac{1}{\left(\frac{t}{170}\right)^{\alpha}} \cdot \sum_{j=0}^{170} \left[ (-1)^j \cdot \frac{\Gamma(\alpha + 1) \cdot f\left(t - j \cdot \frac{t}{170}\right)}{\Gamma(j + 1) \cdot \Gamma(\alpha - j + 1)} \right]$$

$$f(x) := x$$

| t =                | Imu(t) = |
|--------------------|----------|
| 1·10 <sup>-3</sup> | 17.8281  |
| 0.01               | 5.6377   |
| 0.019              | 4.0901   |
| 0.028              | 3.3692   |
| 0.037              | 2.9309   |
| 0.046              | 2.6286   |
| 0.055              | 2.4039   |
| 0.064              | 2.2285   |
| 0.073              | 2.0866   |
| 0.082              | 1.9688   |
| 0.091              | 1.8689   |
| 0.1                | 1.7828   |
| 0.109              | 1.7076   |
| 0.118              | 1.6412   |
| 0.127              | 1.582    |
| ...                | ...      |





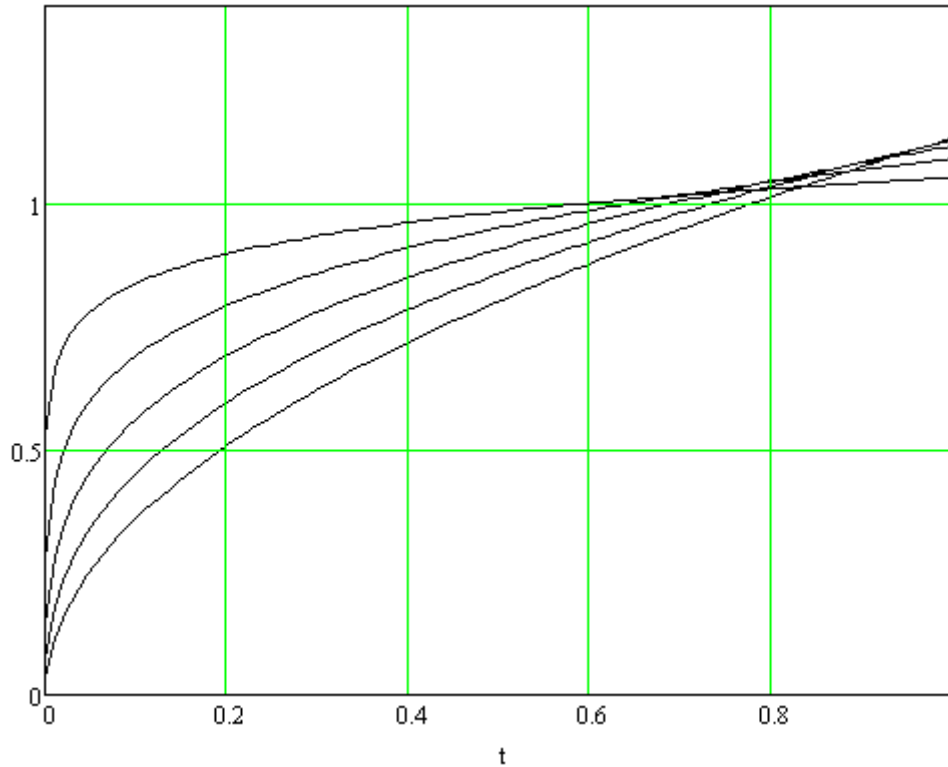


Рис. А.9.1. Перехідні функції інтегровальних ланок нецілого порядку з ПФ:

$$W(s) = s^{-0,1}, W(s) = s^{-0,2}, W(s) = s^{-0,3}, W(s) = s^{-0,4}, W(s) = s^{-0,5}$$

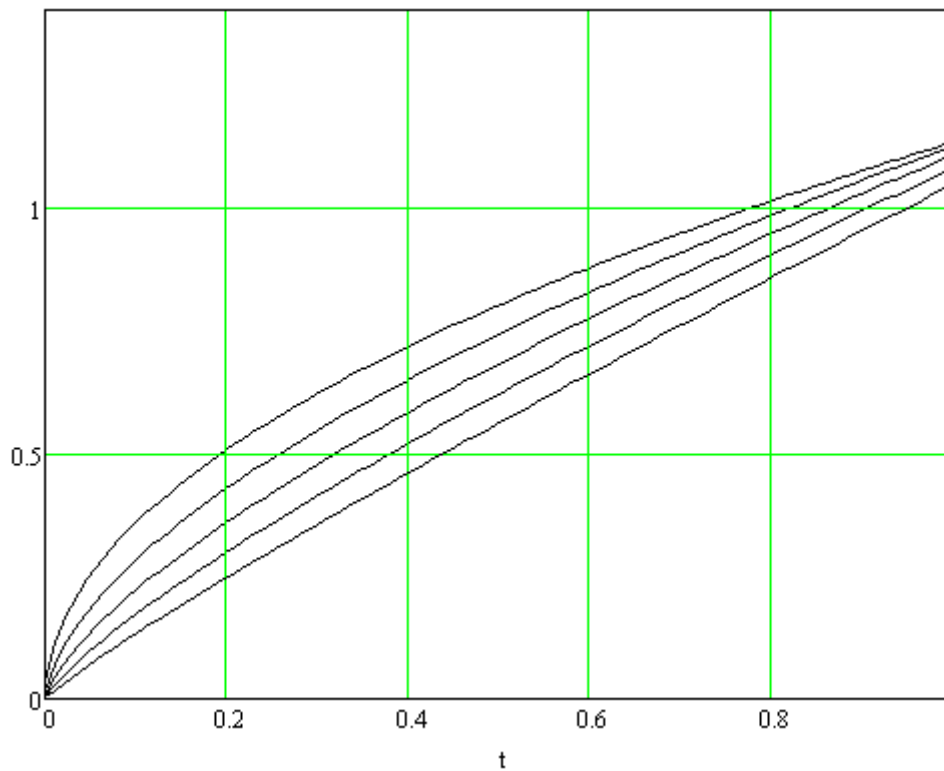


Рис. А.9.2. Перехідні функції інтегровальних ланок нецілого порядку з ПФ:

$$W(s) = s^{-0,5}, W(s) = s^{-0,6}, W(s) = s^{-0,7}, W(s) = s^{-0,8}, W(s) = s^{-0,9}$$

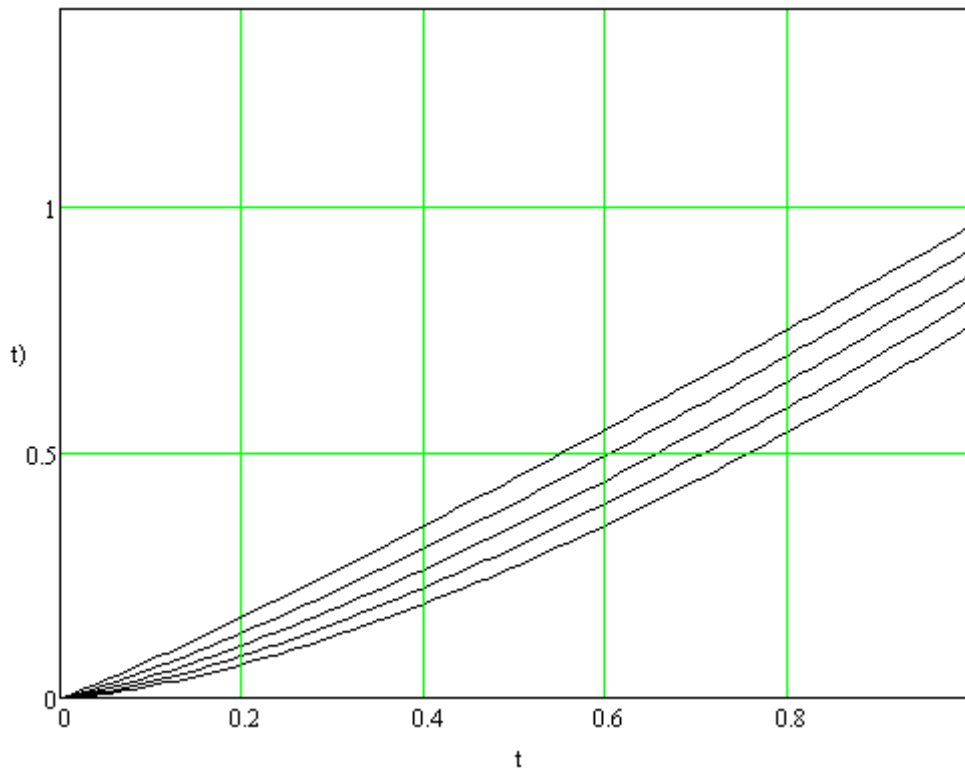


Рис. А.9.3. Перехідний процес реакції на лінійне наростання сигналу на вході інтегровальних ланок нецілого порядку з ПФ:

$$W(s) = s^{-0,1}, W(s) = s^{-0,2}, W(s) = s^{-0,3}, W(s) = s^{-0,4}, W(s) = s^{-0,5}$$

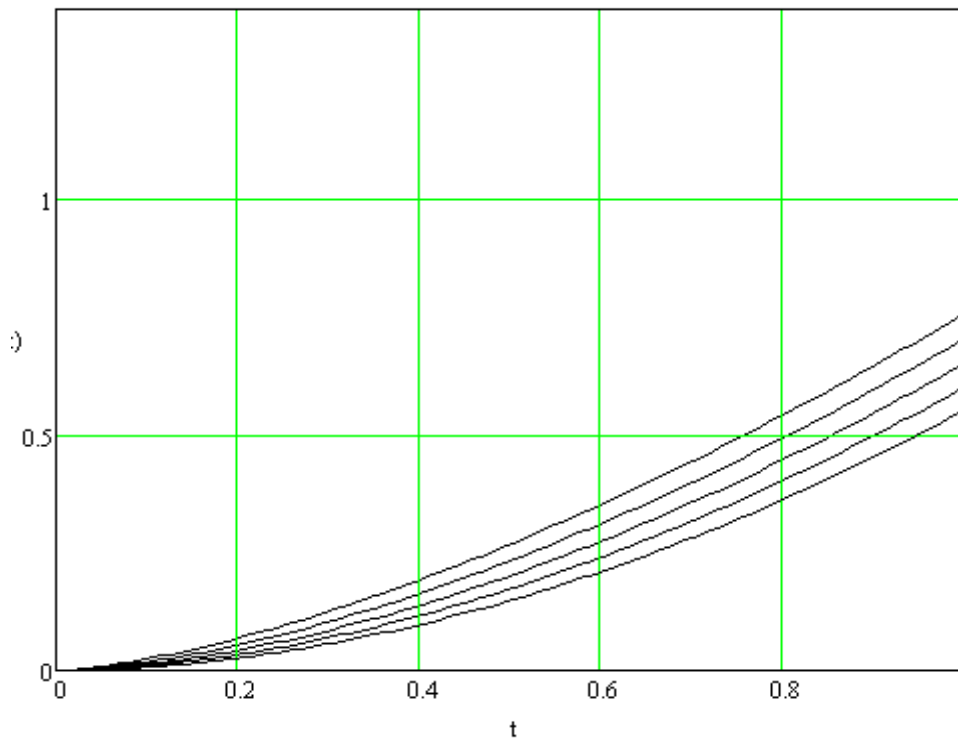


Рис. А.9.4. Перехідний процес реакції на лінійне наростання сигналу на вході інтегровальних ланок нецілого порядку з ПФ:

$$W(s) = s^{-0,5}, W(s) = s^{-0,6}, W(s) = s^{-0,7}, W(s) = s^{-0,8}, W(s) = s^{-0,9}$$

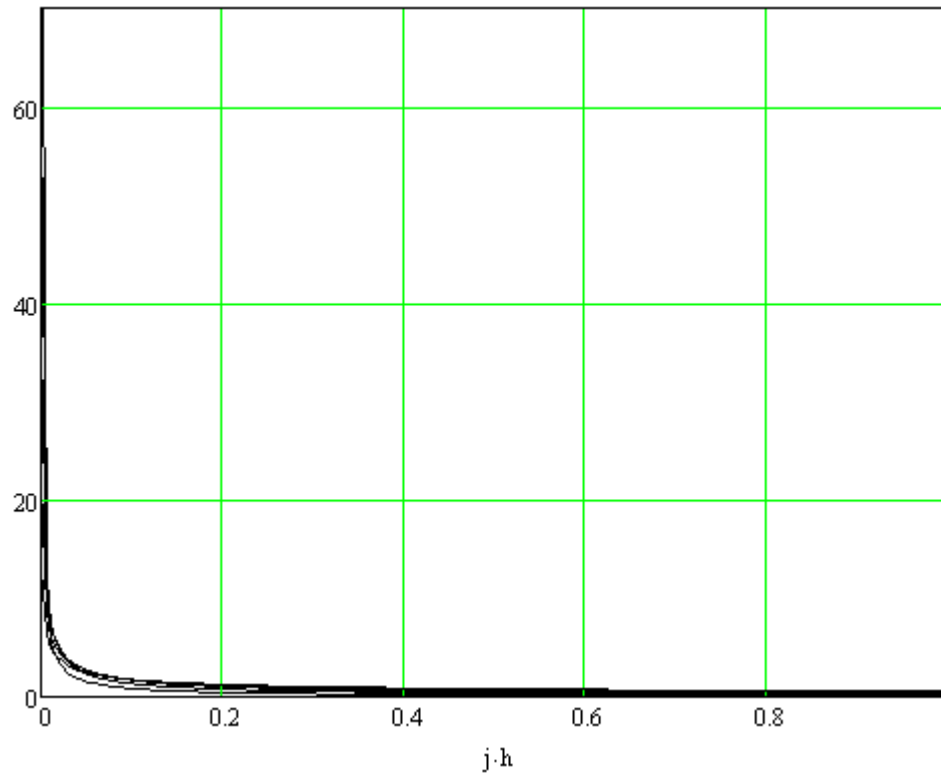


Рис. А.9.5. Перехідні функції диференціальних ланок нецілого порядку з ПФ:  
 $W(s) = s^{0,5}$ ,  $W(s) = s^{0,6}$ ,  $W(s) = s^{0,7}$ ,  $W(s) = s^{0,8}$ ,  $W(s) = s^{0,9}$

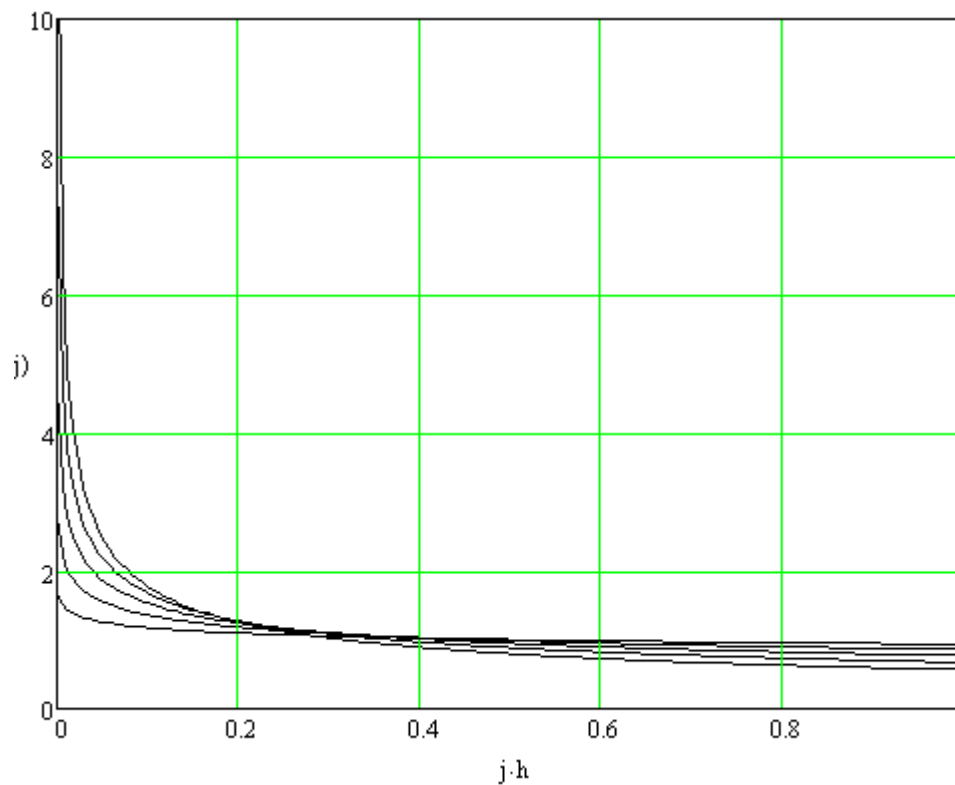


Рис. А.9.6. Перехідні функції диференціальних ланок нецілого порядку з ПФ:  
 $W(s) = s^{0,1}$ ,  $W(s) = s^{0,2}$ ,  $W(s) = s^{0,3}$ ,  $W(s) = s^{0,4}$ ,  $W(s) = s^{0,5}$

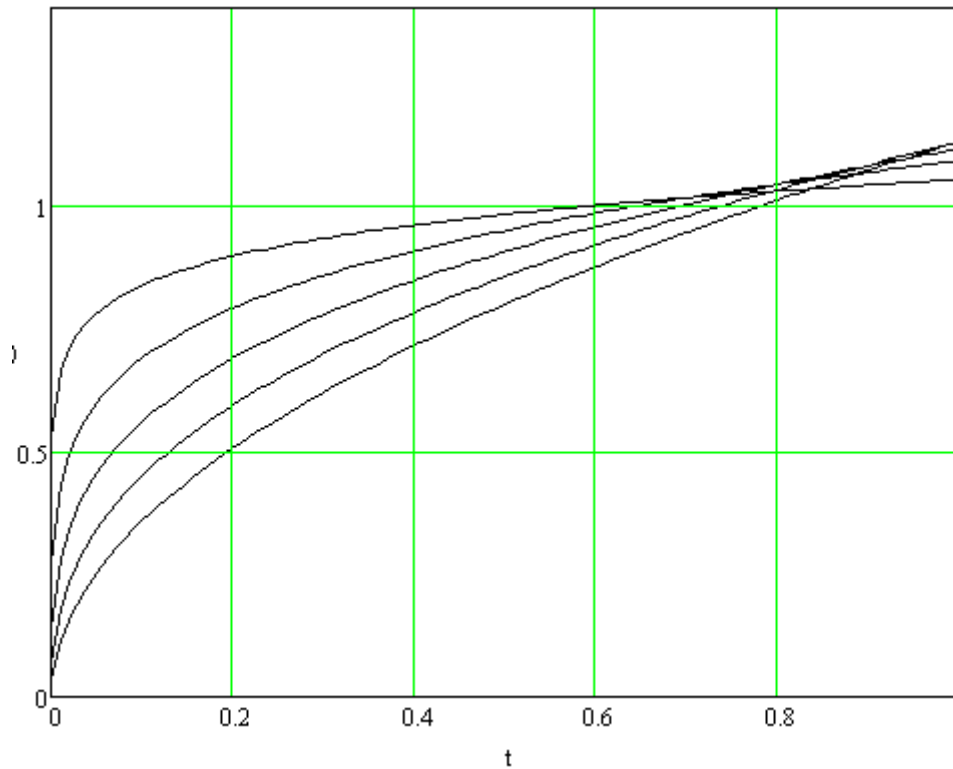


Рис. А.9.7. Перехідний процес реакції на лінійне наростання сигналу на вході диференціальних ланок нецілого порядку з ПФ:

$$W(s) = s^{0.5}, W(s) = s^{0.6}, W(s) = s^{0.7}, W(s) = s^{0.8}, W(s) = s^{0.9}$$

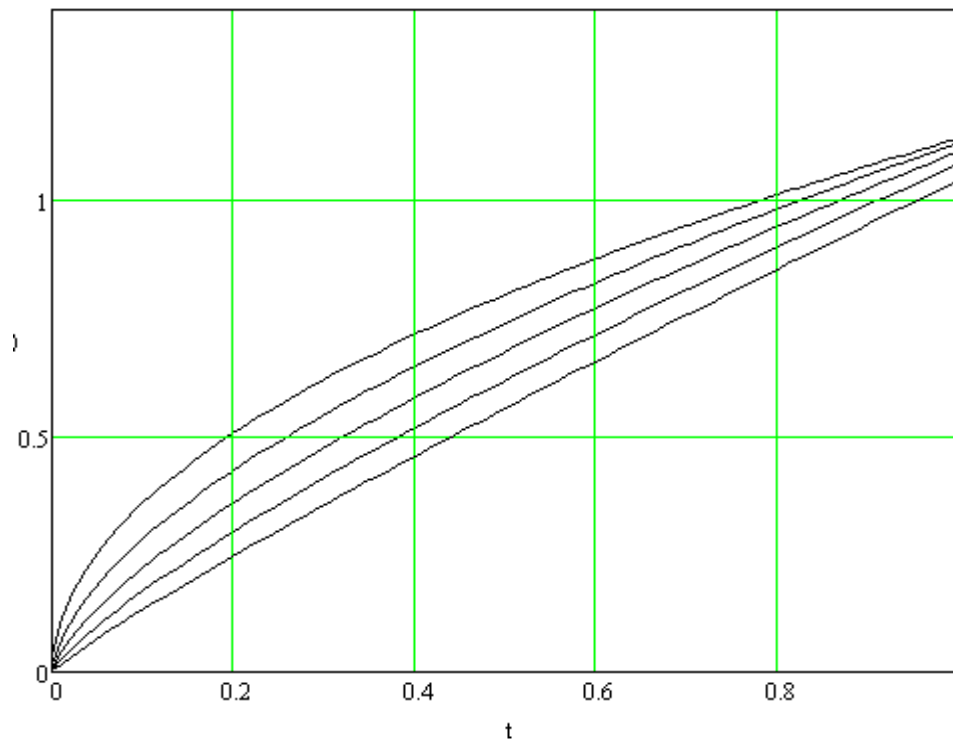


Рис. А.9.8. Перехідний процес реакції на лінійне наростання сигналу на вході диференціальних ланок нецілого порядку з ПФ:

$$W(s) = s^{0.1}, W(s) = s^{0.2}, W(s) = s^{0.3}, W(s) = s^{0.4}, W(s) = s^{0.5}$$

## Додаток Б

## Реалізація методу генетичного алгоритму для синтезу регуляторів дробового порядку

Програма на алгоритмічній мові MATLAB для реалізації методу генетичного алгоритму для синтезу регуляторів дробового порядку за використання оптимізаційного пакету Optimization Tool.

```
function z=pid_reg4(X)
w0=10;
q=1.2;
simout1=step((w0/((ora_foc(q,3,0.01,100)+w0))),0:0.01:2);
global Kp;
global Ti;
global lambda;
global Td;
global delta;
Kp=X(1);
Ti=X(2);
lambda=X(3);
Td=X(4);
delta=X(5);
simout=step((1/((0.8*ora_foc(2.2,3,0.01,100)+0.5*ora_foc(0.9,3,0.01,100)+1)/(Kp+Ti*ora_foc(-
lambda,3,0.01,100)+Td*ora_foc(delta,3,0.01,100)) +1)),0:0.01:2);
% sim('pid2');
z=sum(abs(simout-simout1));
end
```

## Додаток В

## Стійкість передавальних функцій дробового порядку в ЕМС

В.1. Дослідження стійкості передавальної функції дробового порядку (В.1.1) за зміни її параметрів в межах  $\pm 20\%$ :  $0,6 \leq a_2 \leq 1,0$ ;  $1,76 \leq \alpha_2 \leq 2,64$ ;  $0,4 \leq a_1 \leq 0,6$ ;  $0,72 \leq \alpha_1 \leq 1,08$  з кроком зміни параметрів  $a_2$ ,  $\alpha_2$  і  $\alpha_1$  - 0,1, для параметра  $a_1$  - 0,05. Розрахунки здійснено за використання програми розробленої мовою програмування MATLAB, в результаті виконання якої отримано 1125 набори і для кожного з них визначено інформативний параметр  $|\phi_{\omega i}|$  з висновком про стійкість (1 для стійкої ПФ, 0 - для нестійкої). Отримані результати наведені у табл. В.1.1.

$$W(s) = \frac{k}{a_2 s^{\alpha_2} + a_1 s^{\alpha_1} + 1} \quad (\text{В.1.1})$$

Таблиця В.1.1.

| $0,6 \leq a_2 \leq 1,0$ | $1,76 \leq \alpha_2 \leq 2,64$ | $0,4 \leq a_1 \leq 0,6$ | $0,72 \leq \alpha_1 \leq 1,08$ | $ \phi_{\omega i} $ |
|-------------------------|--------------------------------|-------------------------|--------------------------------|---------------------|
| 0,6                     | 2,4                            | 0,4                     | 0,7                            | 0                   |
| 0,6                     | 2,4                            | 0,45                    | 0,7                            | 0                   |
| 0,6                     | 2,4                            | 0,5                     | 0,7                            | 0                   |
| 0,6                     | 2,4                            | 0,55                    | 0,7                            | 0                   |
| 0,6                     | 2,4                            | 0,6                     | 0,7                            | 0                   |
| 0,7                     | 2,4                            | 0,4                     | 0,7                            | 0                   |
| 0,7                     | 2,4                            | 0,45                    | 0,7                            | 0                   |
| 0,7                     | 2,4                            | 0,5                     | 0,7                            | 0                   |
| 0,7                     | 2,4                            | 0,55                    | 0,7                            | 0                   |
| 0,7                     | 2,4                            | 0,6                     | 0,7                            | 0                   |
| 0,8                     | 2,4                            | 0,4                     | 0,7                            | 0                   |
| 0,8                     | 2,4                            | 0,45                    | 0,7                            | 0                   |
| 0,8                     | 2,4                            | 0,5                     | 0,7                            | 0                   |
| 0,8                     | 2,4                            | 0,55                    | 0,7                            | 0                   |
| 0,8                     | 2,4                            | 0,6                     | 0,7                            | 0                   |
| 0,9                     | 2,4                            | 0,4                     | 0,7                            | 0                   |
| 0,9                     | 2,4                            | 0,45                    | 0,7                            | 0                   |
| 0,9                     | 2,4                            | 0,5                     | 0,7                            | 0                   |
| 0,9                     | 2,4                            | 0,55                    | 0,7                            | 0                   |
| 0,9                     | 2,4                            | 0,6                     | 0,7                            | 0                   |

|     |     |      |     |   |
|-----|-----|------|-----|---|
| 1   | 2,4 | 0,4  | 0,7 | 0 |
| 1   | 2,4 | 0,45 | 0,7 | 0 |
| 1   | 2,4 | 0,5  | 0,7 | 0 |
| 1   | 2,4 | 0,55 | 0,7 | 0 |
| 1   | 2,4 | 0,6  | 0,7 | 0 |
| 0,6 | 2,4 | 0,4  | 0,8 | 0 |
| 0,6 | 2,4 | 0,45 | 0,8 | 0 |
| 0,6 | 2,4 | 0,5  | 0,8 | 0 |
| 0,6 | 2,4 | 0,55 | 0,8 | 0 |
| 0,6 | 2,4 | 0,6  | 0,8 | 0 |
| 0,7 | 2,4 | 0,4  | 0,8 | 0 |
| 0,7 | 2,4 | 0,45 | 0,8 | 0 |
| 0,7 | 2,4 | 0,5  | 0,8 | 0 |
| 0,7 | 2,4 | 0,55 | 0,8 | 0 |
| 0,7 | 2,4 | 0,6  | 0,8 | 0 |
| 0,8 | 2,4 | 0,4  | 0,8 | 0 |
| 0,8 | 2,4 | 0,45 | 0,8 | 0 |
| 0,8 | 2,4 | 0,5  | 0,8 | 0 |
| 0,8 | 2,4 | 0,55 | 0,8 | 0 |
| 0,8 | 2,4 | 0,6  | 0,8 | 0 |
| 0,9 | 2,4 | 0,4  | 0,8 | 0 |
| 0,9 | 2,4 | 0,45 | 0,8 | 0 |
| 0,9 | 2,4 | 0,5  | 0,8 | 0 |
| 0,9 | 2,4 | 0,55 | 0,8 | 0 |
| 0,9 | 2,4 | 0,6  | 0,8 | 0 |
| 1   | 2,4 | 0,4  | 0,8 | 0 |
| 1   | 2,4 | 0,45 | 0,8 | 0 |
| 1   | 2,4 | 0,5  | 0,8 | 0 |
| 1   | 2,4 | 0,55 | 0,8 | 0 |
| 1   | 2,4 | 0,6  | 0,8 | 0 |
| 0,6 | 2,4 | 0,4  | 0,9 | 0 |
| 0,6 | 2,4 | 0,45 | 0,9 | 0 |
| 0,6 | 2,4 | 0,5  | 0,9 | 0 |
| 0,6 | 2,4 | 0,55 | 0,9 | 0 |
| 0,6 | 2,4 | 0,6  | 0,9 | 0 |
| 0,7 | 2,4 | 0,4  | 0,9 | 0 |
| 0,7 | 2,4 | 0,45 | 0,9 | 0 |
| 0,7 | 2,4 | 0,5  | 0,9 | 0 |
| 0,7 | 2,4 | 0,55 | 0,9 | 0 |
| 0,7 | 2,4 | 0,6  | 0,9 | 0 |
| 0,8 | 2,4 | 0,4  | 0,9 | 0 |
| 0,8 | 2,4 | 0,45 | 0,9 | 0 |
| 0,8 | 2,4 | 0,5  | 0,9 | 0 |
| 0,8 | 2,4 | 0,55 | 0,9 | 0 |
| 0,8 | 2,4 | 0,6  | 0,9 | 0 |
| 0,9 | 2,4 | 0,4  | 0,9 | 0 |
| 0,9 | 2,4 | 0,45 | 0,9 | 0 |
| 0,9 | 2,4 | 0,5  | 0,9 | 0 |
| 0,9 | 2,4 | 0,55 | 0,9 | 0 |
| 0,9 | 2,4 | 0,6  | 0,9 | 0 |
| 1   | 2,4 | 0,4  | 0,9 | 0 |
| 1   | 2,4 | 0,45 | 0,9 | 0 |
| 1   | 2,4 | 0,5  | 0,9 | 0 |
| 1   | 2,4 | 0,55 | 0,9 | 0 |

|     |     |      |     |   |
|-----|-----|------|-----|---|
| 1   | 2,4 | 0,6  | 0,9 | 0 |
| 0,6 | 2,4 | 0,4  | 1   | 0 |
| 0,6 | 2,4 | 0,45 | 1   | 0 |
| 0,6 | 2,4 | 0,5  | 1   | 0 |
| 0,6 | 2,4 | 0,55 | 1   | 1 |
| 0,6 | 2,4 | 0,6  | 1   | 1 |
| 0,7 | 2,4 | 0,4  | 1   | 0 |
| 0,7 | 2,4 | 0,45 | 1   | 0 |
| 0,7 | 2,4 | 0,5  | 1   | 0 |
| 0,7 | 2,4 | 0,55 | 1   | 0 |
| 0,7 | 2,4 | 0,6  | 1   | 1 |
| 0,8 | 2,4 | 0,4  | 1   | 0 |
| 0,8 | 2,4 | 0,45 | 1   | 0 |
| 0,8 | 2,4 | 0,5  | 1   | 0 |
| 0,8 | 2,4 | 0,55 | 1   | 0 |
| 0,8 | 2,4 | 0,6  | 1   | 0 |
| 0,9 | 2,4 | 0,4  | 1   | 0 |
| 0,9 | 2,4 | 0,45 | 1   | 0 |
| 0,9 | 2,4 | 0,5  | 1   | 0 |
| 0,9 | 2,4 | 0,55 | 1   | 0 |
| 0,9 | 2,4 | 0,6  | 1   | 0 |
| 1   | 2,4 | 0,4  | 1   | 0 |
| 1   | 2,4 | 0,45 | 1   | 0 |
| 1   | 2,4 | 0,5  | 1   | 0 |
| 1   | 2,4 | 0,55 | 1   | 0 |
| 1   | 2,4 | 0,6  | 1   | 0 |
| 0,6 | 2,4 | 0,4  | 1,1 | 0 |
| 0,6 | 2,4 | 0,45 | 1,1 | 0 |
| 0,6 | 2,4 | 0,5  | 1,1 | 1 |
| 0,6 | 2,4 | 0,55 | 1,1 | 1 |
| 0,6 | 2,4 | 0,6  | 1,1 | 1 |
| 0,7 | 2,4 | 0,4  | 1,1 | 0 |
| 0,7 | 2,4 | 0,45 | 1,1 | 0 |
| 0,7 | 2,4 | 0,5  | 1,1 | 0 |
| 0,7 | 2,4 | 0,55 | 1,1 | 1 |
| 0,7 | 2,4 | 0,6  | 1,1 | 1 |
| 0,8 | 2,4 | 0,4  | 1,1 | 0 |
| 0,8 | 2,4 | 0,45 | 1,1 | 0 |
| 0,8 | 2,4 | 0,5  | 1,1 | 0 |
| 0,8 | 2,4 | 0,55 | 1,1 | 0 |
| 0,8 | 2,4 | 0,6  | 1,1 | 1 |
| 0,9 | 2,4 | 0,4  | 1,1 | 0 |
| 0,9 | 2,4 | 0,45 | 1,1 | 0 |
| 0,9 | 2,4 | 0,5  | 1,1 | 0 |
| 0,9 | 2,4 | 0,55 | 1,1 | 0 |
| 0,9 | 2,4 | 0,6  | 1,1 | 1 |
| 1   | 2,4 | 0,4  | 1,1 | 0 |
| 1   | 2,4 | 0,45 | 1,1 | 0 |
| 1   | 2,4 | 0,5  | 1,1 | 0 |
| 1   | 2,4 | 0,55 | 1,1 | 0 |
| 1   | 2,4 | 0,6  | 1,1 | 0 |
| 0,6 | 2,3 | 0,4  | 0,7 | 0 |
| 0,6 | 2,3 | 0,45 | 0,7 | 0 |
| 0,6 | 2,3 | 0,5  | 0,7 | 0 |



|     |     |      |     |   |
|-----|-----|------|-----|---|
| 0,6 | 2,3 | 0,55 | 0,7 | 0 |
| 0,6 | 2,3 | 0,6  | 0,7 | 1 |
| 0,7 | 2,3 | 0,4  | 0,7 | 0 |
| 0,7 | 2,3 | 0,45 | 0,7 | 0 |
| 0,7 | 2,3 | 0,5  | 0,7 | 0 |
| 0,7 | 2,3 | 0,55 | 0,7 | 0 |
| 0,7 | 2,3 | 0,6  | 0,7 | 0 |
| 0,8 | 2,3 | 0,4  | 0,7 | 0 |
| 0,8 | 2,3 | 0,45 | 0,7 | 0 |
| 0,8 | 2,3 | 0,5  | 0,7 | 0 |
| 0,8 | 2,3 | 0,55 | 0,7 | 0 |
| 0,8 | 2,3 | 0,6  | 0,7 | 0 |
| 0,9 | 2,3 | 0,4  | 0,7 | 0 |
| 0,9 | 2,3 | 0,45 | 0,7 | 0 |
| 0,9 | 2,3 | 0,5  | 0,7 | 0 |
| 0,9 | 2,3 | 0,55 | 0,7 | 0 |
| 0,9 | 2,3 | 0,6  | 0,7 | 0 |
| 1   | 2,3 | 0,4  | 0,7 | 0 |
| 1   | 2,3 | 0,45 | 0,7 | 0 |
| 1   | 2,3 | 0,5  | 0,7 | 0 |
| 1   | 2,3 | 0,55 | 0,7 | 0 |
| 1   | 2,3 | 0,6  | 0,7 | 0 |
| 0,6 | 2,3 | 0,4  | 0,8 | 0 |
| 0,6 | 2,3 | 0,45 | 0,8 | 0 |
| 0,6 | 2,3 | 0,5  | 0,8 | 1 |
| 0,6 | 2,3 | 0,55 | 0,8 | 1 |
| 0,6 | 2,3 | 0,6  | 0,8 | 1 |
| 0,7 | 2,3 | 0,4  | 0,8 | 0 |
| 0,7 | 2,3 | 0,45 | 0,8 | 0 |
| 0,7 | 2,3 | 0,5  | 0,8 | 0 |
| 0,7 | 2,3 | 0,55 | 0,8 | 1 |
| 0,7 | 2,3 | 0,6  | 0,8 | 1 |
| 0,8 | 2,3 | 0,4  | 0,8 | 0 |
| 0,8 | 2,3 | 0,45 | 0,8 | 0 |
| 0,8 | 2,3 | 0,5  | 0,8 | 0 |
| 0,8 | 2,3 | 0,55 | 0,8 | 1 |
| 0,8 | 2,3 | 0,6  | 0,8 | 1 |
| 0,9 | 2,3 | 0,4  | 0,8 | 0 |
| 0,9 | 2,3 | 0,45 | 0,8 | 0 |
| 0,9 | 2,3 | 0,5  | 0,8 | 0 |
| 0,9 | 2,3 | 0,55 | 0,8 | 0 |
| 0,9 | 2,3 | 0,6  | 0,8 | 1 |
| 1   | 2,3 | 0,4  | 0,8 | 0 |
| 1   | 2,3 | 0,45 | 0,8 | 0 |
| 1   | 2,3 | 0,5  | 0,8 | 0 |
| 1   | 2,3 | 0,55 | 0,8 | 0 |
| 1   | 2,3 | 0,6  | 0,8 | 1 |
| 0,6 | 2,3 | 0,4  | 0,9 | 0 |
| 0,6 | 2,3 | 0,45 | 0,9 | 1 |
| 0,6 | 2,3 | 0,5  | 0,9 | 1 |
| 0,6 | 2,3 | 0,55 | 0,9 | 1 |
| 0,6 | 2,3 | 0,6  | 0,9 | 1 |
| 0,7 | 2,3 | 0,4  | 0,9 | 0 |
| 0,7 | 2,3 | 0,45 | 0,9 | 0 |

|     |     |      |     |   |
|-----|-----|------|-----|---|
| 0,7 | 2,3 | 0,5  | 0,9 | 1 |
| 0,7 | 2,3 | 0,55 | 0,9 | 1 |
| 0,7 | 2,3 | 0,6  | 0,9 | 1 |
| 0,8 | 2,3 | 0,4  | 0,9 | 0 |
| 0,8 | 2,3 | 0,45 | 0,9 | 0 |
| 0,8 | 2,3 | 0,5  | 0,9 | 1 |
| 0,8 | 2,3 | 0,55 | 0,9 | 1 |
| 0,8 | 2,3 | 0,6  | 0,9 | 1 |
| 0,9 | 2,3 | 0,4  | 0,9 | 0 |
| 0,9 | 2,3 | 0,45 | 0,9 | 0 |
| 0,9 | 2,3 | 0,5  | 0,9 | 1 |
| 0,9 | 2,3 | 0,55 | 0,9 | 1 |
| 0,9 | 2,3 | 0,6  | 0,9 | 1 |
| 1   | 2,3 | 0,4  | 0,9 | 0 |
| 1   | 2,3 | 0,45 | 0,9 | 0 |
| 1   | 2,3 | 0,5  | 0,9 | 0 |
| 1   | 2,3 | 0,55 | 0,9 | 1 |
| 1   | 2,3 | 0,6  | 0,9 | 1 |
| 0,6 | 2,3 | 0,4  | 1   | 1 |
| 0,6 | 2,3 | 0,45 | 1   | 1 |
| 0,6 | 2,3 | 0,5  | 1   | 1 |
| 0,6 | 2,3 | 0,55 | 1   | 1 |
| 0,6 | 2,3 | 0,6  | 1   | 1 |
| 0,7 | 2,3 | 0,4  | 1   | 0 |
| 0,7 | 2,3 | 0,45 | 1   | 1 |
| 0,7 | 2,3 | 0,5  | 1   | 1 |
| 0,7 | 2,3 | 0,55 | 1   | 1 |
| 0,7 | 2,3 | 0,6  | 1   | 1 |
| 0,8 | 2,3 | 0,4  | 1   | 0 |
| 0,8 | 2,3 | 0,45 | 1   | 1 |
| 0,8 | 2,3 | 0,5  | 1   | 1 |
| 0,8 | 2,3 | 0,55 | 1   | 1 |
| 0,8 | 2,3 | 0,6  | 1   | 1 |
| 0,9 | 2,3 | 0,4  | 1   | 0 |
| 0,9 | 2,3 | 0,45 | 1   | 0 |
| 0,9 | 2,3 | 0,5  | 1   | 1 |
| 0,9 | 2,3 | 0,55 | 1   | 1 |
| 0,9 | 2,3 | 0,6  | 1   | 1 |
| 1   | 2,3 | 0,4  | 1   | 0 |
| 1   | 2,3 | 0,45 | 1   | 0 |
| 1   | 2,3 | 0,5  | 1   | 1 |
| 1   | 2,3 | 0,55 | 1   | 1 |
| 1   | 2,3 | 0,6  | 1   | 1 |
| 0,6 | 2,3 | 0,4  | 1,1 | 1 |
| 0,6 | 2,3 | 0,45 | 1,1 | 1 |
| 0,6 | 2,3 | 0,5  | 1,1 | 1 |
| 0,6 | 2,3 | 0,55 | 1,1 | 1 |
| 0,6 | 2,3 | 0,6  | 1,1 | 1 |
| 0,7 | 2,3 | 0,4  | 1,1 | 1 |
| 0,7 | 2,3 | 0,45 | 1,1 | 1 |
| 0,7 | 2,3 | 0,5  | 1,1 | 1 |
| 0,7 | 2,3 | 0,55 | 1,1 | 1 |
| 0,7 | 2,3 | 0,6  | 1,1 | 1 |
| 0,8 | 2,3 | 0,4  | 1,1 | 0 |

|     |     |      |     |   |
|-----|-----|------|-----|---|
| 0,8 | 2,3 | 0,45 | 1,1 | 1 |
| 0,8 | 2,3 | 0,5  | 1,1 | 1 |
| 0,8 | 2,3 | 0,55 | 1,1 | 1 |
| 0,8 | 2,3 | 0,6  | 1,1 | 1 |
| 0,9 | 2,3 | 0,4  | 1,1 | 0 |
| 0,9 | 2,3 | 0,45 | 1,1 | 1 |
| 0,9 | 2,3 | 0,5  | 1,1 | 1 |
| 0,9 | 2,3 | 0,55 | 1,1 | 1 |
| 0,9 | 2,3 | 0,6  | 1,1 | 1 |
| 1   | 2,3 | 0,4  | 1,1 | 0 |
| 1   | 2,3 | 0,45 | 1,1 | 0 |
| 1   | 2,3 | 0,5  | 1,1 | 1 |
| 1   | 2,3 | 0,55 | 1,1 | 1 |
| 1   | 2,3 | 0,6  | 1,1 | 1 |
| 0,6 | 2,2 | 0,4  | 0,7 | 1 |
| 0,6 | 2,2 | 0,45 | 0,7 | 1 |
| 0,6 | 2,2 | 0,5  | 0,7 | 1 |
| 0,6 | 2,2 | 0,55 | 0,7 | 1 |
| 0,6 | 2,2 | 0,6  | 0,7 | 1 |
| 0,7 | 2,2 | 0,4  | 0,7 | 1 |
| 0,7 | 2,2 | 0,45 | 0,7 | 1 |
| 0,7 | 2,2 | 0,5  | 0,7 | 1 |
| 0,7 | 2,2 | 0,55 | 0,7 | 1 |
| 0,7 | 2,2 | 0,6  | 0,7 | 1 |
| 0,8 | 2,2 | 0,4  | 0,7 | 1 |
| 0,8 | 2,2 | 0,45 | 0,7 | 1 |
| 0,8 | 2,2 | 0,5  | 0,7 | 1 |
| 0,8 | 2,2 | 0,55 | 0,7 | 1 |
| 0,8 | 2,2 | 0,6  | 0,7 | 1 |
| 0,9 | 2,2 | 0,4  | 0,7 | 1 |
| 0,9 | 2,2 | 0,45 | 0,7 | 1 |
| 0,9 | 2,2 | 0,5  | 0,7 | 1 |
| 0,9 | 2,2 | 0,55 | 0,7 | 1 |
| 0,9 | 2,2 | 0,6  | 0,7 | 1 |
| 1   | 2,2 | 0,4  | 0,7 | 0 |
| 1   | 2,2 | 0,45 | 0,7 | 1 |
| 1   | 2,2 | 0,5  | 0,7 | 1 |
| 1   | 2,2 | 0,55 | 0,7 | 1 |
| 1   | 2,2 | 0,6  | 0,7 | 1 |
| 0,6 | 2,2 | 0,4  | 0,8 | 1 |
| 0,6 | 2,2 | 0,45 | 0,8 | 1 |
| 0,6 | 2,2 | 0,5  | 0,8 | 1 |
| 0,6 | 2,2 | 0,55 | 0,8 | 1 |
| 0,6 | 2,2 | 0,6  | 0,8 | 1 |
| 0,7 | 2,2 | 0,4  | 0,8 | 1 |
| 0,7 | 2,2 | 0,45 | 0,8 | 1 |
| 0,7 | 2,2 | 0,5  | 0,8 | 1 |
| 0,7 | 2,2 | 0,55 | 0,8 | 1 |
| 0,7 | 2,2 | 0,6  | 0,8 | 1 |
| 0,8 | 2,2 | 0,4  | 0,8 | 1 |
| 0,8 | 2,2 | 0,45 | 0,8 | 1 |
| 0,8 | 2,2 | 0,5  | 0,8 | 1 |
| 0,8 | 2,2 | 0,55 | 0,8 | 1 |
| 0,8 | 2,2 | 0,6  | 0,8 | 1 |

|     |     |      |     |   |
|-----|-----|------|-----|---|
| 0,9 | 2,2 | 0,4  | 0,8 | 1 |
| 0,9 | 2,2 | 0,45 | 0,8 | 1 |
| 0,9 | 2,2 | 0,5  | 0,8 | 1 |
| 0,9 | 2,2 | 0,55 | 0,8 | 1 |
| 0,9 | 2,2 | 0,6  | 0,8 | 1 |
| 1   | 2,2 | 0,4  | 0,8 | 1 |
| 1   | 2,2 | 0,45 | 0,8 | 1 |
| 1   | 2,2 | 0,5  | 0,8 | 1 |
| 1   | 2,2 | 0,55 | 0,8 | 1 |
| 1   | 2,2 | 0,6  | 0,8 | 1 |
| 0,6 | 2,2 | 0,4  | 0,9 | 1 |
| 0,6 | 2,2 | 0,45 | 0,9 | 1 |
| 0,6 | 2,2 | 0,5  | 0,9 | 1 |
| 0,6 | 2,2 | 0,55 | 0,9 | 1 |
| 0,6 | 2,2 | 0,6  | 0,9 | 1 |
| 0,7 | 2,2 | 0,4  | 0,9 | 1 |
| 0,7 | 2,2 | 0,45 | 0,9 | 1 |
| 0,7 | 2,2 | 0,5  | 0,9 | 1 |
| 0,7 | 2,2 | 0,55 | 0,9 | 1 |
| 0,7 | 2,2 | 0,6  | 0,9 | 1 |
| 0,8 | 2,2 | 0,4  | 0,9 | 1 |
| 0,8 | 2,2 | 0,45 | 0,9 | 1 |
| 0,8 | 2,2 | 0,5  | 0,9 | 1 |
| 0,8 | 2,2 | 0,55 | 0,9 | 1 |
| 0,8 | 2,2 | 0,6  | 0,9 | 1 |
| 0,9 | 2,2 | 0,4  | 0,9 | 1 |
| 0,9 | 2,2 | 0,45 | 0,9 | 1 |
| 0,9 | 2,2 | 0,5  | 0,9 | 1 |
| 0,9 | 2,2 | 0,55 | 0,9 | 1 |
| 0,9 | 2,2 | 0,6  | 0,9 | 1 |
| 1   | 2,2 | 0,4  | 0,9 | 1 |
| 1   | 2,2 | 0,45 | 0,9 | 1 |
| 1   | 2,2 | 0,5  | 0,9 | 1 |
| 1   | 2,2 | 0,55 | 0,9 | 1 |
| 1   | 2,2 | 0,6  | 0,9 | 1 |
| 0,6 | 2,2 | 0,4  | 1   | 1 |
| 0,6 | 2,2 | 0,45 | 1   | 1 |
| 0,6 | 2,2 | 0,5  | 1   | 1 |
| 0,6 | 2,2 | 0,55 | 1   | 1 |
| 0,6 | 2,2 | 0,6  | 1   | 1 |
| 0,7 | 2,2 | 0,4  | 1   | 1 |
| 0,7 | 2,2 | 0,45 | 1   | 1 |
| 0,7 | 2,2 | 0,5  | 1   | 1 |
| 0,7 | 2,2 | 0,55 | 1   | 1 |
| 0,7 | 2,2 | 0,6  | 1   | 1 |
| 0,8 | 2,2 | 0,4  | 1   | 1 |
| 0,8 | 2,2 | 0,45 | 1   | 1 |
| 0,8 | 2,2 | 0,5  | 1   | 1 |
| 0,8 | 2,2 | 0,55 | 1   | 1 |
| 0,8 | 2,2 | 0,6  | 1   | 1 |
| 0,9 | 2,2 | 0,4  | 1   | 1 |
| 0,9 | 2,2 | 0,45 | 1   | 1 |
| 0,9 | 2,2 | 0,5  | 1   | 1 |
| 0,9 | 2,2 | 0,55 | 1   | 1 |

|     |     |      |     |   |
|-----|-----|------|-----|---|
| 0,9 | 2,2 | 0,6  | 1   | 1 |
| 1   | 2,2 | 0,4  | 1   | 1 |
| 1   | 2,2 | 0,45 | 1   | 1 |
| 1   | 2,2 | 0,5  | 1   | 1 |
| 1   | 2,2 | 0,55 | 1   | 1 |
| 1   | 2,2 | 0,6  | 1   | 1 |
| 0,6 | 2,2 | 0,4  | 1,1 | 1 |
| 0,6 | 2,2 | 0,45 | 1,1 | 1 |
| 0,6 | 2,2 | 0,5  | 1,1 | 1 |
| 0,6 | 2,2 | 0,55 | 1,1 | 1 |
| 0,6 | 2,2 | 0,6  | 1,1 | 1 |
| 0,7 | 2,2 | 0,4  | 1,1 | 1 |
| 0,7 | 2,2 | 0,45 | 1,1 | 1 |
| 0,7 | 2,2 | 0,5  | 1,1 | 1 |
| 0,7 | 2,2 | 0,55 | 1,1 | 1 |
| 0,7 | 2,2 | 0,6  | 1,1 | 1 |
| 0,8 | 2,2 | 0,4  | 1,1 | 1 |
| 0,8 | 2,2 | 0,45 | 1,1 | 1 |
| 0,8 | 2,2 | 0,5  | 1,1 | 1 |
| 0,8 | 2,2 | 0,55 | 1,1 | 1 |
| 0,8 | 2,2 | 0,6  | 1,1 | 1 |
| 0,9 | 2,2 | 0,4  | 1,1 | 1 |
| 0,9 | 2,2 | 0,45 | 1,1 | 1 |
| 0,9 | 2,2 | 0,5  | 1,1 | 1 |
| 0,9 | 2,2 | 0,55 | 1,1 | 1 |
| 0,9 | 2,2 | 0,6  | 1,1 | 1 |
| 1   | 2,2 | 0,4  | 1,1 | 1 |
| 1   | 2,2 | 0,45 | 1,1 | 1 |
| 1   | 2,2 | 0,5  | 1,1 | 1 |
| 1   | 2,2 | 0,55 | 1,1 | 1 |
| 1   | 2,2 | 0,6  | 1,1 | 1 |

## В.2. Модель контура струму ТКРП в середовищі MATLAB Simulink.

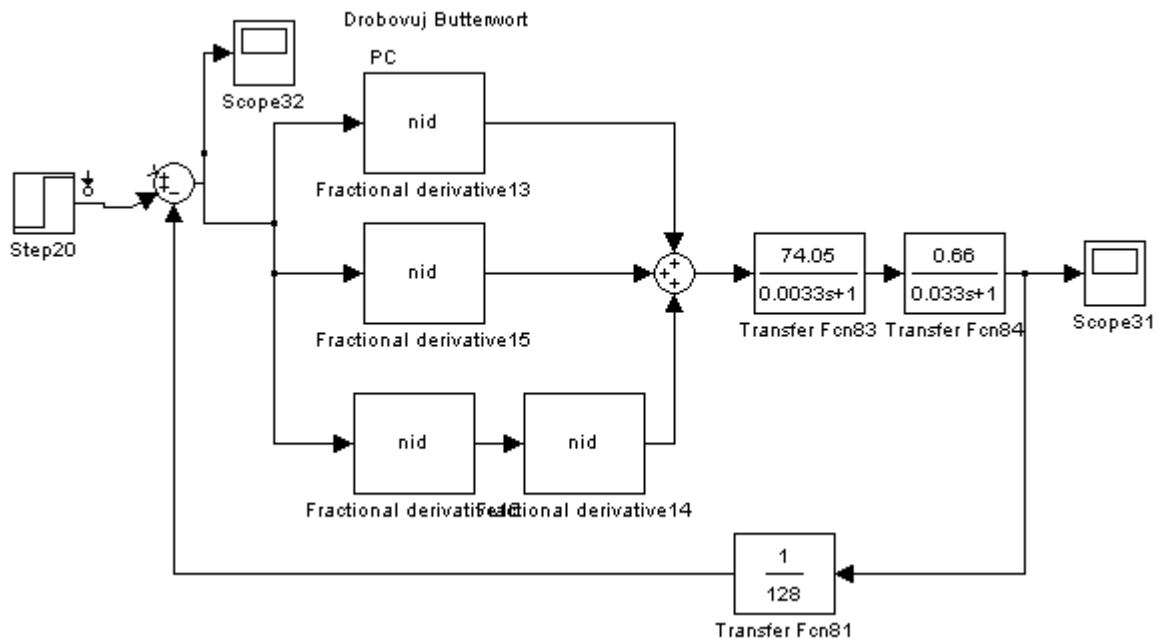


Рис. В.2.1. Модель контура струму ТКРП

В.3. Модель нечіткого дробового робастного регулятора струму ТКРП робастного до зміни  $T_K$  в середовищі MATLAB Simulink.

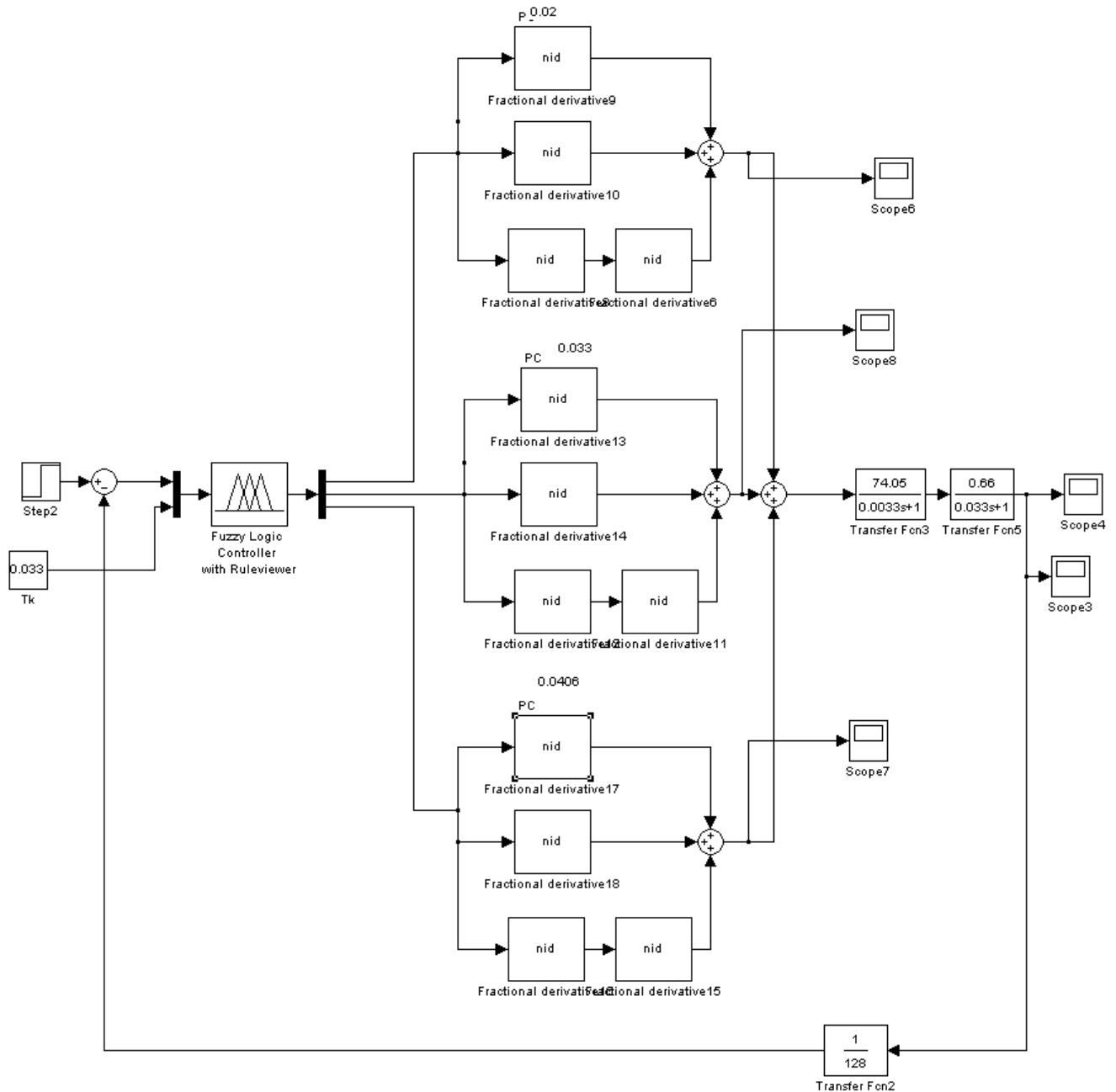


Рис. В.3.1. Модель нечіткого дробового робастного регулятора струму ТКРП

В.4. Модель нечіткого дробового робастного регулятора напруги робастного до зміни  $K_{AG}$  в середовищі MATLAB Simulink.

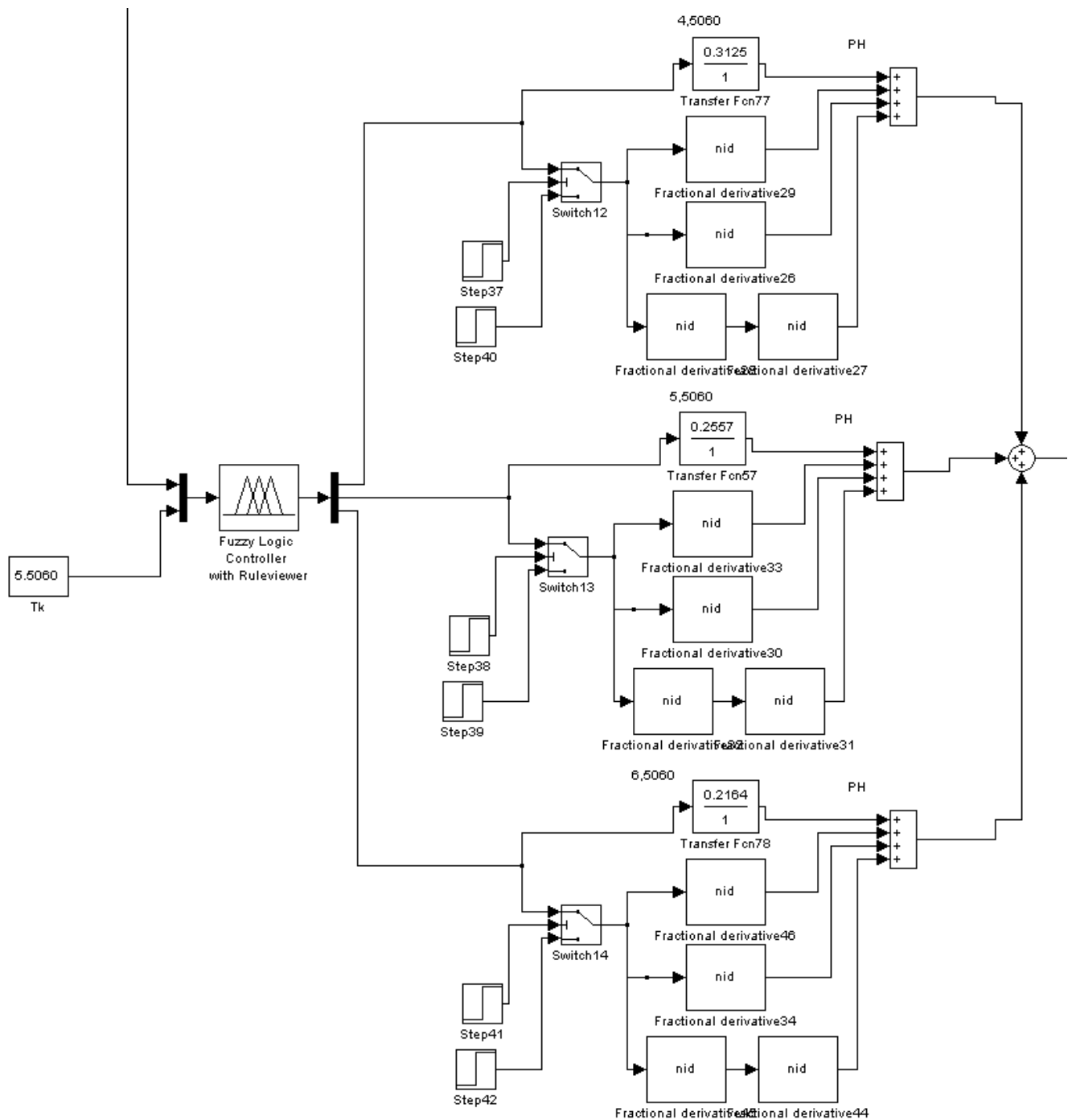


Рис. В.4.1. Модель нечіткого дробового робастного регулятора напруги.



## Додаток Г

## Осцилограми перехідних процесів, отримані в результаті експериментальних досліджень ПЧ-АД

На рис. Г.1 – Г.3 показані перехідні процеси експериментальних досліджень системи ПЧ-АД за вхідного завдання на 750 об./хв., 900 об./хв. і 1500 об./хв.

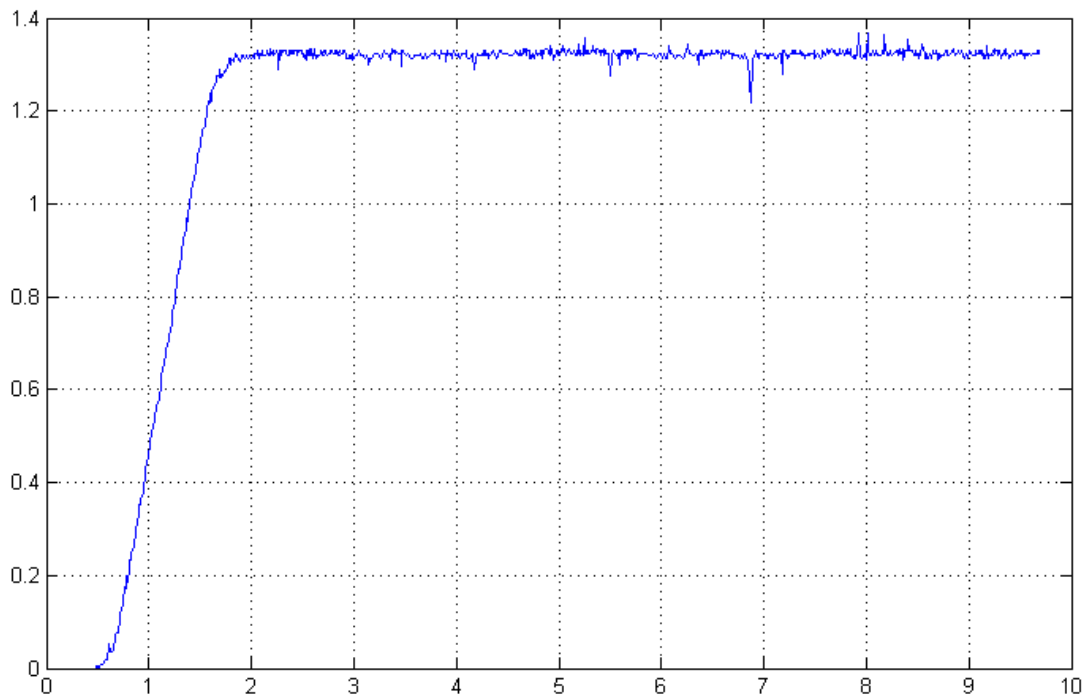


Рис. Г.1 Осцилограма перехідного процесу швидкості ПЧ-АД на виході датчика швидкості, отримана в результаті експериментального дослідження за вхідного завдання на 750 об./хв.

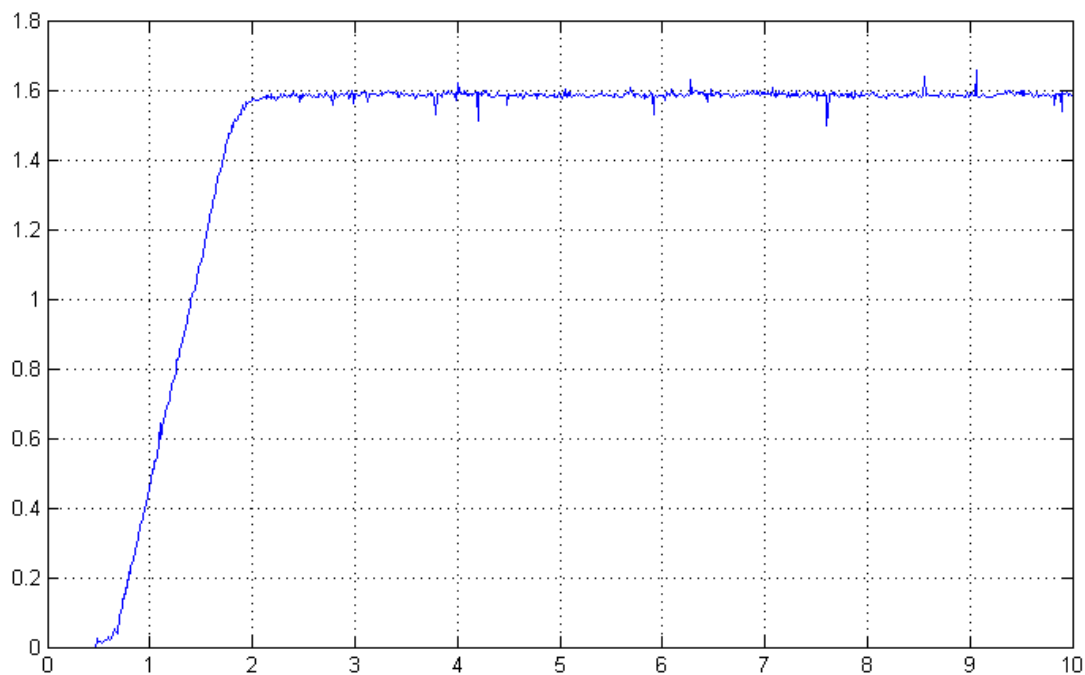


Рис. Г.2 Осцилограма перехідного процесу швидкості ПЧ-АД на виході давача швидкості, отримана в результаті експериментального дослідження за вхідного завдання на 900 об./хв.

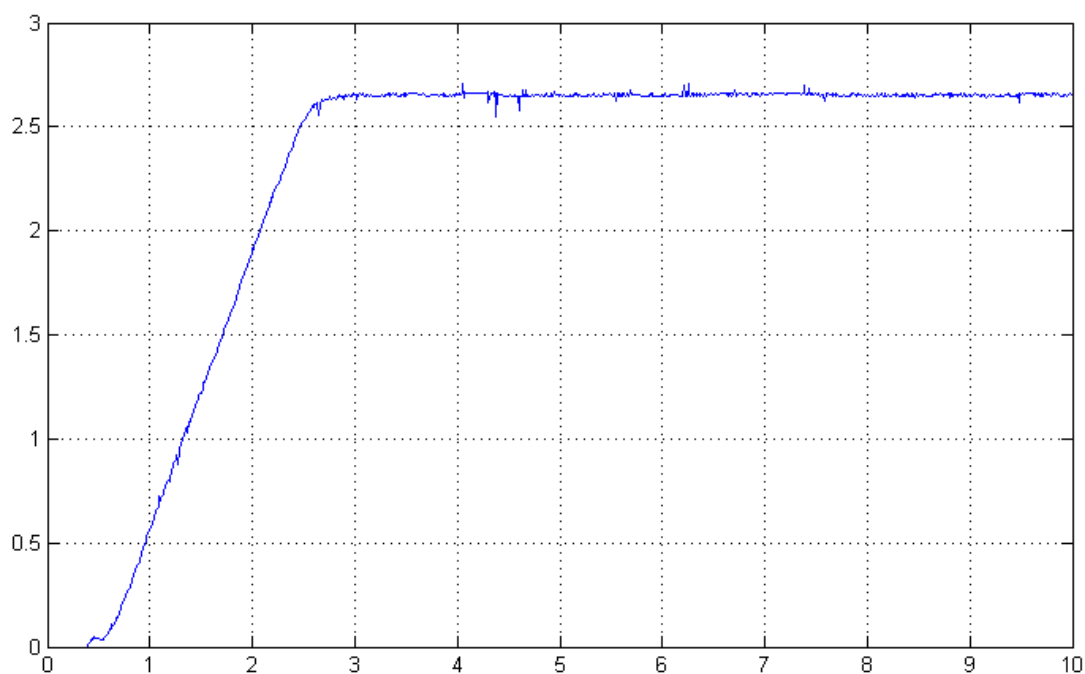


Рис. Г.3 Осцилограма перехідного процесу швидкості ПЧ-АД на виході давача швидкості, отримана в результаті експериментального дослідження за вхідного завдання на 1500 об./хв.

Додаток Д  
Акти впровадженъ

ЗАТВЕРДЖУЮ

Проректор

з науково-педагогічної роботи

Національного університету

"Львівська політехніка"

О.Р. Давидчак



"жовтень" 2016 р.

## АКТ

### ПРО ВИКОРИСТАННЯ РЕЗУЛЬТАТІВ ДИСЕРТАЦІЙНОЇ РОБОТИ

*Копчака Богдана Любомировича*

на тему: "Аналіз і синтез електромеханічних систем, які описуються дробовими інтегрально-диференціальними ланками".

Науково-технічна комісія в складі: голови – директора інституту енергетики та систем керування д.т.н., проф. Лозинського А.О. та членів: завідувача кафедри електричних машин і апаратів д.т.н., проф. Ткачука В.І., д.т.н., проф. кафедри ЕПК Марущака Я.Ю., д.т.н., проф. кафедри ЕПК Щура І.З. склала цей акт про те, що результати дисертаційної роботи Копчака Б.Л. впроваджені в учбовий процес Національного університету «Львівська політехніка», зокрема:

1. При підготовці магістрів спеціальності 141 «Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка» 8.05070204 - «Електромеханічні системи автоматизації та електропривод» та бакалаврів напряму «Електромеханіка» результати роботи використовуються в начальному процесі у дисциплінах, які передбачені навчальними планами: «Сучасні електроприводи змінного струму», «Інтелектуальне керування та синтез в електромеханічних системах».

2. Створені в середовищі MATLAB моделі електромеханічних систем з ланками дробового порядку використовуються при проведенні досліджень аспірантами та виконанні магістерських кваліфікаційних робіт.

3. Експериментальний лабораторний стенд, реалізований на базі розробленої опції перетворювача частоти MFC710 з ПЛД<sup>м</sup>-регулятором, використовується у курсі «Сучасні електроприводи змінного струму» для дослідження статичних і динамічних характеристик системи «перетворювач частоти MFC710–асинхронний двигун» з розробленим ПЛД<sup>м</sup>-регулятором, для керування частотою обертання електропривода з можливістю його використання у режимі самоналагодження.

Голова

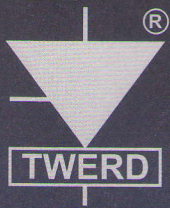
Члени:

А.О. Лозинський

В.І. Ткачук

Я.Ю. Марущак

І.З. Щур



# Zakład Energoelektroniki TWERD

Zakład Energoelektroniki TWERD  
Michał Twerd  
ul. Konwaliowa 30, 87-100 Toruń  
tel./fax 56 654 60 91/56 654 69 08  
NIP 879-000-81-63 REGON 870520770

“ЗАТВЕРДЖУЮ”

Директор науково-виробничої  
фірми «TWERD»

Торунь, Республіка Польща

Тверд М.  
2016р.  
*mgr inż. Michał Twerd*

## АКТ

Про впровадження результатів дисертаційного дослідження  
КОПЧАКА Богдана Любомировича

На тему:

«Аналіз і синтез електромеханічних систем з дробовими  
інтегрально-диференційними ланками»

### Комісія у складі:

Голова комісії директор маг. інж. Міхал Тверд

### Члени комісії:

1. Доктор. інж. Пьотр Боневич
2. Маг. інж. Бартош Козловські

наступним актом засвідчує, що матеріали дисертаційної роботи Б.Л.Копчака використані в науково-виробничій фірмі «TWERD» для розроблення перетворювальної техніки з розширеними функціональними можливостями електромеханічних систем шляхом створення в програмованому логічному контролері різних опцій: нечіткого регулятора, пропорційно-інтегрально-диференціального регулятора, регулятора для чотириквadrантного перетворювача частоти. Розроблений за використання методу рою частинок алгоритм дозволить реалізувати режим самоналагодження регулятора в електроприводах змінного струму з перетворювачами частоти типу MFC710.

#### Zakład Energoelektroniki TWERD

ul. Konwaliowa 30  
87-100 Toruń  
tel.: +48 566546091

fax.: +48 566546908 w.39  
NIP: 879 000 81 63  
REGON: 870 520 770

Результати спільних досліджень виконані згідно з договором про співпрацю і опубліковані у статтях:

1. Тверд М., Зеленский И., Копчак Л.С., Копчак Б.Л. Универсальный преобразователь частоты для электроприводов переменного тока. Технічна електродинаміка. Тематичний випуск. "Силовая електроніка та енергоефективність". Частина 1. 2004. С.19-20.
2. Тверд М., Зеленский И., Копчак Л.С., Копчак Б.Л. Преобразователь частоты с векторным управлением и расширенными функциональными возможностями // Вісник Національного технічного університету "Харківський політехнічний інститут". Проблеми автоматизованого електропривода. Теорія і практика. Випуск 45. - Харків: НТУ "ХПІ". - 2005. С.
3. Тверд М., Боневич П. Лозинський А.О., Копчак Л.С., Копчак Б.Л. Использование нечетких регуляторов для улучшения характеристик привода с преобразователями частоты фирмы "ТВЕРД" // Технічна електродинаміка. Тематичний випуск. "Силовая електроніка та енергоефективність". Частина 3. – Київ. - 2007. С. 60-61.
4. Современный четырехквadrантный преобразователь с ШИМ-управлением и синусоидальной формой тока, потребляемого из сети. Тверд М., Зеленски Я., Яцукович Р., Малиновски М., Копчак Б.Л.// Вісник Національного технічного університету «Харківський політехнічний інститут». – Харків: НТУ «ХПІ», 2008, № 30. – С. 401-403.
5. Автономный асинхронный генератор с ШИМ-преобразователем, работающий параллельно с сетью. Тверд М., Яцукович Р., Копчак Б.Л., Цяпа В.Б. // Науково-технічний журнал «Електроінформ». – Львів: ЕКОінформ, 2009, – С. 164-165.
6. Трехуровневый преобразователь частоты с нулевой точкой и ШИМ-управлением фирмы "Twerd" для высоковольтного электропривода большой мощности Тверд М. Яцукович Р. Боневич П. Ткачук В.И. Копчак Л.С. Копчак Б.Л. // Вісник Національного технічного університету "Харківський

- політехнічний інститут". Проблеми автоматизованого електропривода. Теорія і практика. Випуск 28. - Харків: НТУ "ХПІ". - 2010. С. 456- 458.
7. Power electronic conversion system for small power plants based on renewable sources. Sobczyk T. Mazgaj W., Szular Z., Wegiel T., Kopchak L.S., Kopchak B.L., Jacukowicz R., Twerd M. // Одеський національний політехнічний університет Науково-технічний журнал «Електротехнічні та комп'ютерні системи» № 03 (79). - Київ: Техніка. - 2011. С. 367- 370.
8. Концепция привода электромобиля. Тверд М., Залески Я., Дадана М., Млодзиковски П., Копчак Л.С., Копчак Б.Л. // Вісник Національного технічного університету «ХПІ». Збірник наукових праць. Серія: Проблеми автоматизованого електроприводу. Теорія і практика. – Х.: НТУ «ХПІ». – 2013. – №36(1009). С. 410- 411.
9. Тверд М., Копчак Б.Л. Самоналагодження параметрів регулятора швидкості електромеханічної системи з мікропроцесорним керуванням методом рою частинок // Вісник Національного технічного університету «ХПІ». Збірник наукових праць. Серія: Проблеми автоматизованого електроприводу. Теорія і практика. Силовa електроніка і енергоефективність. – Х.: НТУ «ХПІ». – 2015. – №12(1121). С. 107-110.

**Голова комісії**

М. Тверд

**Члени комісії:**

П. Боневич

Б. Козловскі





Львівська міська рада  
ДЕПАРТАМЕНТ ЖИТЛОВОГО ГОСПОДАРСТВА ТА ІНФРАСТРУКТУРИ

**Львівське міське комунальне підприємство  
«Львівводоканал»**

вул. Зелена, 64, м. Львів, 79017, Україна, тел.: +38 (032) 275-34-39, тел./факс: +38 (032) 276-74-07 e-mail: lvivvodokanal@ukr.net

08.11.16 № Вих-Вод 820-16

На № \_\_\_\_\_ від \_\_\_\_\_

“ЗАТВЕРДЖУЮ”

Головний інженер підприємства  
Львівське міське комунальне  
підприємство «Львівводоканал»

Шимоняк А.М.

08 листопада 2016 р.



**АКТ**

**впровадження результатів наукових досліджень**

ЛМКП «Львівводоканал» підтверджуємо, що результати досліджень систем автоматичного керування перетворювача частоти з ППД<sup>м</sup> - регулятором дробового порядку, одержані докторантом Копчаком Б.Л. в результаті виконання дисертаційної роботи на тему “Аналіз і синтез електромеханічних систем з дробовими інтегрально-диференційними ланками” на кафедрі електроприводу і комп’ютеризованих електромеханічних систем Національного університету “Львівська політехніка”, впроваджені в 2016 р. на Львівське міське комунальне підприємство «Львівводоканал» у вигляді комп’ютерної програми, яка працює в режимі дорадника диспетчера.

Розроблена комп’ютерна програма дозволяє проводити автоматичний розрахунок налаштування ППД-регулятора перетворювача частоти для забезпечення бажаних параметрів перехідного процесу швидкості асинхронного двигуна на основі експериментальних даних. Це забезпечує підвищення ефективності всієї системи перетворювач частоти – асинхронний двигун – помпа.

Головний енергетик

Фрис Я.О.

023430

ЗАТВЕРДЖУЮ

Головний інженер ТЕЦ-1

ЛМКП «Львівтеплоенерго»  
"Львівтеплоенерго"  
ГОЛОВНИЙ ІНЖЕНЕР А. С. Дроб'язко  
«10» жовтня 2016 року

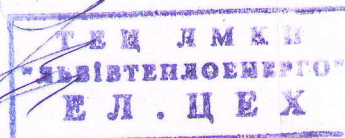
АКТ

впровадження результатів наукових досліджень

Ми, що нижче підписалися, начальник ЕЦ ТЕЦ-1 Войтович І. І., заступник начальника КТЦ Охрін Т. В., підтверджуємо, що результати досліджень різних підходів до аналізу і синтезу систем автоматичного керування електромеханічних систем за використання регуляторів дробового порядку, одержані докторантом Копчаком Б.Л. в результаті виконання дисертаційної роботи на тему "Аналіз і синтез електромеханічних систем з дробовими інтегрально-диференційними ланками" на кафедрі електроприводу і комп'ютеризованих електромеханічних систем Національного університету "Львівська політехніка", випробувані в 2016 р. на ТЕЦ-1 ЛМКП «Львівтеплоенерго» у вигляді комп'ютерної програми, яка працює в режимі дорадника диспетчера.

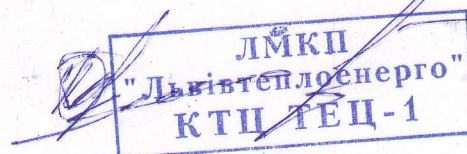
Розроблена комп'ютерна програма дозволяє проводити автоматичний розрахунок налаштування ПД-регулятора перетворювача частоти на основі експериментальних даних перехідного процесу швидкості асинхронного двигуна, що дозволяє забезпечити бажані параметри перехідного процесу швидкості та ефективну роботу всієї системи перетворювач частоти – асинхронний двигун – помпа.

Начальник ЕЦ ТЕЦ-1



І. І. Войтович

Заступник начальника КТЦ ТЕЦ-1



Т. В. Охрін